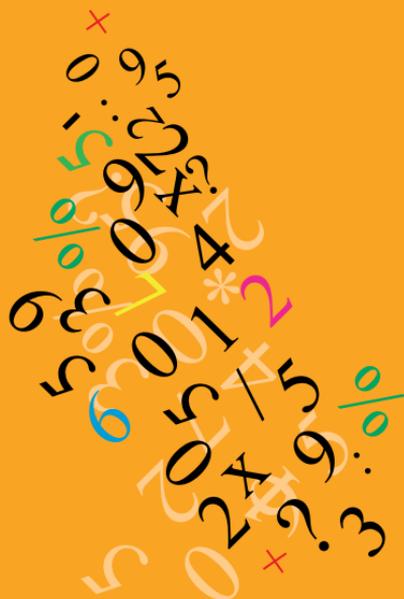


CUADERNOS DE APOYO DIDÁCTICO

**Enseñar a
estudiar
matemáticas
en la escuela
primaria**

**PRIMERO
Y SEGUNDO
CICLOS
PRIMARIA**

**Claudia Broitman
Mónica Escobar
Héctor Ponce
Inés Sancha**



SANTILLANA

CUADERNOS DE APOYO DIDÁCTICO

**Enseñar a estudiar
matemáticas
en la escuela
primaria**

**PRIMER
Y SEGUNDO
CICLOS
PRIMARIA**

**Claudia Broitman
Mónica Escobar
Héctor Ponce
Inés Sancha**

Enseñar a estudiar matemáticas en la escuela primaria / Claudia Broitman ... [et al.]. -

1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Santillana, 2017.
48 p. ; 19 x 13 cm. - (Cuadernos de apoyo didáctico)

ISBN 978-950-46-5300-4

1. Matemática. 2. Formación Docente. 3. Didáctica. I. Broitman, Claudia
CDD 371.1

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2017, EDICIONES SANTILLANA S.A.

Av. Landro N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-5300-4

Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723

Impreso en Argentina. *Printed in Argentina.*

Primera edición: XXXXXXXXXXXXXXXX de 2017.

Este libro se terminó de imprimir en el mes de XXXXXXXXXXXXXXXX de 2017, en XXXXXXXXXXXXXXXX, XXXXXXXXXXXXXXXX, XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX, República Argentina.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 5

CAPÍTULOS

I. Registrar procedimientos propios y ajenos 12

II. Registrar por escrito lo aprendido 19

III. Revisar el trabajo realizado para ampliar o profundizar
los conocimientos 25

IV. Repasar y practicar lo aprendido 36

Palabras finales 42

Bibliografía 45

INTRODUCCIÓN

Analizar y pensar en propuestas didácticas que apunten a enseñar a los alumnos de la escuela primaria a estudiar matemáticas implica una ruptura con respecto a cierta mirada biologicista sobre las matemáticas escolares. Esta mirada supone que solo algunos niños son naturalmente buenos para esta disciplina y que el éxito escolar responde al nivel de inteligencia. En otras palabras, una teoría del “gen” o del “don” matemático (Charlot, 1991).

También circula fuertemente en muchas escuelas el supuesto de que los alumnos de clases medias y altas alcanzan un desempeño superior a los alumnos de sectores populares atribuyendo tal discrepancia a los efectos negativos que la insuficiencia alimentaria o una supuesta ausencia de estimulación producirían en las capacidades cognitivas de estos últimos. Nuevamente, algunos alumnos tendrían algo que les faltaría a los otros: un capital cultural dado por la familia y el entorno social del alumno. Desde esta perspectiva, dicho capital cultural ayuda a tener éxito en la escuela y es considerado como una condición previa al ingreso escolar y no como el fruto del tránsito por la escuela. Es decir que los alumnos de ciertos sectores sociales inician la escolaridad sin saber “lo que ya deberían saber” y la escuela no se responsabiliza de enseñarlo.

Ese caudal cultural, que ciertas perspectivas suponen como de adquisición previa y extraescolar, engloba algunos conocimientos matemáticos (sobre los números, las operaciones, las figuras geométricas, las unidades de medida, etc.), ciertas conductas ligadas a la “alumnicidad” (llevar los materiales, hacer la tarea, saber usar un libro de matemáticas, prestar atención, identificar que hay algo que aprender en cada clase, retener las ideas que circularon) y una determinada relación con las matemáticas y la escuela (voy a aprender, tendré que estudiar, mis padres estudiaron y yo seguiré estudiando, etc.). Numerosos estudios ya han señalado la injusticia de evaluar a los alumnos por lo que la escuela no les enseñó, o bien, exigir ciertos aprendizajes

habiendo ofrecido la misma propuesta de enseñanza para todos bajo el supuesto de la igualdad. Por el contrario, también ha sido suficientemente documentado cómo la escuela puede enseñar esos contenidos y prácticas en lugar de considerarlos previos, reconocer la heterogeneidad de las trayectorias de estudio de sus alumnos e intervenir a partir de esas diferencias sin dar por supuesto que la igualdad de la enseñanza alcanza para que haya “justicia”.

Bajo dichas concepciones elitistas o deterministas se vuelve casi innecesario enseñar a los alumnos a estudiar matemáticas. Para aquellos “elegidos” por su naturaleza o por su condición social, no parecería necesario estudiar porque ya saben o porque aprenderían casi sin darse cuenta... En cambio, aquellos que no tienen la suerte de disponer de esas “capacidades”, “habilidades” o “condiciones”, aunque estudien, no podrán acceder al misterioso y oculto mundo del “razonamiento matemático” solo accesible a unos pocos privilegiados. En aparente oposición con estas perspectivas, también circula la idea de que, para tener éxito en la escuela, los únicos que deberían estudiar y realizar abundante ejercitación individual y en el hogar son aquellos alumnos “con dificultades” para lograr aproximarse aunque sea levemente al nivel de los “buenos” alumnos, que aprenden tan fácilmente que no requieren un trabajo personal.

Conviviendo con las ideas anteriores, se sostiene una concepción del estudio, ya casi tradicional, que lo asimila a ejercitar técnicas enseñadas por el docente o presentadas por un libro (cuenta de dividir, regla de tres simple, equivalencia entre unidades de medida diferentes, método para comparar fracciones, etc.), o bien, memorizar información (clasificación de triángulos, unidades de medida, tablas de multiplicar, etc.). Sin duda, estudiar involucra conocer y dominar ciertas técnicas; y esto implica, en muchos casos, disponer en memoria de alguna información. El problema de esta perspectiva es que reduce el trabajo del alumno a estos dos tipos de conocimiento: técnicas mecánicas e información.

A diferencia de las ideas analizadas, partimos de una posición que considera al estudio de las matemáticas como un “eslabón”

entre la enseñanza y el aprendizaje. Esta metáfora intenta resaltar que es necesario establecer relaciones entre ambos procesos. Pone en evidencia que el proyecto de enseñanza no puede desentenderse de los procesos de aprendizaje de los alumnos y que esta consideración implica hacerse cargo del estudio. Este eslabón “perdido” precisa ser reconocido y, de alguna manera, reinstalado. Sostenemos que una enseñanza centrada en mostrar, informar, solicitar ejercitación, presentar técnicas y evaluar es insuficiente para provocar los aprendizajes; y que, para que estos sucedan, se requiere un tiempo de trabajo y estudio –también en el aula– por parte de los alumnos (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).

Ese tiempo de estudio tiene componentes diversos. Si bien implica, sin dudas, el trabajo personal del alumno (primer encuentro con los problemas, identificación de los errores, toma de conciencia de las decisiones tomadas, tareas de práctica), un componente esencial del proceso de estudio es colectivo.

Desde la perspectiva adoptada en este libro, el aula funciona como una comunidad de producción en la que los objetos matemáticos son “estudiados” del mismo modo en que la propia comunidad matemática –u otras comunidades, como por ejemplo profesionales– estudia, amplía e inventa ciertas porciones de esta disciplina. Esta idea de estudio va de la mano, entonces, con la de un “tiempo” de trabajo sostenido sobre unos objetos matemáticos. Pero ¿de qué tipo de estudio estamos hablando? Nos referimos al trabajo explícito, sistemático, consciente y organizado intencionalmente por los docentes que permitiría la transformación progresiva de “lo novedoso” en “lo conocido”. En otras palabras, que las nuevas ideas producidas en clase (individual o colectivamente) se inserten en la red de conocimientos matemáticos de cada alumno haciendo posible su reinversión en nuevos problemas.

Entendido así, estudiar matemáticas se distingue (o aleja) del sentido coloquial de la expresión “hoy tengo que estudiar” como sinónimo de repetir, copiar, practicar, memorizar y ejercitar. Estudiar, desde la perspectiva de los autores mencionados y desde nuestra propia producción y experiencia, implica efectivamente hacer matemáticas junto a otros.

En el aula concebida como una comunidad de estudio, los alumnos interactúan durante unas clases a propósito de un conjunto de problemas. El trabajo desplegado implica no solo resolverlos, sino también analizar cómo podrían resolverse y en qué se parecen o diferencian de otros problemas. Al sostener esta tarea se habilita a los alumnos a identificar las diferentes estrategias válidas, los recursos que los desvían de la solución, los conocimientos ya disponibles que resultaron útiles y aquellos que necesitaron inventar, los errores típicos que será preciso evitar y las propiedades matemáticas involucradas.¹

Desde este punto de vista, será necesario destinar momentos de trabajo en el aula que apunten a la toma de conciencia de lo que se está aprendiendo: explicitar nuevas relaciones a partir del éxito en el uso de una técnica, analizar si determinado recurso sirve para problemas similares, establecer vinculaciones con otros contenidos tratados, etc. Partimos de la idea de que transitar procesos de estudio como los que venimos describiendo colabora en la construcción de sentidos de los nuevos conocimientos, a la vez que abre las puertas del aula para que los alumnos ingresen a las matemáticas escolares asumiendo que es posible y accesible para todos.

Se busca, al mismo tiempo, que los alumnos construyan estrategias que les permitan estudiar una porción de matemáticas en ausencia del docente. Incluso previendo situaciones extraescolares (presentes o futuras) en las que necesiten saber más sobre un tema matemático o reencontrarse con tipos de problemas conocidos y olvidados.

La preocupación por el estudio se vincula íntimamente con el problema del olvido. Los docentes suelen sorprenderse año a año al constatar que sus alumnos parecen haber olvidado lo trabajado en años anteriores (o bien, hace pocos meses o semanas). En estas páginas analizaremos algunas propuestas didácticas que buscan evitar, revertir o limitar este “olvido” a través de actividades dirigi-

1. Estas ideas pueden vincularse con la distinción entre tarea, técnica, tecnología y teoría aportada por Yves Chevallard (1997).

das explícitamente a recordar, evocar, sistematizar, registrar, volver a leer y revisar lo aprendido (Brousseau y Centeno, 1991).

Cierto tipo de intervenciones del docente buscan prolongar y diversificar los tiempos de enseñanza ampliando las oportunidades de aprendizaje de los alumnos. Entre varias otras, han mostrado su fecundidad las prácticas de evocación que incluyen espacios de recapitulación del trabajo matemático realizado en clases anteriores con la intención de involucrar a los alumnos en la nueva tarea. De esta manera se favorece que los alumnos –incluso aquellos cuyo trabajo no les ha permitido construir los conocimientos involucrados en dichas clases– tomen conciencia de los aspectos que se buscaba desplegar y de las ideas y recursos que conviene retener para resolver nuevos problemas (Margolinas, 1993; Perrin Glorian, 1993).

Estos espacios representan para muchos alumnos una oportunidad para identificar y tomar conciencia de ciertas ideas que, de otro modo, podrían pasar inadvertidas. Por ejemplo, se busca que reconozcan las nuevas relaciones que se espera que retengan (“esta clase de problemas no se puede resolver restando”, “nos dimos cuenta de que un número puede tener muchos nueves y ser más chico que uno que tiene ceros”, “para contar y no perderse conviene marcar o agrupar lo que contamos”, “para dividir puedo multiplicar e ir restando”, etc.) aun cuando todavía estén muy alejadas del saber al que se espera arribar. Se trata, pues, de ir dejando huellas explícitas de los avances durante el proceso.

El análisis de los errores posibles y su rechazo fundamentado también forman parte de ese proceso de sostenimiento de un contenido durante unas clases. De este modo, las estrategias erróneas o incompletas son constitutivas del objeto de estudio. En la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce a “buen puerto”. Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución, buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone y que no fue considerada, etc. El trabajo colectivo en torno a ciertos recorridos de resolución cuyos efectos no han sido los esperados forma parte de un progresivo

avance y de una sistematización ya que abona a resolver siguientes situaciones intentando controlar esos errores producidos.²

Parte de lo que se pretende que asuman los alumnos como actividad matemática está asociada a determinar la validez de lo que se produce. En este sentido, se apunta a generar en la clase un tipo de trabajo matemático en el que los alumnos, paulatinamente, puedan hacerse cargo por sus propios medios de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen, abonando así al despliegue de un trabajo cada vez más autónomo. En este sentido, es un objetivo que los alumnos puedan desprenderse de la mirada del docente en cuanto a si está bien o si está mal lo producido. Se trata de instalar como parte del trabajo del alumno la responsabilidad de verificar si lo realizado es correcto o no mediante diferentes recursos. Este aspecto es quizás el más complejo de tratar en el desarrollo de las clases. Se apunta a poner en el centro del trabajo matemático la elaboración de argumentos o fundamentos apoyados en relaciones matemáticas que permitan establecer la validez de los resultados alcanzados. Iniciar a los alumnos en procesos de validación por sus propios medios fomenta una progresiva autonomía intelectual.

Avanzar en el estudio de un tema también involucra la progresiva descontextualización de los recursos que se desplegaron para resolver los problemas de tal manera de que sean reutilizables. Resaltamos la idea de que aquello que es “nuevo” se va convirtiendo en “viejo” y “lo novedoso” en “lo conocido”.

En consonancia con las ideas anteriores, discutimos el supuesto de que una evaluación escrita e individual debería presentar cierto grado de sorpresa o novedad. Por el contrario, el estudio y la preparación para una evaluación permiten reducir tal sorpresa y anticipar la clase de problemas cuyo dominio se espera. En una actividad de “preparación para la prueba” el trabajo de los alumnos no consiste solo en resolver problemas, sino en mirar los ya resueltos para reflexionar sobre sus características y modos de resolu-

2. Algunas de las ideas sobre la enseñanza de las matemáticas vertidas en estos párrafos han sido tomadas textualmente de las páginas iniciales del *Libro del docente* de la serie *Los matemáticos de...* de Editorial Santillana (2017). También en sus páginas digitales aparecen algunas de las ideas sobre el estudio que aquí se presentan. Estas páginas están disponibles en www.guiassantillana.com

ción, agruparlos por sus semejanzas, leer y escribir (o reescribir) las ideas más importantes a retener. Por ejemplo, elaborar en grupos un modelo posible de evaluación (intentando que los distintos tipos de problemas estén presentes) ayuda a los alumnos a saber de antemano qué tipo de situaciones se espera que puedan resolver autónomamente. Insistimos, todos los alumnos –con menor o mayor trabajo colectivo y personal– son capaces de resolver esa colección de problemas que luego de ser estudiados e identificados formarán parte de una de las instancias de evaluación.

Este tipo de trabajo de permanente explicitación y sistematización a partir de la producción colectiva apunta simultáneamente a instalar una relación con las matemáticas en la que se juegue la idea de que esta disciplina es asunto de trabajo y estudio y no de habilidades, capacidades o del azar. Estudiar matemáticas permitirá correr el velo de misterio y sorpresa y abandonar la idea de que es un asunto “de ingenio” o que genera miedo, rechazo, susto y parálisis. Por el contrario, involucrarse en ese trabajo permite hacer atrapable para todos aquello que se viene dirimiendo (Charlot, 2009).

Ahora bien, como la diversidad está absolutamente presente en cualquier aula, es posible que algunos alumnos requieran más tiempo para aprender. Por ello, resulta necesario que desde la misma planificación el docente contemple que algunos alumnos requerirán aún nuevas instancias de enseñanza, de trabajo y de estudio. Estas ideas se contraponen a la concepción implícita en muchas prácticas áulicas, que reserva al docente el lugar del que enseña y deja el aprendizaje bajo la exclusiva responsabilidad del alumno y además asumiendo que todos deberían aprender lo mismo y al mismo tiempo.³

En estas páginas iniciales, hemos planteado la necesidad de prever desde los proyectos de enseñanza la articulación permanente entre las propuestas de trabajo colectivo e individual así como también la importancia de promover un pasaje desde los

3. Evidentemente algunas de estas cuestiones trascienden las decisiones del docente en el aula dado que la estructura actual del sistema educativo favorece la perspectiva de uniformidad en las expectativas de aprendizaje. Una mirada institucional y colectiva puede ser un punto de partida para empezar a revisar algunos de estos supuestos.

conocimientos implícitos hacia su explicitación y sistematización. En las páginas siguientes desarrollaremos algunas propuestas que van en dicha dirección.

Hemos organizado la presentación en cuatro capítulos. En los dos primeros incluimos propuestas que, a grandes rasgos, apuntan a registrar y guardar memoria de lo realizado incluyendo procedimientos, errores, ideas y conclusiones producidos por los alumnos. En los dos siguientes, enfatizamos la necesidad de revisar lo aprendido antes de abordar un nuevo contenido, o bien, en momentos de estudio dirigidos específicamente a prepararse para una evaluación. Nos propusimos en todos los casos resaltar la diversidad de temporalidades que recorren los proyectos de enseñanza. El pasaje de la exploración de lo nuevo al dominio de lo aprendido no es inmediato. Resulta necesario transitar tiempos de ensayo, reflexión, sistematización, estudio individual y colectivo, reconocimiento de lo aprendido y de aquello que requiere una nueva oportunidad.

CAPÍTULO I

REGISTRAR PROCEDIMIENTOS PROPIOS Y AJENOS

Como venimos afirmando, parte del trabajo matemático de los alumnos involucra explorar problemas y resolverlos a través de procedimientos propios, sean estos dibujos, cálculos o gráficos. Ha sido suficientemente difundido el tipo de intervenciones didácticas y de clima de clase que alientan a los alumnos a iniciar tal exploración y a buscar sus propias estrategias de resolución. En esta ocasión, haremos hincapié en los momentos en los que el docente propone dejar registro de la diversidad de procedimientos en los cuadernos y las carpetas de los alumnos.

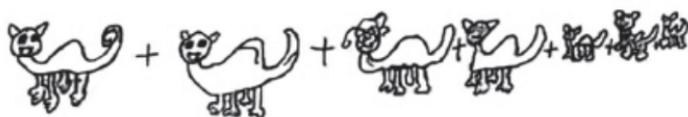
Al habilitar esta diversidad y dejar constancia de ella, se busca explícitamente que los alumnos modifiquen sus propias maneras

de resolución y desplieguen nuevos recursos. Esta transformación o ampliación de los procedimientos personales de los alumnos no se produce naturalmente. Desde la perspectiva que venimos desarrollando, el docente provoca estos avances cuando pone a consideración del grupo las diversas formas de resolución utilizadas y los convoca a determinar su validez. Entre las estrategias que se convertirán en objeto de análisis también se incluyen los errores con la intención de que, luego de ser analizados, sean descartados y evitados en nuevas oportunidades. A lo largo de este recorrido didáctico, las anotaciones realizadas se convertirán en recursos de consulta al enfrentar nuevas situaciones. Veamos algunos ejemplos.

En el primer caso, los alumnos están explorando maneras de resolver problemas multiplicativos sin conocer aún la multiplicación. La producción de este niño refleja el despliegue de diversas formas de resolución de la misma situación: el dibujo, el conteo y el cálculo. Durante la puesta en común, el niño podría explicar cuál de ellas realizó primero, por qué acudió a una segunda o tercera forma, en cuál se apoyó para controlar lo realizado. La intención de fomentar y registrar esa heterogeneidad y convertirla en objeto de análisis favorece, por un lado, que los alumnos reconozcan que para toda clase de problemas es posible usar distintas formas de resolución correcta –evitando la práctica tan usual de enseñar y exigir una sola técnica de resolución para cada clase de problemas–. Por otro lado, se busca que los alumnos aprendan progresivamente formas más elaboradas de resolución. La circulación y registro de estos procedimientos permitirán que los alumnos, como en este caso, apelen a recursos más

¿Cuántas patas tienen 7 gatos?

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$$



elaborados en futuros problemas; por ejemplo, podrían reconocer que no es necesario dibujar cada uno de los gatos.

En el siguiente caso también encontramos cómo el alumno registra diferentes modos de resolver un problema. Uno de esos procedimientos ha sido el elegido personalmente para resolver y los otros han sido intentos de dejar marcas de las estrategias de sus compañeros que han circulado luego de la resolución. Sin duda, detrás de estas notaciones es posible reconocer la intervención del docente promoviendo el registro de las estrategias usadas por sus compañeros: sumas sucesivas, un dibujo y una división.

Armar un patio rectangular con 35 baldosas y 5 baldosas en cada fila.

¿Cuántas filas va a tener el patio

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 5} \\ 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ \hline 35 \end{array} \text{ (7 filas)}$$

En el registro escrito que presentamos a continuación, en torno al problema de partir del número 226 para “dar saltitos para atrás de 6 en 6”, resaltamos cómo el niño autor de este texto diferencia en su carpeta la estrategia de resolución que él ha utilizado (hacer restas sucesivas con la calculadora) de una más económica que usó alguno de sus compañeros (la división). Evidentemente, esta hoja de carpeta no refleja una producción espontánea y personal, sino que está precedida por un espacio de circulación de posibles recursos de resolución. Es el docente quien propone a sus alumnos registrar nuevos recursos que podrán usarse en

clases siguientes para problemas similares. Encontramos también otra huella del trabajo del docente: las maneras de resolver están agrupadas. El alumno ha hecho restas sucesivas y una resta numérica con una anotación que refiere a escalas. Ambos procedimientos, restas con calculadora y restas numéricas, aparecen como próximas; en cambio, ubica en otro estatus a la división. Esta hoja muestra la intención de agrupamiento de recursos y también establece una jerarquización en vistas a aprendizajes futuros.

Estoy en el N° 226 y voy saltitos para atrás de 6 en 6 ¿cuántos saltos voy para llegar al número más cercano al cero?
 así lo resolví con calculadora

na

$226 - 220 - 214 - 208 - 202 - 196 - 190 - 184 - 178$
 $172 - 166 - 160 - 154 - 148 - 142 - 136 - 130 - 124 - 118$
 $112 - 106 - 100 - 94 - 88 - 82 - 76 - 70 - 64 - 58 - 52$
 $46 - 40 - 34 - 28 - 22 - 16 - 10 - 4$

$\overbrace{\text{restas con calculadora}}^{226}$ } restas más
 $\overbrace{\text{restas con reglas}}^{\text{restas más}} \left. \begin{array}{l} \text{restas más} \\ \text{restas más} \end{array} \right\} \text{restas más}$

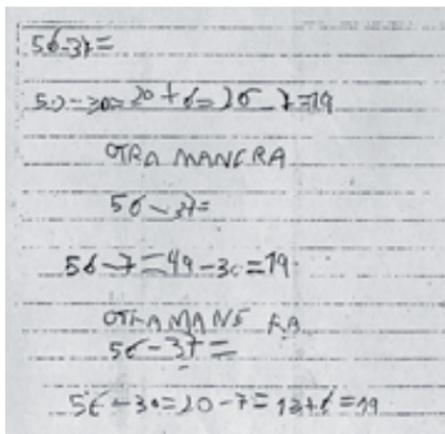
Así lo resolvieron así

$$\begin{array}{r} 226 \\ - 180 \\ \hline 046 \\ - 42 \\ \hline 04 \end{array}$$

PTA: Voy 37 saltos y voy a parar al 4.

En el ejemplo de cálculo que se presenta a continuación resaltamos la misma intención de registrar otras descomposiciones posibles para resolver la resta $56 - 37$. Si bien estas primeras escrituras presentan errores matemáticos,⁴ es posible identificar (más allá de los errores) las diferentes descomposiciones involucradas en cada caso (en el primero descomponer 56 como $50 + 6$ y 37 como $30 + 7$; luego restar 37 como 7 y 30; y, finalmente, descomponer 56 como 50 y 6 y restar sucesivamente 7 y 30).

En la escuela clásica, “mirar cómo otros resolvieron” era una práctica sancionada por ser interpretada como “copiarse”. En este caso, en cambio, se fomenta “la copia” a partir de la circulación explícita y sistemática de los recursos desplegados por los compañeros. Estos diversos recursos podrán ser reutilizados tal como fueron propuestos por sus autores, o bien, ser transformados o adaptados por los nuevos usuarios.



El siguiente ejemplo corresponde a una situación promovida por el docente y que involucra a todo el grupo. La alumna toma nota de las distintas formas de resolución de un problema de

4. Nos referimos a lo siguiente. Como puede leerse en la imagen, el niño escribe los cálculos “a medida que los va pensando”; de lo que resulta una notación errónea en tanto se presentan como iguales términos que no lo son ($50 - 30 = 20 + 6 = 26 - 7 = 19$; $56 - 7 = 49 - 30 = 19$; $50 - 30 = 20 - 7 = 13 + 6 = 19$), por ejemplo, en el primer caso se igualarían $50 - 30$ y $20 + 6$. Es importante aclarar que este tipo de escrituras erróneas suelen circular en las clases durante los primeros acercamientos a este tipo de notaciones, reemplazándose progresivamente por escrituras más próximas a lo convencional.

combinatoria. La estrategia personal que había utilizado la niña parece, en principio, más elaborada y económica que la de los compañeros que hicieron dibujos y diagramas. Sin embargo, en futuras instancias de estudio sobre este tipo de problemas, la forma de resolución más ligada al conteo caso por caso podrá ser usada por esta alumna como herramienta de control y validación de los cálculos realizados. Notemos también que la misma alumna resuelve el problema de dos maneras diferentes ($1 \times 4 + 1 \times 4 + 1 \times 4 = 12$ y $3 \times 4 = 12$) reflejando que se trata de una práctica instalada para este grupo.

7. Tengo 3 camisas y 4 pantalones. Cuántos equipos diferentes puedo formar?
 $1 \times 4 + 1 \times 4 + 1 \times 4 = 12$ $3 \times 4 = 12$

8. Se pueden formar 12 equipos diferentes.

9. Tres compañeros le hicieron así:

3 x 3 = 9 3 x 3 = 9
 3 + 3 = 6
 4 x 3 = 12

Visitemos ahora un ejemplo de la escritura de las diferentes maneras de pensar un problema de reparto que puede expresarse con una fracción. En esta ocasión, luego de la resolución y análisis de un conjunto de problemas similares, el docente propone a los alumnos que tomen nota de lo aprendido. Esta alumna registra varios recursos. Elige un ejemplo en el que hay que repartir 13 golosinas entre 4 niños y apela a la fracción, a la división, a una expresión que combina números naturales y fraccionarios y

al dibujo de las particiones. Este dibujo, a la vez, permite atrapar tanto los 13 cuartos para cada uno como los 3 enteros y el cuarto (pintado de color oscuro) (Morillo, 2010).

5) // *Hay muchas maneras de resolver los problemas. Para nos
o para algunos ejemplos.*

$$\frac{13}{4} = \frac{13 \cancel{2} 4}{\cancel{1} 3} = 3 \frac{1}{4}$$

Ahora bien, guardar registro de las estrategias que han aparecido y que podrían ser reutilizadas exige también destacar cuáles han sido los errores producidos y que es preciso evitar en nuevos problemas similares. En este caso, los alumnos de 4.º grado registran, con sus palabras, un relato sobre el análisis de un error al escribir el número 99 en el sistema de numeración romano como "IC". La intención del docente al promover el reconocimiento colectivo de este error producido por uno o más alumnos es intentar que lo eviten en futuras escrituras (si bien en este caso no se incluye la regla acerca de que solo se puede restar poniendo a la izquierda un valor contiguo).

Discutimos entre todos las reglas del sistema de numeración romano.

- Hablando se nos presentó esta duda: ¿Cómo escribimos el 99? Algunos lo pensaron así: IC

↓ ↓
 90 es 100
 10 es 10
 UNO

- Finalmente nos dimos cuenta que para formar 99, primero hay que desarmar al número 99. Entonces se escribe así: XCIX.

Desde la perspectiva de estudio que estamos abordando, comparar estrategias de resolución, poner en circulación diferentes recursos y procedimientos, analizarlos colectivamente, tomar nota para convertir la producción privada en pública y hacer también públicos los errores para analizarlos permitirá a los alumnos regresar a estas escrituras al resolver nuevos problemas. El retorno a estas producciones podrá ser tanto autónomo –durante la resolución o en instancias de repaso– como guiado por el docente en una situación colectiva de revisión de lo trabajado.

Nuevamente resaltamos que, en oposición a aprender “sin darse cuenta”, estos ejemplos ponen de manifiesto la necesidad de sostener instancias de explicitación y sistematización enmarcadas en el estudio de una colección de problemas similares.

CAPÍTULO II

REGISTRAR POR ESCRITO LO APRENDIDO

Una de las situaciones que propician la formación de los niños como estudiantes en el área de matemáticas es el registro escrito de lo aprendido en una clase o en la resolución de un conjunto de problemas que involucran un contenido matemático particular a lo largo de varias clases. Elaborar estas conclusiones escritas proporciona ciertos puntos de apoyo que permiten construir una memoria colectiva del recorrido del trabajo matemático realizado por los alumnos y ayudan a hilvanar el proceso de institucionalización de los conocimientos matemáticos que circularon en las clases durante la resolución previa de algunos problemas.

A su vez, el desafío de poner en palabras lo aprendido para ser textualizado promueve avances que tienden hacia una mayor profundización en la conceptualización matemática. Si bien diferentes investigaciones muestran que existe cierta distancia entre lo que los alumnos saben acerca de un contenido y lo que logran incluir sobre él en sus escrituras, resulta por demás valiosa la

transformación de conocimientos que sucede mientras escriben (Lerner, Aisenberg y Espinoza, 2012).

Es necesario considerar que el reconocimiento de los saberes en juego posterior a la resolución de problemas no suele surgir espontáneamente en los niños. Al proponerles evocar la experiencia matemática, ellos identifican con claridad cuál fue la actividad desarrollada en la clase aunque les resulta más complejo reconocer las nociones que allí se desplegaron. Se trataría de enseñar a los alumnos a transitar desde la descripción de “¿qué hice?” hacia la descripción de “¿qué aprendí?” (Butlen, 1996). Este proceso de toma de conciencia didácticamente promovido es constitutivo de las prácticas de estudio ya que hace posible explicitar, reorganizar y sistematizar los saberes matemáticos que se van construyendo y, a la vez, aproximarse a comprender el quehacer del matemático.

Las situaciones de escritura que se presentan con los propósitos mencionados en una secuencia de enseñanza de un contenido matemático pueden organizarse tanto de manera colectiva, por dictado al docente, como en forma individual. Ambas modalidades resultan significativas dado que cada una de ellas aporta aspectos diferentes al proceso de estudio. El escrito individual permite esencialmente movilizar las conceptualizaciones matemáticas de cada niño mientras que las producciones colectivas suscitan confrontaciones de ideas, debates y síntesis.

Puede también plantearse la composición de algunos textos a partir de otros; por ejemplo, es posible apoyarse en un conjunto de producciones individuales para elaborar un escrito colectivo, tal vez superador de las primeras, o bien, a partir de un escrito colectivo, pueden proponerse escrituras individuales promoviendo así la reapropiación de las conclusiones emitidas de manera consensuada.

Un aspecto importante a tener en cuenta es que las formulaciones que han sido decididas en la clase a través de acuerdos colectivos no son garantía de la apropiación del conocimiento matemático involucrado por parte de cada uno de los alumnos.

Si la producción escrita sobre lo aprendido se realiza siempre de manera conjunta puede estar ignorándose la ausencia de construcción de esas ideas por parte de algunos niños. Por este motivo, en el proceso de estudio es ineludible proponer alternadamente situaciones de escritura colectiva e individual.

LA ESCRITURA DE CARTELES

La construcción de una memoria escrita colectiva de lo aprendido en las clases puede implementarse a través de situaciones de dictado al docente con el propósito de elaborar afiches o carteles que queden disponibles en el aula para futuras consultas.⁵ Las nociones matemáticas allí incluidas serán un insumo para resolver nuevos problemas o para elaborar nuevas conclusiones en el recorrido de trabajo matemático que va realizando el grupo.

En este tipo de propuestas es el maestro quien asume la producción material del escrito y, en consecuencia, los niños tienen la posibilidad de centrarse en la composición conjunta del texto a partir de la discusión y toma de decisiones sobre qué escribir y cómo organizarlo en lenguaje escrito.

El intercambio de ideas que se produce durante la escritura colectiva de los carteles va dando lugar a la inclusión de formulaciones que van siendo progresivamente más generales. En los intentos por comprender y coordinar con el punto de vista de sus pares, los niños se van distanciando de los problemas que dieron origen a los conocimientos que están en discusión generándose así un proceso de despersonalización y de descontextualización de los saberes matemáticos involucrados.

A modo de ejemplo, presentamos a continuación un afiche elaborado por alumnos de 5.º grado en situación de escritura colectiva (Sancha, 2017). Allí se sistematizan los procedimientos que surgieron en la clase para resolver un conjunto de problemas que involucran fracciones en el contexto del reparto. Los niños acuerdan describir las distintas formas de resolver de manera genérica sin hacer mención a los problemas que les dieron

5. En el tercer capítulo de este libro ampliamos este aspecto.

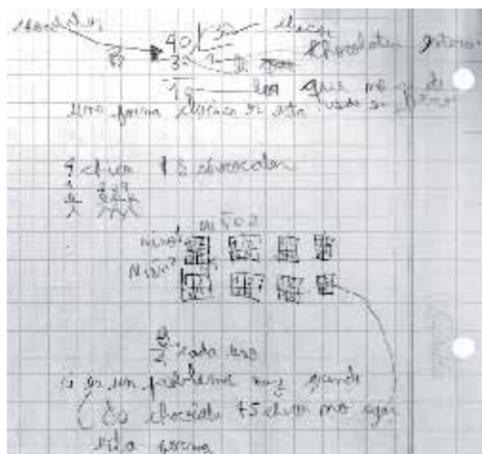
Otra forma posible de organizar el registro escrito consiste en designar rotativamente una pareja de alumnos como responsable de la redacción de lo aprendido en una o varias clases. En una instancia posterior de intercambio, los pares aportan al enriquecimiento de la producción de la pareja proponiendo ajustes que pueden consistir en agregar conceptos importantes, suprimir ideas innecesarias o repetidas, reformular la redacción de ciertos fragmentos para que se comprendan mejor, incluir algún ejemplo para ilustrar un concepto, etc. La nueva versión es entonces acordada y redactada colectivamente y se convierte en la memoria de toda la clase.

LA ESCRITURA DE “MACHETES”

La sistematización escrita de lo aprendido puede proponerse también bajo el formato de “machete”. Si bien este término refiere a un texto cuyo soporte generalmente es un pequeño trozo de papel y que en ocasiones es utilizado por los alumnos de manera oculta para ayudarse en las pruebas escritas, en este caso se rescata su función de recapitulación de los saberes necesarios para resolver una evaluación al culminar el trabajo con algún objeto matemático. Se trata entonces de anotaciones permitidas porque aportan al proceso de estudio.

En sus “machetes” los niños incluyen la información lo más detalladamente posible, ejemplos con aclaraciones y advertencias para evitar errores que han surgido en las clases o que ellos mismos han cometido. La producción escrita puede realizarse de manera individual o en parejas para propiciar el intercambio previo que permita movilizar y recortar las ideas importantes para incluir.

A continuación compartimos un fragmento del “machete” elaborado individualmente por uno de los alumnos del grupo de 5.º grado mencionado anteriormente que incluye lo aprendido en torno a los problemas que involucran fracciones en el contexto del reparto (Sancha, 2017).



Este alumno propone el enunciado de un problema de reparto de 40 chocolates entre 30 amigos que le sirve de apoyo para describir el procedimiento de transformar la cantidad a repartir en el numerador de la fracción y la cantidad de partes entre las que se reparte, en el denominador: “30→chicos, 40→chocolates, si vos le agregás una raya te da la fracción $\frac{40}{30}$ ”. Si bien en el resultado que encuentra invierte el orden de numerador y denominador, muestra el uso de un modo propio de registrar este procedimiento. Luego, apoyándose en el mismo problema de reparto explica la resolución a través de la cuenta de dividir 40 entre 30. Al referirse a un procedimiento de tipo gráfico utiliza un nuevo ejemplo, 8 chocolates entre 4 chicos, y lo anuncia a través de la frase “una forma

clásica es esta". Además lo acompaña de una advertencia referida al tamaño de los números: "si es un problema muy grande, 80 chocolates, 75 chicos, no hagas esta forma".

Una situación que puede plantearse también con el propósito de enriquecer las escrituras es una puesta en común de las anotaciones particulares para que los alumnos tengan oportunidad de intercambiar aportes sobre la producción de los pares referidos a aspectos no tenidos en cuenta o a errores conceptuales no advertidos. El propósito es enseñar a los niños a elaborar textos de la manera más completa posible que oficien de resumen del contenido que se está repasando. La evaluación es la excusa que posibilita la recapitulación de lo aprendido, por eso el "machete" puede realizarse antes de la prueba o en cualquier momento del aprendizaje para irse completando o reformulando progresivamente.⁶

CAPÍTULO III

REVISAR EL TRABAJO REALIZADO PARA AMPLIAR O PROFUNDIZAR LOS CONOCIMIENTOS

Tal como mencionamos anteriormente, nos hemos propuesto desplegar cierto sentido de estudiar matemáticas vinculándolo al trabajo personal del alumno e insertándolo también entre las tareas que conforman el proyecto de enseñanza del docente.

Desde nuestro punto de vista, que los alumnos estudien matemáticas está asociado a que avancen en sus posibilidades de resolver problemas, analizarlos y construir estrategias que les permitan validar su producción. Pero, fundamentalmente, tiene que ver con la intención de que identifiquen las cuestiones tratadas y reflexionen sobre lo hecho. Es decir, se trata de que en algunos momentos de su recorrido por cierto contenido, los niños trasciendan el análisis del problema particular que los

6. En el capítulo 4 nos referimos específicamente a situaciones de repaso en vistas a la preparación para una evaluación.

ocupa para realizar dos acciones de manera simultánea: insertar las ideas que han movilizado en un universo más amplio donde puedan asociarse a otras ya disponibles, y tomar conciencia del propio aprendizaje, ubicándose en algún punto de ese proceso.

Estas tareas no son evidentes y requieren, por lo tanto, cierta mediación a través de la enseñanza para que los alumnos puedan acceder a ellas. Es en ese sentido en el que se plantean aquí como parte integrante del proyecto de trabajo del docente. Estamos imaginando, entonces, un escenario en el que la planificación de las propuestas de enseñanza incluye la consideración de un conjunto de actividades de estudio.

Asumir el desafío de abordar este aspecto del aprendizaje implica enfrentar la complejidad que entraña la puesta en marcha de estas actividades. Así, por ejemplo, es importante considerar que inicialmente puede resultar perturbador para los alumnos volver sobre un problema que ya fue resuelto. En efecto, si el problema demandaba una solución y esa solución ya había sido establecida correctamente, es razonable suponer –desde su punto de vista– que el trabajo estaba terminado y que no había ninguna razón para visitar esa situación. La posibilidad de mayor o menor autonomía de los niños es también una cuestión a tener en cuenta, ya que las situaciones requieren la toma de decisiones que –en algunos casos– tienen que ver con un recorrido más personal que de conjunto. La consideración del tiempo que demandan estas actividades, su gestión frente al grupo de alumnos, los recursos a los que es posible y necesario apelar para recuperar las ideas abordadas (como, por ejemplo, las conclusiones escritas en cuadernos o carteleras, los procedimientos destacados por algún motivo, los errores, las nuevas estrategias que reemplazan a otras que han sido abandonadas), etc., son también cuestiones a tener en cuenta a la hora de planificar este tipo de propuestas.

Considerar la potencia de incluir en las tareas de enseñanza situaciones en las que es preciso reflexionar sobre lo que se ha aprendido y lo que aún no se domina, cobra relevancia si se reconoce que, en general, el estudio es una actividad individual y privada y no suele ser un acto público y colectivo que se lleve

a cabo en el salón de clases. Y si además se tiene en cuenta que actividades de este tipo alientan aprendizajes que desbordan la particularidad de los objetos a los que remiten puntualmente, porque también brindan elementos para que los niños puedan seguir estudiando fuera del aula, tal vez se justifique el esfuerzo que implica su inclusión en el proyecto de trabajo que despliega el docente.

En este capítulo vamos a ocuparnos de un tipo particular de actividades, aquellas que apuntan a que los alumnos puedan revisar el trabajo realizado para ampliar o profundizar los conocimientos adquiridos a partir de esas actividades.

Intencionalmente hemos seleccionado ciertas producciones infantiles con dos intereses centrales. El primero de ellos tiene que ver con la posibilidad de hacer referencia a distintos grados de la escuela primaria. Esta decisión nos da la posibilidad de señalar –apoyándonos en esos ejemplos– que estamos pensando en situaciones de estudio incluso para alumnos que transitan los primeros grados de su escolaridad, y nos permite, también, plantear elementos para que los docentes discutan –al considerar la posibilidad de su implementación– cuáles son algunas de las condiciones de enseñanza que estas propuestas demandan.

El segundo de nuestros intereses al seleccionar las producciones tiene que ver con la intención de mostrar actividades que involucran distintas escalas temporales. Es decir, comentar situaciones en las que la distancia en el tiempo desde la producción original hasta la escena de la revisión es distinta en cada caso: algunas semanas, un conjunto de clases, o un año completo. Este hecho nos permite identificar un elemento central en estas propuestas de trabajo: la dirección de avance del tiempo en la clase. Una cuestión que desplegaremos a lo largo de las páginas siguientes.

Nos apoyaremos en tres ejemplos. El primero gira en torno a la revisión de cálculos conocidos para aprender otros nuevos. A través del segundo ejemplo hacemos referencia a una propuesta que apunta a repasar un conjunto de problemas para profundizar

los conocimientos sobre la multiplicación. Y, por último, el tercero se refiere a la sistematización de conocimientos geométricos para ubicarlos en un conjunto más amplio de relaciones.

PRIMER EJEMPLO: REVISAR CÁLCULOS CONOCIDOS PARA APRENDER OTROS NUEVOS

En el marco del trabajo con cálculos en el que los alumnos de primer grado deben explorar, resolver y analizar los procedimientos empleados para realizar sumas y restas, el docente propone a sus alumnos la identificación y memorización de un conjunto de sumas y restas que, progresivamente, van conformando grandes grupos o categorías a partir de alguna característica en común. Por ejemplo, las sumas de números que dan 10, las sumas de números iguales, las restas de dieces a un número de dos cifras, etcétera.



En la imagen de la izquierda pueden verse ocho carteles cuyos títulos son: Sumas que dan 10, Restar 10, Sumar o restar 1, Restas que dan 10, Sumas de dieces iguales, Restas de dieces, Sumas de números iguales, y Sumar 10. La imagen de la derecha corresponde a uno de esos carteles.

Es interesante detenerse en la función que cumplen estos carteles que quedan expuestos a la vista de todos los niños y que están ubicados en el aula a una altura tal que les permite indicar a qué suma o resta están haciendo referencia en una eventual conversación con un compañero.

Por un lado, los carteles se constituyen en una fuente de consulta tanto para resolver los cálculos que allí figuran como para la resolución de otros que no están en la lista pero que pueden ser

pensados a partir de ellos. Por el otro, permiten también que los alumnos reconozcan cuáles son los cálculos que ya saben y cuáles los que van adquiriendo.

A partir de la incorporación de nuevos carteles a esa colección, se comunica que este tema es una cuestión que va a tratarse durante varias clases y por esa razón es necesario mantener esas ideas “al alcance de la mano”. Pero, sobre todo, se hace visible ante los alumnos qué es lo que se espera que aprendan: un conjunto de resultados memorizados y el recurso de encontrar el resultado de un cálculo desconocido a partir de vincularlo con otro que ya se conoce.

El trabajo que plantea el docente apunta a analizar de manera colectiva cuáles de los cálculos que figuran en los carteles ya se saben o resultan muy sencillos. También propone agregar nuevos cálculos a partir de ciertas actividades donde es necesario sumar o restar algunos números en particular, como, por ejemplo, a través de juegos de dados o de cartas.

En este caso, revisar el trabajo realizado permite ampliar los conocimientos adquiridos en tanto nuevos grupos de cálculos pueden convertirse en objeto de estudio y agregarse a los que ya se conocen, ampliando progresivamente el campo de dominio. También permite profundizar lo que los niños han aprendido, dado que una parte de ese análisis apunta al establecimiento de relaciones entre cálculos de ese mismo repertorio que se va constituyendo –por ejemplo, vinculando las sumas que dan 10 ($3 + 7$; $4 + 6$; $5 + 5 \dots$) con sumas de números redondos que dan 100 ($30 + 70$; $40 + 60$; $50 + 50 \dots$)– y, al mismo tiempo, compromete cierto análisis sobre el funcionamiento del sistema de numeración.

La siguiente es la página 20 del libro *Estudiar Matemática en 2.º* de Editorial Santillana y aborda, precisamente, la sistematización de cierto repertorio aditivo a partir de las tareas realizadas en páginas anteriores. Esta propuesta contiene ciertos aspectos que nos permiten retomar algunos comentarios de la introducción de este capítulo.

CÁLCULOS QUE SABEMOS Y CÁLCULOS QUE VAMOS A ESTUDIAR



MIRAR PARA ATRÁS

Vuelvan a leer las páginas 16, 17, 18 y 19.
En los problemas anteriores, seguramente usaron algunas sumas y restas que "serían en la memoria". ¿Cuáles? Pueden fijarse y escribir algunas acá.

$$20 + 20 = 40 \quad 80 + 80 = 60$$

$$50 + 50 = 100 \quad 40 + 40 = 80$$



SE ABRE LA DISCUSIÓN

¿Todos escribieron los mismos cálculos?

Entre todos, escriban en el cuadro del lado los cálculos que saben.

1. ¿Cuáles de estos cálculos ya recordan de memoria? Márquenlos con una X.

Sumar y restar 1	Sumas de iguales	Sumas que dan 10	Sumas de "dobros" iguales
$2 + 1 = 3$ <input checked="" type="checkbox"/>	$1 + 1 = 2$ <input checked="" type="checkbox"/>	$1 + 9 = 10$ <input checked="" type="checkbox"/>	$30 + 30 = 60$ <input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 1 = 5$ <input checked="" type="checkbox"/>	$2 + 2 = 4$ <input checked="" type="checkbox"/>	$2 + 8 = 10$ <input checked="" type="checkbox"/>	$20 + 20 = 40$ <input checked="" type="checkbox"/>
$6 + 1 = 7$ <input checked="" type="checkbox"/>	$3 + 3 = 6$ <input checked="" type="checkbox"/>	$3 + 7 = 10$ <input checked="" type="checkbox"/>	$40 + 40 = 80$ <input checked="" type="checkbox"/>
$7 + 1 = 8$ <input checked="" type="checkbox"/>	$4 + 4 = 8$ <input checked="" type="checkbox"/>	$4 + 6 = 10$ <input checked="" type="checkbox"/>	$10 + 10 = 20$ <input checked="" type="checkbox"/>
$9 - 7 = 2$ <input checked="" type="checkbox"/>	$5 + 5 = 20$ <input checked="" type="checkbox"/>	$5 + 5 = 20$ <input checked="" type="checkbox"/>	$50 + 50 = 100$ <input checked="" type="checkbox"/>
$8 - 2 = 6$ <input checked="" type="checkbox"/>	$6 + 6 = 12$ <input checked="" type="checkbox"/>	$6 + 4 = 10$ <input checked="" type="checkbox"/>	$40 + 60 = 20$ <input checked="" type="checkbox"/>



SE ABRE LA DISCUSIÓN

¿Qué cálculos marcaron?
¿Cuáles de estos cálculos les parecen difíciles?

Pueden consultar este juego y el cuadro del lado, y compararlos con el juego.

- Completan el cuadro con más cálculos.
- Elijan una columna del cuadro y estudien esos cálculos para recordarlos.

20

Investigación: Estrategias de cálculo mental
y desarrollo del lenguaje de suma y resta

Uno de estos aspectos tiene que ver con la propuesta de la sección "Mirar para atrás". La consigna propone revisar un conjunto de páginas en las que ya se trabajó y anotar qué sumas y restas los niños tienen en la memoria.

Es importante reflexionar en este punto sobre la naturaleza de las tareas en juego. En efecto, mientras que en las páginas 16 a 19 los cálculos funcionaron como un recurso para encontrar la respuesta a los problemas que allí se plantean, aquí están al servicio de la reflexión sobre el hecho de que algunos de esos cálculos ya estaban en la memoria de quienes los realizaron. Es decir, la pregunta que debe responderse es distinta: en un caso se trata de

averiguar un resultado, mientras que en el otro se trata de identificar cuáles de esos cálculos se dominan.

Mirar para atrás –ese es el propósito de la sección– implica hacer que el tiempo avance no solo hacia adelante, sino también en un sentido que permita recuperar el trabajo realizado y dar, por lo tanto, una nueva oportunidad de pensar sobre ello. No se trata de mirar para atrás con la intención de volver a hacer lo mismo, sino de analizarlo desde un punto de vista de mayor conocimiento para poder reordenar lo aprendido hasta ese momento. Ese acto de reorganización, de establecimiento de nuevas relaciones, es, desde nuestro punto de vista, una instancia de producción de conocimientos.

El segundo de los aspectos a mencionar de las actividades de esta página está vinculado con la pregunta que se plantea en la sección “Se abre la discusión”. Allí se indaga si todos los alumnos escribieron los mismos cálculos. Aunque no hay ninguna información en la producción de este niño, es muy probable que algunas sumas y restas hayan coincidido pero otras no.

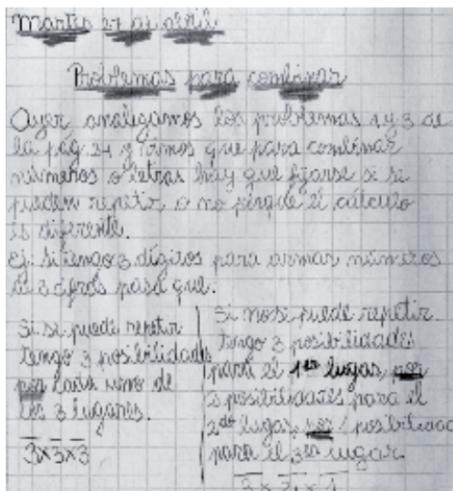
A este tipo de escenarios nos referíamos en la introducción al mencionar cierto recorrido más personal que de conjunto y que hacen a la complejidad de la gestión de estas propuestas por parte de los maestros.

Seguramente, en esta actividad el docente seleccionó algunas de las sumas y restas a partir de algún criterio vinculado al desarrollo de las clases (los cálculos que identifica como dominados por la mayoría de los niños, los que más se señalaron en las páginas precedentes y –por lo tanto– tienen más probabilidades de ser recordados, o, tal vez, los que si bien son utilizados por los niños aún no son reconocidos explícitamente).

Esta diversidad de adquisiciones y dominio de los niños tensiona las decisiones del docente. ¿Cómo avanzar encontrando algún equilibrio entre lo que la mayoría de sus alumnos está en condiciones de retener y lo que por el momento algunos no pueden memorizar?

SEGUNDO EJEMPLO: REPASAR UN CONJUNTO DE PROBLEMAS PARA PROFUNDIZAR LOS CONOCIMIENTOS SOBRE LA MULTIPLICACIÓN

Esta página pertenece a una alumna de 6.º grado. Las conclusiones que aparecen escritas aquí fueron elaboradas en el contexto del trabajo con problemas diversos vinculados a la multiplicación. Se trata, en este caso, de distinguir entre dos tipos de problemas muy similares entre sí que se diferencian solo en la posibilidad o no de repetir los elementos que componen la colección. Por ejemplo, si se deben formar números de tres cifras con los dígitos 8, 5 y 3, es posible componer algunos como 833, 888, 553, etc., si es que las cifras pueden repetirse; mientras que esas combinaciones no están disponibles si los dígitos pueden usarse solo una vez en cada número.



Como puede leerse en el texto de esta niña, la actividad fue realizada en más de un paso. El día anterior a este registro, los alumnos se dedicaron a analizar los problemas 1 y 3 de la página 24 del libro (tal vez luego de haber resuelto esas situaciones). La escritura de esta conclusión fue realizada al día siguiente. En ese momento, la actividad principal parece haber sido la elaboración del registro que quedó plasmado en la carpeta y ya no la resolución de los problemas.

En este caso el trabajo de revisión y escritura de conclusiones que propone el docente permite a los alumnos contrastar dos tipos de problemas a los que se intenta abordar con un cálculo. Muy posiblemente, la relación entre los problemas y los cálculos que los resuelven –y aun las diferencias entre ambos– no sean evidentes para los alumnos. La posibilidad de tener un espacio de análisis colectivo generado por el docente permite estudiar las condiciones que deben cumplir estas situaciones para utilizar una u otra multiplicación.

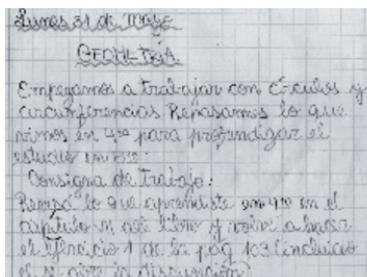
Como puede notarse, la escritura de conclusiones en la clase juega un rol fundamental no solo porque permite reconstruir más adelante las ideas matemáticas que se trataron en esta clase, sino también porque el hecho mismo de escribir impulsa a los alumnos a elaborar –inicialmente con ayuda del docente– un texto articulado. En algunos casos, esos textos podrán señalar cómo se resuelve cierto problema. En otros, como en el ejemplo anterior sobre sumas y restas, cuáles son los conocimientos que se tienen disponibles. O bien, como en el de esta alumna, estarán orientados a dar razones de esos procedimientos.

El alcance de estas conclusiones es también un aspecto a mencionar. El texto elaborado alude a números de tres cifras por tratarse, seguramente, de los números involucrados en los problemas analizados. Sin embargo, es posible suponer que las conclusiones tienen un alcance mayor y que la cantidad de cifras funciona aquí, al mismo tiempo, como un caso particular y también como un caso general a partir de que pueden considerarse otras cantidades de cifras o de elementos a combinar.

TERCER EJEMPLO: SISTEMATIZAR LOS CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS PARA UBICARLOS EN UN CONJUNTO MÁS AMPLIO DE RELACIONES

El texto de la siguiente imagen corresponde a la carpeta de una alumna de 5.º grado que está a punto de iniciar su trabajo con triángulos. Al planificar las actividades a desarrollar, el docente

decidió recuperar las actividades que los alumnos habían realizado con círculos y circunferencias el año anterior. Esas propuestas incluyeron no solo la resolución y análisis de algunos problemas nuevos aportados por el docente, sino también la lectura colectiva de algunas páginas del libro de 4.º grado que habían utilizado los alumnos el año anterior.



En la carpeta está registrado lo que los alumnos hicieron ese día y la tarea a realizar para la clase siguiente; para ello deberán utilizar el libro del año anterior.

Es interesante detenerse en algunas cuestiones que supone la realización de este trabajo. En primer lugar, compromete el uso del libro de 4.º grado, esto implica establecer algunos acuerdos en la escuela que superan el ámbito de trabajo individual de un solo maestro. En efecto, para que esta actividad pueda desarrollarse será necesario establecer ciertos acuerdos institucionales, no solo porque involucra el trabajo de dos o más maestros, sino también porque requiere un espacio físico donde guardar los libros al finalizar el ciclo lectivo, o bien, anticipar a los alumnos y sus familias que retomarán el trabajo apoyándose en los cuadernos, carpetas y libros de años anteriores de manera tal que estén disponibles al año siguiente.

A su vez, es remarcable también el tipo de tarea que el docente plantea a sus alumnos. La revisión tiene dos momentos diferenciados. El primero de ellos es colectivo, en el aula y comandado por el docente; mientras que el segundo está a cargo de los niños. Sin embargo, incluso allí, la consigna de trabajo es precisa ya que se indica qué ejercicio hay que realizar y en qué página se encuentra. Como señalamos en la introducción de este capítulo, la posibilidad

de mayor o menor autonomía de los niños es una cuestión a tener en cuenta. Aquí ese aspecto parece haber sido considerado porque el docente inicia el trabajo, lo orienta y propone una actividad definida que seguramente será retomada en clase para cerrar el proceso.

Lo que este registro no informa es cómo fueron retomados los conocimientos sobre círculo y circunferencia que los niños reconstruyeron a partir de esta propuesta. Es posible imaginar más de una alternativa: en un espacio de trabajo colectivo donde se pone en común la tarea realizada en casa o, tal vez, a partir de resolver una nueva colección de problemas en las que tales conocimientos se inserten en una red más amplia de conceptos donde, por ejemplo, lo que se sabe sobre circunferencias abona al trabajo con triángulos. El siguiente ejemplo, de este mismo grupo de alumnos, va en esa dirección. Se trata de la página 36 del libro *Matemática en quinto* de Editorial Santillana, incluida en el capítulo "Círculo, circunferencia, ángulos y triángulos". Como puede verse en la imagen, la tarea consiste en construir triángulos a partir de la información sobre la longitud de sus lados. Estos problemas brindan la oportunidad de poner en relación los viejos conocimientos con los nuevos.

Construir triángulos y estudiar las relaciones entre sus lados

◆ En una hoja lisa construir, usando el compás, un triángulo que tenga estos 3 lados.



◆ Este es uno de los lados de un triángulo. Construir, usando el compás, el triángulo sabiendo que los otros dos lados miden 3 cm y 2 cm.

◆ a) Construir, usando el compás, un triángulo cuyos lados midan 5 cm, 7 cm y 6 cm.
b) ¿Es posible construir más de uno con esos datos?

◆ Encontrá un punto que esté a 2 cm de B y a 5 cm de A a la vez, y llamalo C. Construí, si es posible, el triángulo ABC.



En este problema hay que tener en cuenta que para poder los problemas propuestos, el triángulo que se construye debe ser un triángulo.

Las tres situaciones presentadas en este capítulo tienen en común que recuperan un conocimiento ya abordado y, al analizarlo, lo ubican en un plano de mayores relaciones. Las tres situaciones también resaltan la importancia de escribir en la clase y la necesidad de acompañarlos en sus posibilidades de identificar lo que han aprendido para poder utilizarlo como herramientas frente a aquello que deben resolver. Utilizar un conocimiento “viejo” –en el sentido de un conocimiento que está disponible y se domina– para elaborar un conocimiento “nuevo” requiere que la relación entre ambos sea objeto de reflexión con los alumnos.

Identificar los cálculos que ya se conocen, establecer características de un conjunto de problemas, reconocer diferencias entre situaciones que parecen similares, recordar cierto procedimiento, precisar las cuestiones que ya se dominan y señalar las que aún es necesario seguir practicando son formas posibles de revisar el trabajo realizado. Hemos intentado mostrar aquí algunas de las posibles situaciones en las que la revisión permite ampliar o profundizar esos conocimientos.

CAPÍTULO IV

REPASAR Y PRACTICAR LO APRENDIDO

Hemos mencionado a lo largo de estas páginas diversas instancias de estudio colectivo en las que se analizan, discuten, comparan y vinculan problemas, procedimientos y conceptos. Las actividades a las que haremos referencia en este capítulo nos permiten enfatizar la importancia de promover (tanto en la clase como fuera de ella) espacios de “trabajo personal que les permita un retorno sobre el trabajo que se viene realizando”.^{7 8}

7. DGCyE. de la Pcia. de Buenos Aires. Dirección Provincial de Educación Primaria (2008). Diseño Curricular de Educación Primaria (p. 42).

8. Al hablar de “retorno sobre lo realizado” quedarían fuera las tareas domiciliarias que llevan al alumno a resolver en soledad los problemas que en clase solo alcanzó a copiar del pizarrón. También

En ocasiones, tal como mencionamos en el capítulo anterior, este retorno permitirá repasar contenidos estudiados anteriormente y colocar a los alumnos en mejores condiciones de abordar los nuevos. En otras, el repaso estará orientado a revisar (y avanzar en el dominio de) lo trabajado como parte de la preparación para una evaluación que se aproxima.

Este tipo de propuestas suele derivarse en lo que conocemos como “tareas para la casa”. Más allá de las controversias que despierta esta práctica usual, entendemos que un análisis de las posibilidades y potencia de estos espacios puede colaborar en su resignificación.

Asimismo, intentamos señalar que no resulta suficiente con proporcionar al alumno un conjunto de tareas para repasar, practicar o estudiar en casa si no se ha destinado en clase un tiempo de trabajo que le permita resolverlas por sí mismo sin requerir la ayuda de los pares, el maestro o la familia. Será importante establecer acuerdos con las familias en los que se explicita la importancia de sostener a los niños en la tarea, “tolerar” los errores como parte del proceso y que resulta necesario que el docente los analice para ayudarlos a avanzar, que pueden ayudar a poner en palabras sus dudas y las planteen en la clase (lo que implica el compromiso del docente de habilitar un espacio para tratarlas).

También queremos resaltar una tensión que se produce cuando los maestros, al intentar preservar la autonomía de resolución por parte de los alumnos, reducen la dificultad de las tareas transformándolas en una nueva tarea (muchas veces de carácter mecánico) que no solo se aleja del nivel de complejidad inicial, sino también del contenido (Peltier Barbier, 2006).

Para que la resolución con autonomía sea posible es fundamental que el alumno disponga de diferentes recursos que le permitan recuperar información sobre lo trabajado, o bien, saber dónde buscarla. Si el trabajo de repaso o de práctica se realiza

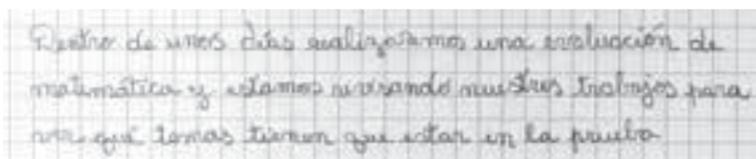
nos alejamos de las propuestas que aumentan la cantidad de repeticiones de las tareas (cuentas, cálculos, unidades de medida, medición de ángulos, tablas de multiplicar) buscando la fijación, mecanización o memorización. Se trata de promover un retorno reflexivo sobre lo realizado y no de incrementar el volumen de ejercicios del mismo tipo.

en el aula, los alumnos podrían consultar los carteles o afiches allí expuestos, así como también la información disponible en sus cuadernos, carpetas o libros. Cuando la tarea se realiza en la casa, la importancia de contar con registros del trabajo personal y colectivo es aun mayor. La información puede incluir textos, gráficos, cuadros, fotos (de pizarrones durante la puesta en común, de procedimientos de compañeros que fueron discutidos en la clase o que se van a analizar al día siguiente, de cuerpos geométricos, etc.). Si fuera posible complementar los cuadernos y carpetas en papel con archivos digitales, podrían incluirse registros en audio y video de elaboración propia o realizados por otros alumnos (de su propio curso o de otros), *links* de videos con explicaciones de sitios de internet, archivos de GeoGebra propios o ajenos, entre otros. En todos los casos, queda claro que es necesaria la accesibilidad, legibilidad y claridad de tales registros. A su vez, será preciso que se encare previamente un trabajo colectivo sobre tales informaciones, lo cual implicará generar espacios para que los alumnos aprendan a: tomar apuntes en clase, retomarlos, revisarlos y mejorarlos, organizar la información disponible –como, por ejemplo, a través de carátulas e índices en las carpetas–, confeccionar glosarios que permitan recuperar el significado de viejos y nuevos conceptos, localizar información en libros o sitios de internet.

Como mencionamos anteriormente, las tareas de repaso y práctica podrían ser tanto individuales como colectivas, realizadas en la escuela o en la casa. En escuelas de jornada completa o doble jornada suele destinarse un tiempo escolar para que los alumnos revisen, retomen o practiquen aquello que fue trabajado en clase. En las escuelas rurales, en las que suele discontinuarse la asistencia –por ejemplo, debido a períodos de inundaciones–, la tarea domiciliaria se constituye en uno de los medios privilegiados para sostener las propuestas de enseñanza y favorecer la continuidad de los aprendizajes. En este sentido, los medios tecnológicos han modificado y ampliado las posibilidades.

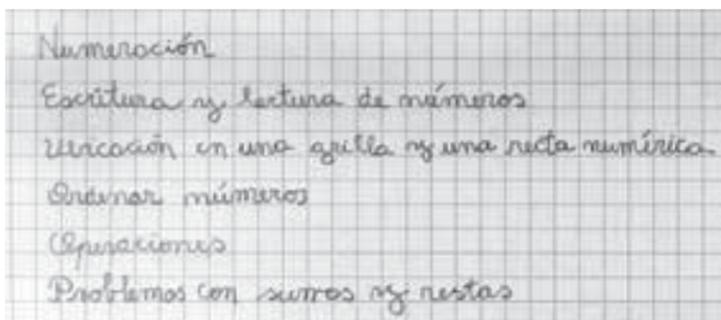
En relación con el período de repaso que antecede a una evaluación, la tarea podrá iniciarse en clase revisando los cuadernos, carpetas y libros para identificar los contenidos que han sido tra-

tados. Se podrán identificar los temas a estudiar y sus dudas, los tipos de problemas abordados y cómo se resuelven. Como puede leerse en la página del cuaderno de un alumno de 3.º grado que compartimos a continuación, el grupo se dispone a iniciar el repaso para la evaluación.



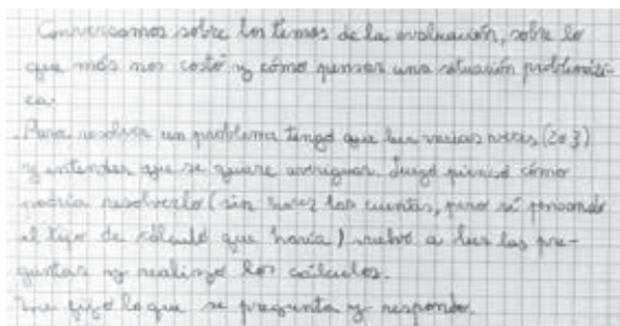
Después de unos días realizamos una evaluación de matemática y estamos revisando nuestros trabajos para una que vamos a tener que estar en la prueba.

Luego de revisar sus cuadernos y libros, elaboran una lista de los temas que tienen que estudiar.



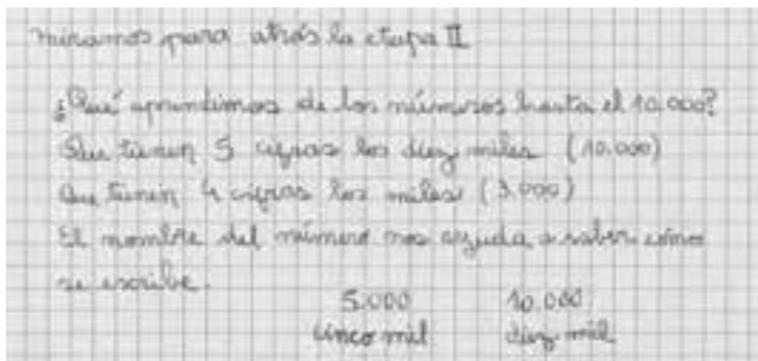
Numeración
Escritura y lectura de números
Ubicación en una grilla y una recta numérica.
Ordenar números
Operaciones
Problemas con sumas y restas

Como parte del trabajo de repaso y estudio, los niños señalan que les resulta difícil resolver situaciones problemáticas. Este tema es abordado en forma colectiva y registran algunos consejos a tener en cuenta cuando se enfrentan a este tipo de tarea.



Conversamos sobre los temas de la evaluación, sobre lo que más nos costó y cómo pensar una situación problemática.
Para resolver un problema tengo que leer varias veces (2o3) y entender que se quiere averiguar. Luego pienso cómo voy a resolverlo (sin hacer las cuentas, pero sí pensando el tipo de cálculo que haré) vuelvo a leer las preguntas y realizo los cálculos.
Una vez lo que se pregunta y respondo.

En otras ocasiones, la tarea de repaso los lleva a identificar con mayor claridad qué es lo que aprendieron en relación con los temas abordados; en este caso, los números y el sistema de numeración, a partir de una propuesta del libro *Estudiar Matemática en 3.º* de Editorial Santillana.



Algunas de estas tareas podrían continuarse fuera de la clase: finalizar tareas incompletas, revisar errores pendientes, reemplazar por procedimientos más avanzados los que utilizaban al iniciar el estudio del tema, resolver nuevos problemas semejantes a los realizados en clase, revisar o completar los apuntes de clase, las conclusiones o las definiciones incluidas en el glosario. Por ejemplo, en la página 10 del libro *Matemática en segundo* de Editorial Santillana pueden observarse diferentes procedimientos desplegados por un alumno para resolver cada problema. Interesa reponer que la escritura de los cálculos que allí figuran se produjo varias clases después del primer encuentro con estos problemas. Incluso puede leerse que han agregado un nuevo título que da cuenta de la intención de la tarea: "Cálculos para resolver los problemas". Esta vuelta sobre lo realizado y el reconocimiento de los cálculos pertinentes que inicialmente no habían sido utilizados van en la dirección de cargar de sentido los aprendizajes y tomar conciencia de los avances de sus propios conocimientos.

PARA RESOLVER DE DISTINTAS FORMAS I

Escuelas para resolver los problemas

1 Miro tiene 12 lápiz y 6 crayones en su cartuchero. ¿Cuántos útiles tiene para pintar?

$12 + 6 = 18$
 $12 - 6 = 6$
 $6 + 12 = 18$

2 Julia tenía escritas 20 hojas del cuaderno. Esta semana usó otras 15. ¿Cuántas hojas del cuaderno tiene escritas ahora?

$20 - 15 = 5$
 $20 + 15 = 35$
 $15 + 20 = 35$

3 David llevó a la escuela una caja con 30 lápices de colores. A 10 lápices les falta la punta. ¿Cuántos puede usar si no quiere sacarlos punta?

$30 - 10 = 20$
 $10 + 20 = 30$
 $30 - 10 = 20$

4 Francisca llevó al recreo 20 caramelos. Comió 5 a sus amigos. ¿Cuántos le quedaron para comer?

$20 - 5 = 15$
 $5 + 20 = 25$
 $20 - 5 = 15$

5 Martín tenía 20 figuritas. José le regaló 9 que tenía repetidas. ¿Cuántas figuritas tiene Martín ahora?

$20 - 9 = 11$
 $9 + 20 = 29$
 $20 + 9 = 29$

10

Es importante mencionar que, considerando que se trata de un retorno personal sobre el trabajo que se viene realizando, es claro que no todos los alumnos necesitarán dedicarle el mismo tiempo a todos los contenidos y que el nivel de acercamiento y dominio a cada uno de ellos diferirá en cada caso. No solo serán diferentes los repases y las prácticas que cada alumno organizará individualmente, sino que tal diversidad deberá ser considerada por los docentes al momento de planificar este trabajo. Es así que el tiempo de repaso y práctica se constituye en una oportunidad para que los maestros ofrezcan a sus alumnos, a cada uno, tareas sobre aquello que necesitan revisar, superar o dominar aún más. Incluso, para aquellos alumnos más avanzados podría ser una oportunidad para prepararse para explicar a los compañeros las dudas que han planteado.

A su vez, por tratarse de un tiempo personal de reencuentro con lo trabajado en clase, se habilitan otros ritmos de exploración, consulta de información y resolución. En la intimidad de la

tarea podrá darse más permiso para probar, equivocarse y volver a intentar, consultar su carpeta, libros o en internet. En las clases suele priorizarse el trabajo con otros, cuestión con la que acordamos siempre que no se desplace el trabajo individual al ámbito extraescolar. ¿Cómo pretender que un alumno estudie un tema en su casa si no ha tenido oportunidad de aprender a hacerlo en la escuela?

Para finalizar, también nos interesa mencionar la importancia de destinar un tiempo en el aula para analizar colectivamente los errores producidos en las evaluaciones. Luego de lo cual los alumnos podrían tener una nueva oportunidad de revisar los propios y mejorar la versión inicial. Esta tarea podría resolverse en forma domiciliaria. De este modo queda claro que las instancias de evaluación no cierran los procesos de enseñanza, sino que los integran y ayudan a identificar cómo continuar.

PALABRAS FINALES

Como planteamos en la introducción, sabemos que el desempeño exitoso en esta disciplina no está asegurado por el capital cultural conferido por el grupo social de procedencia de los niños ni tampoco se nace naturalmente bueno para aprenderla. Por el contrario, al proponer enseñar a estudiar en la escuela primaria estamos asumiendo que es viable para todos los alumnos acceder al sentido de los nuevos conocimientos si participan de situaciones en las que tienen oportunidad de hacer matemáticas junto a otros tomando conciencia de lo que van aprendiendo.

Asumir esta posición supone considerar la variedad de recorridos posibles en el proceso de apropiación de saberes matemáticos que es inherente a cualquier grupo de alumnos. A la vez, exige reconocer que es necesario intervenir haciéndonos cargo de esta heterogeneidad a partir del planteo de propuestas de estudio como las presentadas aquí, que permitan que los cono-

cimientos nuevos se transformen en ya conocidos, entrelazados en la trama de ideas de cada niño y reutilizables en problemas futuros. Seguramente, las intervenciones requeridas no serán las mismas para todos ni todos lograrán reorganizar sus aprendizajes en la misma situación, pero, sin duda, ofrecer prácticas de estudio diversas y recursivas en las que ellos puedan participar ampliará las ocasiones para todos de avanzar en el establecimiento de nuevas relaciones y en la sistematización de sus conocimientos.

Hemos señalado en algunas oportunidades de qué manera esta concepción de estudio implica responsabilizarse durante un tiempo escolar de que la enseñanza no implica una comunicación directa del saber matemático y de que es preciso distinguir, en el trabajo en las aulas, que hay tiempos diferentes para explorar, para afianzar, para practicar, para retomar, para reutilizar, entre otras cuestiones. Creemos que es interesante que los alumnos vayan progresivamente tomando conciencia de que estos tiempos son de mediano plazo y que empiecen a confiar en que durante el tiempo que abarca el estudio de nuevos conceptos aquello que es nuevo se volverá de a poco más conocido.

Partimos de la idea de que enseñar a estudiar matemáticas excede los límites del aula, se trata de una responsabilidad compartida por el conjunto de los docentes de la escuela. La elaboración de un proyecto institucional que articule las propuestas que se ofrecen en cada uno de los años de la escolaridad permite sostener la continuidad y la progresión en las situaciones de enseñanza del estudio y en los aprendizajes de los niños. En el recorrido que realizan los alumnos a lo largo del nivel primario en su formación como estudiantes resulta indispensable que encuentren diversidad de oportunidades de construir un proyecto propio de aprendizaje en el que puedan lograr una autonomía creciente en su relación con el conocimiento. Se intenta así generar mejores condiciones para que los niños asuman un lugar de protagonismo en el proceso de estudio.

Finalmente, estas ideas están atravesadas por la convicción de que las relaciones con las matemáticas escolares se construyen

a partir de las experiencias vividas y del tipo de interacciones que se promuevan en torno a ellas. Estas relaciones con el saber matemático, además, son también transformables por nuevas enseñanzas. Desde este punto de vista, estamos asumiendo que participar en procesos colectivos de estudio como los que hemos ejemplificado permite ocuparse al interior de la escuela de las relaciones de los alumnos con esta disciplina.

BIBLIOGRAFÍA

- Brousseau, G. y Centeno, J. (1991). “Rôle de la mémoire didactique de l’enseignant”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11 (2/3), pp. 167-210.
- Butlen, D. (1996). *Dos ejemplos de situaciones de enseñanza de la matemática dirigida a alumnos con dificultades*. IUFM de Créteil. En Documentos para la formación de profesores de escuela en didáctica de la matemática, COPIRELEM tomo V, IREM Paris–VII.
- Charlot, B. (1991). *La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas*. Traducción en versión mimeo de la conferencia dictada en Cannes en marzo de 1986 y publicada en Bkouche, R., Charlot, B. y Rouche, N. *Faire des mathématiques: le plaisir du sens*. París, Armand Colin.
- Charlot, B. (1997) [2009]. *La relación con el saber. Elementos para una teoría*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, ICE–Horsori Editorial.
- Dirección de Currícula (2005). Documento N.º 2. *La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática*. Serie “Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio”. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- Dirección Provincial de Educación Primaria (2007). *Propuestas de Matemática para los inicios de primer año*. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- Dirección Provincial de Educación Primaria (2008). *Diseño Curricular de Educación Primaria*. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- Dirección Provincial de Educación Primaria (2009). *Mejorar los aprendizajes. Cómo recuperar conocimientos trabajados*. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

- Dirección Provincial de Educación Primaria (2009). *La evocación de conocimientos en una clase de sexto grado*. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- Dirección Provincial de Educación Primaria (2014). “Régimen Académico del Nivel Primario” (resolución 1057/14). DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- Itzcovich, H., Resia de Moreno, B., Novembre, A. y Becerril, M. (2007). *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires, Editorial Aique.
- Lerner, D., Aisenberg, B. y Espinoza, A. (2012). “La lectura y la escritura en la enseñanza de Ciencias Naturales y de Ciencias Sociales. Una investigación en didácticas específicas”. En *Anuario de Investigaciones en Ciencias de la Educación. 2010–2011*, pp. 529-541. Buenos Aires, Universidad de Buenos Aires.
- Margolinas, C. (1993). *De la importancia de la verdad y la falsedad en la clase de matemáticas*. Grenoble, La Pensée Sauvage. Versión traducida y mimeografiada.
- Ministerio de Educación (2008). *Algunas propuestas para trabajar con los alumnos del Nivel Primario*. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- Morillo, M. J. (2010). “La escritura autónoma de conclusiones en el área de matemática”. En *La enseñanza de las prácticas del lenguaje*. Buenos Aires, 12(ntes).
- Peltier Barbier, M–L. (2006). *¿De qué manera resuelven los docentes de matemática de alumnos de medios socialmente desfavorecidos la contradicción entre éxito inmediato y aprendizaje?* Documento de DIDIREM, Université de Paris 7, IUFM de l’Académie de Rouen. Versión traducida y mimeografiada.
- Perrin–Glorian, M–J. (1993). “Questions Didactiques soulevées à partir de l’enseignement des mathématiques dans des classes ‘faibles’”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(1.2), 5–118.

- Quaranta, M. E. y Wolman, S. (2003). "Discusiones en las clases de matemáticas. Qué, para qué y cómo se discute". En Panizza, M. (comp.). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós.
- Sancha, I. (2017). *Escrituras en las clases de matemática para explicitar, reorganizar y sistematizar lo aprendido. Análisis de una secuencia*. Tesis de Maestría en Escritura y Alfabetización. UNLP.
- Vérin, A. (2004). "Los lenguajes en la organización de la clase de Ciencias". En Belmonte Gómez, J. M. y otros. *Los lenguajes de las ciencias*. Serie: Aulas de Verano. ISFP. España. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Claudia Broitman es profesora de Enseñanza Primaria, licenciada en Ciencias de la Educación (UBA) y doctora en Educación (UNLP).

Es profesora de Didáctica de la Matemática en la carrera de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata y en diferentes carreras de posgrado. Es investigadora en diversos temas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas para los niveles inicial y primario. Es coautora del área de matemática de diferentes diseños y documentos curriculares de educación primaria y de formación docente, así como autora de artículos en revistas especializadas y libros dirigidos a investigadores y docentes.

Mónica Escobar es profesora de Enseñanza Primaria, profesora en Ciencias de la Educación y magíster en Educación (UNLP).

Es profesora de Didáctica de la Matemática en la Universidad Nacional de La Plata y en institutos superiores de formación docente. Investiga sobre la enseñanza de las matemáticas en plurigrados de escuelas rurales. Coordina el área de matemática en diversos jardines de infantes y escuelas primarias.

Es coautora del área de matemática del Diseño Curricular de Educación Primaria, de documentos de desarrollo curricular para los niveles primario e inicial de la Provincia de Buenos Aires; y autora de distintas publicaciones destinadas a docentes y niños.

Héctor Ponce es profesor de Enseñanza Primaria, licenciado en Ciencias de la Educación (UBA) y especialista en Enseñanza de las Ciencias Experimentales y Matemática (UNSAM).

Es profesor en la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para la Educación Primaria en la Universidad Pedagógica Nacional (UNIPE) y en institutos superiores de formación docente.

Investiga sobre la adquisición del sistema de numeración en alumnos de 2.º ciclo de la escuela primaria (UBACyT).

Es coautor del área de matemática del Diseño Curricular para el Profesorado de Educación Primaria (GCBA) y autor de documentos de actualización curricular, libros y artículos sobre la enseñanza de las matemáticas.

Inés Sancha es maestra normal superior, profesora en Ciencias de la Educación y magíster en Escritura y alfabetización (UNLP).

Actualmente se desempeña como jefa de Trabajos Prácticos en la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para la Educación Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional (UNIPE), y como docente de apoyo en el área de matemática en la Escuela Graduada Joaquín V. González de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP).

Es coautora del área de matemática del Diseño Curricular de Educación Primaria, de documentos de actualización curricular de la Provincia de Buenos Aires y de distintas publicaciones destinadas a docentes y niños.