

PUBLICACIONES DEL OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Director: Ingeniero VIRGINIO MANGANIELLO

SERIE ASTRONÓMICA. - Tomo XXII.

Estadística estelar

simultáneamente en varias longitudes de ondas efectivas

y las leyes de la absorción interestelar

POR

HERBERT WILKENS



LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1945

Talleres Gráficos OLIVIERI & DOMINGUEZ - La Plata

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
(1945)

Presidente:

Doctor ALFREDO D. CALCAGNO

Vicepresidente

Ingeniero Aquiles D. Martínez Civelli

Secretario General

Doctor Bernardo Rocha

Consejeros titulares:

Ingeniero Carlos S. Bianchi

Doctor Angel Cabrera

Doctor Manuel Cieza Rodríguez

Profesor Ernesto L. Figueroa

Ingeniero agrónomo Salomón Horovitz

Ingeniero Virginio Manganiello

Ingeniero agrónomo Antonio E. Marino

Doctor Fernando Márquez Miranda

Doctor José Peco

Doctor Antonio G. Pepe

Doctor Vicente Ruiz

Doctor Coradino Sbariggi (Delegado inter-
ventor de la Fac. de Med. Veterinaria)

Guarda Sellos:

Dr. Alfredo D. Calcagno

Representantes de los alumnos:

Señor Juan Carlos Franco

Señor Julio Mario Martín

INSTITUTO DEL OBSERVATORIO Y ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS ASTRONOMICAS Y CONEXAS

Director

Ingeniero VIRGINIO MANGANIELLO

Secretario

Agrimensor Carlos Albarracín Sarmiento

PERSONAL DOCENTE, CIENTIFICO
Y TECNICO

Jefes de Departamento y profesores:

Doctor Bernhard H. Dawson

Ingeniero Simón Gershánik

Señor Juan José Nissen

Ingeniero Numa Tapia

Doctor Alexander Wilkens

Astrónomo de primera:

Agrimensor Hugo Arturo Martínez

Geofísico:

Ingeniero José Mateo

Geofísico de segunda y profesor:

Doctor Reynaldo P. Cesco

Geofísico de segunda:

Ingeniero Enrique Levin

Astrónomo de segunda:

Ingeniero Miguel A. Agabios

Astrónomo de tercera:

Señor Silvio Mangariello

Astrónomos de quinta:

Agrimensor Angel A. Baldini

Doctor Carlos U. Cesco

Agrimensor Miguel Itzigsohn

Doctor Jorge Sahade

Doctor Herbert Wilkens

Ayudantes astrónomos de primera:

Señor Ricardo Luis Lassalle

Señor Rodolfo López

Ayudantes geofísicos de primera:

Señor Julio Lenzi

Señor Juan Carlos Natale

Calculista:

Señor Jorge A. Garbarino

Ayudantes astrónomos de segunda:

Señor Domingo Santiago Sarmiento

Señor Pastor J. Sierra

Meteorólogo:

Señor Guillermo H. Borel

Calculistas ayudantes:

Señorita Ana Grigorieff

Señorita Hulda Alicia Hartmann

Señor Federico A. Thomas

Auxiliar geofísico:

Señorita Suzana Martínez Salas

Mecánico especialista:

Señor Gregorio Plotnikoff

A G R A D E C I M I E N T O S

El autor quiere expresar aquí su más cordial agradecimiento hacia el Ing. Félix Aguilar, Director del Observatorio, fallecido en 1943, por la constante ayuda que le dispensara en todo momento; lo mismo que al actual Director, Ing. Virginio Manganiello, por su interés por que este trabajo se editara cuanto antes.

Especialmente desea agradecer la colaboración prestada por el señor Andrés Guillén, Bibliotecario del Observatorio, quien no sólo lo tuvo siempre al corriente de las novedades bibliográficas sobre el tema, sino que, además, le solucionó las múltiples dificultades que ofreció la composición de las tablas y dibujos y la impresión misma de la obra; ayudándolo, también, en la preparación del texto castellano, sobre todo en la elección de muchas palabras técnicas.

Finalmente, quiere destacar su más vivo reconocimiento hacia el alumno de la Escuela Superior de Ciencias Astronómicas y Conexas, R. P. Dr. Juan Bussolini, S. J., por haber traducido al castellano su manuscrito alemán.

INTRODUCCION

A fines del siglo XVIII comenzó W. Herschel (1) [continuando luego su hijo J. Herschel (2)] el recuento de las estrellas, a los efectos de deducir la forma de nuestro sistema sideral. Las suposiciones adoptadas por ambos fueron extremadamente simples, a saber:

- 1) La distribución de la población estelar en el espacio es igual en todas partes.
- 2) Todas las estrellas poseen la misma intensidad luminosa absoluta.
- 3) La luz se propaga por el espacio interestelar sin disminuir su intensidad, en forma que las magnitudes aparentes sólo serían una consecuencia de la variación de sus distancias entre si.

La sistematización de la estadística estelar se inició, pues, partiendo de estas tres hipótesis, que en el transcurso de un siglo, sin embargo, se ha comprobado que sólo tenían el carácter de aproximaciones groseras. Corresponde a H. W. M. Olbers (3) y F. G. W. Struve (4) el mérito de haber introducido por primera vez en la estadística estelar la idea de una extinción en la luz de las estrellas que pueblan el espacio. A principios del presente siglo J. C. Kapteyn (5) y H. von Seeliger (6), trataron de determinar algo así como un valor máximo del coeficiente de absorción interestelar T (absorción por kiloparsec) basándose en la hipótesis probable de que, en general, la verdadera distribución de la densidad de las estrellas en el espacio universal no podría aumentar notablemente con el distanciamiento de las mismas.

El valor encontrado por Kapteyn fué

$$T > + 1 \frac{\text{mag vis}}{\text{kpc}}$$

siendo el de von Seeliger

$$T < + 1 \frac{\text{mag vis}}{\text{kpc}}$$

Pronto, naturalmente, surgió la sospecha, de si la fuerza de la absorción interestelar no podría depender de la longitud de onda de la luz. Así es como en un trabajo estadís-

tico-estelar de H. S. Jones (7), publicado en 1915, encontramos ya determinado el valor del coeficiente selectivo T_{u-l} entre la longitud de onda efectiva azul (fotográfica) y la amarilla (visual o fotovisual):

$$T_u - T_l = T_{u-l} = + 0.47 \frac{mag_{u-l}}{kpc}$$

En el año 1917, J. Halm, (8), en una investigación de carácter semejante, encontró para el coeficiente de la absorción interestelar en la luz azul sola

$$T_u = + 3.05 \frac{mag}{kpc}$$

Halm hace notar que en la fórmula (S =absorción en magnitudes)

$$\frac{S_{\lambda = 520\mu\mu}}{S_{\lambda = 430\mu\mu}} = \frac{T_{520}}{T_{430}} = \left(\frac{520}{430} \right)^x$$

el valor de x toma el valor de aproximadamente -1 cuando se combina su coeficiente azul con el anteriormente denominado selectivo azul-amarillo de Jones; es decir, que se tendría aproximadamente la llamada ley λ^{-1} de la alteración de color interestelar selectiva. Quiere decir, entonces, que desde hace ya 25 años han sido suministrados —para ciertas suposiciones especiales— valores y cualidades de la absorción interestelar. En nuestra presente investigación volverán, pues, a reaparecer estos datos en la misma forma aunque para condiciones muy particulares. En lo que se refiere al desarrollo histórico del problema de la absorción interestelar en el espacio, puede consultarse la excelente disertación de H. Kienle (9), aparecida en 1922. Adjunta a dicha publicación se encuentra una lista abundante de la literatura al respecto; entre los nombres que se citan subrayamos que en la actualidad deberían mencionarse de una manera especial a F. S. King y P. J. van Rhijn.

Un compás de espera en los ensayos tendientes a establecer una dependencia directa entre el color de las estrellas y sus distancias, es provocado por las observaciones de los colores de las estrellas en los cúmulos globulares, realizadas en los años 1915-17 por H. Shapley (10; 11 p 118; 12a p 715, 733) que contradecían apodícticamente la selectividad de la absorción interestelar; a ello se añaden más tarde (1925) los trabajos de K. Lundmark (13) sobre la variabilidad de la luminosidad superficial de las nebulosas extragalácticas respecto a sus distancias, y, finalmente (1929), las investigaciones de H. Shapley y A. Ames (14) sobre la relación entre diámetros, magnitud fotométrica y distancia de nebulosas extragalácticas en la región Coma-Virgo, que corroboran una absorción general no-selectiva en el espacio universal internebuloso.

Sin embargo, los resultados sobre absorción interestelar en nuestro sistema estelar obtenidos en los años 1929 y 1930 por C. Schalén (15) y R. J. Trümpler (16) contribuyeron eficientemente a la solución del problema dándole así un nuevo impulso. Schalén,

eligiendo en regiones especiales de la vía láctea grupos de estrellas del tipo B y A de luminosidad absoluta máxima, investigó qué coeficiente azul de absorción T_u debería ser aceptado como el más en consonancia con una distribución de densidad constante de las estrellas situadas en el plano de la vía láctea. Como promedio encontró:

$$T_u = + 0.5 \frac{mag_u}{kpc}$$

y como valor máximo probable:

$$(T_u)_{max} \approx + 2.0 \frac{mag_u}{kpc}$$

En general, Schalén considera como muy probable que la fuerza de la absorción varía fuertemente de una región a otra. El valor máximo antes citado fué encontrado en Cygnus y Auriga. Como hasta entonces, Schalén aceptó también la forma lineal simple de la absorción interestelar S , medida en magnitudes: $S = T \times R$. Schalén dedujo sus coeficientes de absorción para distancias desde $R = 1$ hasta más o menos 4 kiloparsecs. No escapó, naturalmente, a Schalén, el detalle que, a pesar de la selección de las diferentes regiones del cielo y de las diversas leyes que rigen la hipótesis de la distribución de la densidad de las estrellas, con las distancias de las mismas el coeficiente T de la absorción interestelar disminuye cuando dichas distancias son muy grandes.

Los resultados de Schalén sobre las relaciones de la absorción en nuestra vía láctea, encontraron pronta confirmación en un trabajo de Trümpler (16), basado en el examen de 334 cúmulos estelares galácticos abiertos. En un centenar de estos, Trümpler trató de ver si valía la conocida relación

$$Dm = \frac{\omega'}{3.44} \times R$$

en la hipótesis plausible que se tenga que

$$\text{Diámetro lineal promediado} = \overline{Dm} = \text{const.}$$

que ω , o sea el diámetro angular aparente de un cúmulo, venga dado por observación directa en minutos de arco, y que R , expresado en kpc , aparezca bajo la forma del módulo de distancia $m-M$. Extraño resultado: el promedio de las diferencias $Dm - \overline{Dm}$, resultante del examen de ese centenar de cúmulos estelares, subdivididos en seis grupos para distancias oscilantes entre $R=0.3$ y $R=3.8 kpc$, delata un andar que guarda una notable relación con la distancia R , a saber, que los diámetros lineales Dm calculados para los cúmulos más lejanos casi duplican el tamaño de los más cercanos. Y a falta de algo que explicara satisfactoriamente los resultados obtenidos, se comprobó que tales diferencias pueden, a lo menos en primera aproximación, ser tratadas aplicando la ley ya citada de

la absorción interestelar: $S = T \times R$. Trümpler encontró así para toda la vía láctea un valor promedio de

$$T_u = T_{\lambda = 430\mu\mu} = + 0.67 \pm 0.07 \text{ (e. p.) } \frac{mag_{430}}{kpc}$$

A los efectos de coordinar esta fuerte absorción encontrada en las latitudes más bajas ($|B| < 8^\circ$ según Trümpler) con la escasez de fenómenos de absorción y alteración del color que delatan, los cúmulos globulares [según Sharpley (10; 11 p 118; 12a p 715, 733)] y las nebulosas extragalácticas [según Lundmark (13) y Sharpley y Ames (14)], a pesar de sus enormes distancias y de sus altas latitudes galácticas, Trümpler dió como única solución posible la siguiente: el medio absorbente, de un modo semejante al de los cúmulos estelares abiertos, se encuentra muy fuertemente concentrado en dirección al plano de la vía láctea, en forma tal que la mayor parte de dicha materia absorbente está contenida en una capa cuyos límites oscilan sólo en una distancia de ± 100 parsecs del plano central de la vía láctea hacia el Norte y Sud respectivamente. El pequeño remanente de absorción se diluiría muy rápidamente distanciándose cada vez más del susodicho plano.

En base a esta teoría, Trümpler interpretó a su vez como efectos de esta capa de absorción interestelar en realidad selectiva, los excedentes de color E determinados por Hertzsprung, Seares, Shapley, von Zeipel y Lindgren, Wallenquist, en siete cúmulos estelares abiertos. La fórmula empleada fué:

$$(S_u - S_l) = (T_u - T_l) \times R$$

siendo

$$\left(\begin{array}{l} \text{Azul} = u \quad ; \quad \text{Amarillo} = l \\ \lambda_u = 430\mu\mu \quad ; \quad \lambda_l = 530\mu\mu \end{array} \right)$$

es decir que:

$$E_{u-l} = T_{u-l} \times R$$

o sea:

$$E_{430-530} = T_{430-530} \times R$$

Trümpler obtuvo para el coeficiente de absorción selectiva (azul-amarilla) el valor:

$$T_{u-l} = T_{430-530} = + 0.32 \pm 0.03 \frac{mag_{430-530}}{kpc}$$

Expresión en la que llama poderosamente la atención el valor de $T_{430-530}$ al compararlo con el de Trümpler

$$T_{430} = + 0.67 \frac{mag_{430}}{kpc}$$

pues se tendría

$$T_{530} = + 0.35 \frac{mag_{530}}{kpc}$$

y

$$\frac{T_{530}}{T_{430}} \approx 0.5$$

Pero en realidad esto no corresponde en forma alguna a una ley λ^{-1} de alteración interestelar de color, sino mas bien a un exponente $x = -3$ de la fórmula de alteración del color:

$$\left(\frac{S_{\lambda = 530\mu\mu}}{S_{\lambda = 430\mu\mu}} \right) = \left(\frac{530}{430} \right)^X$$

Cuando, por ej., como en nuestro caso, se tiene $S_{\lambda} = T_{\lambda} \times R$, entonces resulta directamente:

$$\frac{S_{530}}{S_{430}} = \frac{\frac{d S_{530}}{d R}}{\frac{d S_{430}}{d R}} = \frac{T_{530}}{T_{430}} = \left(\frac{530}{430} \right)^X$$

vale decir que $x \approx -3$, como se puede deducir de la tabla 1.

TABLA 1.

LA ESCALA DE LA ALTERACION DE COLOR ENTRE LAS LONGITUDES DE ONDA EFECTIVA $\lambda = 430, 480, 530, 630 \mu\mu$ A DIFERENTES POTENCIAS DE LA ABSORCION INTERESTELAR.

$\lambda_1 - \lambda_2$	430 - 480	430 - 530	430 - 630
X	$\left(\frac{S_{\lambda_2}}{S_{\lambda_1}} \right) = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^X$		
- 9.0	0.37	0.152	0.032
- 8.0	.41	.188	.047
- 7.0	.46	.23	.069
- 6.0	.52	.29	.101
- 5.0	.58	.35	.148
- 4.0	.64	.43	.22
- 3.0	.72	.53	.32
- 2.0	.80	.66	.47
- 1.5	.85	.73	.56
- 1.0	.90	.81	.68
- 0.5	0.95	0.90	0.83
0.0	1.00	1.00	1.00

Como acabamos de ver, las investigaciones de Trümpler no sólo confirmaron y ampliaron la idea de la absorción interestelar, sino que al mismo tiempo aportaron una nueva serie de valores para las diferentes constantes que forman parte de la teoría. La solución del problema progresó luego notablemente a partir de 1930 cuando una serie de investigadores, siguiendo más o menos las huellas de Schalén y Trümpler, se ocuparon de suministrar nuevos materiales para la confección de una teoría correcta sobre la absorción interestelar. No creemos del caso en esta introducción enumerar dichos trabajos, gran parte de ellos se encuentran prolijamente reunidos y comentados en el *Handbuch der Astrophysik*, por B. Lindblad (17a p 1024; 17b p 574) y por H. D. Curtis (18 p 550); véase también la publicación de von der Pahlen (19).

Sin embargo, no podemos pasar por alto investigaciones, que por su contenido, significan un aporte para la mejor comprensión de nuestro tema. Así, por ejemplo, R. S. Zug (20) nos da cuenta en una investigación aparecida en 1933 que aplicando la concepción de Trümpler a los excesos de color de 23 cúmulos estelares abiertos encuentra que la fuerza del coeficiente de la absorción revela cierta dependencia con la longitud galáctica L , no obstante la variación de valores en la vía láctea. La fórmula de Zug era:

$$E_{430-620} = -0.10 + 0.36 R + 0.07 R^2 \sin (117^\circ - L)$$

Como Zug a su vez no ignoraba que los excesos de color de los cúmulos abiertos más lejanos, en los cuales se han observado los excesos más grandes, resultan ser más pequeños que los valores que les atribuye la sencilla fórmula lineal de interpolación, sospechó que existen en la región de la vía láctea direcciones en las que la superficie limítrofe efectiva de la capa de absorción interestelar se encuentra prácticamente a una distancia de 2 *kpc*, y dado que distancias entre 2 y 4 *kpc* no añaden ningún importe esencial de alteración del color, dedujo que sobre los 2 *kpc* dicha alteración debería descender rápidamente.

Ello dió origen naturalmente al problema del espesor lineal efectivo $2H$ de esta capa de absorción interestelar. Trümpler (16) lo hacía oscilar entre los 200 y 300 parsecs. Pero el mismo año 1930, van de Kamp (21) publicaba sus primeros cálculos al respecto. Se basaban ellos en el empleo de la fórmula clásica dada para el valor S de la absorción en la latitud galáctica B :

$$S(B;R) = TR = TH \csc |B|$$

donde S viene dado por la observación y puede tener los tres significados siguientes:

$$S_{430}; S_{430-530} = E_{430-530}; S_{530}$$

En base a lo cual van de Kamp adoptó como valores de T , para una densidad homogénea de absorción en el interior de la capa, los siguientes:

$$T_{430} = +0.67 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} \text{ [según Trümpler (16)] }; T_{430-530} = +0.33 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}; T_{530} = +0.34 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

Para la aplicación de la fórmula se tomaron diversos grupos de astros y a distancias tales que con toda seguridad se encontrarán situados fuera del espesor efectivo de la capa de absorción interestelar; así por ej.: estrellas débiles del tipo *A* y *B*, estrellas luminosas del tipo *O*, cúmulos estelares abiertos, cúmulos globulares, nebulosas extragalácticas. Van de Kamp obtiene como promedio ponderal de 9 valores independientes, que

$$2 H = 175 \pm 50 \text{ parsecs}$$

de donde deduce que la mitad del valor de la absorción azul que va de un polo al otro de la vía láctea es:

$$S_{430} (B=90^\circ ; R=H) = T_{430} H = + 0^m06$$

Desde luego que ambos valores débense tener aún como muy inseguros.

Finalmente, K. F. Bottlinger y H. Schneller (22) llaman la atención a fines del año 1930 sobre ciertos efectos observables en una capa de absorción galáctica que modifican la escala aplicada a sistemas de astros fuertemente concentrados en la vía láctea. Vale decir que, si se calculan las distancias de estos astros, sin tomar en cuenta la absorción, aquellas resultan tan grandes para astros débiles que su correspondiente distancia $Z = R \operatorname{sen} |B|$ del plano central galáctico resulta a su vez excesiva. Cuanto más alejados están pues los astros, tanto más fuertes resultan sus distancias medias del plano central de la vía láctea. Que haya ocurrido una tal disminución de la concentración galáctica, Bottlinger y Schneller lo demuestran claramente basándose en el estudio de 171 estrellas del tipo δ Cephei. Divididas las distancias de dichas estrellas en 7 grupos, se deduce que, por ejemplo el grupo más cercano al sol (distancia 0-1 kpc) tiene un valor medio de $|Z| = 71$ parsecs, siendo a su vez para el más lejano (distancia 12-15 kpc) de $|Z| = 448$ parsecs. Introduciendo el coeficiente de absorción de Trümpler $T = 0.67 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$ en la fórmula que entrega la distancia verdadera R en función de la falsa R_s ,

$$(m_s)_{430} - M_{430} = m_{430} + S_{430} - M_{430} = \lg R_s = 5 \lg R + T_{430} R$$

donde el subíndice S representa la absorción, se obtuvieron los valores:

$$|Z|_{R=0-1 \text{ kpc}} = 59 \text{ parsecs}$$

y

$$|Z|_{R=12-25 \text{ kpc}} = 108 \text{ parsecs}$$

Resultados que delatan evidentemente una relación de valores que en ninguna forma sa-

tisface. Sólo recién cuando se aplicó un coeficiente mucho mayor, a saber $T_{430} = 2 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, se llegó a un resultado hasta cierto punto satisfactorio, al tenerse:

$$|Z|_{R=0-1 \text{ kpc}} = 48 \text{ parsecs}$$

$$|Z|_{R=12-25 \text{ kpc}} = 57 \text{ parsecs}$$

Schalén (15) ya había encontrado en Cygnus y Auriga tan fuerte coeficiente de absorción azul, sin embargo, ello no satisface a Bottlinger y Schneller, quienes por el contrario vuelven a llamar con razón la atención de que las distancias de Trümpler (16) respecto a los cúmulos estelares abiertos presentan el mismo fenómeno que las cefeidas, a saber, un aumento aparente del espesor de su capa vertical sobre la vía láctea al distanciarse del sol. Van de Kamp (24) en el año 1932 vuelve nuevamente sobre lo mismo, y en base a cálculos más exactos determina que para poder corregir las distancias del sistema de los 100 cúmulos estelares abiertos de Trümpler es necesario emplear un coeficiente de ab-

sorción azul que a lo menos sea $T_{430} = 1 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, sin excluir por el momento un valor que

pueda ir hasta $T_{430} > 3 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$.

Un año antes, en 1931, van de Kamp (23) había intentado a su vez valorar la fuerza de la absorción interestelar. Como por una parte, cálculos de éste basados en la teoría de la rotación galáctica, situaban el núcleo de toda nuestra galaxia a una distancia de 7-11 *kpc* del sol (aproximadamente $L = 330^\circ$), y como por otra los estudios de Shapley (11 p 175; 12a p 758) colocaban el centro geométrico de gravedad de los cúmulos globulares a una distancia de 16 *kpc* y a 14 *kpc* el sistema de las estrellas variables tipo cumulares estudiado por Shapley y Swope (25) en el Harvard Milky Way Field 185 (a 10° del centro galáctico), van de Kamp puede reducir hasta 9 *kpc* las distancias de los dos centros geométricos de gravedad correspondientes a los postulados de la teoría de la rotación

galáctica tomando un coeficiente $T_{430} \approx 2 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$.

Un año más tarde, van de Kamp (24), en el trabajo que se acaba de citar, vuelve nuevamente a calcular el importe del espesor óptico $2TH$ de la capa, y a su vez la mitad TH del valor de la absorción interestelar que va de un polo al otro; se asesora esta vez con un abundante material de observación, rico en nebulosas extragalácticas. En su estudio emplea la misma fórmula:

$$S(B;R) = TR = TH \csc |B|$$

pero en forma que de las nebulosas extragalácticas no hace sino un recuento, es decir,

determina el número N de ellas por unidad de superficie celeste como función de la latitud galáctica B hasta una magnitud aparente ficticia $m_s = m + S$; así la fórmula empleada

$$\lg N(B; m_s) = 0.6 (m_s - S) + \text{const.} = 0.6 (m_s - \overline{TH} \csc |B|) + \text{const.}$$

dió como resultado definitivo que

$$\overline{TH} = 0.4 \pm 0.1 \text{ (e. p.) } \text{mag}_{430}$$

valor que es 7 veces más grande que el anterior (ver pág. 11), pero que posee sin lugar a dudas un peso notablemente mayor. Pero como T_{430} según todas las apariencias debe tener un valor que oscile entre 0.5 y 2.0 $\frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, van de Kamp deduce por simple división

$\frac{\overline{TH}}{T} = H$ que los valores límites de la mitad del espesor efectivo de la capa deben ser:

$$H_{\max} = 0.8 \text{ kpc y } H_{\min} = 0.2 \text{ kpc.}$$

En general, el deseo de tomar en cuenta y de determinar al mismo tiempo, si fuera posible, las diferentes constantes de la absorción interestelar y los efectos de la misma que derivan de un aumento artificial de las escalas en nuestro sistema, invadieron cada vez más rápidamente muchos problemas de la astronomía estelar y de la astrofísica moderna. En ese sentido la estadística estelar marchó siempre a la cabeza de todas las demás, debiéndose ello a que en el resultado de las observaciones, el efecto de la absorción interestelar repercute de modo muy señalado sobre el número $N(m_s)$; de ahí que se haya puesto el subíndice s (= absorción) a m , magnitud aparente de las estrellas contadas hasta cierto límite m_s . M. Wolf (26) fué uno de los primeros (1923) que estudió intensamente dicha cuestión, en particular los espacios de la vía láctea despoblados de estrellas; por eso las curvas $\log N(m_s)$ han sido llamadas "curvas Wolf". Después que P. J. van Rhijn (27) aunando sus esfuerzos a los de su predecesor en el cargo, Kapteyn, que representaban el trabajo de varios decenios, publicó en el año 1925 las dos funciones (una para las magnitudes azules y otra para las amarillas) de distribución de la frecuencia de las luminosidades absolutas de las estrellas (brevemente: las funciones de luminosidad), B. J. Bok (19 p 505; 28) aprovechó éstas en el llamado esquema Kapteyn (19 p 398; 28; 29) en el que según su método numérico reconstruyó analíticamente los recuentos modernos de estrellas basándose en la magnitud aparente y en la latitud y longitud galácticas (30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37). En palabras más exactas, trató recuentos de estrellas (37) de únicamente magnitudes azules que van desde $(m_s)_{430} = 9^m$ hasta $(m_s)_{430} = 18^m$ y que representan el promedio total de una zona de $\pm 20^\circ$ de latitud galáctica. La opinión de Bok es que la distribución de la población estelar más probable (que en general decrece en forma constante) en las capas sucesivas de su esquema Kapteyn, es decir, de nuestro sistema galáctico, en 1ª aproximación se obtiene, cuando se acepta una absorción interestelar

azul uniforme $T_{430} = 0.40 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$. Valor que resulta ser notablemente pequeño! El mé-

todo de Bok se presta especialmente para determinar las condiciones de las nubes oscuras de la vía láctea. Sin embargo, refiriéndose a tantos trabajos publicados, si se quiere determinar el coeficiente de absorción azul u otra cualquiera selectiva, ya sea en los espacios vacíos como en las nubes de estrellas de la vía láctea, se habrá siempre de remitir el investigador a la síntesis de comentarios de Lindblad (17a p 1010; 17b p 571), von der Pahlen (19 p 619) y Bock (28b).

Por lo demás, A. Brill (38) indica que dentro de pequeñas distancias ($R < 0.100 \text{ kpc}$) la relación entre la magnitud absoluta M , la magnitud aparente m_s y la distancia R (en kpc)

$$M + S = m_s - 10 - 5 \lg R$$

ofrece un excelente medio para determinar el aditamento S de la absorción que como función de R , transforma la luminosidad absoluta calculada M . Más tarde, A. Corlin (39) trató en parte de aplicar este método.

Nuevos valores investigados del coeficiente de la absorción interestelar en y entre diferentes longitudes de onda hicieron pensar en una teoría física de la extinción de la luz de las estrellas en el universo. E. Schoenberg trató de resolver dicho problema en una serie de trabajos. El primero de ellos (40) apareció en 1932 sosteniendo la tesis de que el coeficiente de la absorción interestelar sigue, en su dependencia de la longitud de onda, una ley λ^{-4} , es decir, $S(\lambda) = \lambda^{-4}$. Sin embargo los datos observacionales nunca justificaron el exponente $X = -4$; máxime que una serie de investigaciones espectrofotométricas de R. J. Trümpler (41), O. Struve, P. C. Keenan y J. A. Hynek (42), J. Rudnick (43), J. S. Hall (44) y J. L. Greenstein (45) realizadas en el período 1930-37 se inclinan por $X = -1$. Además, este exponente parece quedar comprobado por las investigaciones teóricas de E. Schoenberg y B. Jung (46; 49c) y por las de C. Schalén (47; 48). Mis cálculos (49b), basados en datos observacionales y en la fórmula

$$S(\lambda) = \frac{5 \text{ Modulo}}{2} \left[C_0 + C_{-1} \lambda^{-1} + C_{-4} \lambda^{-4} \right]$$

que responde a la suposición hecha por el prof. Schoenberg en base a sus más recientes averiguaciones (49c), arrojaron el extraño resultado:

- 1) En la zona interior (quizás $|B| < 5^\circ$) de nuestra vía láctea, posiblemente sólo el exponente $X = -1$ tiene una importancia real; en ningún caso aparece el exponente $X = -4$.
- 2) Fuera de esta zona (quizás $|B| > 5^\circ$) el exponente $X = -1$ parece por el contrario completamente imposible, mientras que el $X = -4$ podría ser muy probable.

Añádase a esto que anteriormente ya (49a), en el mismo año 1937 debido a la alteración del color de los cúmulos globulares —es decir, ya bastante alejado de la capa galáctica de absorción de Trümpler— había encontrado el valor de $X = -8$. Finalmente, vale

aún la pena llamar la atención sobre lo que el mismo año publicaba O. A. Melnikov (50), a saber, que los resultados obtenidos por varios investigadores indican que la pérdida de la energía que se observa en los espectros de las estrellas afectadas de absorción interestelar, sigue en las longitudes de onda corta (= azul) una ley λ^{-1} , pero que después pasando paulatinamente por exponentes más pequeños llega en las de onda larga (= roja) a valer λ^{-4} . Según Melnikov, cada longitud de onda (para un tamaño dado de las partículas que efectúan la absorción interestelar) se rige por su propia ley λ^{-x} .

En este mismo año se trató a su vez de resolver el problema relacionado con lo anterior, a saber, si en la absorción interestelar existiría una componente que no guardara dependencia con la longitud de onda. Tanto B. Stricker (51) como el autor (49a) coincidieron, por caminos diferentes, en dar como componente de la absorción no alterada el valor

de $0.1 \frac{mag}{kpc}$. Resultado que recién en el año 1941 fué confirmado por J. L. Greenstein y

L. G. Henyey (52), quienes lo tienen por un valor muy pequeño y aún despreciable.

Ya en el año 1931, Bok (28a) decía que “*actualmente en ninguna forma se pueden analizar recuentos de estrellas sin que se considere la absorción interestelar.*” La investigación de la capa galáctica de absorción llegó a su apogeo, cuando en el año 1934, E. Hubble (53) publicó los resultados del recuento de 44.000 nebulosas extragalácticas (al norte de la declinación -30° , o sea, distribuídas sobre los $\frac{3}{4}$ del cielo). Dentro de una zona ecuatorial angosta y arbitrariamente variable entre $B = \pm 5^\circ$ hasta $\pm 20^\circ$, en ninguna forma se han podido ver nebulosas extragalácticas. Fuera de esta “zona de ausencia” (Hubble la llama “Zone of avoidance”) comienzan paulatinamente a ser visibles. Su densidad de población va progresivamente creciendo hacia los polos galácticos, alcanzando en ellos un máximo. Con este resultado no solo comprueba Hubble la concentración galáctica de las masas absorbentes en el espacio interestelar de nuestro sistema de la vía láctea (el plano galáctico resulta así ser un plano de simetría de la absorción interestelar), sino que a su vez por la misma fórmula usada ya por van de Kamp (24)

$$\lg N(B; m_s) = 0.6 (m_s - \overline{TH} \csc |B|) + const.$$

deduce la mitad del valor de la absorción azul interestelar que va de un polo al otro, o sea que $\overline{T_{430} H} = 0^m25 \pm 0^m05$. Ante un resultado tan notablemente pequeño, E. T. R. Williams (54) modificando algo la interpretación del material de observación de Hubble llega a $\overline{T_{430} H} = 0^m30 \pm 0^m07$, valor que se acerca algo más al de van de Kamp que es: $\overline{T_{430} H} = 0^m40 \pm 0^m10$.

El problema de la absorción interestelar, como se ha visto, en los 5 años que van de 1929 al 1934, ha avanzado de un estado de inseguridad a otro de franca existencia. Por lo tanto al tratarse de nuevo dicho problema no podrá desconsiderarse lo hecho y se habrá de completar con todas las investigaciones astronómicas recientes. En la mayoría de los casos se tratará de una nueva determinación de las diferentes constantes de absorción. Extensas han sido en este sentido algunas investigaciones modernas, relacionadas con el

problema de la rotación galáctica. Con este fin han sido usados grupos de astros que poseen una fuerte concentración galáctica y que alcanzan distancias muy grandes. Así es cómo, hace algunos años, L. Berman (55), tratando nebulosas planetarias, encontró

que $T_{490} = + 0.55 \pm 0.06 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, y P. W. Merrill y R. F. Sanford (56) por estrellas en

las que afloran líneas interestelares $T_{530} \approx 0.9 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$. El tratamiento de las variables

Cefeidas para determinar los coeficientes de absorción demuestra cuán inseguros son dichos coeficientes; así, basándose en la teoría de la rotación galáctica A. H. Joy (57)

obtuvo $T_{430} = 0.85 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, mientras que tratando las mismas cefeidas por el método de

Bottlinger y Schneller (22) llega al duplo del valor anterior, a saber que $T_{430} = 1.50 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$.

Relacionado con lo que precede vale la pena advertir que Trümpler (58), en el año 1940, tratando nuevamente sus cúmulos estelares abiertos, pudo confirmar su valor anterior

$T_{430} = 0.70 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, señalando al mismo tiempo que para distancias $R > 0.700 \text{ kpc}$, un coeficiente tal como $T_{430} = 1.50 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, por ser demasiado grande, era completamente incompatible con sus datos. Sin embargo llama la atención que E. T. Williams (54) simultáneamente se pronuncie con certeza por $T_{430} > 1 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$ para $R < 0.700 \text{ kpc}$. Por otra parte, poco

antes, Wilhelm Becker (59) dividiendo los cúmulos estelares abiertos en tres grupos caracterizados por el mayor o menor número de estrellas circunvecinas, llegaba a la conclusión de que sólo los últimos delataban vestigios apreciables de absorción interestelar. Poco después R. E. Wilson (60) publicó sus investigaciones, resultantes del conjunto observacional de estrellas tipos *O* y *B*, variables cefeidas, estrellas del tipo *c* no cefeidas y estrellas con líneas interestelares; (todas las observaciones responden a la zona de latitud galáctica $\pm 30^\circ$). Se puede llegar a una concordancia de todos los datos, si se acepta que el promedio del coeficiente efectivo de absorción (cosa por demás curiosa) sea igual

para la luz azul y para la amarilla, vale decir, que: $T_{430} \approx T_{530} \approx 0.65 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$. En forma

semejante P. J. van Rhijn (61) llegaba en estos años al valor $T_{430} = 1.06 \pm 0.59 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$,

mientras J. H. Oort (62 p 48), al comparar una numerosa serie observacional de coeficientes de absorción azul (fotográfica) y selectivos, se inclinaba por $T_{430} \approx 1.8 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$. En

el mismo trabajo van Rhijn (61) encontraba que $T_{530} = 0.5 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, e indicaba como límite

superior presumible que $T_{530} < 1.5 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$. Y como el valor de un coeficiente de absorción,

probablemente dependa en general de la región estudiada del cielo, de la distribución y de las distancias de los astros en cuestión... etc., se explica por qué P. van de Kamp y A. N. Vyssotsky (63) en base a una extensa investigación estadístico-estelar sobre paralajes y movimientos propios de unas 18.000 estrellas se inclinan a pensar que

$T_{530} = 2 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$ es un valor bastante aceptable para esta constante de la absorción en las

proximidades del plano galáctico.

Por todo lo que precede nos podemos formar un concepto de la heterogeneidad de ideas existentes sobre la magnitud a asignar al coeficiente de la absorción azul o amarilla interestelar. La causa de esa heterogeneidad sin duda que no habrá de buscarse en la diversidad de métodos empleados por tantos investigadores, sino más bien en la naturaleza misma del problema. Prescindiendo de otros muchos trabajos relativos a la aparición de la absorción selectiva, ésta resulta con claridad indiscutible de las extensas investigaciones llevadas a cabo por J. Stebbins, C. M. Huffer y A. E. Whitford, sobre la aparición de excesos de color en los cúmulos globulares (65), de las observaciones de estrellas del tipo *B* (64, 66, 67, 68), cuya distribución abarca la mayor parte de la vía láctea, y de las observaciones de las estrellas del tipo *A* que rodean los polos galácticos, más las que circundan el polo norte de la rotación de la tierra (69). Los tres autores nombrados llegan a la conclusión de que *“las nubes absorbentes se encuentran generalmente en las inmediaciones del plano galáctico. Estas nubes y en consecuencia también los efectos que absorben y alteran la luz de las estrellas están en tal forma aisladas y son tan irregulares que YA EN NINGUNA FORMA SE PUEDE SUSTENTAR LA IDEA DE UNA CAPA UNIFORME CON COEFICIENTES CONSTANTES DE ABSORCION INTERESTELAR, ya sea que se trate una longitud de onda individual (= valores absolutos) o que se comparen dos (= valores selectivos). Por lo demás, la alteración interestelar del color hacia la región central de la vía láctea es mayor que en la dirección opuesta, y además las regiones más brillantes de la vía láctea están en parte sometidas a un oscurecimiento.”* Finalmente, queda aún por resolver el problema que plantea Wilhelm Becker (70), a saber, si la materia interestelar se encuentra exclusivamente aglomerada en las nubes oscuras que individualmente pueblan el espacio, o si las tales nubes oscuras no son sino como nudos de condensación de una capa ininterrumpidamente continua de materia interestelar.

TABLA 2

DIFERENTES DETERMINACIONES DE LA FUNCION DE FRECUENCIA DE LAS INTENSIDADES ABSOLUTAS AMARILLAS (VISUALES) Y AZULES (FOTOGRAFICAS) DE LAS MAGNITUDES DE LAS ESTRELLAS.

$$\Phi(W \pm 0.5 = M + 10 \pm 0.5) = \left[\begin{array}{l} \text{NUMERO TOTAL DE LAS ESTRELLAS POR KILOPARSEC CUBICO} \\ \text{ENTRE LAS LUMINOSIDADES ABSOLUTAS } W - 0.5 \text{ Y } W + 0.5. \end{array} \right]$$

$W = \frac{M+10}{M}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14
AMARILLO	—	—	2.52	3.12	3.72	4.32	4.93	5.44	5.78	6.04	6.25	6.43	6.52	6.58	6.60	6.60	6.62	6.77	6.96	7.13	(7.27)
	0.63	1.77	2.58	3.12	3.71	4.32	4.98	5.59	5.71	5.98	6.29	6.40	6.45	6.45	6.55	6.75	6.84	6.99	7.02	7.05	—
AZUL	—	—	(2.64)	(3.25)	3.60	4.05	4.58	5.19	5.71	5.88	6.13	6.35	6.61	6.53	6.40	6.39	6.55	6.61	6.71	6.95	—
	—	1.30	2.64	3.25	3.64	4.10	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	—
	1.10	2.07	2.65	3.25	3.75	4.07	4.68	5.34	5.77	5.86	6.19	6.35	6.49	6.53	6.46	6.49	6.64	6.81	6.97	7.01	7.06

$I \text{ g } \Phi$ {

1). — ORIGEN Y OBJETO DEL TRABAJO

La idea del presente trabajo se le ocurrió al autor en el curso de una investigación anterior. El título de la misma era: "Photometrisch-Stellarstatistische Untersuchungen in ausgewählten hellen und dunklen Feldern der südlichen Milchstraße" (71). Este trabajo (71) difiere, en cuanto el autor conoce, de todos los anteriores de carácter semejante, en que, por primera vez, se intenta *aplicar el método de Bok* (19 p 505; 28) *simultáneamente sobre dos curvas de Wolf de diferente longitud de onda efectiva de sus magnitudes aparentes*, para el análisis teórico de recuentos de estrellas con el fin de calcular la forma de la distribución de la densidad de las estrellas $D(R)$ en el espacio universal con la distancia R . Para una mejor comprensión de nuestro problema transcribiré algunas frases de este trabajo.

La aplicación de un esquema Kapteyn (19 p 398; 28, 29) con una densidad $D=1$, constante en todas las capas del espacio tal cual lo pide el método de Bok, exige el conocimiento de la distribución de frecuencias de las luminosidades absolutas (función de luminosidad) de las estrellas. Esta ha sido determinada en distintas ocasiones por varios autores, tanto en el azul (luminosidades fotográficas) como en el amarillo (luminosidades visuales). Las más modernas son las de van Rhijn (27; 61 p 17), del año 1925 y 1936, quien en dos oportunidades y utilizando métodos algo diferentes, ha determinado la forma de la función de luminosidad visual y, haciendo ciertas suposiciones sobre los índices de color, también la función de luminosidad fotográfica. Bok (28a) ha tratado, en el año 1931, de mejorar la forma de la función de luminosidad fotográfica. (Véase la tabla 2).

Van Rhijn y más tarde Bok —cada uno en base a su función de luminosidad (van Rhijn visualmente, Bok fotográficamente)— han calculado el andar de la función de la densidad $D(R)$. (Véase la tabla 3).

Van Rhijn en su primer estudio (27) no tomó en cuenta la absorción interestelar visual ($S=0$). Por eso en la tabla 3 sólo mencionamos los valores de densidad que da Bok (28a), desconsiderando a su vez la absorción interestelar fotográfica ($S=0$).

Al examinar las tablas 2 y 3, ya en aquel entonces, me llamaron la atención ciertas como antinomías que se dejaban entrever, comparando los importes $D(R)$ obtenidos por diversos caminos y los sistemas de valores que entregaban las funciones de luminosidad de los colores azul y amarillo. Lo más llamativo resultó ser que, en la tabla 3,

para $R > 0.100 \text{ kpc}$, los valores azules $D_u(R)$ aparecían sistemáticamente menores que los amarillos $D_l(R)$, y en realidad, en una relación al parecer fuerte, como que $D_l(R) \cong 2 D_u(R)$. Naturalmente que, en teoría, debe postularse sin restricción alguna que en cada capa espacial del esquema Kapteyn se debe tener que $D_l(R) = D_u(R)$, dado que el número total de estrellas situadas en una misma capa guarda absoluta in-

TABLA 3.

DIFERENTES DETERMINACIONES DE LA DISTRIBUCION MEDIA DE LA DENSIDAD ESPACIAL $D(R)$ DE LAS ESTRELLAS EN EL UNIVERSO, DERIVADAS DE RECUENTOS DE ESTRELLAS VISUALES Y FOTOGRAFICAS, PROMEDIADOS SOBRE LAS LATITUDES GALACTICAS $B=0^\circ-20^\circ$, SIN TOMAR EN CUENTA LA ABSORCION INTERESTELAR.

R	lgR	lgD		D	
		v. RHIJN 1925 vis.	BOK 1931 fotog.	v. RHIJN 1925 vis.	BOK 1931 fotog.
25.0	1.4		7.60		0.004
16.0	1.2		7.90		0.008
10.00	1.0		8.15		0.014
6.30	0.8		8.41		0.026
4.00	0.6		8.60		0.040
2.50	0.4		8.83		0.067
1.60	0.2		9.04		0.11
1.000	0.0		9.23		0.17
0.630	1.8-2	9.435	9.20	0.272	0.16
0.400	1.6-2	9.744	9.31	0.555	0.23
0.250	1.4-2	9.905	9.51	0.804	0.32
0.160	1.2-2	9.999	9.66	0.998	0.46
0.100	1.0-2	0.054	0.00	1.132	1.00
0.063	0.8-2	0.049	0	1.119	1
0.040	0.6-2	0.021	0	1.050	1
0.025	0.4-2	9.966	0	0.925	1
0.016	0.2-2	9.946	0	0.883	1
0.010	0.0-2	9.954	0	0.900	1
0.006	1.8-4	0.002	0	1.005	1
0.004	1.6-4	0.005		1.012	

dependencia con la distribución de las mismas, ya sea que hagamos su recuento según las luminosidades aparentes de diferente longitud de onda efectiva, ya sea que las analicemos según las funciones correspondientes a dichas luminosidades. Por eso, tampoco nos tiene que sorprender que de aplicar la función $D_u(R)$, —como la encontró Bok, partiendo de los promedios fotográficos de la vía láctea—, basándose en el esquema visual Kapteyn de van Rhijn y tomando como densidad constante $D=1$ en todas las capas del espacio, en ninguna forma se llega a resultados que concuerden con el promedio de los números

que resultan de las "observaciones" visuales, sino más bien a valores que por regla general representan sólo un 30 % menor que dicho promedio. Adviértase además que la función fotográfica de luminosidad de Bok coincide casi perfectamente con la de van Rhijn. (Véase la tabla 2).

Lo primero que se le ocurriría pensar a uno, es que una distribución de densidades, cuyos valores estuvieran comprendidos entre los dados por van Rhijn y Bok, aplicada a un par de esquemas Kapteyn correspondientes para dos colores, bastaría sola ya para obtener la cantidad de estrellas observadas de ambos colores. Sin embargo, un ensayo en 1938 nos demostró claramente que ello es imposible con las funciones de luminosidad de van Rhijn de los años 1925 y 1936, y que el problema sólo podría tener solución si, al mismo tiempo que se modificara convenientemente el andar recíproco de tales funciones se eligiera otra que estuviera de acuerdo con las densidades. Esto es lo que hicimos en aquel entonces, sin tomar en cuenta una absorción interestelar quizás existente, porque:

- 1) ello no nos pareció entonces de necesidad inmediata para la prosecución de nuestro estudio, dado que en la mayoría de los casos las curvas de Wolf observadas en las regiones de la vía láctea presentaban en general un andar ascendente bastante pronunciado;
- 2) el intervalo de magnitudes (desde la $m_s = 6$ hasta las 11 resp. 13), entre las que se realizó aquella investigación nos pareció demasiado pequeño como para detectar exactamente el efecto desconocido de una absorción interestelar posiblemente selectiva.

A pesar de todo esto, no era ajena, en aquel entonces, a la mente del autor la idea de una posible nueva comprobación de la materia interestelar absorbente, idea que parecía trasuntarse de las discrepancias existentes entre las funciones de densidad de diversos colores que representaban la distribución de las estrellas en el espacio de nuestro sistema galáctico. En aquella descripción del comportamiento recíproco de las curvas de Wolf que fluían de cada una de las 7 regiones estudiadas entonces en la vía láctea austral, se indicaba entre otras cosas, que la absorción selectiva podría producir un distanciamiento anormal entre las curvas de diferente longitud de onda efectiva debido a que ella absorbía más fuertemente la luz azul que la amarilla. Como hemos visto, las curvas "observadas" de Wolf que se originaban de los recuentos promediados de las estrellas de la vía láctea, resultaban ser más abiertas que las mismas "calculadas", sin tomar en cuenta la absorción selectiva. (El valor promedio de las estrellas visuales "calculadas" era un 30 % menor que el de las visuales "observadas"). Y con esto hemos arribado a lo que da origen a nuestro nuevo estudio. Esto, que al principio pretendíamos fuera sólo una introducción teórica de un trabajo que ampliara y mejorara las investigaciones anteriores que titulábamos: "Photometrisch-Stellarstatistische Untersuchungen in ausgewählten hellen und dunklen Feldern der südlichen Milchstraße", nos resultó de tal envergadura e importancia, que hemos creído justificado el que aparezca como investigación independiente.

Tanto Bok (28a p 6) como von der Pahlen (19 p 424) ya han adelantado algo importante sobre lo que constituirá uno de los puntos de nuestra investigación, a saber que: Kapteyn (5) y Seeliger (6) ya han demostrado que en los números $N(m_s)$ en ninguna

forma es posible establecer una distinción entre los efectos de la función $D(R)$ de las densidades y los de la absorción interestelar $S(R)$ si sólo se consideran recuentos de estrellas de color unívoco. Esto justifica suficientemente el que nosotros por vía de ensayo tratemos recuentos de estrellas a dos colores, a pesar de que Seares (72 p 94) en 1931 conceptuara esto como un problema en aquel momento inabordable por falta de datos convenientes de observación.

Lo que constituye pues nuestro primer intento en la presente investigación es lo siguiente: en base a ciertas hipótesis elegimos un par de curvas Wolf que representen diferente longitud de onda efectiva de sus luminosidades aparentes, y aplicando sobre él el método de Bok a los efectos de realizar un análisis de densidad, aceptamos a título de ensayo que en los dos esquemas de diferente color de Kapteyn la función $D(R)$ de las densidades es la misma. Como ya sabemos, no basta sólo la "conveniente" elección de $D(R)$ para reproducir con exactitud satisfactoria los números "observados" de estrellas de dos colores; es necesario, quizás, modificar al mismo tiempo convenientemente las dos funciones de luminosidad. En caso de que aún así nuestro problema no tuviera solución aceptable, se habrá de introducir una absorción interestelar S (probablemente selectiva) tal, que venga a ser una nueva comprobación.

Ya hemos dejado sentado en la introducción cómo los astrónomos aún no han llegado a una conclusión uniforme sobre las así llamadas leyes de la absorción interestelar; antes al contrario, a medida que se han ido acumulando ulteriores investigaciones tanto de orden práctico como teórico, parece haberse ido comprobando que lo que originariamente se presentaba como capa ideal homogénea galáctica de absorción de Trümpler con una sola posible ley de alteración selectiva de color, aparece hoy descompuesta en fracciones de nubes, cada una de las cuales parece poseer no sólo su composición peculiar sino que también aparentan regirse por leyes de absorción interestelar y cambios de color de la luz propios.

En el caso, pues, que se hubiera alcanzado el primer objeto de la presente investigación, a saber, que las nuevas fórmulas $S_\lambda(R)$ de la absorción interestelar efectivamente resultaran ser funciones de la longitud de onda λ y de la distancia R al sol, quedaría aún por comprobar el segundo, a saber, si tales fórmulas serían de utilidad en la práctica. Para esto último, existe un excelente y abundante material moderno de observaciones basadas en los llamados módulos azules de distancia de 94 cúmulos globulares de Shapley (11; 12); añádanse además los trabajos de Stebbins y Whitford (65) sobre los excesos de color de 68 cúmulos globulares en los recintos $\lambda = 434$ y $\lambda = 467 \mu\mu$, resp. $\lambda = 426$ y $\lambda = 477 \mu\mu$, por un lado; y los resultados obtenidos por Stebbins, Huffer y Whitford (66; 67; 68) entre $\lambda = 426$ y $\lambda = 477 \mu\mu$ tratando excesos de color, y los módulos amarillos de distancia de 1332 estrellas del tipo B , por otro. Quizás nuestras nuevas fórmulas de absorción puedan experimentar mejoras indiscutibles al ser sujetas a una tal comprobación. Ojalá que la aplicación de estas nuevas fórmulas represente además una contribución eficaz para resolver definitivamente el tan discutido problema de la absorción y alteración de color interestelares en nuestra vía láctea.

2). — SELECCION Y ESTUDIO DEL MATERIAL ESTADISTICO-ESTELAR DE LAS OBSERVACIONES

Para dar comienzo pues a nuestra investigación, debemos ante todo elegir las dos curvas de Wolf “observadas” y de diferente color que deben formar la base de todo nuestro estudio. Como hemos dejado dicho, el método de Bok sólo se ha empleado hasta el presente para recuentos de estrellas cuyas luminosidades aparentes son de longitud de onda efectiva común, es decir, azul (= fotográfica), $\lambda = 430 \mu\mu$, por la sencilla razón que hoy en día apenas si existen recuentos de estrellas de doble longitud de onda efectiva. Existen en efecto 4 regiones especiales del cielo donde se han observado simultáneamente luminosidades aparentes tanto fotográficas como fotovisuales, pero tres de ellas, a saber *S Monocerotis* [L. B. Andrews (73)], la nebulosa Norte América [Helmut Müller y L. Hufnagel (74; 75)] y la Auriga [G. Hartwig (76)] se refieren a regiones muy especiales, o sea a regiones donde nubes ricas en estrellas lindan con nubes oscuras casi en absoluto desprovistas de ellas. Razón por la cual, aquí, ellas no pueden entrar en consideración, debido a que ante todo nuestro trabajo pretende estudiar en general la absorción interestelar azul (= S_u), amarilla (= S_l) y respectivamente azul-amarilla selectiva (= S_{u-l}) en función de la distancia R al sol. Quedaría, entonces, por considerar la cuarta región de las mencionadas, pero es de lamentar que en ella, o sea en los alrededores del polo norte galáctico [K. G. Malmquist (77)] sólo existan luminosidades aparentes completas hasta $m=13$ (y observadas sólo hasta $m=15$).

Es verdad que J. Halm (78), en una investigación estadístico-estelar aparecida en 1919, presenta una tabla numérica detallada de los números amarillos y azules de las estrellas, la que contiene valores desde $m=5$ hasta $m=18$ para $B=0^\circ, 10^\circ, \dots, 80^\circ, 90^\circ$; pero puesto que dicho cómputo está basado en un material de observación (79, 80) que hoy día se considera como anticuado [von der Pahlen (19 p 454 y p 518)], parece justo hacer caso omiso de él.

En consecuencia nos ha parecido que los números (promedios de estrellas sobre casi toda la bóveda celeste) publicados en 1925 por Seares, van Rhijn, Joyner y Richmond (31), siguen siendo aún los que mejor se adaptan a nuestro propósito, debido a que estas nuevas determinaciones detalladas de los recuentos de estrellas según la latitud galáctica y que vienen promediados para todas las longitudes representan perfectamente lo que sería definitivo en la presente investigación. Por eso, aceptamos como base de todo nuestro

estudio los números de estrellas publicados bajo el título "Mean values of $\text{Log } N_m$ ", en la tabla 18 p 364 del trabajo (31) recién citado, a saber: las dos series de valores contenidos en las columnas 5 y 6 cuyos epígrafes "Photographic Grouping 0° - 90° " y "Visual 0° - 90° " agrupan las magnitudes que van desde 4.0 hasta 20.0 para el amarillo y hasta 21.0 para el azul.

Sobre la determinación de los números visuales, los autores (31) anotan brevemente lo siguiente: "Si se clasifican las estrellas por sus magnitudes visuales, su distribución diferirá considerablemente de la que se hiciera considerando sus magnitudes fotográficas (y latitud galáctica). Por el momento (1925) no se pueden suministrar detalles para una tal distribución (visual) debido a que no se conoce cómo varía el índice medio de color con respecto a la latitud y longitud galácticas. La relación que vincula el color medio y la magnitud resultante de las estrellas de todas las latitudes, fué determinada sin embargo en Mt. Wilson Contr. 287; Seares (81) encontró que la clasificación por magnitudes fotográficas origina otra distribución visual diferente, si se añade al argumento m el importe $-I_c = (-0.16 - 0.050 m)$. Aplicando esta fórmula en los valores $[\lg N_m (B=0^\circ-90^\circ)]_{\text{fotogr}}$ de la 5ª columna de la tabla 18, se obtienen los números de estrellas promedios correspondientes a la clasificación por magnitudes visuales. En la columna 6ª de la misma tabla aparecen los valores interpolados de los $[\lg N_m]$ para las magnitudes exactas $4^m0, 4^m5, \dots$ " [Para convertir el resultado de un recuento obtenido fotográficamente en otro visual, véanse las págs. 452-457 del Lehrbuch der Stellarstatistik de von der Pahlen (19)].

La fórmula de conversión de Seares (81) recién citada, no es más que el promedio aritmético de dos fórmulas lineales de interpolación, dadas por el mismo Seares para el crecimiento paulatino del índice medio de color I_c cuando disminuye la luminosidad aparente m de las estrellas, promediado sobre todas las latitudes galácticas. Una de ellas se refiere a las magnitudes visuales (amarillas), y a las fotográficas (azules) la otra. Así:

$$\begin{aligned} I_{c_v} &= +0.50 + 0.029 m_v \\ I_{c_f} &= -0.18 + 0.071 m_f \end{aligned}$$

dan como promedio

$$I_c = \frac{I_{c_v} + I_{c_f}}{2} = +0.16 + 0.050 m.$$

Las dos fórmulas que representan el índice medio I_c de color como función de m_v ó m_f , no son sino simples resultados observacionales. Ahora bien; aunque sea cosa ya adquirida por la estadística de los tipos espectrales observados (19 p 237; 82; 83; 84; 85; 86) que, a medida que disminuye la luminosidad aparente de las estrellas, los tipos espectrales llamados últimos (en especial los G) constituyen el porcentaje más fuerte del conjunto, sin embargo parece también ser un hecho comprobado por las observaciones de

E. A. Kreiken (81; 87) que, en parangón con las dos fórmulas en cuestión de Seares, el crecimiento ostensible del índice de color y con este el de la coloración rojiza de las estrellas en las condiciones antedichas no aumenta dentro de la vía láctea en la misma proporción que fuera de ella, especialmente si entran en consideración altas latitudes galácticas. Esto está relacionado por un lado con la fuerte concentración galáctica de los primeros tipos espectrales, es decir, de las estrellas tipo *A* y *B* y sus índices inferiores de color, cosa que tiene lugar en casi todas las magnitudes aparentes, y por otro con el hecho de que en la vía láctea, excepción hecha de las estrellas del tipo *G*, con el disminuir la luminosidad aparente sólo aumenta el porcentaje de las de tipo *F*, que poseen, como es sabido, un índice de color menor que las estrellas tipo *G*, mientras que en la dirección de los polos galácticos, excepción hecha de las estrellas del tipo *G*, sólo aumenta el porcentaje de las estrellas del tipo *K*, siendo estas de índice de color mayor que el de las *G*. Todas estas relaciones estadísticas de los espectros quedan patentes en la tabla 5.

Es de lamentar que hasta hoy (1942), en cuanto yo sepa, no hayamos encontrado otra cosa que fórmulas que representen el aumento del índice medio de color de las estrellas no sólo como función de la magnitud aparente decreciente, sino también, a la vez, como función de la latitud galáctica. Por consiguiente nos tendremos que contentar con las dos fórmulas arriba citadas de Seares (81) del año 1925, las que promediadas para toda la bóveda celeste valen aproximadamente hasta para la 17ª magnitud. Y como estas dos fórmulas promediadas aritméticamente han servido de base para de los recuentos promedios fotográficos (= azules) deducir los visuales (= amarillos), de ahí que se pueda interpretar nuestra investigación como si con ella tratáramos también de explicar detalladamente la causa del paulatino enrojecimiento que sufren las débiles luminosidades aparentes de las estrellas.

Al respecto, von der Pahlen menciona en la pág. 258 de su *Lehrbuch der Stellarstatistik* (19) las siguientes tres posibilidades de explicación:

- 1) las estrellas de luminosidad aparentemente débil en su transición hacia luminosidades aparentes siempre menores, podrán contener un porcentaje creciente de estrellas absolutamente débiles de los últimos tipos espectrales.
- 2) las estrellas podrían encontrarse en tal forma distribuídas en el espacio que las gigantes rojas aumentarían proporcionalmente con el crecer de sus distancias;
- 3) podría presentarse en el espacio interestelar una absorción de luz tal, que debilitara la parte violada de los espectros, la que se debilitaría progresivamente aumentando las distancias.

Según Friedrich Becker (85c, d) tres serían las causas que contribuirían a configurar los rasgos característicos poco ha citados respecto a la distribución de los tipos espectrales, a saber:

- 1) el conocido aumento de la frecuencia de las estrellas a lo largo de la serie principal del diagrama de Russel desde el tipo espectral *B* hasta el *M*;
- 2) un descenso progresivo —a partir de cierta distancia y también en la vía lác-

tea— de la densidad de las estrellas en el espacio universal, sea en sí real o provocado irrealmente por la absorción interestelar;

3) la forma aplanada de nuestro sistema estelar.

Naturalmente que al respecto aún es dable formular nuevas hipótesis a los efectos de resolver el problema del enrojecimiento de las estrellas de débil luminosidad aparente, cosa que, por así decirlo, también forma parte del tema de nuestra investigación. De cualquier manera la solución del problema que tratamos parece vincularse íntimamente con lo que se diga sobre la constitución de nuestro sistema estelar. Ya en la pág. 22 consignábamos claramente la posibilidad de una solución. A saber:

- 1) elección de una función de densidad conveniente $D(R)$ de la población de las estrellas en el espacio como función de la distancia R al sol;
- 2) elección de distribuciones convenientes (azul y amarilla) de la frecuencia de las luminosidades absolutas (= funciones de luminosidad) de las estrellas;
- 3) finalmente, también si es necesario, elección de funciones convenientes (azul y amarilla) $S_\lambda(R)$ de una absorción interestelar (azul y amarilla) tal, que cuando se traten diferentes longitudes de onda efectivas λ de magnitudes estelares aparentes, dependa también en 1ª aproximación sólo de R (pero de ningún modo también de la latitud galáctica).

A falta de material de observación buscamos entonces nosotros una solución del problema promediando todas las latitudes (respectivamente las longitudes) galácticas. Esto, naturalmente, mientras se considerara como una "primera solución" en nada obstaculizaría nuestra labor. Por eso no juzgamos de interés, como ya habíamos ensayado en nuestro trabajo (71) anterior, el calcular sobre una latitud galáctica fija, por ej.: $B=0^\circ$, los promedios indicados por Seares, van Rhijn, etc. (31) en la tabla 18 de su trabajo al tratar los logaritmos de los números de las estrellas, que eran:

Mean values of Log $N_m(0^\circ-90^\circ)$	Visual Grouping = $lg N[\rightarrow(m_s)_{530}+0.5; B=90^\circ-0^\circ]$
" " " " " "	Photographic " = $lg N[\rightarrow(m_s)_{430}+0.5; B=90^\circ-0^\circ]$

donde $N_m = N[\rightarrow m_s]$ representa el número de todas las estrellas por grado cuadrado más brillantes que m , es decir que m_s , y donde los subíndices 430 y 530 indican las longitudes efectivas de onda de m_s . Por el contrario, una solución aunque grosera podría quizás, por el momento al menos, sernos de una utilidad práctica inmediata. Esto no nos impide que examinemos desde ya, si nuestros números de estrellas, promediados desde $B=0^\circ$ hasta 90° , no poseen acaso una latitud media galáctica efectiva \overline{B} . Saber esto no sólo resultaría ahora conveniente, sino que más tarde nos será de absoluta necesidad para poder continuar nuestra investigación. En la tabla 4 se presentan yuxtapuestas las series de los números de estrellas de Seares, van Rhijn, etc. (31), con el fin de que de un golpe de vista se pueda establecer una rápida comparación entre sus valores.

TABLA 4.

VALOR PROMEDIO DE LAS ESTRELLAS POR GRADO CUADRADO $N_{\pm}(m_s)_{430\text{int}} + 0.5$ Y $A[(m_s)_{430\text{int}} \pm 0.5]$
 SEGUN SEARES, VAN RHIJN, JOYNER AND RICHMOND: MT WILSON CONTR 287 = AP J 62 (1925) TABLE 17 AND 18
 Y SU CONCENTRACION GALACTICA.

EN PARENTESIS LAS CIFRAS CORRESPONDIENTES A LA

BERGEDORFER SPEKTRAL-DURCHMUSTERUNG BAND 2 (1938) TABELLE 3 (CORREGIDO EN EL TEXTO p Z 19).

B =	90° (+69°)		25°		90°-0°		(+69°-+1°)		0° (+1°)		m _s	
	gN	N A	gN	N A	Q _N	Q _A N A	gN	N A	Q _N	Q _A N A		
21.0	3.147	1400.	4.007	10200.	4.214	16400.	4.213	16300.	4.738	54700.	39.1	21.0
.5	2.979	953.	3.789	6150.+	3.999	9100.	3.969	9310.	4.463	29000.	30.4	.5
20.0	2.787	612.	3.547	3520.	3.684	4030.	3.701	5020.	4.165	14600.	23.9	20.0
.5	2.574	375.	3.281	1910.	3.388	2440.	3.412	2380.	3.846	7010.	18.7	.5
17.0	2.338	218.	2.991	979.	3.071	1180.	3.103	1270.	3.507	3210.	14.7	17.0
.5	2.078	120.	2.677	475.+	2.734	542.	2.774	594.	3.147	1400.	11.8	.5
16.0	1.776	62.5	2.342	220.	2.379	239.	2.426	267.	2.766	563.	9.3	16.0
.5	1.491	31.0 (39.45)	1.986	96.8	2.009	102.	2.059	115. (107.80)	2.368	233. (223.54)	7.5+ (5.7)	.5
14.0	1.166	14.7 18.61	1.607	40.5-	1.623	42.0	1.673	47.1 (46.13)	1.955	90.2 (92.60)	6.1 (5.3)	14.0
.5	0.818	6.58 (9.03)	1.210	16.2	1.224	16.7	1.269	18.6 (21.70)	1.533	34.2 (44.04)	5.2 (4.9)	.5
12.0	0.449	2.81 (4.07)	0.801	6.32	0.814	6.52	0.855	7.16 (8.86)	1.104	12.7 (18.02)	4.5+ (4.4)	12.0
.5	0.060	1.15 (1.35)	0.381	2.40	0.392	2.47	0.435	2.72 (3.44)	0.668	4.66 (7.53)	4.1 (5.4)	.5
10.0	0.554	0.451 (0.45)	0.953	0.897	0.946	0.914	0.007	1.02 (1.36)	0.227	1.69 (3.12)	3.7 (6.4)	10.0
.5	0.230	0.170	0.516	0.328	0.523	0.333	0.571	0.372	0.782	0.605+	3.9	.5
7.0	0.793	0.082 ₁	0.070	0.117	0.078	0.120	0.127	0.134	0.390	0.390	3.6	7.0
.5	0.344	0.022 ₁	0.617	0.041 ₄	0.626	0.042 ₃	0.676	0.047 ₄	0.880	0.075 ₉	3.5-	.5
6.0	0.786	0.007 ₆₁	0.160	0.014 ₅	0.168	0.014 ₇	0.219	0.016 ₅₊	0.049 ₄	0.049 ₄	3.4	6.0
.5	0.404	0.005 ₀₂	0.699	0.005 ₀₀	0.707	0.005 ₀₀	0.758	1.005 ₇₃	0.017 ₃₄	0.017 ₃₄	3.5-	.5
4.0	7.474	0.002 ₄₅	7.699	0.005 ₀₀	7.707	0.005 ₀₀	7.758	1.005 ₇₃	7.962	0.009 ₁₆	3.5-	4.0
3.5											3.5-	3.5

TABLA 5

DISTRIBUCION MEDIA DE LOS TIPOS ESPECTRALES POR MAGNITUD APARENTE Y LATITUD GALACTICA DE LAS ESTRELLAS SEGUN LA BERGEDORFER SPEKTRAL-DURCHMUSTERUNG BAND 2 (1938) TABELLE 3 (CORREGIDO EN EL TEXTO p.Z 19).

LAS TRES COLUMNAS HORIZONTALES DE CADA CAPA } CONTIENEN DESDE (ARRIBA) LA APARENTE CONCENTRACION GALACTICA Q
 DE IGUAL LUMINOSIDAD APARENTE } HACIA LOS NUMEROS DE ESTRELLAS POR 100 GRADOS CUADRADOS
 (ABAJO) EL APARENTE PORCENTAJE P EN ESTA CAPA .

(m _s) ₄₃₀	N[-(m _s) ₄₃₀] + (+ - 69+)	A[(m _s) ₄₃₀] ^{+0.5} + (+ - 69+)	B2 + (+ - 69+)	A0 + (+ - 69+)	F0 + (+ - 69+)	G0 + (+ - 69+)	K0 + (+ - 69+)	M0 + (+ - 69+)	Pec + (+ - 69+)	+ (+ - 69+)	(m _s) ₄₃₀
13.5	3985 10781 22354 2.7 5.7	2.8 6.0 2084 5868 7494	15 100 0.3 0.8	17. 94. 16 273 1500 0.8 4.8 12.0	98 393 11 696 2789 35 122 223	26 47. 1292 3360 6037 632 585 483	2.0 2.9 631 1282 1859 30.9 22.3 14.9	3.6 6.8 33 120 208 1.6 2.1 1.7	3 11 122	3 11 122	13.5
12.5 - 13.5											12.5 - 13.5
12.5	1861 4913 9860 2.6 5.3										12.5
11.5 - 12.5											11.5 - 12.5
11.5	903 2170 4404 2.4 4.9	2.9 5.7 938 2743 5456	15 102 0.5 2.0	21. 96. 14 293 1349 11.0 26.0	105 299 35 368 1446 31 13.8 202	22 32 571 1286 1819 601 482 350	2.1 2.5 313 646 774 32.8 24.2 14.9	3.1 4.9 19 58 94 2.0 2.2 1.8	25. 89. 3 76 268	25. 89. 3 76 268	11.5 - 12.5
11.5											11.5
10.5 - 11.5											10.5 - 11.5
10.5	407 886 1802 2.2 4.4	2.6 5.2 496 1284 2602	13 86 1.0 3.4	16. 68. 14 231 945 2.1 18.1 37.0	5.7 12.9 30 171 386 6.0 13.4 15.7	1.9 2.7 264 513 712 533 40.3 27.9	1.8 2.2 177 320 382 357 25.2 15.0	2.2 3.5 11 25 39 2.2 1.9 1.5	11 11 49	11 11 49	10.5 - 11.5
10.5											10.5
9.5 - 10.5											9.5 - 10.5
9.5	139 344 733 2.5 5.4	2.0 3.9 168 542 1049	8 45 1.4 4.3	20. 80. 6 122 479 2.2 22.5 45.7	2.4 4.2 33 78 139 12.5 14.4 13.3	1.5 1.8 123 182 227 459 33.6 27.6	1.4 1.4 98 138 137 36.6 25.5 12.1	1.8 2.5 8 14 20 3.0 2.6 1.9			9.5 - 10.5
9.5											9.5
8.5 - 9.5											8.5 - 9.5
8.5	49 136 372 2.8 6.4	2.3 4.9 90 208 441	5 33 2.4 7.4	10. 33. 6 61 200 6.1 29.3 45.5	1.8 3.6 19 35 68 21.1 16.8 15.4	1.3 1.7 41 54 68 45.6 26.0 15.3	3.0 3.7 16 48 59 178 23.1 12.4	0.6 1.5 8 5 12 8.9 2.4 2.8			8.5 - 9.5
8.5											8.5
0.0 - 8.5											0.0 - 8.5

FORMACION DEL PROMEDIO EN BASE A LAS LATITUDES GALACTICAS (+ 69° --- + 1°) ~ = + 18° COMO SINTESIS DE LAS 7 ZONAS + 69, + 56, + 43, + 30, + 17, + 9, + 1.
 LOS PORCENTAJES P Y LAS CONCENTRACIONES GALACTICAS Q SON CALCULADAS POR LAS MISMAS FORMULAS EMPLEADAS EN LA BERGEDORFER SPEKTRAL-DURCHMUSTERUNG.

Significado de la notación (Tabla 4):

$$N[\rightarrow m+0.5] = \text{número total de estrellas} \\ \text{más luminosas que } m + 0.5.$$

$$A[m\pm 0.5] = \text{número total de estrellas} \\ \text{desde } m - 0.5 \text{ hasta } m + 0.5.$$

$$Q_N = \frac{N(\rightarrow m+0.5; B)}{N(\rightarrow m+0.5; B=90^\circ)} = \text{concentración galáctica para el total de} \\ \text{estrellas más luminosas que } m + 0.5.$$

$$Q_A = \frac{A(m\pm 0.5; B)}{A(m\pm 0.5; B=90^\circ)} = \text{concentración galáctica para el total de} \\ \text{estrellas desde } m - 0.5 \text{ hasta } m + 0.5.$$

La comparación sólo es factible para las magnitudes aparentes azules de las estrellas comprendidas entre $(m_s)_{430} = 3.5$ y 20.5 . Los números de estrellas más luminosas incluidos en la columna horizontal han sido extrapolados de las tablas 17 y 18. De todos modos se ve, que los números azules de las estrellas que representan el promedio de los valores que van desde $B=90^\circ$ hasta 0° , caen entre las columnas donde $B=25^\circ$ y 20° respectivamente. Y si bien, desde las estrellas que aparentemente resultan ser más luminosas hasta más o menos las de $(m_s)_{430} \approx 15$ dichos valores se mantienen muy cerca de $\overline{B} = 25^\circ$, a partir de entonces aparecen desviarse cada vez más fuerte y rápidamente hacia latitudes galácticas menores hasta llegar a ser $\overline{B} < 20^\circ$ en las $(m_s)_{430} = 20$. No estará de más recordar aquí que, según los propios datos de Seares, van Rhijn, etc. (31), todos los números donde $(m_s)_{430} > 18.5$ —separados en nuestra tabla 4 por una raya horizontal— poseen sólo un valor extrapolatorio. Por razones, que sólo más tarde podrán explicarse, hemos aceptado en general el valor $\overline{B} = 23^\circ 5$ cuyo logaritmo exacto es: $\lg \csc 23^\circ 5 = 0.4$.

En párrafos anteriores acabamos de indicar la relación íntima que liga nuestra investigación con la estadística de los tipos espectrales de las estrellas. A esta relación se debe que hayamos calculado la tabla 5 y no a las existentes entre los tipos espectrales cuya descripción sólo hemos abordado muy rápidamente. A los datos numéricos que aparecen en la tabla 4 para las latitudes galácticas $B=90^\circ$, $B=(90^\circ-0^\circ)$ y $B=0^\circ$ hacemos corresponder en la tabla 5 los valores para $B=+69^\circ$, $=B(+69^\circ\text{---}+1^\circ)$ y $B=+1^\circ$, separados según los tipos espectrales promediados de la Bergedorfer Spektral-Durchmusterung. (86).

Los números promediados de las estrellas de latitud galáctica $B=(+69^\circ\text{---}+10^\circ)$ derivan de los promedios aritméticos formados sobre las cifras correspondientes a las 7 zonas galácticas $+69^\circ$, $+56^\circ$, $+43^\circ$, $+30^\circ$, $+17^\circ$, $+9^\circ$, $+1^\circ$ que figuran en la tabla 3 del 2º tomo (1938) de la antedicha Bergedorfer Spektral-Durchmusterung. Para facilitar la comparación tanto en la tabla 4 como en la 5, se exhiben las tres columnas verticales que contienen los números de estrellas $N(\rightarrow m)$ y las tres que representan a los $A(m\pm 0.5)$,

siempre que ellas valgan para todos los tipos espectrales. Del estudio de ambas se desprende que los promedios de las estrellas para $B = (+69^\circ \text{---} +1^\circ)$ corresponden casi exactamente a una latitud galáctica efectiva cuyo promedio \overline{B} es un poco menor que $+20^\circ$; aceptemos que sea $\overline{B} \approx +18^\circ$. La comparación entre los porcentajes de los tipos espectrales correspondientes a los promedios de estrellas para $B = (+69^\circ \text{---} +1^\circ)$ y las tablas que entregan la distribución de los mismos para las 7 zonas galácticas individuales, anteriormente mencionadas, no permite promediar, entre límites tan exigüos, una latitud galáctica efectiva. Sólo podemos decir que este \overline{B} oscila más o menos aproximadamente entre $+20^\circ$ y $\pm 10^\circ$. Pero, a pesar de estas groseras posibilidades de comparación, creemos que del examen de los números de las estrellas, porcentajes y concentraciones galácticas de los diversos tipos espectrales, en particular como considerados en conjunto, que figuran en las tablas 4 y 5, el lector podrá formarse una idea exacta del orden de las magnitudes que suponen las hipótesis y condiciones estadístico-estelares observadas de nuestro trabajo, aún cuando aquellas parecieran algún tanto deformadas por causa de la formación de los promedios.

Como las luminosidades aparentes fotográficas (azules) y fotovisuales (amarillas) de las estrellas de Seares, van Rhijn, etc. (31) están contenidas en el sistema internacional de Mount Wilson (19 p 211-215; 88), hemos aceptado simplemente como longitudes de ondas efectivas monocromáticas $\lambda_u = 430 \mu\mu$ y $\lambda_v = 530 \mu\mu$ como ya lo dejamos indicado en la pág. 26. Además tomamos como base de nuestra investigación las funciones de luminosidad de van Rhijn (27; 61 p 17) reunidas ya en la tabla 2. Pero estas luminosidades visuales absolutas se refieren a la escala visual de Harvard (27 p 73). Como en 1929 A. Brill (89) encontraba que $\lambda_{vis Harvard} \approx 530 \mu\mu$, mientras en 1935 Wesselink (99) obtenía que $\lambda_{vis Harvard} \approx 507 \mu\mu$, parece quizás existir una pequeña diferencia entre los dos sistemas de luminosidades visuales, de ahí que nosotros tratemos los recuentos de estrellas según sus luminosidades aparentes en la escala internacional fotovisual y las absolutas en la visual de Harvard. Seares (91) ha efectuado una investigación especial con el objeto exclusivo de poder pasar de la escala visual de Harvard al sistema fotovisual de M. Wilson y viceversa. Cuán pequeña sea la influencia de estas diferencias de escalas sobre el resultado de nuestro estudio tendremos ocasión de apreciarlo recién en el capítulo próximo cuando exponamos las relaciones numéricas que intervienen en el esquema Kapteyn. Las luminosidades aparentes de los números fotográficos (azules) de las estrellas de Seares, van Rhijn, etc. (31), así como las luminosidades absolutas fotográficas (azules) de las funciones de frecuencia de van Rhijn (27 p 73; 61 p 17), vienen dados en el mismo sistema internacional de M. Wilson.

Al final de este 2º capítulo hemos de mencionar todavía un punto que se relaciona igualmente con el problema de la selección de las funciones de luminosidad a emplearse. Por ejemplo, Bok (en 1931) para la determinación del descenso (como ocurre en la mayoría de los casos) de la densidad $D(R)$ con que se presentan las estrellas en las diferentes direcciones del cielo en la vía láctea (19 p 505; 28a) ha fundado todos sus extensos cálculos en un mismo esquema Kapteyn azul para densidad constante $D=1$. Y haciendo caso omiso de que un tal esquema según la fórmula lineal simple $S_{430} = 0.40R$ estaba afectado de una absorción interestelar azul ($\lambda_{ef.} \approx 430 \mu\mu$), el caso es que todos los nú-

T A B L A 6

La modificación de la función azul y amarilla $\Phi(W)$ de la frecuencia de las intensidades absolutas de la luminosidad de las estrellas en relación con la distancia Z al plano galáctico en conformidad con la Tabla 30 BAN 6 p. 281 (1932) de J. H. Oort.

$Z = \frac{R}{4}$ $\lg Z$	$R = \frac{W}{4}$ $\lg R$	$W = M + 10 =$																							
		4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0			
3.98 0.6	10.00 1.0	$m=9$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
2.51 0.4	6.31 0.8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1.58 0.2	3.98 0.6	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1.000 0.0	2.51 0.4	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.631 1.8-2	1.58 0.2	$m=4$	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.501	1.26	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.398 1.6-2	1.000 0.0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.251 1.4-2	0.631 1.8-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.158 1.2-2	.398 1.6-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.126	.316	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.100 1.0-2	.251 1.4-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.063 0.8-2	.158 1.2-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
.040 0.6-2	.100 1.0-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0.000-∞	0.000-∞	$W=M+10$	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0		

En el esquema propiamente dicho, las cifras grandes y las cifras en negrita indican los logaritmos $\lg(W \pm 0.5)$ del número total de las estrellas por kiloparsec cúbico de la luminosidad absoluta ($W \pm 0.5$) (con distribución constante de densidad $D=1$ de las estrellas en el espacio universal en todas las distancias Z de la vía láctea). Las cifras grandes se refieren a los valores funcionales azules y las cifras en negrita se refieren a los valores funcionales amarillos, imitando así estrechamente los mismos tipos de cifras para los mismos colores como en el gran esquema de la tabla 14.

Las cifras más pequeñas indican las diferencias entre cada valor y sus vecinos de la misma función, es decir, del mismo color.

meros calculados de estrellas $a(\lg R \pm 0.1; m \pm 0.6; M \pm 0.5)$ correspondientes a todas las capas espaciales desde las más próximas hasta las más lejanas, se basaron de una manera constante sobre una misma y única función de luminosidad azul, la que hemos reproducido en la tabla 2 bajo el título "azul, Bok 1931" y que es casi idéntica con la "azul, van Rhijn 1925".

A su tiempo, al menos teóricamente y al principio, no podía descartarse en las investigaciones de Kapteyn y van Rhijn sobre la función de la luminosidad, una posible variación de su forma con la distancia. [Véase también von der Pahlen (19 p 440, etc.)]. Es verdad que van Rhijn en su trabajo fundamental sobre la construcción definitiva de una forma de la función de luminosidad [Gro Pu 38 (1925)] que correspondiera a la realidad, opinaba que dicha forma era definitiva (véase la tabla 2) y que no se modificaba con la latitud galáctica; sin embargo, más tarde, se comenzó a pensar que una tal idea (la del año 1925) ya no se podía sostener. Del mismo problema de la forma de la función de luminosidad (92; 93) ya se había ocupado también antes (1924) Seares. Pero al mismo Seares (94; 95; 96) más tarde (1931) se le presentó la necesidad inevitable de considerar la variabilidad de la forma de la función de luminosidad con la distancia creciente del sol. El mismo en la última página del primero de los tres trabajos recién mencionados (94 = Mt Wilson Contr 436), escribe más o menos lo siguiente: "...el ejemplo que ha servido de prueba se ha realizado con una función constante de luminosidad porque hasta el presente no teníamos razón para hacerlo de otro modo. Sin embargo el cambio rápido en las densidades calculadas en los alrededores del sol delata que la función de luminosidad no es la misma en todas partes. Véase por eso Mt Wilson Contr 437". Sobre el contenido esencial de esta investigación de Seares (95 = Mt Wilson Contr 437) von der Pahlen (19 p 518) se pronuncia de la siguiente manera: "Si van Rhijn en Gro Pu 38 (1925) pensaba que se podía creer en la invariabilidad de la función de luminosidad (naturalmente tanto en la amarilla como en la azul), así también ahora, Seares piensa poder explicar un tal estado de cosas basándose en que van Rhijn ha atribuido las discrepancias encontradas entre las partes de la función de luminosidad deducidas de diferentes capas espaciales a un error sistemático cometido al tratar los paralajes de las estrellas débiles con movimientos propios pequeños (cálculos que se basaron en realidad sobre extrapolaciones), y que él lo ha eliminado por el aditamento de correcciones algún tanto arbitrarias, a lo menos para las estrellas de luminosidades absolutas débiles. Para las estrellas sin embargo de fuerte luminosidad absoluta, la variación sistemática de la función de luminosidad con la distancia, como podía demostrarlo Seares, puede reconocerse aún claramente y en sentido correcto en las tablas de van Rhijn".

Añádanse a todo esto las extensas investigaciones de A. Pannekoek (97) aparecidas casi en los mismos años, sobre la distribución espacial de las estrellas y en especial las que se refieren a los tipos espectrales particulares. Para no mencionar más detalles, incluimos en la tabla 6 las funciones de luminosidad (azules y amarillas) que usaremos más tarde nosotros, o sea $\Phi(W \pm 0.5 = M + 10 \pm 0.5)$ y las variaciones que sufren al crecer la distancia Z (expresada en kpc) respecto al plano galáctico.

En cuanto a la tabla 6 hay que anotar lo siguiente: los valores $\lg \varphi(M \pm 0.5)$ de van Rhijn en Gro Pu 47 (1936) p 17 tabla 6, que representan los números de todas las

estrellas por parsec cúbico que dentro de las luminosidades absolutas ($M \pm 0.5$) rodean al sol (es decir, donde $D=1$), formaron (para la distancia $Z=0$ del plano galáctico) la base de las funciones indicadas de luminosidad.

Para suprimir el cambio de signo de las luminosidades absolutas que origina ciertas molestias al tratar un esquema Kapteyn afectado de absorción interestelar, introducimos una nueva luminosidad absoluta W por medio de la ecuación $M + 10 = W$; como además elegimos como unidad de distancia el kiloparsec en lugar del parsec, vale también la ecuación:

$$1000 R \text{ (en kiloparsec)} = r \text{ (en parsec)}$$

ó sea

$$3 + \lg R = \lg r$$

La conocida relación entre m , M , r , es decir

$$m - M + 5 = 5 \lg r$$

se transforma por consiguiente en

$$m - W = 5 \lg R$$

donde habiendo desaparecido también el incómodo sumando $+5$, el módulo de la distancia resulta ser directamente el quíntuplo de su logaritmo decimal. Esto representa una pequeña modificación de la conocida relación entre las luminosidades aparente y absoluta y el logaritmo de la distancia, simplificación que recién reconoceremos su utilidad cuando la empleemos frecuentemente, amén de que con ella se descongestiona algo el cuadro que representa los grandes esquemas de la distribución estelar.

En base a la elección hecha de las unidades, podemos ahora pasar del número de estrellas contadas por parsec al cómputo en kiloparsec cúbico por la ecuación:

$$5 + \lg \varphi(W \pm 0.5) = \lg \Phi(W \pm 0.5)$$

Esto tiene la pequeña ventaja que, los valores tabulados de los logaritmos de la función de luminosidad ganan algo en la práctica, debido a que en casi todos los casos son > 0 , a lo menos para $Z=0$. (Véase la tabla.) En la misma vía láctea en una esfera del volumen de la unidad de un kiloparsec cúbico y de radio un poco mayor que $R=0.600 \text{ kpc}$ se encuentran simultáneamente p. e. unas:

10 estrellas, cuya luminosidad absoluta es $W=4$

y

10 millones de estrellas, cuya luminosidad absoluta es $W=24$

La mejor representación de los recuentos promediados observados de estrellas, después de todo, parecería obtenerse si los logaritmos recién citados de las funciones de lu-

miniosidad de van Rhijn [de Gro Pu 47 (1936)] para $Z = 0$, vale decir, si los valores $\lg \Phi_{530, vR}(W; Z=0)$ se aceptaran modificados en la forma $\lg \Phi_{430, HW}(W; Z=0)$ para las dos longitudes de onda efectiva $\lambda=530 \mu\mu$ y $\lambda=430 \mu\mu$ según el esquema siguiente:

$$\begin{aligned} \lg \Phi_{530, HW}(W; Z=0) &= \lg \Phi_{530, vR}(W; Z=0) + 0.01 \text{ (para } W \leq 14) \\ \lg \Phi_{430, HW}(W; Z=0) &= \lg \Phi_{430, vR}(W; Z=0) - 0.01 \text{ (para } W \leq 14) \end{aligned}$$

Como la variación "quizás" necesaria de las funciones determinadas por van Rhijn sería así muy pequeña, su valor, en caso de que existiera alguno, radicaría más en su dirección que en su valor absoluto. Estas dos funciones así aceptadas se encuentran pues en la última fila horizontal de la tabla 6 para $Z=0=R$. Los valores de $\lg \Phi_{430}(W; Z \neq 0)$ fueron calculados simplemente según las diferencias $\Delta \lg \Phi_{430, Oort}(W; Z)$ que medían entre las diferentes distancias Z del plano galáctico que había encontrado Oort (98 p 281. tabla 30) como resultado inmediato adicional en otra investigación. Los antilogaritmos de estas diferencias $\Delta \lg \Phi_{430, Oort}(W; Z)$ de Oort se relacionan (multiplicando) con los valores de la distribución $D(Z)$ de la densidad de las estrellas, valores que coinciden satisfactoriamente con los deducidos más tarde, como parte del resultado principal, por van Rhijn y Schwassmann (99 p 187 Tabla 19) en una investigación de carácter muy diferente; de los valores de la distribución $D(Z)$ que acabamos de hablar hace mención Oort (98) en la última fila horizontal de su "Tabla 30".

Coincidentes con Oort, hemos aceptado también, que la función azul de luminosidad para $W \geq 18$ no modifica más su forma con la distancia Z de la vía láctea. Igualmente hemos juzgado como más conveniente aceptar que las dos funciones (azul y amarilla) de luminosidad conservan respectivamente una misma forma constante para todos los $Z \geq 1.58 \text{ kpc}$. Oort no ha indicado valores de $\Delta \lg \Phi_{430, Oort}(W; Z)$ para $Z > 1.500 \text{ kpc}$ debido a que "siendo muy inseguros los valores para $Z = 1.500 \text{ kpc}$ el presentarlos hubiera sido pura adivinanza". Teniendo a la vista la tabla 6 hace la impresión como si las diferencias $\Delta \lg \Phi_{430, Oort}(W; Z)$ tendieran a cero con el crecer de Z ; por eso nos pareció en primera aproximación justificado suponer que era $\Delta \lg \Phi_{430}(W; Z) = 0$ para $Z > 1.500 \text{ kpc}$. Además, en la tabla 5 vemos cuán rápidamente decrece el porcentaje de las estrellas del tipo B y A , de luminosidad aparente más débil. Añádase por fin, lo que K. G. Malmquist (100 p 459) nos ha podido comunicar en una de sus investigaciones en curso (1938), a saber que el porcentaje de las estrellas gigantes decrece generalmente con el aumento progresivo de las distancias de la vía láctea en dirección del polo norte galáctico. (Quizás ya haya visto la luz pública este trabajo que el Sr. Prof. Dr. Malmquist tuvo la amabilidad de anunciárnoslo en el año 1940; las dificultades en la correspondencia que ha originado la guerra nos ha imposibilitado contar con datos tan interesantes.) Pero aunque teóricamente exista la posibilidad de que nuestras hipótesis sobre el comportamiento de los valores $\Delta \lg \Phi(W; Z)$ para $Z > 1.500 \text{ kpc}$ no sean del todo correctas, con todo, por lo que veremos más tarde, ello en la práctica no tiene importancia alguna, por la sencilla razón, que a esas grandes distancias de la vía láctea las densidades D y los valores absolutos $\lg \Phi(W; Z)$ resultan insignificantes.

Otro problema lo constituiría el comportamiento de las funciones de luminosidad con respecto a la forma que representan sus distancias, las que son sensiblemente menores

que 0.100 *kpc*. Sobre el particular A. van Maanen (101) nos suministra datos de los que hemos echado mano solo sumariamente.

Finalmente, advertimos que las funciones amarillas de luminosidad que para las diferentes distancias Z de la vía láctea figuran en la tabla 6, han sido determinadas por las ya existentes azules a las mismas distancias, basándonos en que cada dos curvas $\Phi(W;Z)$ de diferente color y cuya Z es constante (es decir, Φ tratada como función de W) se comportan casi siempre como si estuvieran separadas en un ΔW correspondiente al respectivo índice medio de color $I_c = \Delta W$.

Quisiéramos nuevamente insistir que en la tabla 6 los $\lg \Phi(W \pm 0.5)$ correspondientes a la luminosidad absoluta ($W \pm 0.5$) de las estrellas valuadas por *kpc cúbico*, solamente representan la distribución de las mismas en el espacio universal para una densidad constante $D=1$. Pero si se quisiera saber para todas las distancias Z el verdadero número de las estrellas por *kpc cúbico*, tratándose de luminosidades absolutas ($W \pm 0.5$), se habrían entonces de añadir en el esquema de la tabla 6 una por una las diferentes capas dadas por $\lg D(Z)$. Pero, esto último aún nos es perfectamente desconocido! Una nueva determinación de los $\lg D(Z)$ creemos que constituirá uno de los principales resultados secundarios de nuestra investigación.

3. — APLICACION DEL METODO DE BOK AL MATERIAL DE LAS OBSERVACIONES

Creemos oportuno indicar aquí que cuando hablamos de material de observación se tiene que entender en un sentido muy amplio; pues dentro del epígrafe en cuestión se deberán también enumerar:

- 1) los promedios indicados por Seares, van Rhijn, etc. (31) en la Tabla 18 de su gran investigación, o sea, los promedios de los logaritmos de los números

$$\begin{aligned} \lg N[\rightarrow (m_s)_{530} + 0.5] \\ \lg N[\rightarrow (m_s)_{430} + 0.5] \end{aligned}$$

de todas las estrellas más brillantes que las de una cierta luminosidad aparente observada

$$\begin{aligned} (m_s)_{530} + 0.5 \\ (m_s)_{430} + 0.5 \end{aligned}$$

dentro del recinto de un grado cuadrado [según se trate de luminosidades amarillas (= visuales o fotovisuales) o azules (=fotográficas)];

- 2) un par de funciones de luminosidad (refiriéndose una a magnitudes amarillas y a azules la otra) aunque no constituyan ellas en sí ningún resultado inmediato observacional —sea que se trate de las Gro Pu 38 (1925) o de las Gro Pu 47 (1936) de van Rhijn.

No es nuestra idea presentar acá una exposición detallada de los diversos esquemas Kapteyn que, tratados e investigados por nosotros, nos han conducido a las nuevas fórmulas de la absorción interestelar últimamente aceptadas. Una tal exposición, a más de exigir necesariamente mucho tiempo, resultaría tanto para el autor como para los lectores demasiado onerosa. Como por otro lado el método de Bok (19 p 507; 28) resulta ser demasiado simple, claro y conocido, creemos más del caso enumerar solamente los puntos de vista más sobresalientes y que nos parecen revestir mayor importancia. Sin embargo, a los efectos de que sea más comprensible nuestra exposición y con el objeto de que nuestro trabajo no pierda interés en su realización, hemos estimado conveniente repro-

ducir en la tabla 7 uno de los susodichos esquemas; en realidad hemos elegido el que contiene el resultado final de nuestra colaboración.

Como el método de Bok resulta de tanta mayor aplicación cuanto mayor sea el dominio de las magnitudes aparentes con que se pueda contar, de ahí que hayamos elegido para los valores

$$lg N[\rightarrow(m_s + 0.5)]$$

como límites más brillantes en ambos colores $(m_s) = 3.0$. [Los valores $lg N[\rightarrow 3.5]$ de la tabla 7 han sido extrapolados de los datos de Seares, van Rhijn, etc. (31)]. Como límites más oscuros habíamos elegido primero $(m_s)_{530} = 17.0$ y $(m_s)_{430} = 18.0$, con el objeto de que correspondiendo estos números aproximadamente al índice medio de color de estas estrellas se pudiera progresar igualmente lejos en el espacio universal tanto de las columnas amarillas como en las azules. Seares, van Rhijn, etc. (31) indican que sus números de estrellas han sido extrapolados más allá de $(m_s) = 18$. Nosotros por eso despreocupándonos de ciertas dudas eventuales hemos elegido finalmente como límites más oscuros $(m_s)_{530} = 19.0$ y $(m_s)_{430} = 20.0$. (Véase la columna horizontal superior de la tabla 7). Más abajo se encuentran los valores correspondientes

$$A[m_s \pm 0.5] = N[\rightarrow m_s + 0.5] - N[\rightarrow m_s - 0.5]$$

La base pues de toda nuestra investigación la forman simultáneamente los números de estrellas $A[m_s \pm 0.5]$ en los dos colores. Debemos pues reconstruir ahora por medio de dos esquemas Kapteyn (uno amarillo y otro azul), estos números de estrellas A_{SvR} observados por Seares, van Rhijn, etc. Comenzamos sencillamente calculando un esquema Kapteyn con una densidad constante $D=1$ en todas sus capas, basándonos en cada una de las dos modernas funciones de luminosidad (una amarilla, azul la otra) de van Rhijn de Gro Pu 47 (1936) p 17 Table 6, sin tomar en cuenta una eventual variación producida por la distancia de la vía láctea. Y dado que van Rhijn (27) se ocupó preferentemente de la función de luminosidad amarilla, probaremos por ejemplo de representar lo más exactamente posible los números amarillos observados de las estrellas $A[(m_s)_{530} \pm 0.5]$ para lo cual elegiremos una serie conveniente de densidades $D(R)$ como función de la distancia R al sol, prescindiendo del grado de desviación que provocarían en uno u otro sentido los números azules de las estrellas A_{HW} que se calcularían a su vez por la misma serie de densidades $D(R)$ correspondientes a los valores observados A_{SvR} . En esta suposición casi siempre factible, es decir, que los números observados a lo menos en un esquema Kapteyn (en nuestro caso en el amarillo) están de acuerdo con el cálculo, estudiamos las discrepancias que resultan de los cálculos del autor con las observaciones de Seares, van Rhijn, etc., comparando las siguientes fracciones (siempre propias):

$$\frac{A_{430, SvR}}{A_{530, SvR}} = \left(\frac{A_{430}}{A_{530}} \right)_{SvR} \quad \text{y} \quad \frac{A_{430, HW}}{A_{530, HW}} = \left(\frac{A_{430}}{A_{530}} \right)_{HW}$$



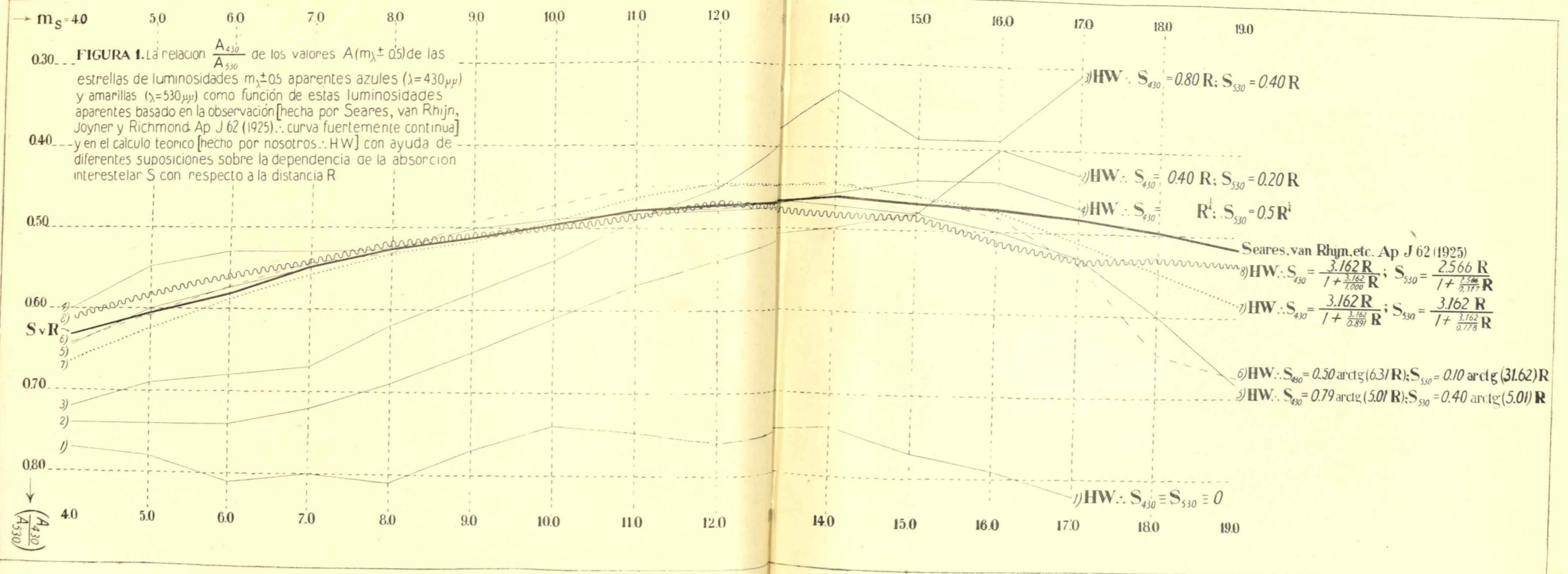


FIGURA 1. La relación $\frac{A_{430}}{A_{530}}$ de los valores $A(m_{\lambda} \pm 0.5)$ de las estrellas de luminosidades $m_{\lambda} \pm 0.5$ aparentes azules ($\lambda=430\mu\mu$) y amarillas ($\lambda=530\mu\mu$) como función de estas luminosidades aparentes basado en la observación [hecha por Seares, van Rhijn, Joyner y Richmond: Ap J 62 (1925): curva fuertemente continua] y en el cálculo teórico [hecho por nosotros: HW] con ayuda de diferentes suposiciones sobre la dependencia de la absorción interestelar S con respecto a la distancia R

3) HW: $S_{430} = 0.80 R$; $S_{530} = 0.40 R$
 2) HW: $S_{430} = 0.40 R$; $S_{530} = 0.20 R$
 4) HW: $S_{430} = R^{\frac{1}{2}}$; $S_{530} = 0.5 R^{\frac{1}{2}}$
 Seares, van Rhijn, etc. Ap J 62 (1925)
 8) HW: $S_{430} = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{7.000} R}$; $S_{530} = \frac{2.566 R}{1 + \frac{2.566}{0.377} R}$
 7) HW: $S_{430} = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.891} R}$; $S_{530} = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.778} R}$
 6) HW: $S_{430} = 0.50 \arctg(6.31 R)$; $S_{530} = 0.10 \arctg(31.62) R$
 5) HW: $S_{430} = 0.79 \arctg(5.01 R)$; $S_{530} = 0.40 \arctg(5.01) R$

$\frac{A_{430}}{A_{530}}$

Naturalmente que cada una de estas dos fracciones es una función de la luminosidad aparente m_s . La curva $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{SvR}}$ dada por las observaciones se destaca en la Fig. 1 con un trazo más grueso y de forma bien definida y ligeramente cóncava. Evidentemente que la dificultad primordial en la solución de nuestro problema radica en la necesidad de cubrir aceptablemente en toda su extensión las funciones de la luminosidad aparente caracterizadas por estas dos fracciones propias. En este sentido tenemos que confesar que nuestra primera solución al problema, en la forma en que se acaba de exponer, significa un fracaso, cosa que también pone en evidencia la Fig. 1. Mientras los números amarillos $A_{530,\text{HW}}$ de las estrellas calculados por nosotros, coincidieron satisfactoriamente con los observados $A_{530,\text{SvR}}$, los azules $A_{430,\text{HW}}$ calculados resultaron a su vez de 1.2 hasta 1.7 veces mayores que los $A_{430,\text{SvR}}$ observados.

Tal desproporción entre cálculo y observación resulta demasiado fuerte para pasar inadvertida, o para ser tildada de error de las observaciones. No nos queda entonces sino ocuparnos aunque sea sólo brevemente de la influencia que sobre las posibilidades de solución de nuestro problema tiene la diferencia de las dos escalas de luminosidades visuales. Como la función visual de luminosidad de van Rhijn está basada (27 p 73) en la escala visual de Harvard, en la Tabla 8 se presentan los números de estrellas

$$N[\rightarrow (m_s)_{\text{vis int}} + 0.5] \text{ para } B = (0^\circ - 90^\circ)$$

de Seares, van Rhijn, etc. (31), reducidos de $m_{\text{vis int}}$ en $m_{\text{vis Harv}}$ según los datos determinados por Seares (91) con tal fin.

Un ligero examen de la tabla 8 demuestra que en la mayoría de los casos $\overline{N}(m_{\text{vis Harv}})$ así como $\overline{A}(m_{\text{vis Harv}})$ son mayores que los valores correspondientes $\overline{N}(m_{\text{vis int}})$ y $\overline{A}(m_{\text{vis int}})$ de igual luminosidad aparente. Lo que significa, que la curva "observada" de los valores

$\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{SvR}}$ se ha desplazado parcialmente hacia valores más débiles de sus ordenadas, debido a la introducción de las luminosidades visuales de Harvard. La separación visible

en la Fig. 1 entre la curva de los valores "observados" $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{SvR}}$ y la de los valores

"calculados" $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{HW}}$ se ensancha algo más, es decir, empeora su significado, debido

a un pequeño mejoramiento de la coincidencia de las dos escalas visuales de luminosidad entre los números observados de las estrellas y las funciones usadas de luminosidad.

A consecuencia del aumento de los valores \overline{N} respect. \overline{A} por la transición de recuentos de estrellas de $m_{\text{vis int}}$ a $m_{\text{vis Harv}}$ también se ensancha la separación de la curva amarilla y azul "observada" de Wolf. Como acabamos de hacer notar antes, nuestras dos curvas "observadas" de Wolf en ambos colores sepáranse muy fuertemente (Fig. 2), y la razón es, porque mientras los valores "calculados" $A_{430,\text{HW}}$ se presentan de 1.2 has-

ta 1.7 veces mayores (es decir, siempre con luminosidad aparente más débil) que los ‘observados’ $A_{430,SVR}$, a su vez los valores calculados y observados A_{530} coinciden. En el capítulo 1º (p 21) ya hemos dejado establecido que una separación superior a la normal de dos curvas Wolf de diferente color puede delatar la actividad de una absorción interestelar selectiva, dado que esta absorbe más fuertemente la luz azul que la amarilla. La fuerte y permanente separación de nuestras curvas Wolf observadas que aparece en todas las luminosidades aparentes desde las más brillantes hasta las más débiles, y la imposibilidad de poder explicar dicho fenómeno por un error en las escalas de luminosidad, no son aún razones suficientes que permitan abandonar la idea de la actividad de una absorción interestelar selectiva.

Sin embargo, para no dejar camino por explorar, y a los efectos de conseguir, a pesar de todo, una comprobación simultánea, a la vez que completa y calculada tanto de los números observados amarillos como de los azules que representen los promedios de las estrellas por una sola serie lógica de valores D de densidades espaciales en las diferentes capas del universo, se podría quizás pensar en lo siguiente:

1) De acuerdo al andar recíproco de las dos funciones de luminosidad, suprimir desde cierta distancia las estrellas más brillantes [cuando $\Phi_{azul} > \Phi_{amarillo}$ para $W > 9$] a fin de que los números calculados azules no crezcan tan rápidamente como los amarillos en su suma $A(m \pm 0.5)$. Este método es muy semejante al de la variabilidad que sufren las funciones de luminosidad al distanciarse cada vez más del plano galáctico y del que daba cuenta la tabla 6. Este método sin embargo resulta aquí del todo ineficaz, puesto que:

- a) las densidades $D(R)$ decrecen demasiado rápidamente con el crecer de la distancia R ;
- b) para las estrellas no tan brillantes ($W > 8$), suponiendo el par de funciones (azul y amarilla) de luminosidad de van Rhijn de Gro Pu 47 (1936), cada uno de los valores calculados

$$a_{azul}(m \pm 0.5; W \pm 0.5)$$

siempre es la mitad mayor que el valor individual

$$a_{amarillo}(m \pm 0.5; W \pm 0.5)$$

calculado, correspondiente al valor azul (es decir, al situado en la misma célula individual del esquema Kapteyn; véanse las diferencias correspondientes $lg \Phi_{amarillo} - lg \Phi_{azul}$ de la tabla 2; todas resultan ser $< 0.30 = lg 2$) mientras que los valores ‘observados’ $A(m \pm 0.5)$, que deberían representar las sumas de las columnas verticales ‘calculadas’ $a(m \pm 0.5; W \pm 0.5)$ por todas las luminosidades absolutas $W \pm 0.5$ con m siempre constante, resultan en el azul [= $A_{azul}(m \pm 0.5)$] ser siempre menor que la mitad de los correspondientes valores ‘observados’ amarillos $A_{amarillo}(m \pm 0.5)$ y esto vale para todos los recuentos de estrellas desde $m = 10$ hasta $m = 18$ (véase tam-

TABLA 8

Conversión de los números visuales promedios de las estrellas para
 $B = (0^\circ - 30^\circ)$ de Seares, van Rhijn etc. de Ap J 62 p 364 Table 18 (1925)
 de $m_{\text{vis int}}$ en $m_{\text{vis Harv}}$ según Ap J 61 p 284 Table 2 (1924)

$\lg \bar{N}(m_{\text{vis int}})$	$\Delta \Delta \lg \bar{N}$	$m_{\text{vis int}} - m_{\text{vis HARV}}$	$\lg \bar{N}(m_{\text{vis HARV}}) - \lg \bar{N}(m_{\text{vis int}})$	$\lg \bar{N}(m_{\text{vis HARV}})$	\bar{N} $m_{\text{vis HARV}}$	\bar{A}	m_s	$\lg \bar{N}(m_{\text{vis int}})$	\bar{N} $m_{\text{vis int}}$	\bar{A}
4.261							20.0			
264							.5	4.261	18200.	
3.997	24						19.0		8270.	
288							.5	3.997	9930.	
3.709	22						18.0		4810.	
310							.5	3.709	5120.	
3.399	23						17.0		2610.	
333							.5	3.399	2510.	
3.066	23						16.0		1350.	
356							.5	3.066	1160.	
2.710	19						15.0		647.	
375							.5	2.710	513.	
2.335	17	-0.07		2.308	203.	310.	14.0		297.	
392			-0.027				.5	2.335	216.	
1.943	17	+0.02	+ 8	1.951	89.3	113.7	13.0		128.3	
409							.5	1.943	87.7	
1.534	14	+0.11	+ 45	1.579	37.9	51.4	12.0		53.5	
423							.5	1.534	34.2	
1.111	13	+0.20	+ 85	1.196	15.7	22.2	11.0		21.3	
436							.5	1.111	12.9	
0.675	11	+0.28	+ 122	0.797	6.27	9.43	10.0		8.17	
447							.5	0.675	4.73	
0.228	10	+0.19	+ 85	0.313	2.06	4.21	9.0		3.04	
457							.5	0.228	1.69	
9.771	9	+0.10	+ 46	9.817	0.656	1.404	8.0		1.100	
465							.5	9.771	0.590	
9.306	7	+0.02	+ 9	9.315	0.207	0.449	7.0		0.388	
472							.5	9.306	0.202	
8.834	8	-0.04	- 19	8.815	0.065 ₃	0.141 ₇	6.0		0.133 ₈	
480							.5	8.834	0.068 ₂	
8.354	6	-0.07	- 34	8.320	0.020 ₉	0.044 ₄	5.0		0.045 ₆	
486							.5	8.354	0.022 ₆	
7.868	6	-0.08	- 0.039	7.829	0.006 ₇₅	0.014 ₁₅	4.0		0.015 ₂₂	
							3.5	7.868	0.007 ₃₈	

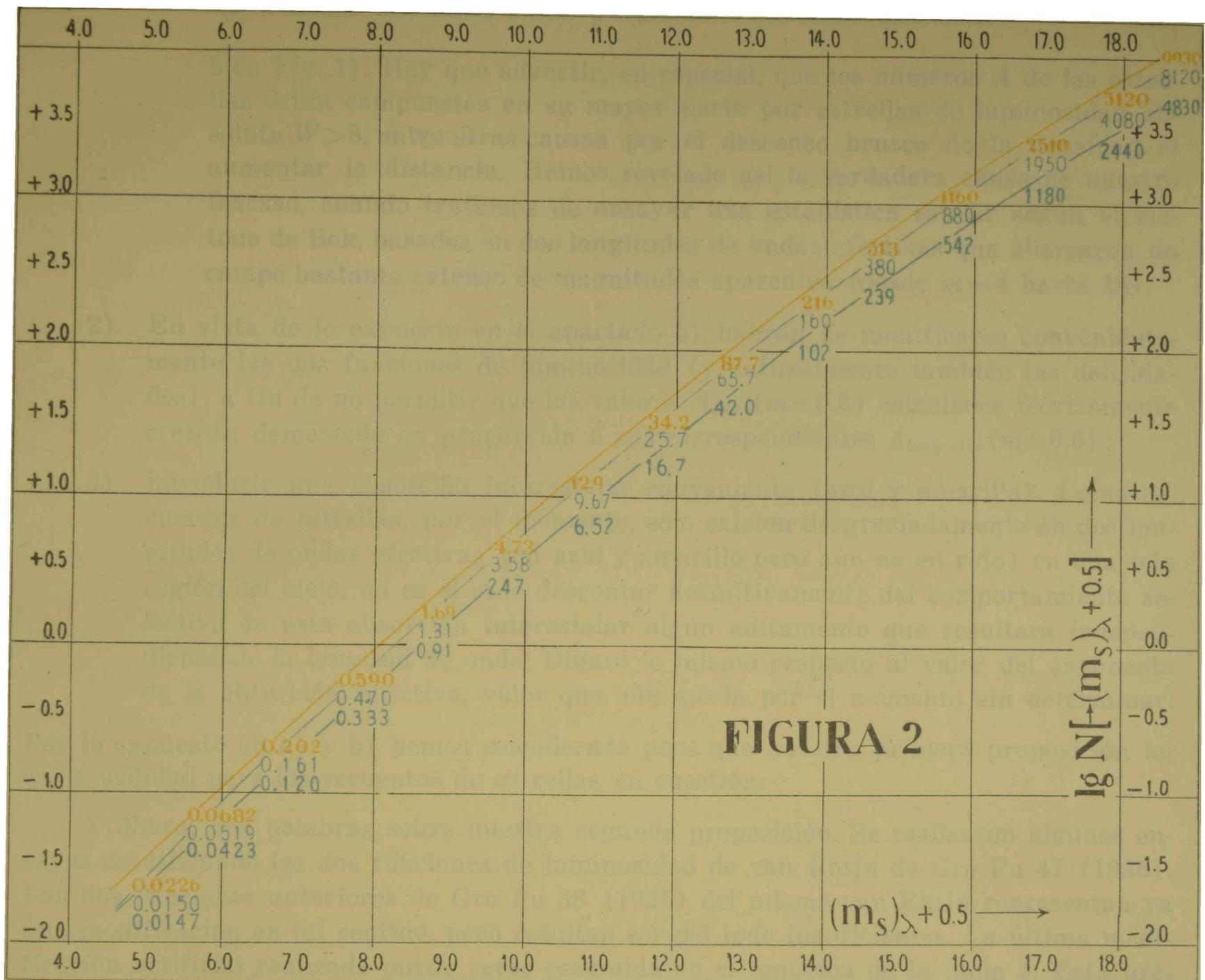


FIGURA 2

Las dos curvas Wolf de los números $N [\rightarrow (m_s)_\lambda + 0.5]$ de las estrellas por grado cuadrado, observados por Seares, van Rhijn etc. según ApJ 62 (1925) Table 18, promediados entre $[B=(0^\circ-90^\circ)]$, azules (= fotogr.) y amarillos (= fotovis.). Si se calculan estos artificialmente (véase texto p. 35) en base a una cierta distribución simultánea de la densidad de las estrellas en el espacio universal de tal manera que por ejemplo la curva amarilla de Wolf observada y calculada coincidan, entonces a pesar de ello la curva azul de Wolf calculada pasa notablemente distante por encima de la curva observada del mismo color en sus aparentes luminosidades de estrellas, probablemente por omisión de la absorción interestelar (selectiva) en el cálculo.

bién Fig. 1). Hay que advertir, en especial, que los números A de las estrellas están compuestos en su mayor parte por estrellas de luminosidad absoluta $W > 8$, entre otras causas por el descenso brusco de la densidad al aumentar la distancia. Hemos revelado así la verdadera causa de nuestro fracaso, cuando tratamos de ensayar una estadística estelar según el método de Bok, basados en dos longitudes de ondas efectivas que abarcaron un campo bastante extenso de magnitudes aparentes (desde $m=4$ hasta 18).

- 2) En vista de lo expuesto en el apartado b) habrán de modificarse convenientemente las dos funciones de luminosidad (y naturalmente también las densidades), a fin de no permitir que los valores $A_{azul}(m \pm 0.5)$ calculados teóricamente crezcan demasiado en proporción a sus correspondientes $A_{amarillo}(m \pm 0.5)$;
- 3) introducir una absorción interestelar conveniente (azul y amarilla). Como recuentos de estrellas, por el momento, sólo existen desgraciadamente en dos longitudes de ondas efectivas (en azul y amarillo pero aún no en rojo) en una sola región del cielo, no es el caso descontar definitivamente del comportamiento selectivo de esta absorción interestelar algún aditamento que resultara independiente de la longitud de onda. Dígase lo mismo respecto al valor del exponente de la absorción selectiva, valor que aún queda por el momento sin determinar.

Por lo expuesto en a) y b) hemos considerado pues que nuestra primera proposición no es de utilidad para los recuentos de estrellas en cuestión.

Y ahora, dos palabras sobre nuestra segunda proposición. Se realizaron algunos ensayos modificando las dos funciones de luminosidad de van Rhijn de Gro Pu 47 (1936). Las dos funciones anteriores de Gro Pu 38 (1925) del mismo van Rhijn representan ya una modificación en tal sentido, pero resultan ser del todo insuficientes. La última modificación artificial realizada puede verse resumida en el esquema de la tabla 9. Esta pre-

TABLA 9

W_{vis} \ Sp	B	A	K
10.0	— 0.20	— 0.20	+ 0.20
11.0	— 0.40	— 0.40	+ 0.40
12.0	— 0.40	— 0.40	+ 0.40
13.0	— 0.40	— 0.40	+ 0.40
14.0	— 0.20	— 0.20	+ 0.20

senta las modificaciones efectuadas arbitrariamente por nosotros de las funciones visuales de luminosidad en los tipos individuales del espectro ($=Sp$) según los siguientes importes que se han de sumar a los valores individuales $lg \Phi(Sp;W)$ (naturalmente que entonces las funciones azules de luminosidad quedarán a su vez automáticamente modificadas). Estas adiciones, que al modificar esencialmente (*p. e.* $0.30 = lg 2.0!$) en sus detalles la construcción del diagrama Hess (19 p 247) usado (amarillo y azul), y que parecerían ser de gran influencia en las dos funciones de luminosidad de todos los tipos espectrales reunidos, especialmente en los valores correspondientes $\Phi(W)$ a una misma luminosidad absoluta pero de distinto color, resultan sin embargo ser de muy escasa influencia. Por eso sería aventurado tratar de buscar por este camino un par de funciones de luminosidad usando una serie común de densidades D sin contar con el auxilio de la absorción interestelar; y esto, ni aún en el caso de que las citadas modificaciones artificiales sobrepasaran ampliamente los límites de una posible deficiencia de las funciones de luminosidad. Más aún: la sucesiva comprobación de las posibilidades de satisfacer los números de estrellas por funciones de luminosidad más fuertemente alteradas, hace suponer que una tal solución nunca tendría éxito debido sobre todo a que las funciones totales de luminosidad aparecen conformadas de una manera peculiar por las pequeñas funciones de luminosidad de los tipos espectrales individuales. Y aún dado el caso que el resultado fuera satisfactorio, estaríamos en presencia de funciones que distarían mucho de ser las realmente observadas por Rhijn.

No nos queda entonces otro camino que agotar las enormes posibilidades, aun por su riqueza de formas, de nuestra tercera proposición, vale decir, la aplicación de una absorción interestelar selectiva. El resultado obtenido, por consiguiente, debe ser considerado como una nueva comprobación de tan importante problema de la astronomía moderna, y que al mismo tiempo demuestra la eficacia del esquema inventado por Kapteyn y tantas veces usado por Bok, máxime si se lo desarrolla ulteriormente en sentido tal que se lo aplique simultáneamente a los recuentos de estrellas en varias ondas efectivas de sus magnitudes aparentes, como lo hacemos nosotros por primera vez en gran escala.

Comenzamos pues con la construcción de un esquema Kapteyn basado en las funciones de luminosidad de van Rhijn de Gro Pu 47 (1936) y esta vez con la suposición adicional de una absorción interestelar azul $S_{430} = + 0.4 R$. [Como siempre, en confección doble, coordenadas diagonalmente y en su color correspondiente se encuentran en cada uno de los recuadros individuales, para todas las combinaciones de m_s y W , los valores azules $lg \Phi_s$, $a = (v \times D \times \Phi_s)$, $v = volumen$. Dígase lo mismo para los valores amarillos]. Como en el primer ensayo con absorción interestelar, igualmente ahora, no contando con ningún punto adecuado de partida, hemos elegido esta fórmula lineal cu-

yo coeficiente de absorción azul $\frac{d S_{430}}{d R} = T_{430} = + 0.4$ al permanecer constante pareció

también a Bok (28a) como el más conveniente para nuestro sistema galáctico. En consonancia con la proporción hallada anteriormente (por Trümpler (16)) y usada general-

mente $\frac{S_{530}}{S_{430}} = 0.5$, hemos aceptado además la hipótesis que sea $S_{530} = + 0.2 R$, a fin

de que resulte verdaderamente $\left(\frac{S_{530}}{S_{430}}\right) = 0.5$. Pues en el caso en que $S=U(\lambda) \times V(R)$,

vale para cualquier valor de R la ecuación:

$$S_{530} : S_{430} = \left(\frac{dS_{530}}{dR}\right) : \left(\frac{dS_{430}}{dR}\right) = T_{530} : T_{430} = U_{530} : U_{430} = const.$$

Pero, como ahora comprendemos por el estudio de la Fig. 1, con el auxilio de estas dos funciones de absorción en ninguna forma se ha logrado representar plenamente la separación dominante entre nuestras dos curvas observadas de Wolf. La curva característica calculada de la separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ sin absorción interestelar ($S=0$), en ninguna forma había cruzado la observada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SvR}$ (Como prueba de la existencia de absorción interestelar, véase también p. 35 y 36).

Las funciones

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{430} = 0.4 R \\ S_{530} = 0.2 R \end{array} \right.$$

usadas como primer par de S , admiten un solo punto de intersección entre las curvas de separación calculada y la observada; por lo demás en ninguna forma son paralelas, ni mucho menos se cubren. Lo mismo ocurre ensayando las funciones

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{430} = 0.8 R \\ S_{530} = 0.4 R \end{array} \right.$$

sólo que ahora el punto de intersección entre ambas curvas se encuentra desplazado en algunas magnitudes en dirección de las aparentes más fuertes. Y así tiene que ser, pues a funciones de absorción más fuerte (especialmente a funciones de mayor selectividad) que originan una separación proporcionalmente mayor de las curvas calculadas de diferente color de Wolf, corresponden en la Fig. 1 curvas $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)$ de separación más elevadas, es decir, curvas cuyos valores son más pequeños. Debido a este paralelismo entre el comportamiento exterior de la absorción interestelar S y las curvas de separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)$

originadas por dicha absorción en relación con creciente distancia al sol es que en la Fig. 1 hayamos tomado los valores crecientes de las ordenadas en sentido contrario al clásico. Así se explica que la curva de separación derivada del cálculo sin absorción alguna ($S \equiv 0$), se encuentre en la parte más baja de dicha figura, y que el par de funciones

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{430} = 0.8 R \\ S_{530} = 0.4 R \end{array} \right.$$

ascendiendo más rápidamente origine también por el cálculo una curva de separación (vista desde abajo) que se eleva más fuertemente que las dos funciones

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{430} = 0.4 R \\ S_{530} = 0.2 R \end{array} \right.$$

de sí más débiles.

Impuestos así del mecanismo de la Fig. 1, podemos quizás con su ayuda representar la absorción interestelar $S_\lambda(R)$ en nuestro sistema galáctico como función de la distancia R del sol y de la longitud de onda efectiva λ . En base a las primeras comprobaciones recientemente efectuadas podemos anticipar desde ya como valor de importancia que entre las funciones S_λ de la absorción interestelar y la distancia R nunca puede existir una dependencia puramente lineal. Tal cosa ya estaba en el ánimo de los que se ocupaban de este asunto; sólo por carecer de datos más precisos se vieron sin duda obligados a usar casi siempre la forma lineal $S = T \times R$. Aplicar pues una tal fórmula sobre distancias de algunos kiloparsecs, aunque arriesgado, no mereció explícita reprobación; de ahí la variada diferencia que es dable observar en los valores hallados de T_λ para la misma longitud λ de onda efectiva.

Un esquema Kapteyn de un tamaño tal, que abarcara desde $m_s = 3.5$ hasta $m_s = 19.5$ (en amarillo) y hasta $m_s = 20.5$ (en azul) —y aún en doble confección (azul y amarillo)— presentaría a pesar de su tamaño una malla tan angosta en la distribución de las estrellas, que hace posible pensar de la absorción interestelar en una hipótesis más precisa que la usual —es decir, que la que se basa en $S = T \times R$ donde T es una constante— a saber, en una función aún no reconocida por todos y que sería $S(R)$. Hemos dejado dicho en nuestra introducción (p 7) que ya en 1929 llamó la atención de Schallén (15) el hecho de que

el coeficiente T en $\frac{mag}{kpc}$ para una cierta longitud de onda efectiva de la absorción interestelar probablemente no fuera una constante universal, sino que disminuye para distancias mayores (sobre algunos kiloparsecs). Igual comprobación constató más tarde (véase p 10) Zug (20) en los cúmulos estelares abiertos por lo que respecta a los excesos de color $E_{430-620}$. Una interpretación parecida merecen también las afirmaciones de E. T. R. Williams (54) y R. J. Trümpler citadas en la pág. 16 de la introducción que aseveraban que:

$$\begin{array}{l} T_{430} > 1 \quad \text{para } R < 0.700 \text{ kpc} \\ T_{430} < 1.5 \quad \text{,, } R > 0.700 \quad \text{,,} \end{array}$$

En este sentido es interesante una investigación de F. D. Miller y J. A. Hynek (102) sobre análisis de recuentos de estrellas hasta la 18^a magnitud en Cygnus según el método de Bok. En las págs. 22-25 de su publicación los dos autores llegan a la conclusión lógica “que (en pequeñas latitudes galácticas) la absorción interestelar en distancias grandes no conserva un coeficiente tan grande como el deducido generalmente por el estudio de la absorción selectiva en el interior de los 2000 parsecs del sol, ni aún en las regiones brillantes y aparentemente no oscuras de la nube Cygnus.” Pero la prueba más evidente en este sentido nos la suministran las extensas observaciones de los excesos de color de las estrellas del tipo *B* realizadas por Stebbins, Huffer y Whitford (64; 66; 67; 68). La última de las investigaciones (68) de estos tres autores presenta una comparación del coeficiente promediado de la absorción selectiva entre $\lambda = 426 \mu\mu$ y $\lambda = 477 \mu\mu$ en la vía láctea para 733 estrellas del tipo *B* [casi todas más brillantes que $(m_s)_{vis} = 7.5$] obtenido en el primer trabajo (64) con el que resultó del tratamiento de 1332 estrellas del mismo tipo [casi todas más brillantes que $(m_s)_{vis} = 10$] incluyendo en dicho número las 733 anteriores. Así es como los tres autores pueden escribir en la pág. 195 de su trabajo (68) más o menos lo siguiente: “La causa de que el coeficiente promediado de la absorción selectiva resulte ahora (para las 1332 estrellas) menor que antes (para las 733 estrellas), a saber 0.17 en vez de 0.28, radica en que las estrellas débiles adicionales en la lista de las 1332 estrellas no presentan la alteración de color correspondiente al aumento de sus distancias”. Un poco antes había ya logrado comprobar Oort (103; 62), por un tratamiento adecuado de las 733 estrellas del tipo *B* que el exceso promediado del color de tales estrellas $E_{426-477} = S_{426} - S_{477}$ crecía con un andar constantemente más lento respecto a la distancia creciente *Z* del plano galáctico, lo que era señal de una marcada concentración galáctica de la materia interestelar. [(Consúltese la Fig 1 de Annales d’Astrophysique 1, N° 1, p 76 (1938) y la Fig. 2 en BAN 308 p 244 (1938)]. De la Fig. 1 del trabajo citado (103) Oort deduce como consecuencia que el coeficiente

$$T_{426-477} (Z) = \frac{d}{dZ} (E_{426-477})$$

de la absorción interestelar selectiva entre estas dos longitudes de ondas efectivas llega a ser proporcional a $e^{-(10Z)^2}$ en el interior de $Z=0.0 - 0.4 \text{ kpc}$. Ya antes de la publicación de este trabajo (103) tanto van Rhijn (61) como el mismo Oort (104), transformando esta curva de la absorción selectiva no lineal $\int T(Z) dZ$ por medio de factores convenientes, la habían aplicado a la absorción azul, empleándola en otra parte.

Ensayos para reconocer *S* como función de *A*, fueron ya efectuados con anterioridad por Bok (19 p 512 Tabla 69 y 28a p 20 Tabla 8) y por Brill (105 p 386 Tabla 2). Pero estas dos soluciones adolecen forzosamente del defecto que desde un principio se debió hacer una suposición arbitraria en *D(R)* para poder iniciar la tarea propuesta, dado que en realidad sólo se contaba con una curva observada de Wolf en una sola longitud de onda efectiva de sus luminosidades aparentes. Bok mismo ya se dió cuenta de que en tal caso

las dos funciones $D(R)$ y $S(R)$ no podían en forma alguna disociarse (como ya se dijo en la pág. 21-22. La hipótesis que suponía arbitrariamente a $D=1=const.$ para recuentos de estrellas que resultaban de promediar $B=0^{\circ}$ - 20° , y que quizás emergían por la latitud galáctica $B \approx 10^{\circ}$, de la vía láctea, no podía sin duda sostenerse para distancias mayores (Brill analizó por eso recuentos de estrellas que valían exactamente sólo para $B=0^{\circ}$). Más adelante comprobaremos lo dicho, al examinar nuestra Tabla 7 cuyos recuentos resultan en efecto de un ángulo de la vía láctea más ventajoso (porque más grande), o sea de $B=23^{\circ}5$, pero por el momento y a los efectos de dejar lo dicho bien sentado al dar cuenta de su existencia en dos longitudes de ondas efectivas de sus luminosidades aparentes, nos vemos libres de cualquier hipótesis sobre el andar de $D(R)$. Y ésta no es necesaria, máxime cuando el andar de $D(R)$ se nos presentará espontáneamente en el transcurso de nuestra investigación. Si de las dos curvas Wolf de diferente color la calculada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ de separación en ninguna forma puede ser cubierta por la observada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SvR}$, entonces la causa no se habría de buscar en una errónea elección de $D(R)$, sino, más bien, y exclusivamente, en una falsa apreciación de $S_{430}(R)$ y $S_{530}(R)$. Por eso es de capitalísima importancia la elección conveniente y simultánea del exceso de del tipo

$$E_{430-530}(R) = S_{430}(R) - S_{530}(R)$$

por ser también una función de R . Tal elección "conveniente" resultó al autor la tarea más onerosa. La variabilidad con la distancia del plano galáctico, representada con más detalle en la tabla 6, a pesar de tener cierta influencia adicional no representa mayormente una gran dificultad.

Insistamos entonces en la búsqueda de las funciones "convenientes" $S(R)$. Basándonos en la Fig. 1 acabamos de hacer ver que S nunca puede depender linealmente de R ; de ahí que hayamos primero efectuado algunas pruebas con funciones de absorción del tipo

$$S = c \times R^K \text{ (donde } 0 < K < +1 \text{)}$$

A modo de prueba encontrará el lector dibujada en la Fig. 1 la solución de nuestro problema; haciendo

$$S_{430} = \quad = \quad R^{\frac{1}{4}}$$

$$S_{530} = 0.5 S_{430} = \quad = 0.5 R^{\frac{1}{4}}$$

se obtiene

$$S_{430} - S_{530} = 0.5 S_{430} = S_{530} = 0.5 R^{\frac{1}{4}}$$

Lo que representa un gran adelanto después de nuestra última solución lineal, puesto

que recién ahora y por primera vez la curva calculada de separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{HW}}$ comienza a enlazarse con la observada de $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{\text{SvR}}$

Ante esta comprobación, casi podríamos quedar del todo satisfechos con el desarrollo de nuestro estudio, sino fuera, que en forma alguna el par recién citado de curvas de absorción (= *curvas S*) puede considerarse como "la solución" de nuestro problema. Descontando las dificultades que implica la representación de los valores individuales observados de A_{430} y A_{530} para $m_s = 4$ y 5 , de ninguna manera nos satisface el andar matemático de estas funciones S , debido a que durante investigaciones ulteriores tendríamos claramente que comprobarlo. En efecto: la solución buscada mejora de un modo notable con la creciente disminución del exponente K desde un valor menor que $K = \frac{1}{2}$, pero, simultáneamente los importes S de absorción se agrandan a consecuencia de las propiedades matemáticas de la fórmula $S = c \times R^K$ en la parte del esquema Kapteyn más cercano al sol, modificando así de un modo notable todo el esquema original debido a los desplazamientos que produce justamente la absorción interestelar en un esquema originalmente libre de ella. De una tal clase de esquema Kapteyn libre de absorción, cuyos límites se hallan en la Fig. 7 marcados con trazo más grueso, había ya deducido van Rhijn [Gro Pu 38 (1925) Tabla 12] a la sazón sus funciones de frecuencia de luminosidad absoluta de las estrellas, funciones que nosotros en todo nuestro gran esquema las consideramos constantes. Estas funciones forman una de las bases fundamentales de nuestro trabajo, las que en todo caso deben resultar de aquella parte del esquema más cercano al sol y tal cual las obtuvo van Rhijn, es decir, descontando una absorción interestelar esencial. Vale entonces ahora para todas las funciones del tipo

$$S = c \times R^K \quad \text{con } 0 < K < +1$$

la fórmula: $\left(\frac{\Delta S}{\Delta R}\right)_{\lim R \rightarrow 0} = + \infty$

Por esta primera razón, pues, en ninguna forma podrá considerarse como solución del problema una tal curva exponencial, debido a que deberíamos naturalmente postular que

$$\left(\frac{\Delta S}{\Delta R}\right)_{\lim R \rightarrow 0} = T_0 = + \text{const.} \neq + \infty$$

Pero entretanto nuestras exigencias han aumentado. Recordemos que andamos a la búsqueda del andar de las funciones S_λ de la absorción interestelar de diferente longitud λ de onda efectiva con respecto a la distancia R del sol en la latitud efectiva galáctica $\bar{B} = 23^\circ 5'$ de los recuentos de estrellas analizados por nosotros. Si pues sin llegar directamente hasta el polo norte o sur galáctico cuya $\csc 90^\circ = 1.0$, sólo lo hacemos hasta

$\csc 23^{\circ}5 = 2.5$, deberemos sin duda experimentar los efectos de una capa galáctica de absorción, que idealizada la supondremos compuesta de capas individuales paralelas y tales que desde su interior ($Z=0$) hasta su exterior ($Z \rightarrow \infty$) pierdan paulatinamente su fuerza de absorción

$$T_{\lambda}(Z) = \frac{dS_{\lambda}}{dZ}$$

hasta llegar a un valor final nulo. La altura $Z = \pm H$ de esta capa interestelar de absorción en dirección hacia los dos polos galácticos se puede aceptar (a lo menos teóricamente) como infinitamente grande. Sin embargo, como de las relaciones de visibilidad que las nebulosas extragalácticas guardan entre si deduce Hubble (53) que el valor alcanzado por la absorción total S_{λ} en distancias Z tan grandes como se quiera de la vía láctea nunca puede exceder un cierto límite constante, vale decir que

$$[S_{\lambda}(Z)]_{\lim Z \rightarrow \infty} = S_{\lambda}(\infty) = S_{\infty, \lambda} = \text{const}_{S, \lambda} \neq + \infty$$

de ahí que esta sea la segunda razón de la invalidez de $S = c \times Z^k$. Además las funciones de absorción $S_{\lambda}(Z)$ deben satisfacer, como se acaba de decir, las dos condiciones siguientes:

$$\left(\frac{\Delta S_{\lambda}(Z)}{\Delta Z} \right)_{\lim Z \rightarrow 0} = T_{\lambda}(0) = T_{0, \lambda} = \text{const}_{T, \lambda} \neq + \infty$$

y

$$\left(\frac{\Delta S_{\lambda}(Z)}{\Delta Z} \right)_{\lim Z \rightarrow \infty} = T_{\lambda}(\infty) = T_{\infty, \lambda} = 0.$$

Debido a la suposición hecha de nuestra capa galáctica de absorción podremos introducir en estas fórmulas condicionales el valor R_B en lugar de Z , materializado por un vector del radio que emerge del plano galáctico en cualquier latitud $|B| > 0^{\circ}$. Así entonces Z y R_B quedan relacionados por la conocida ecuación:

$$R_B = Z \csc |B|$$

y en nuestro caso especial por

$$R_{23^{\circ}5} = Z \times \frac{10}{4}$$

La inversa de la conocida función trigonométrica de la tangente, esto es el *arc tg* responde así a todas las exigencias impuestas hasta el presente. Bajo la forma

$$\frac{S(R)}{b} = \text{arctg} \left(\frac{R}{a} \right)$$

se ensayaron una serie de soluciones a nuestro problema, suponiendo siempre que

$$S_{530} = 0.5 S_{430} \quad \text{ó} \quad \lg \left(\frac{S_{530}}{S_{430}} \right) = 0.70 - 1 \quad \text{exactamente;}$$

las constantes a y b que modifican la escala satisfacen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} S(\infty) &= b \times \frac{\pi}{2} \\ T(0) &= b/a \end{aligned}$$

La mejor solución, en las nuevas condiciones, se encontró para los siguientes valores de las constantes azules:

$$\begin{aligned} \lg b &= 0.90 - 1 & \lg \left(\frac{1}{a} \right) &= 0.70 \\ b &= 0.79 & \left(\frac{1}{a} \right) &= 5.01 \end{aligned}$$

es decir:

$$T_{430}(0) = 3.98 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} ; S_{430}(\infty) = 1^m25$$

respectivamente:

$$T_{530}(0) = 2.00 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} ; S_{530}(\infty) = 0^m63$$

(Para simplificar los cálculos se han redondeado todos los logaritmos de las constantes, ya que el $\lg R$ en el esquema Kapteyn crece también siempre de capa en capa según múltiplos enteros exactos de 0.20). Las fórmulas usadas fueron:

$$\begin{aligned} S_{530}(R) &= 0.40 \operatorname{arctg} (5.01 R) \\ S_{430}(R) &= 0.70 \operatorname{arctg} (5.01 R) \end{aligned}$$

La curva de separación obtenida en nuestro cálculo con estas fórmulas también se puede ver dibujada en la Fig. 1. En gran parte se superpone a la observada de valores $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}} \right)_{\text{svR}}$

Sin embargo, en el recinto de las luminosidades débiles aparentes, nuestra curva calculada se desvía de la observada cada vez más hacia abajo (en el dibujo). El valor aceptado

$$T_{430}(0) = 3.98 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

aun cuando algo grande, corresponde más o menos a lo que era de esperar, pues si bien es verdad que p. e. Brill (105 p 386 Tabelle 2) había hallado en su análisis ya citado (página 41-42) el mismo valor originario $T_{430}(0)$, sin embargo el autor (49b) había impuesto anteriormente la condición:

$$T_{430}(0) \geq 2.5 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

El gran valor originario amarillo $T_{530}(0)$ lo refrendan van de Kamp y Vyssotsky (63), quienes computaron el mismo importe para el plano galáctico (véase pág. 17). El valor $S_{430}(\infty) = 1^m25$ aceptado para $B = 23^o5$ corresponde a un valor de la absorción azul

que va de un polo al otro cuya mitad $= \overline{T_{430} \times H} = \frac{4}{10} \times 1.25 = 0^m50$. Este valor es tam-

bién algo grande al lado de los encontrados por van de Kamp (24) (ya citado p 13) y por Hubble (53) (véase p 15), a saber: $\overline{T_{430} \times H} = 0.4 \pm 0.1$ y $0^m25 \pm 0^m05$ respectivamente. Más tarde E. Williams, en base casi al mismo material usado por Hubble, obtuvo un valor algo mayor, a saber: $\overline{T_{430} \times H} = 0^m30 \pm 0^m07$.

Como se deja entrever, "la solución de nuestro problema", en la forma en que queda bosquejada, deja aún mucho que desear. Y la causa principal que alimenta nuestra disconformidad es la suposición demasiado artificial de que en todas las distancias R se deba

cumplir $S_{530} = \frac{S_{430}}{2}$. Esta fórmula tiene su origen en la primera investigación hecha por

Trümpler (16) [1930] sobre los cúmulos estelares abiertos (véase p 8-9) y resistió durante algunos años. Fué aceptada provisoriamente todavía en 1934 por Stebbins y Huffer en la primera investigación de la alteración de color de 733 estrellas del tipo B (64 p 246), y esta fué la razón de haberla usado también nosotros al principio de nuestro estudio. Hoy en día se la considera sólo como un caso especial, correspondiente sólo a una ley λ^{-3} de la absorción interestelar —citada ya en nuestra introducción (Tabla 1)—. Sin embargo, desde hace poco (como se explica en forma más detallada en la pág. 14) la ley λ^{-1}

$$\left[\frac{S_{530}}{S_{430}} = \left(\frac{530}{430} \right)^{-1} = 0.81 \text{ según tabla 1} \right]$$

viene cobrando más importancia en el campo tanto teórico como espectro-fotométrico, especialmente en las partes más profundas de la capa galáctica de absorción, donde al parecer, viene a constituir, por así decirlo, la autócrata de la alteración de color en todas las longitudes de ondas. Sin embargo para las grandes distancias de la vía láctea, donde se encuentran la mayor parte de los cúmulos globulares, no parece tener influencia al-

guna, dado que dichas regiones parecen regirse sólo por la ley λ^{-4} . A esta ley responde en la Tabla 1 la relación

$$\frac{S_{530}}{S_{430}} = \left(\frac{530}{430} \right)^{-4} = 0.43$$

Pero como lo hemos indicado ya, (49a), tampoco queda excluido que en esas regiones dominara una ley λ^{-8}

$$\left[\frac{S_{530}}{S_{430}} = \left(\frac{530}{430} \right)^{-8} = 0.19 \right]$$

Finalmente, cabe aún suponer que $S \sim \lambda^{X(\lambda)}$, donde cada longitud de onda conservaría, por decirlo así, su propia ley de alteración, a los efectos de que la teoría correspondiera a las observaciones.

A fin, pues, de no encontrarnos en abierta contradicción con los hechos de la alteración de color interestelar resultantes de las observaciones más modernas, hemos continuado tratando de dar una solución en nuestro esquema Kapteyn de dos colores usando de la absorción interestelar selectiva las nuevas fórmulas

$$S_{430}(R) = b \operatorname{arctg} \left(\frac{R}{a} \right)$$

$$S_{530}(R) = \frac{b}{q} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{a} R \right)$$

habiendo valido siempre hasta ahora: $2 = q \div p = 1$
y desde ahora en adelante debiendo valer siempre: $q = p \div 1$

Fueron así combinados una multitud de pares de valores de las dos constantes b y a con varios valores $q=p$. Los pares resultantes de las funciones de absorción $S_{430}(R)$ y $S_{530}(R)$ fueron detenidamente examinados y comparados con los valores que resultaban de las diferencias

$$S_{430}(R) - S_{530}(R) = E_{430-530}$$

como función de R ; lo que no es sino el exceso de color. Representando así una y muchas veces por un esquema Kapteyn de dos colores afectado de absorción interestelar selectiva, la misma serie observada de recuentos de estrellas, llegamos a un conocimiento bastante exacto del andar exigido por las observaciones del exceso de color $E_{430-530}$ en función de la distancia R . Después de estudiar detenidamente cuál de las curvas "calculadas" de

los excesos de color se ajustaba mejor a la "observada" $E_{430-530}(R)$ nos decidimos por el siguiente par de curvas S :

$$\left. \begin{aligned} S_{430}(R) &= 0.50 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (6.31 R) \\ S_{530}(R) &= 0.10 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (31.62 R) \end{aligned} \right\} q = p = 5.01$$

Un tal sistema goza de las notables propiedades siguientes, a saber que:

$$\left(\frac{dS_{430}}{dR} \right)_{\lim R \rightarrow 0} = T_{430}(0) = \left(\frac{dS_{530}}{dR} \right)_{\lim R \rightarrow 0} = T_{530}(0) = 3.16 \frac{\operatorname{mag}}{\operatorname{kpc}}$$

$$S_{430}(\infty) = 0^m78 \quad \text{y} \quad S_{530}(\infty) = 0^m16$$

$$E_{430-530}(\infty) = S_{430}(\infty) - S_{530}(\infty) = 0^m62$$

$$\overline{T_{430}H} = \frac{4}{10} \times 0.78 = 0^m31$$

$$\frac{S_{530}(\infty)}{S_{430}(\infty)} = \frac{0.16}{0.78} = 0.20 = \left(\frac{530}{430} \right)^{-8}$$

En general

$$\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)} \neq \frac{T_{530}(R)}{T_{430}(R)}$$

pero

$$\left(\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)} \right)_{\lim R \rightarrow 0} = \left(\frac{T_{530}(R)}{T_{430}(R)} \right)_{\lim R \rightarrow 0} = 1.00 = \left(\frac{530}{430} \right)^0$$

En el plano galáctico mismo, es decir, para $Z=R=0$, la capacidad de extinción de la luz en la capa interestelar de absorción posee para todas las longitudes de onda el mismo valor constante

$$T_{430}(0) = T_{530}(0) = \dots = 3.16 \frac{\operatorname{mag}}{\operatorname{kpc}}$$

valor que simultáneamente representa el máximo de intensidad de absorción de que es capaz la capa por unidad de distancia. El valor del coeficiente diferencial azul

$$T_{430}(R) = \frac{dS_{430}(R)}{dR}$$

decrece entonces en las mismas secciones de R desde $R=0$ hasta $R=\infty$ en una proporción mucho más lenta que el valor amarillo

$$T_{530}(R) = \frac{dS_{530}(R)}{dR}$$

(Anteriormente —para $2 = q \neq p = 1$ — esta proporción fué siempre

$$\text{const.} = \frac{1}{2} = \frac{T_{530}}{T_{430}} = \frac{S_{530}}{S_{430}}$$

desde $R=0$ hasta $R=\infty$). Consecuencia de lo expuesto es que aumentando la distancia R (en la elección hecha de que $p=q$) la proporción

$$\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)} \left[\neq \frac{T_{530}(R)}{T_{430}(R)} \right]$$

puede disminuir tanto cuanto se quiera (según la elección hecha de $q=p$); y en el caso nuestro considerado desde 1.00 para $R=0$ hasta 0.20 para $R=\infty$. [Anteriormente habíamos usado siempre la relación constante $\frac{S_{530}}{S_{430}} = \frac{T_{530}}{T_{430}} = 0.5$; (véase por eso también pág. 38-39)]. De esta manera la absorción total azul alcanza un valor final $S_{430}(\infty) = 0^m78$, mientras la amarilla llega sólo a $S_{530}(\infty) = 0^m16$. La mitad del importe del espesor azul, llamado también óptico, de la capa que se extiende de uno al otro polo

$$\overline{T_{430} \times H} = \frac{4}{10} S_{430}(\infty) = 0^m31$$

y que deriva del valor $S_{430}(\infty) = 0^m78$ para la latitud galáctica $\overline{B} = 23^{\circ}5$, está esta vez en perfecta coincidencia con los datos observacionales.

El cambio de los colores provocado por el descenso continuado de la proporción de las absorciones totales de diferentes longitudes de onda —en nuestro caso especial de $\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)} = 1.00$ hasta 0.20— que obedece a la distancia siempre en aumento de R res-

pecto al sol y de Z respecto al plano galáctico, se pone en evidencia si se considera el decrecimiento permanente del exponente x en la ley λ^x de la alteración de color interestelar selectiva. Es notable que los números promediados azules y amarillos de las estrellas, de Seares, van Rhijn, etc. (31), desde $m_s=4$ hasta $m_s=20$ necesiten justamente una disminución de este exponente x desde 0 hasta -8 para su representación simultánea en un esquema Kapteyn de dos colores, tan notable porque el autor en una investigación anterior sobre alteración de color interestelar de los cúmulos globulares (49a) situados a grandes distancias del plano galáctico, había precisamente encontrado también una ley λ^{-8} . Tal cosa fué en 1937 una novedad a la que no era dable entonces encontrar explicación alguna teórica satisfactoria para tal tipo de alteración de color en que $x < -4$. Tal explicación debe encontrarse ahora en el permanente y fuerte decrecimiento de la densidad de la capa galáctica interestelar desde el interior hacia afuera. Simultáneamente con este descenso de la densidad hacia afuera modificanse las intensidades de absorción por unidad de distancia, y los importes de absorción total correspondientes a las diferentes longitudes de onda de una manera tan especial que sólo halla su expresión matemática justamente en la modificación del exponente x desde 0 hasta -8 .

El par de curvas de absorción recién discutido fué examinado más detenidamente por aplicación directa en nuestro doble esquema Kapteyn. La curva de separación de las proporciones de los recuentos de estrellas $\left(\frac{A_{530}}{A_{430}}\right)_{HW}$ originada por éste cálculo aparece también dibujada en la Fig. 1. Mientras en las proximidades del sol la coincidencia con los valores $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SVR}$ observados es excelente, los calculados $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ que al principio resultan demasiado pequeños, después de $m_s=15^m$ terminan por ser rápidamente demasiado grandes en el sentido ya indicado.

TABLA 10

$$Z = \frac{4}{10} R; \quad S_{430}(R) = 0.50 \operatorname{arctg}(6.31 R); \quad S_{530}(R) = 0.10 \operatorname{arctg}(31.62 R).$$

Z (Kpc)	$\lg Z$	$\frac{S_{530}}{S_{430}}$	X
∞	$+\infty$	0.20	-7.8
0.100	1.0 — 2	0.29	-6.0
0.040	0.6 — 2	0.45	-3.8
0.016	0.2 — 2	0.73	-1.5
0.006	1.8 — 4	0.93	-0.4
0.000	$-\infty$	1.00	0.0

Otro defecto de este par de curvas de absorción es, que el decrecimiento de la relación $\frac{S_{530}}{S_{430}}$ desde 1.00 hasta 0.20 y en consecuencia desde $x=0$ hasta -8 progresa al principio tan fuertemente como lo demuestra la tabla 10, y como se puede apreciar demasiado rápidamente.

J. L. Greenstein (45) ha investigado la absorción selectiva en una serie de estrellas del tipo *B* encontrando que $\frac{S_{550}}{S_{440}} = 0.75$, lo que corresponde más o menos a $x = -1.3$. Las 38 estrellas del tipo *B* investigadas por él (45) en la Table 4, y las 42 del mismo tipo de la Table 8, se encuentran, como lo demuestra un sencillo cálculo en base a los datos de Stebbins y Huffer (64), a una distancia media de $\overline{Z}_s \approx 0.600$ kpc del plano galáctico, sin tomar en cuenta la absorción interestelar; en caso de tomarla en consideración este valor disminuye hasta casi $\overline{Z} = 0.40$ kpc. Para esta distancia Z nuestras fórmulas de absorción, arrojan ya un valor de $x = -3.8$ como se indica en la tabla 10, en vez de -1.3 . Nuestras fórmulas entonces no coinciden aún plenamente como sería de desear con los hechos observacionales a pesar de los progresos realizados desde que hemos prescindido de la simple forma lineal.

Sin embargo, nos pareció todavía más importante, que como acabamos recién de mencionar, la curva calculada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ de separación se desviara siempre tan fuertemente y en el mismo sentido de la observada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SVR}$ en las cinco magnitudes aparentes más débiles. En la Fig. 1 se aprecia sin dificultad que los excesos de color

$$E_{430-530}(R) = S_{430}(R) - S_{530}(R)$$

empleados para la reproducción de los recuentos de las estrellas más débiles han sido demasiado pequeños. Intentaremos entonces ahora subsanar este inconveniente eligiendo otra forma matemática de nuestras funciones de absorción. Reconociendo entonces que la función *arc tg* nos ha prestado servicios excelentes, toca ahora reformarla en un sentido de mayor valor operativo. Como varios ensayos con otras funciones bastante complicadas no nos llevaron al éxito deseado, partiremos ahora directamente de la definición misma del *arc tg*.

Un simple vistazo a la fig. 3 nos impondrá de la conocida formación de la función *arctg R*. Para ángulos ω grandes —por ej. sobre 60° — el crecimiento del *arctg R* marcha bastante lentamente. Debemos entonces optar por una curva más ajustada a nuestros fines, en vez de un círculo cuyo radio vector \overline{OQ} corta la extensión de la curva que forma la definición de nuestro valor de absorción interestelar. Así pues hemos elegido “otra curva” y para simplificar, la línea inclinada *G*. Un cálculo sencillo nos proporcio-

FIGURA 3

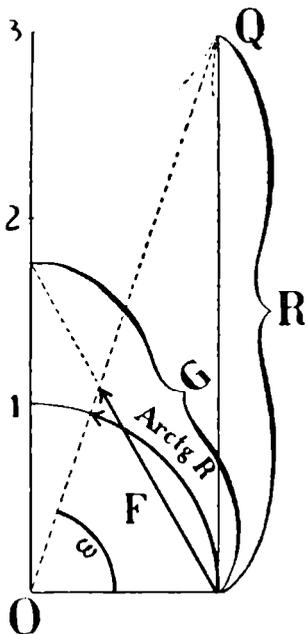
PARA LA DEDUCCION DE LA NUEVA LEY DE LA ABSORCION INTERESTELAR S
COMO FUNCION DE LA DISTANCIA R.

Anteriormente se representó S por medio de una flecha curva
situada en la circunferencia

$$\left[\text{es decir, } S = b \operatorname{arctg} \frac{R}{a} \right],$$

mientras que ahora se lo hace por medio de una flecha rectilínea

$$\left[\text{es decir, } S = \frac{T_0 \times R}{1 + \frac{T_0}{S_\infty} \times R} \right]$$



na la definición de nuestra nueva función de absorción y que es:

$$S(R) = \frac{R \times G}{R + \sqrt{G^2 - 1}} \quad \text{donde } [+ 1 < G < + \infty]$$

Por razones puramente prácticas aceptamos $G^2=2$. Introduciendo además otra vez dos constantes u y v que modifiquen la escala (y suprimiendo al mismo tiempo el factor de si insignificante G en el numerador), obtenemos:

$$S(R) = \frac{v \frac{R}{u}}{1 + \frac{R}{u}}$$

y puesto que

$$\left| \frac{dS}{dR} \right|_{\lim R \rightarrow 0} = T(0) = T_0 = \frac{v}{\alpha}$$

y

$$S(\infty) = S_\infty = v$$

llegamos a nuestra nueva función (definitiva) de la absorción interestelar expresada bajo la forma más clara:

$$S(R) = \frac{T_0 R}{1 + \frac{T_0}{S_\infty} R}$$

donde las importantes constantes arbitrarias T_0 y S_∞ figuran explícitamente. Conservando los valores

$$T_{430}(0) = T_{530}(0) = 3.16 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

y

$$\frac{S_{530}(\infty)}{S_{430}(\infty)} = 0.20$$

ya anteriormente usados de una función arc tg que ligara la absorción interestelar S con la distancia R , pero con la condición de un pequeño aumento de los valores individuales $S(\infty)$ hasta

$$S_{430}(\infty) = 0^m891 \quad \text{y} \quad S_{530}(\infty) = 0^m178$$

y con ello

$$E_{430-530}(\infty) = S_{430} - S_{530}(\infty) = 0^m713$$

(anteriormente = 0^m62 sólo),

obtenemos el siguiente par de funciones S en la nueva forma matemática:

$$S_{430}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.891} R} \quad ; \quad S_{530}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.178} R}$$

Para las suposiciones arriba mencionadas, que en nada variaron de las anteriores, vale naturalmente también para este par de funciones de absorción que

$$\frac{S_{530}(\infty)}{S_{430}(\infty)} = \frac{0.178}{0.891} = 0.20 = \left(\frac{530}{430}\right)^{-8}$$

En general es

$$\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)} \neq \frac{T_{530}(R)}{T_{430}(R)}$$

exceptuando si se tiene

$$\left(\frac{S_{530}(R)}{S_{430}(R)}\right)_{\lim R \rightarrow 0} = \left(\frac{T_{430}(R)}{T_{530}(R)}\right)_{\lim R \rightarrow 0} = 1.00 = \left(\frac{530}{430}\right)^0$$

La mitad del valor del espesor de la capa óptica azul de un polo al otro resulta:

$$\overline{T_{430} \times H} = \frac{4}{10} S_{430}(\infty) = 0^m36$$

en coincidencia satisfactoria con los resultados observacionales de van de Kamp (24), Hubble (53) y E. T. R. Williams (54).

TABLA 11

$$Z = \frac{4}{10} R; \quad S_{430}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.891} R}; \quad S_{530}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.178} R}$$

Z (Kpc)	lg Z	$\frac{S_{530}}{S_{430}}$	X
∞	$+\infty$	0.20	-7.8
0.100	1.0 - 2	0.32	-5.5
0.040	0.6 - 2	0.45	-3.8
0.016	0.2 - 2	0.62	-2.3
0.006	1.8 - 4	0.79	-1.1
0.000	$-\infty$	1.00	0.0

El cálculo práctico detallado según el método de Bok en nuestro esquema Kapteyn de dos colores dió origen a una pendiente menos pronunciada en la curva de separación $\left(\frac{A_{530}}{A_{430}}\right)_{HW}$, cosa que resulta más ostensible especialmente al final cuando se tratan las magnitudes de las estrellas aparentes más débiles. Tal cosa se puede apreciar claramente en la Fig. 1, así como que el término correctivo sólo alcanza la mitad de lo que debería haber sido. Además, las cifras del nuevo par de funciones de absorción, como lo demuestra el cálculo detallado en la Tabla 11, "adolecen" de las mismas desventajas que como anteriormente aparecían en la tabla 10; es decir, que el exponente x de la alteración de color interestelar progresa demasiado rápidamente hacia valores fuertemente negativos al salirse del plano galáctico.

Más desventajoso sería todavía si, con el objeto de que la curva calculada de separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ llegara a cubrirse satisfactoriamente con la observada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SVR}$ tratáramos de ampliar $S_{azul}(\infty)$ para la serie de excesos de color $S_{430}-S_{530}$, en especial para valores grandes de R , con una función amarilla $S_{azul}(\infty)$ constante. Además que una tan esencial ampliación aditiva de $S_{430}(\infty)$, nos está vedada por dos razones:

- 1) nuestro valor final $S_{430}(\infty)$, como es sabido, se refiere a la latitud galáctica $\overline{B}=23^{\circ}5$ y en consecuencia está relacionado con la mitad del valor de la absorción interestelar que va de un polo al otro por la ecuación:

$$S_{430}(\infty) = \overline{T_{430} \times H} \times \csc 23^{\circ}5$$

ó

$$S_{430}(\infty) = \frac{10}{4} \times \overline{T_{430} \times H}$$

donde $S_{430}(\infty)$ apenas si debe sobrepasar un límite superior ya bastante bien determinado por otras observaciones aceptadas aquí como definitivas;

- 2) como lo demuestra el cálculo arriba indicado, todos los valores $S_{430}(R)$ crecen naturalmente con $S_{430}(\infty)$ [p. e. desde 0^m891 hasta 1^m585]. Ahora bien; convirtiendo según la ley de la \csc , $S_{430}(R_{23^{\circ}})$ que vale para $B=23^{\circ}$, en $S_{430}(R_{5^{\circ}})$ que vale para $B=5^{\circ}$, tendríamos que para los valores finales de $S_{430}(\infty)$ aparecerían en $S_{430}(R)$ valores tan elevados, que los módulos (m_s-W) de distancia observados en tantos cúmulos globulares importantes de los alrededores del centro galáctico ($a \pm 5^{\circ}$ de lat. gal.) por Shapley (11), y afectados con seguridad de absorción interestelar, podrían explicarse por el cálculo según la fórmula conocida

$$m_s - W = 5 \lg R + S(R)$$

sólo si se aceptara $R=1-2 \text{ kpc}$. Cosa que resulta absolutamente imposible de admitir, dado lo insignificante que aparecerían entonces las distancias de estos cúmulos globulares (distancia del centro galáctico $\approx 10 \text{ kpc}$ por razones dinámicas de la rotación galáctica). Aún las "1332 estrellas del tipo B" de Stebbins, Huffer y Whitford (67) se nos presentarían a distancias demasiado pequeñas con la introducción de una tal calculada ampliación de los excesos de color.

De esta manera y por estas razones llegamos finalmente a la meta de nuestros deseos que no fueron otros sino estudiar la modificación y corrección a introducir en las suposiciones y condiciones en las cuales queríamos encuadrar la solución de nuestro problema, a saber, la reconstrucción teórica de los números promedios, azules y amarillos, de las estrellas observadas por Seares, van Rhijn, etc. Nos referimos a la modificación de la forma de las funciones de frecuencia de las luminosidades absolutas de las estrellas con respecto a la distancia del plano galáctico. Este problema queda ya algo detallado al final del 2º capítulo (pág. 28-32). Después de algunos ensayos hemos considerado sería lo mejor componer el esquema de la tabla 6, como queda ya profusamente explicado. Cada punto de este esquema, cuyas abscisas representan las luminosidades absolutas W y cuyas ordenadas son los $\lg Z$ resp. $\log R (B=23^{\circ}5)$, responde siempre a una luminosidad aparente m según la fórmula $m-W=5 \lg R$. Para orientarse hemos dibujado también en la tabla 6 las líneas rectas de igual luminosidad aparente m , desde $m=4^m$ hasta 20^m para $B=23^{\circ}5$ (líneas inclinadas sobre el esquema).

Como indicábamos ya en la pág. 31, decíamos que no habiendo encontrado una corrección que solucionara satisfactoriamente nuestros resultados alcanzados, nos pareció oportuno modificar parcialmente (para $W \leq 14$), aunque sumamente reducida en escala, las funciones de luminosidad indicadas por van Rhijn en su table 6 del Gro Pu 47 (1936):

$$\left[\begin{array}{l} \pm 0.01 \text{ del } \log \Phi_{cR} \text{ para } \left\{ \begin{array}{l} \text{amarillo} \\ \text{azul} \end{array} \right\} \\ \text{es decir} \quad \text{el mismo } \Phi_{cR} \text{ por } \left\{ \begin{array}{l} 1.02 \\ 0.98 \end{array} \right\} \text{ veces } \end{array} \right]$$

Pero en vista de su insignificancia esta modificación no tendría ya importancia alguna. Toda ella se originaba en la idea de una eventual necesidad de introducir en tal sentido una mayor variabilidad. Sin embargo, tal necesidad desapareció completamente. Así pues las funciones de luminosidad en la forma en que fueron presentadas por van Rhijn conservan todo su valor y utilidad, así como las modificaciones con la distancia del plano galáctico introducidas por Oort resp. van Rhijn y Schwassmann. Del intento de modificarlas ha resultado una nueva comprobación de la absorción interestelar selectiva, vale decir que queda como hecho adquirido que sobre distancias de algunos kiloparsecs aquella no puede depender sólo linealmente de la distancia, sino que su curva debe tener una pendiente muy bien determinada.

Este resultado en nada se ha alterado; en base a la hipótesis de nuestra tabla 6 se repitieron todos los cálculos —comenzando con lo suposición $S=0$, luego $S=TR$, pero omitiendo $S=SR^k$ y $S=b \text{ arc tg } \left(\frac{R}{a} \right)$, etc.—. Sólo las curvas de separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}} \right)_{HW}$

han sufrido algunos desplazamientos (no dibujados en la Fig. 1), que por lo demás no tienen importancia especial. Las funciones de la absorción interestelar, aceptadas definitivamente por nosotros después de un breve examen como las más convenientes y que valen para

$$B=23^{\circ}5 \quad [lg \operatorname{csc} |23^{\circ}5| = 0.40],$$

son

$$S_{430}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{1.000} R} \quad ; \quad S_{530}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.316} R}$$

La fuerte disminución en el espacio universal de la frecuencia Φ de las estrellas de mayor y de máxima luminosidad absoluta según nuestra tabla 6 exagerada todavía por el fuerte decrecimiento de la distribución general de la densidad D en grandes distancias R [p. e. $D(R=10.00 \text{ kpc})=0.020$] de nuestro esquema Kapteyn, presenta a nuestra vista un aspecto favorable del problema que no quisiéramos dejar de mencionar: que si hasta el presente, y aún para capas del espacio, sumamente lejanas [$lg R < 2.0$], valía la relación $D(R) \neq 0$, desde ahora en adelante para poder calcular lo más convenientemente po-

sible la serie de valores $\left(\frac{A_{530}}{A_{430}}\right)_{HW}$ para las luminosidades aparentes de las estrellas más débiles puede aceptarse la hipótesis de $D(R)=0$ para todos los $lg R > 1.1$. La capa más lejana en nuestro esquema Kapteyn (véase tabla 7), todavía de una densidad $D(R) \neq 0$, se encuentra a una distancia de $R=7.9$ hasta 12.6 kpc (cuyos $lg R=0.9$ hasta 1.1). Su distancia promediada $R=10 \text{ kpc}$ corresponde a una distancia del plano galáctico $Z=4 \text{ kpc}$.

La parte posterior de esta capa se encuentra justamente a una distancia de $Z=5 \text{ kpc}$, en coincidencia pues con las proporciones de visibilidad generalmente restringidas de las estrellas de elevadas latitudes orientadas hacia los polos galácticos, y en perfecta armonía con una disminución de la población estelar, tanto más fuerte cuanto mayor es su luminosidad absoluta, como dan fe de ello las investigaciones ya citadas (pág. 28-32) de Oort (98), van Rhijn y Schwassmann (99) y Malmquist (77; 100). Un semidiámetro $Z=5 \text{ kpc}$ desde un polo al otro de nuestro sistema galáctico está de acuerdo en realidad con el semidiámetro máximo ecuatorial que según las teorías modernas del achatamiento del mismo sería de unos 15 kpc .

Volviendo ahora a nuestra reconstrucción de los números observados A_{430} y A_{530} de las estrellas, deducimos de la Fig. 1, que entre la curva calculada de separación $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$

y la observada $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{SvR}$ perdura aún una pequeña desviación. Por el momento no contamos al parecer con medio alguno para disminuir más las relaciones calculadas de $\left(\frac{A_{430}}{A_{530}}\right)_{HW}$ en las $m_s=16, 17, 18, 19$. En cualquier caso de nada sirve introducir mo-

dificación alguna al esquema (tabla 6), de la dependencia de los valores Φ de Z , esquema supuesto por Oort resp. van Rhijn y Schwassmann. Además nos vemos en la obligación de hacer notar, como lo demuestra la tabla 7, que estando los valores $(A_{430})_{SVR}$ observados para $m_s=11, 12, \dots, 19, 20$ de improviso tan de acuerdo con nuestros cálculos, nos hemos visto forzados a pensar que los números $(A_{530})_{SVR}$ visuales "observados" que indican Seares, van Rhijn en la tabla 18 de Ap. J. 62 (1925) y que se han calculado por la fórmula

$$Ic=0.16+0.050 m_s \text{ [de Seares (81)]}$$

valen en realidad sólo hasta $m_s = 13$ o a lo sumo hasta $m_s = 15$; siempre que los números "promediados" de las estrellas puedan en general corresponder a la realidad. Y en verdad aún quedaría por demostrarse si la simple fórmula lineal de Seares para convertir recuentos fotográficos en visuales aún podría aplicarse realmente más allá de la $m_s=15$; tal parecería deducirse claramente de la Fig. 1 de Seares en Ap 61 (1925). Preferimos pues no introducir corrección alguna a nuestro esquema de la tabla 6 en lo que se refiere a la dependencia de los valores individuales Φ de Z , dado que si así fuera, apartándonos de nuestro objeto, correríamos el peligro de abordar una discusión sobre recuentos de estrellas aún inseguros que lindan nuestro sistema estelar.

La introducción del fuerte decrecimiento de la frecuencia Φ de las estrellas de luminosidad máxima absoluta en el espacio universal con distanciamiento creciente Z del plano galáctico según Tabla 6 y en relación con nuestras funciones de absorción usados nos presenta otra consecuencia de importancia. Mientras conservábamos la hipótesis que

$$T_{430}(0) = T_{530}(0) = 3.16 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

se nos ocurrió aumentar el valor de la proporción de las absorciones

$$\frac{S_{530}(\infty)}{S_{430}(\infty)} \text{ desde } \frac{0.178}{0.891} \approx 0.20 \text{ hasta } \frac{0.316}{1.000} \approx 0.32$$

manteniendo sin embargo el exceso de color casi el mismo valor anterior

$$E_{430-530}(\infty) = S_{430}(\infty) - S_{530}(\infty) = 0^m68$$

La importancia del aumento del valor de la proporción de las absorciones en el andar del exponente x para pequeñas distancias Z del plano galáctico podemos apreciarla mejor en la tabla 12 máxime si la comparamos con las anteriores 10 y 11 construídas exactamente con el mismo criterio.

TABLA 12

$$Z = \frac{1}{10} R; \quad S_{430}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{1.000} R}; \quad S_{530}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.316} R}$$

Z (kpc)	lg Z	$\frac{S_{530}}{S_{430}}$	X
∞	$+\infty$	0.32	-5.5
0.100	1.0-2	0.51	-3.2
0.040	0.6-2	0.66	-2.0
0.016	0.2-2	0.80	-1.1
0.006	1.8-4	0.91	-0.5
0.000	$-\infty$	1.00	0.0

Mientras en los casos anteriores (tablas 10 y 11), el exponente x había alcanzado para la distancia $Z=0.040$ kpc el valor negativo $x = -3.8$, ahora para la misma apenas si -2.0 . Lo que en cierto modo presenta ahora una concordancia satisfactoria con los estados de alteración de color realmente observados en la vía láctea (41; 42; 43; 44. 45; 49). El valor negativo más fuerte de x resulta ser ahora sólo de -5.5 ; lo que no está en contradicción directa con las observaciones (49a) de los excesos de color de los cúmulos globulares, dado que estos si bien excluyen siempre la validez de una ley λ^{-1} , en ninguna forma podían decir qué valor tendría $x(\infty)$ entre -4 y -8 .

Finalmente hay que advertir aún que esta solución de nuestro problema, en la suposición que $S_{430}(\infty) = 1^m00$ para la latitud galáctica $B=23^\circ5$, corresponde a la mitad del valor de la absorción azul de polo a polo $\overline{T_{403}H} = 0^m40$; por lo demás está en perfecta coincidencia con van de Kamp (24), así como por las razones indicadas en la pág. 55 en los apartados 1) y 2) el importe $\overline{T_{430}H} = 0^m40$ se deberá considerar como valor máximo aceptable.

Así como la introducción de la tabla 6 entre las suposiciones que fundamentan nuestro esquema Kapteyn (de la tabla 7) de dos colores, nos ha ayudado para disminuir las dificultades que, lejos del sol, se nos presentaban en la reconstrucción numérica de los recuentos de estrellas que nos entregaba la observación; por el contrario, empeoraba las que nos salían al paso al fin del esquema, cerca del sol, aceptando en general $D(R) = \text{const.} = 1.0$ para todas las capas del espacio cuya distancia era $R \leq 0.100$ kpc, modo habitual de trabajar según el método de Bok. Pero, como más detalladamente se puede apreciar en la tabla 7, tales discrepancias pudieron ser eliminadas satisfactoriamente.

te por la hipótesis que la densidad $D(R)$ aún más allá de $R=0.100 \text{ kpc}$, contando desde el exterior al interior, seguía creciendo francamente cada vez más, es decir hasta:

$$\begin{aligned} D(R=0.010 \text{ kpc}) &= 2.25 \\ D(R=0.006 \text{ ,, }) &= 2.50 \\ D(R=0.004 \text{ ,, }) &= 2.75 \end{aligned}$$

Creímos deber nuestro tomar en cuenta en el cálculo, aunque no fuera mas que sumariamente, el exceso conocido de las estrellas absolutamente brillantes más cercanas al sol —como lo dejamos consignado en la pág. 31-32—: incitados por una investigación especial de van Maanen (101), quien en los alrededores de nuestro sol ($R < 0.004 \text{ kpc}$) había es-

timado en $\approx 0.20 \frac{\text{estrellas}}{(\text{parsec})^3}$, es decir, una densidad tres veces mayor que la que para

$D=1$ admiten las funciones de luminosidad de van Rhijn [Gro Pu 47 (1936)], es decir

$$0.06 \frac{\text{estrellas}}{(\text{parsec})^3}$$

La distribución de las densidades D de las estrellas en el espacio universal, en vigor para todos los colores, sin tomar en consideración la longitud de onda efectiva de las luminosidades aparentes o absolutas —resultado secundario de nuestro estudio en el esquema Kapteyn— aparece representada en la tabla 7 como función de la distancia $R_{23^{\circ}5}$ al sol,

y en la tabla 13 como función de la distancia $R_{90^{\circ}} = R_{23^{\circ}5} \times \text{sen } 23^{\circ}5 = \frac{4}{10} R_{23^{\circ}5} = Z$

del plano galáctico.

En la tabla 13 damos lugar además a las modernas neo-determinaciones de Oort (98) y van Rhijn y Schwassmann (99). Nuestras cifras (columna HW) se encuentran —si vale una comparación— en coincidencia satisfactoria con las otras dos columnas entre $Z=0.100$ y 0.400 kpc . A distancias mayores de la vía láctea, nuestros valores D son mayores, probablemente porque en nuestro trapajo, cosa que no han hecho los autores citados, se ha tomado en cuenta el efecto de la absorción interestelar, lo que aparentemente disminuye las cantidades observadas de las estrellas. Naturalmente que a nosotros nos fué sin duda más fácil imponernos de este efecto que lo fuera para van Rhijn y Schwassmann cuyos números de estrellas procedieron de latitudes galácticas $B=30^{\circ}-70^{\circ}$ ó para Oort $B=20^{\circ}-60^{\circ}$; y la razón ha sido que nuestras estrellas al proceder de $B=0^{\circ}-90^{\circ}$ además de exenderse en una dirección de latitud galáctica más pequeña o sea de sólo $23^{\circ}5$ podían observarse en dos colores para las mismas luminosidades aparentes. Nuestras densidades D en la tabla 13 se obtuvieron suponiendo implícitamente que la densidad D en el plano galáctico mismo poseyera en todas las distancias el valor 1; pues si este valor decreciera lentamente como lo han indicado van Rhijn y Schwassmann en la última página de su investigación recién citada (99 p 187 Tabelle 18), entonces hubieran resultado un poco más grandes aún nuestras densidades D en distancias $Z > 0.400 \text{ kpc}$. Una dificultad de comparación de

TABLA 13

Neo-determinación de la distribución media de las densidades $D(Z)$
de las estrellas en el espacio universal
en relación con la distancia Z al plano galáctico.

Z (kpc)	lg Z	D (Z)		
		Oort (1932)	van Rhijn, Schwass- mann (1935)	HW (1941)
5.000	0.7			0.000
4.000	0.6			0.020
2.500	0.4			0.050
1.600	0.2	0.06	0.09	0.100
1.000	0.0	0.11	0.12	0.166
0.630	1.8-2			0.26
.500 0.400	1.6-2	0.26	0.27	0.39
0.250	1.4-2	0.56	0.50	0.52
0.160	1.2-2			0.66
.130 0.100	1.0-2	0.85	0.80	0.83
0.063	0.8-2			1.00
0.040	0.6-2			1.17
0.025	0.4-2			1.32
0.016	0.2-2			1.48
0.010	0.0-2			1.70
0.006	1.8-4			1.95
0.004	1.6 4			2.25
0.003	1.4-4			2.50
0.002	1.2-4			2.75

la serie de densidades $D(R_{2,3}^0)$ encontrada por nosotros en la tabla 7 subsiste debido a que la serie promediada vale para todas las longitudes galácticas. Sin embargo, una rápida ojeada a la Fig. 8 de la extensa investigación realizada por Oort (62) y recién publicada (1938) sobre la distribución de las densidades en nuestro sistema galáctico, nos demuestra que con la serie de densidades $D(R_{2,3}^0)$ que derivó forzosamente de nuestro doble esquema Kapteyn de la Tabla 7, nuestro estudio en líneas generales marcha satisfactoriamente.

4). — EL ESQUEMA B—R—Z Y ALGUNAS APLICACIONES DEL MISMO

En el 3er. capítulo, por la aplicación simultánea del método de Bok a más de cumplir una serie de condiciones observacionales, hemos tratado de obtener lo más fielmente posible la reconstrucción teórica de los números de estrellas promediados azules y amarillos, observados por Seares, van Rhijn, etc. (31). La introducción de una absorción interestelar selectiva y algunas condiciones secundarias se juzgaron imprescindibles a tal efecto. Después de muchas pruebas en las que se variaron las constantes se llegó finalmente a una solución del problema, en la que los números observados de las estrellas desde las aparentes más brillantes hasta las más débiles concuerdan notablemente con el cálculo. Por lo tanto no tomando más en cuenta la reconstrucción “incompleta” de los números amarillos observados de las estrellas llegamos entonces a la conclusión que las dos fórmulas (una para el azul y para el amarillo la otra) de la absorción interestelar resultan ser las empleadas en el esquema Kapteyn últimamente tratado (para la latitud galáctica $\bar{B}=23^{\circ}5$) a saber:

$$S_{430}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{1.000} R} \quad ; \quad S_{530}(R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162}{0.316} R}$$

En el capítulo pasado hemos agotado, al parecer, todas las posibilidades de una determinación más exacta de las constantes de estas dos funciones de la absorción interestelar, naturalmente hasta el límite que permiten alcanzar los números de estrellas entregados por Seares, van Rhijn, etc., y la latitud galáctica especial de $\bar{B}=23^{\circ}5$ [cuyo $\log (\csc 23^{\circ}5)$ es exactamente 0.40]. Las dos nuevas funciones de absorción “que engloban el universo” tienen un carácter tal, que no nos ha sido posible aún constatar si valen respecto a la absorción interestelar de otras latitudes galácticas y si deben aún introducirse alguna corrección. [En la pág. 55 ap. 2) insinuábamos ya esta necesidad al tratar de los cúmulos globulares]. A tal fin existe un excelente y extenso material de observaciones de los módulos azules ($\lambda = 430 \mu\mu$) de distancia de 94 cúmulos globulares de Shapley (11, 12) y de los excesos de color entre $\lambda = 434$ y $\lambda = 467 \mu\mu$
 resp. 426 y 477 $\mu\mu$

para 68 cúmulos globulares de Stebbins y Whitford (65); añádanse los excesos de color entre $\lambda = 426$ y $\lambda = 477 \mu\mu$ y los módulos amarillos ($\lambda = 530 \mu\mu$) de distancia de 1332 estrellas del tipo *B* de Stebbins, Huffer y Whitford (66; 67; 68). Trataremos primero los cúmulos globulares en distancias aproximadamente de 10 *kpc*, porque las estrellas del tipo *B* sólo han sido observadas a distancias de más o menos 0.5 hasta 2 *kpc*.

A los efectos de abordar este trabajo —que abarque no sólo los 94 cúmulos globulares sino también las 1332 estrellas del tipo *B*— debemos dar primero a nuestras dos fórmulas de la absorción interestelar, que valen exactamente sólo para la latitud galáctica $B = 23^\circ 5$, una forma que permita su aplicación inmediata en todas las latitudes galácticas. Considerando entonces que en nuestra capa galáctica todos los planos de igual densidad y fuerza de absorción sean paralelos entre sí y con el plano galáctico donde se supone encontrarse el sol, las relaciones entre los radios vectores que partiendo del sol barren diferentes latitudes galácticas hasta la misma distancia Z del plano galáctico, se regularán como se sabe por la ley de la *csc* de la latitud, y así obtenemos:

$$S_B = S_{90^\circ} \operatorname{csc} |B| \text{ resp. } R_B = R_{90^\circ} \operatorname{csc} |B|$$

así como

$$S_{23^\circ} = S_{90^\circ} \operatorname{csc} |23^\circ| \text{ resp. } R_{23^\circ} = R_{90^\circ} \operatorname{csc} |23^\circ|$$

en consecuencia:

$$S_B = S_{23^\circ} \frac{\operatorname{csc} |B|}{\operatorname{csc} |23^\circ|} \text{ resp. } R_{23^\circ} = R_B \frac{\operatorname{csc} |23^\circ|}{\operatorname{csc} |B|}$$

en consecuencia:

$$S_B = \frac{\operatorname{csc} |B|}{\operatorname{csc} |23^\circ|} \times S_{23^\circ}(R_{23^\circ}) = \frac{\operatorname{csc} |B|}{\operatorname{csc} |23^\circ|} \times S_{23^\circ} \left(R_B \frac{\operatorname{csc} |23^\circ|}{\operatorname{csc} |B|} \right) \quad [1]$$

La fórmula últimamente citada nos indica el importe de la absorción interestelar S_B en dirección de una latitud galáctica B arbitraria como función de una distancia R_B también arbitraria, cuya marcha coincide con la dirección de esta misma latitud galáctica B , siempre que la absorción S se nos haya suministrado de antemano en forma explícita como función de R para alguna otra latitud galáctica cualquiera (en nuestro caso para $B = 23^\circ$). Esta forma explícita de la que ya dimos noticia en el capítulo anterior es (véase pág. 53):

$$S_{23^\circ}(R_{23^\circ}) = \frac{T_{23^\circ}(0) \times R_{23^\circ}}{1 + \frac{T_{23^\circ}(0)}{S_{23^\circ}(\infty)} R_{23^\circ}} \quad [2]$$

Las dos constantes $T_{23^\circ}(0)$ y $S_{23^\circ}(\infty)$ conservan naturalmente sus valores constantes al pasar de $S_{23^\circ}(R_{23^\circ})$ a $S_B(R_B)$, no influyendo para nada en el traspaso de una a otra su

subíndice 23° , subíndice que sólo indica la latitud galáctica de su origen. De la sustitución de [2] en [1] resulta:

$$S_B = \frac{T_{23^\circ}(0) \times R_B}{1 + \frac{T_{23^\circ}(0) \times R_B \times \csc |23^\circ|}{S_{23^\circ}(\infty) \times \csc |B|}} = S(B; R_B) \quad [3]$$

Si ahora en esta fórmula, donde S aparece como función de las dos variables independientes B y R_B , se toma a B como constante y se forma la derivada de la función S en el plano galáctico mismo

$$\left(\frac{\partial S(B; R_B)}{\partial R_B} \right)_{\lim R_B \rightarrow 0} = T_B(0) = T_{23^\circ}(0) ,$$

constatamos que T es una constante universal por el hecho de resultar completamente independiente de la latitud galáctica B , latitud bajo la cual partimos del plano galáctico con la absorción interestelar S . Por eso, en adelante para simplificar escribiremos

$$T_B(0) = T_{23^\circ}(0) = T(0)$$

suprimiendo por carecer de significación el subíndice B resp. 23° . En el denominador de la fórmula [3] podemos aún introducir la siguiente transformación:

$$\frac{S_{23^\circ}(\infty)}{\csc |23^\circ|} = S_{90^\circ}(\infty) = S(90^\circ; \infty)$$

donde $S(90^\circ; \infty)$ representa naturalmente la mitad del valor de la absorción interestelar de un polo hasta el otro. En consecuencia la fórmula [3] se podrá escribir como sigue:

$$S(B; R_B) = \frac{T(0) \times R_B}{1 + \frac{T(0) \times R_B}{S(90^\circ; \infty) \times \csc |B|}} \quad [4]$$

Al parecer deberíamos ahora afrontar la laboriosa tarea de calcular una tabla con doble entrada para la función S según la fórmula [4], dado que S depende de las dos variables independientes B y R_B de una manera complicada. Si tratáramos $S_{\lambda = 430 \mu\mu}$ en la forma indicada y si corrigiéramos por la alteración de color azul los módulos de distancia del mismo color ($\lambda = 430 \mu\mu$) observados por Shapley, podríamos aprovechar los demás datos de observación, tanto de los cúmulos globulares como de las estrellas del tipo B , los que a su vez se apoyan sobre otras longitudes de ondas efectivas λ [= 480 (redondeada para λ 477) ó 530 ó 630 $\mu\mu$]. Y puesto que simultáneamente con λ se modifica

$S(90^\circ; \infty)$, la que, por así decirlo, es una función de λ , resulta mejor ahora escribir: $S_\lambda(B=90^\circ; R=\infty)$. Esta es la razón por la cual tendríamos aún que calcular nuevamente muchas tablas para $S_\lambda(B; R_B)$, puesto que aún debería probar primero un valor conveniente para $S_{480}(B; R_B)$.

TABLA 14

(Véase en el sobre de la 3er. contratapa)

Comenzamos pues nuestra tarea, como lo demuestra la tabla 14, concibiendo que la gran capa galáctica de absorción, está compuesta por capas particulares paralelas como lo indica la columna vertical (—1) a cuya izquierda se indican las distancias $Z=R_{90^\circ}$ del plano galáctico central, plano que consideramos encontrarse en la parte inferior de la tabla, mientras que el vértice del polo galáctico (norte o sud) lo concebimos situado en la parte superior de la misma. El centro de la columna vertical (—1) contiene los valores $lg Z$ correspondientes a las distancias Z . Recordando el esquema Kapteyn hemos elegido intencionadamente las diferencias $\Delta lg Z$ entre valores $lg Z$ vecinos igualmente grandes. Y precisamente la práctica ha comprobado un importe $\Delta lg Z = 0.10$ (exacto) como el más conveniente y necesario para poder interpolar rápida y fácilmente en la tabla 14 los valores S deseados de absorción correspondientes a todas las latitudes galácticas B y distancias R_B . Las columnas verticales siguientes (0), (+1), (+2), (+3) etcétera, corresponden a las visuales que en la columna horizontal 3 indican las diferentes latitudes galácticas, o sea, contando desde la izquierda hacia la derecha: $B=90^\circ$; $52^\circ 6'$; $39^\circ 1'$; $30^\circ 1'$; $23^\circ 5'$; etc... En las columnas verticales bajo estos encabezamientos se encuentran los valores $S(B; R_B)$ de absorción, calculados según la fórmula [4]. La elección de los valores de la variable independiente $|B|$, para los cuales en especial se han calculado los importes de la función $S(B; R_B)$ y que a primera vista resultan difíciles de comprender, encuentran su explicación formal si se observa la 1ª columna horizontal de los títulos donde se indican los valores correspondientes del $lg \csc |B|$. Quiere decir pues, que los mismos crecen de izquierda a derecha y comenzando con $lg \csc |90^\circ| = 0.0$ en la cantidad de 0.10 (exactamente), es decir, en exactamente el mismo importe, con que crecen de abajo hacia arriba los valores $lg Z = lg R_{90^\circ}$ en el centro de la columna vertical (—1). Precisamente en la igualdad de los pasos ($=0.10$) con que crecen generalmente las dos variables independientes B y R_B en la forma de

$$lg \csc |B| \quad \text{y} \quad lg R_B = lg R_{90^\circ} + lg \csc |B|$$

en las dos direcciones de las coordenadas del esquema de la tabla 14, se encuentra definitivamente el por qué de la facilidad con que pudo ser llevada a cabo la tarea de calcular las tablas de las diferentes funciones $S_\lambda(B; R_B)$, cosa que parecía al principio exigiría mucho más tiempo.

Supongamos, por ejemplo, que hubiéramos calculado $S(B; R_B)$ para un par muy definido de valores $lg \csc |B|$ y R_B y hubiéramos obtenido el valor $lg S(lg \csc |B|; lg R_B)$ como resultado. Entonces basta una mirada a la fórmula [1] ó [4] para comprender que es:

$$lg S(0.1+lg \csc |B|; 0.1+lg R_B) = 0.1+lg S(lg \csc |B|; lg R_B). \quad [5]$$

porque se tiene:

$$\lg R_B - \lg \operatorname{csc} |B| = 0.1 + \lg R_B - 0.1 - \lg \operatorname{csc} |B| = \lg Z \quad [6]$$

Por esta ecuación deducimos además que los dos valores de absorción

$$S(\lg \operatorname{csc} |B| ; \lg R_B) \quad \text{y} \quad S(0.1 + \lg \operatorname{csc} |B| ; 0.1 + \lg R_B)$$

tienen lugar también a exactamente la misma distancia Z del plano galáctico; es decir que en la tabla 14 se encuentran estos valores uno al lado del otro en dos columnas verticales vecinas, cuyos dos $\lg \operatorname{csc} |B|$ difieren solamente de 0.1, y en una misma columna horizontal que corresponde al mismo valor $\lg Z$. Por esta razón hemos encabezado la tabla 14 con el título: "Esquema $\lg \operatorname{csc} |B| - \lg R_B - \lg Z$ ", o en gracia a la brevedad simplemente "Esquema $B-R-Z$ ".

La doble ecuación [6] no representa en lo esencial otra cosa que la forma logarítmica de la así llamada ley de la csc :

$$R_B = Z \times \operatorname{csc} |B| \quad [7]$$

Propiamente hablando habríamos también podido construir directamente nuestro esquema en base a la fórmula [7]. Y en efecto, pues para lo que nosotros deseábamos obtener, es decir, contar con una red de puntos que cortando transversalmente a la vía láctea y siendo vertical al plano central, contuviera el sol y uno de los dos polos galácticos (por el momento naturalmente sin una definición aproximada de la longitud galáctica L de dicho corte transversal), sólo nos hubiera bastado la [7].

Sin embargo un tal esquema basado en la fórmula [7] y reconstruido directamente del natural por coordenadas polares B y R_B teniendo al sol como origen, adolece sin embargo de dos defectos de importancia:

- 1) o la red de los puntos (donde deben suponerse situados los valores de la función por ej.: S_λ) está seccionada por distancias lineales y angulares iguales y entonces la supuesta estructuración de nuestra vía láctea por capas planas paralelas en ninguna forma se pone en evidencia; o
- 2) dicha red se supone dividida en forma tal que todos los $\Delta \lg R_B$ y $\Delta \lg \operatorname{csc} |B|$ resultan iguales entre si a 0.10 y entonces la estructuración de la vía láctea resulta patente al colocar todos los puntos de nuestra red sobre líneas rectas que corran paralelas entre si y con el plano galáctico. En tal caso entonces en el esquema y hacia la parte más distante del sol habrá de contarse con un espacio de exagerada magnitud para dibujar los valores de la función (p. e. de la absorción interestelar S_λ), cuya distribución en este corte transversal de la vía láctea habrá de estudiarse. Por el contrario en la parte próxima al sol dicho espacio disminuye progresivamente hasta el punto de que en el plano galáctico resultaría imposible cualquier anotación.

Estos dos defectos quedan eliminados con el solo hecho de dibujar el esquema de la distribución de los puntos como queda consignado más arriba, a saber utilizando la for-

ma logarítmica ($lg \operatorname{csc} |B|$ y $lg R_B$ como coordenadas). Así es como nuestro esquema $B-R-Z$ dibujado logarítmicamente posee todavía dos ventajas adicionales sobre la red de puntos reconstruido del natural en escala lineal, a saber:

- 1) La transferencia y las posibilidades de comparación de resultados encontrados en un esquema Kapteyn (como es justamente nuestro caso) quedan muy facilitadas por la misma escala logarítmica de las distancias de sus capas espaciales.
- 2) Como todos los puntos del esquema $B-R-Z$ dibujado logarítmicamente difieren entre sí en 0.1, resulta evidente por la fórmula [6] que las curvas de distancia R_B constante del sol (que son naturalmente círculos) resultan ahora rectas paralelas que yendo de izquierda a derecha cruzan oblicuamente el esquema de arriba hacia abajo. El logaritmo de la distancia constante de tal línea recta viene indicado simplemente por $lg R_{90^\circ}$, anotado bajo la forma $lg Z = lg R_{90^\circ}$ en el centro de la columna vertical (—1) del esquema y precisamente a la misma altura de $lg Z$ que es donde termina bajo el ángulo $B=90^\circ$ (cuyo $lg \operatorname{csc} |90^\circ| = 0.0$) esta línea recta de distancia constante. En la misma columna vertical (—1) más a la derecha se encuentra el valor del módulo constante de distancia correspondiente $m-W = 5 lg Z = 5 lg R_{90^\circ}$.

La razón recién apuntada en 2) es de especial importancia para el estudio de la distribución de los astros en nuestro sistema galáctico dado que ellos se caracterizan por una propiedad que les es peculiar; en particular trátase en nuestro caso de la distribución de astros, que por así decirlo, posean una luminosidad absoluta constante. En este caso las líneas rectas inclinadas en nuestro esquema logarítmico $B-R-Z$, que en cualquier caso ya son líneas rectas de constante distancia del sol, se transforman también a su vez en líneas rectas de constante luminosidad aparente. Su adulteración pongamos el caso por *absorción interestelar podrá entonces ser estudiada cómodamente en este esquema $B-R-Z$ no sólo como función de la distancia sino a su vez también como función de la latitud galáctica*. Esto ensancha notab'emente el campo de investigación, puesto que en caso de contar con abundante material de observación, puede aumentarse todavía más con el empleo de diferentes esquemas $B-R-Z$ en longitudes galácticas particulares. Pero para ello no bastan los 94 cúmulos globulares ni tampoco las 1332 estrellas del tipo B , debiendo estas últimas más tarde dividirse en diferentes grupos de igual luminosidad absoluta.

Por el momento empero seguimos otro camino comenzando por llenar el esquema $B-R-Z$, cuya construcción y peculiaridades acabamos de exponer, por medio del cálculo directo con los valores de la absorción interestelar S en todos sus puntos. Esto se efectúa sencillamente calculando sólo una vez, desde abajo hacia arriba, toda la columna $lg S$ ($lg \operatorname{csc} |90^\circ|$; $lg R_B$). Los valores $lg S$, por encontrarse al lado en la columna horizontal del mismo $lg Z$, resultan entonces de inmediato según la fórmula [5] añadiéndoles 0.1. Todo el trabajo queda realizado una vez que se haya llenado de esta manera el esquema $B-R-Z$ en las primeras 10 columnas verticales con los valores S que van desde $lg \operatorname{csc} |90^\circ| = 0.0$ hasta $lg \operatorname{csc} |7^\circ 2'| = 0.9$. Los valores S , por encontrarse en las próximas 10 columnas verticales y en la misma horizontal que $lg Z$, resultan de las 10 verticales

precedentes multiplicándolos por 10, y así sucesivamente... A consecuencia de las necesidades prácticas realmente el esquema $B-R-Z$ apenas si sobrepasa el $lg \operatorname{csc} |B| = 2.0$

$$\begin{array}{ll} \text{siendo} & \operatorname{csc} |B| = 100 \\ \text{para} & |B| = 0^{\circ}57. \end{array}$$

Esto no impide sin embargo, para nuestra orientación, que al final de cada línea recta oblicua que representan las distancias constantes R_B se anote en su parte inferior a la derecha el valor límite máximo alcanzado por

$$\begin{array}{ll} & S(lg \operatorname{csc} |B| \rightarrow \infty ; R_B \rightarrow 0^{\circ}) \\ \text{para} & \log \operatorname{csc} |B| \rightarrow + \infty \\ \text{cuando} & \operatorname{csc} |B| \rightarrow \infty \\ \text{para} & |B| \rightarrow 0^{\circ}. \end{array}$$

En este caso la fórmula [4] se transforma en la simple forma lineal

$$S(B=0; R_0) = T(0) \times R,$$

con la que se han calculado dichos valores límites.

Un resultado del 3er. capítulo de nuestro trabajo que ya dejamos consignado al principio de este capítulo fué que $S(23^{\circ}; \infty) = 1^m000$ de donde se deduce que:

$$\frac{S_{430}(23^{\circ}; \infty)}{\operatorname{csc} |23^{\circ}|} = S_{430}(90^{\circ}; \infty) = 0^m398.$$

Habíamos encontrado además que $T_{430}(0) = 3.162 \frac{mag}{kpc}$. Con los valores de estas dos constantes características azules hemos completado según la fórmula [4] nuestro esquema $B-R-Z$ en la tabla 14, con los valores de la absorción azul interestelar $S_{430}(B; R_B)$. Así está ya todo listo —como ya se dejó constancia por necesidad de una prueba provisoria en la pág. 55-56— para, aún en la suposición de estar falseados por la absorción interestelar, aprovechar los módulos azules observados $(m_s - W)_{430}$ de cualquier astro de latitud galáctica B arbitraria y distancia verdadera R_B según la fórmula

$$m_s - W = 5 \lg R_B + S(B; R_B) \quad [8]$$

en la determinación directa (interpolatoria) de R_B .

Según un propósito ya antes mencionado muchas veces aplicamos nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción azul interestelar de la tabla 14 en el sentido recién citado por medio de la ecuación [8] sobre los módulos azules de distancia de los 94 cúmulos globulares observados por Shapley (11; 12). Del resultado numérico de este cálculo da cuenta la tabla 15.

A esto hay aún que añadir que en lo que respecta a la determinación de las latitudes galácticas de los cúmulos globulares (y más tarde también de las estrellas del tipo *B*), nos hemos dejado guiar por las concluyentes explicaciones de Stebbins y Whitford (65 p 146, etc.) sobre el espacio que sirve de fondo al cúmulo globular *NGC* 6440. Es decir, que prescindiendo de este cúmulo, los 25 cúmulos globulares más cercanos, visibles en las inmediaciones del centro galáctico, penetran casi con igual profundidad a ambos lados de la faja de Hubble caracterizada por la ausencia de nebulosas extragalácticas. Esta homogeneidad de penetración de tales cúmulos, aún visibles en este lugar de la vía láctea, en la "faja carente de nebulosas" [como la ha llamado brevemente Hartwig (76 p 214)] se pone en evidencia según Stebbins y Whitford (65 p 147), debido a que el centro entre las dos latitudes galácticas más pequeñas (de los dos cúmulos *NGC* 6304 desde el Norte y *NGC* 6553 desde el Sur) se sitúa a $1^{\circ}2$ al norte del ecuador galáctico si se acepta el polo de Newcomb $A=12^{\text{h}} 44^{\text{m}}4 = 191^{\circ}1$; $D=+26^{\circ}8$ (1900) y a $0^{\circ}25$ al sur, si se acepta el llamado polo Harvard $A=12^{\text{h}} 40^{\text{m}} = 190^{\circ}$; $D = + 28^{\circ}$ (1900). Si empero se calcula el centro aparente de gravedad de las longitudes *L* y latitudes *B* galácticas de todos estos 26 cúmulos globulares (Ap J 84 p 151 Table 7), vale decir, incluyendo también a *NGC* 6440, entonces se encuentra según Stebbins y Whitford

	<i>L</i>	<i>B</i>
para el polo de Newcomb	$328^{\circ}6$	$+ 1^{\circ}0$
para el polo de Harvard	$329^{\circ}2$	$- 0^{\circ}5$

es decir se llega en *B* a valores muy semejantes a $\left\{ \begin{array}{l} + 1^{\circ}2 \\ - 0^{\circ}25. \end{array} \right.$

Considerando además que nuestro sol está situado con mucha probabilidad un poco al norte del plano central galáctico —Lindblad (17a p 1009. 17b p 571) indica para este por ej.: $Z_{\odot} = + 0.034 \pm 0.011 \text{ kpc}$ como el valor probable más plausible— hemos decidido emplear en este trabajo el sistema Harvard de las coordenadas galácticas (L_{H} ; B_{H}) según Ohlsson (106) (suponiendo para simplificar $Z_{\odot} = 0$).

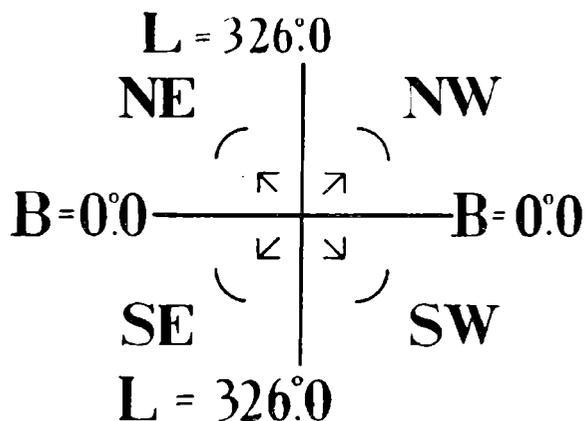
Nótese además que en la tabla 15 hemos alterado completamente el modo general de expresar los datos de los cúmulos globulares por el orden de sus números *NGC* (correspondientes a la *AR* de los mismos). Queriendo estudiar en un esquema *B—R—Z* la absorción interestelar de las longitudes de onda particulares como también la selectiva de los cúmulos globulares, hemos dividido los 94 en cuestión, tomando primero 46 con latitud galáctica negativa (la mitad izquierda de la tabla 15) y los restantes 48 con positiva (mitad derecha de la misma tabla). Después, a los 94 cúmulos que resultan de estos dos grupos les hemos asignado colectivamente una latitud galáctica $|B|$ que decreciese desde arriba hasta abajo, enumerándolos luego [columna vertical (0); tabla 15] en forma que existiera cierto paralelismo de crecimiento entre el número corriente de un cúmulo y su $\csc |B|$ resp. $\lg \csc |B|$. El cúmulo globular *NGC* 2419 no tiene número determinado, con excepción del intermedio + 13a, debido a que propiamente no encuadra con el grupo de los demás por su distancia desproporcionadamente grande y directamente opuesta al centro galáctico [véase W. Baade (107)].

Como los números corrientes de los cúmulos globulares resultan ser aún sólo cifras que van desde ± 1 hasta $\pm 46+47$, las posibilidades de orientar nuestra elucubración ha ido ganando seguramente como pronto veremos en las figuras 4, 5, 6, 7, 8 y en las tablas 17 y 19.

La figura 4 nos demuestra la distribución aparente de los cúmulos globulares en la superficie celeste hacia los alrededores del centro galáctico. Los cúmulos con latitud galáctica positiva y negativa aparecen generalmente indicados por \oplus ó \ominus respectivamente. Los 26 cúmulos, anteriormente citados, que tienen las latitudes galácticas $\pm B$ más pequeñas, vienen sin embargo cada uno de ellos acostados según su longitud y latitud galácticas por los símbolos que se dejan sin más apreciar en el interior del esquema de la figura 4^a observando hacia el centro galáctico.

FIGURA 4a

Símbolos de los cúmulos globulares en las cuatro direcciones del cielo, que emergen del centro galáctico.



Todos estos 26 cúmulos globulares se encuentran en el interior de un círculo, cuyo radio apenas si sobrepasa los 13° . 13 cúmulos de estos están situados al norte del ecuador, quedando al sur del mismo los restantes 13. Nosotros sin embargo hemos añadido a ambos lados y en cada uno de ellos 9 cúmulos más, indicados en las figuras 4, 5, 6, 7, 8 y en las tablas 17 y 19 por símbolos situados más hacia afuera en la figura 4^a. Todos estos 44 cúmulos globulares, es decir, casi la mitad de los hasta hoy encontrados, se hallan en el interior de un círculo cuyo radio es de 26° . Los símbolos de que hemos hablado se encuentran dispuestos en las dos columnas verticales (± 1) de la tabla 15 junto con sus propios números corrientes.

Las columnas verticales (± 2) hasta (± 8) de la tabla 15 quedan suficientemente explicadas por sus títulos. Las luminosidades aparentes azules observadas de los cúmulos globulares, tales como quedan indicadas por el autor (*HW*) en las columnas verticales (± 5), fueron calculadas en base a los datos de Shapley (*Sh*), las que, como es sabido (*Handbuch der Astrophysik* 5, 2 p 744), no aparecen en la escala de Pogson, conforme a la fórmula de compensación anteriormente usada (49a p 21), es decir:

$$[(m_s)_{430}]_{HW} = 3.621 + 0.663 \times [(m_s)_{430}]_{Sh}$$

Los valores W de las luminosidades absolutas de los cúmulos globulares en las columnas verticales (± 6) resultan automáticamente de la diferencia entre las dos columnas verticales vecinas ± 5 y ± 7 .

Los valores de los verdaderos (no ya falseados por alteración alguna) módulos de distancia $m - W = 5 \log R_B$ y de los importes correspondientes a estos de la absorción interestelar $S(B; R_B)$ de las dos columnas verticales ± 8 , fueron determinados por interpolación de la tabla 14 en forma que su suma fuera:

$$5 \log R_B + S(B; R_B) = (m_s - W) \quad [8]$$

es decir, que justamente es igual al módulo de la distancia observada por Shapley (11; 12) [falseado por absorción]. Por eso para una mejor orientación las paralelas oblicuas que indican la distancia constante al sol ($R_B = \text{const.}$ para todas las latitudes galácticas B) aparecen en nuestro esquema $B-R-Z$ de la tabla 14 trazadas distando exactamente 1^m de sus particulares módulos constantes de distancia $m - W = 5 \lg R_B$.

La ecuación [8] puede también escribirse bajo la forma:

$$5 \lg (R_B)_s = 5 \lg R_B + S(B; R_B) \quad [9]$$

donde el miembro de la izquierda representa el quíntuplo del logaritmo de la distancia falseada por la absorción. Si escribimos ahora en la forma conocida [Stebbins (108)] que:

$$R_B = f \times (R_B)_s \quad [10]$$

entonces resulta según la ecuación [9] que:

$$\lg f(B; R_B) = -0.2 \times S(B; R_B) \quad [11]$$

El factor de disminución $f_{430}(B; R_B)$ fué calculado según esta fórmula con los valores $S_{430}(B; R_B)$ de las columnas verticales (± 8) y se encuentra en las dos columnas verticales (± 9) de la tabla 15. En las columnas verticales ($\pm 12, \pm 13, \pm 14, \pm 15$) se encuentran entonces tanto las coordenadas R_s, X_s, Y_s, Z_s de los cúmulos globulares azules falseados de Shapley (11; 12), como las verdaderas R, X [eje en dirección al centro galáctico; $L=327^\circ; B=0^\circ$ (según Shapley)], Y, Z expurgadas ya por la ecuación [10] de su absorción interestelar. La correspondiente distribución verdadera de los cúmulos globulares en el espacio universal aparece en nuestras tres figuras 5, 6 y 7.

Nuestras figuras 6 y 7 admiten una comparación notable con las dos correspondientes figuras 3a de Stebbins y Whitford (Ap T 84 p 150 (1936)]. En parte con este fin los 26 cúmulos globulares cercanos al centro galáctico tratados allá especialmente por estos dos autores se han marcado en nuestras figuras con flechas como símbolos. Salta en seguida a la vista, que dichos 26 cúmulos así marcados poseen todos en nuestras dos figuras 6 y 7 la coordenada $X \geq 4 \text{ kpc}$ con excepción de solo uno, es decir, nuestro cú-

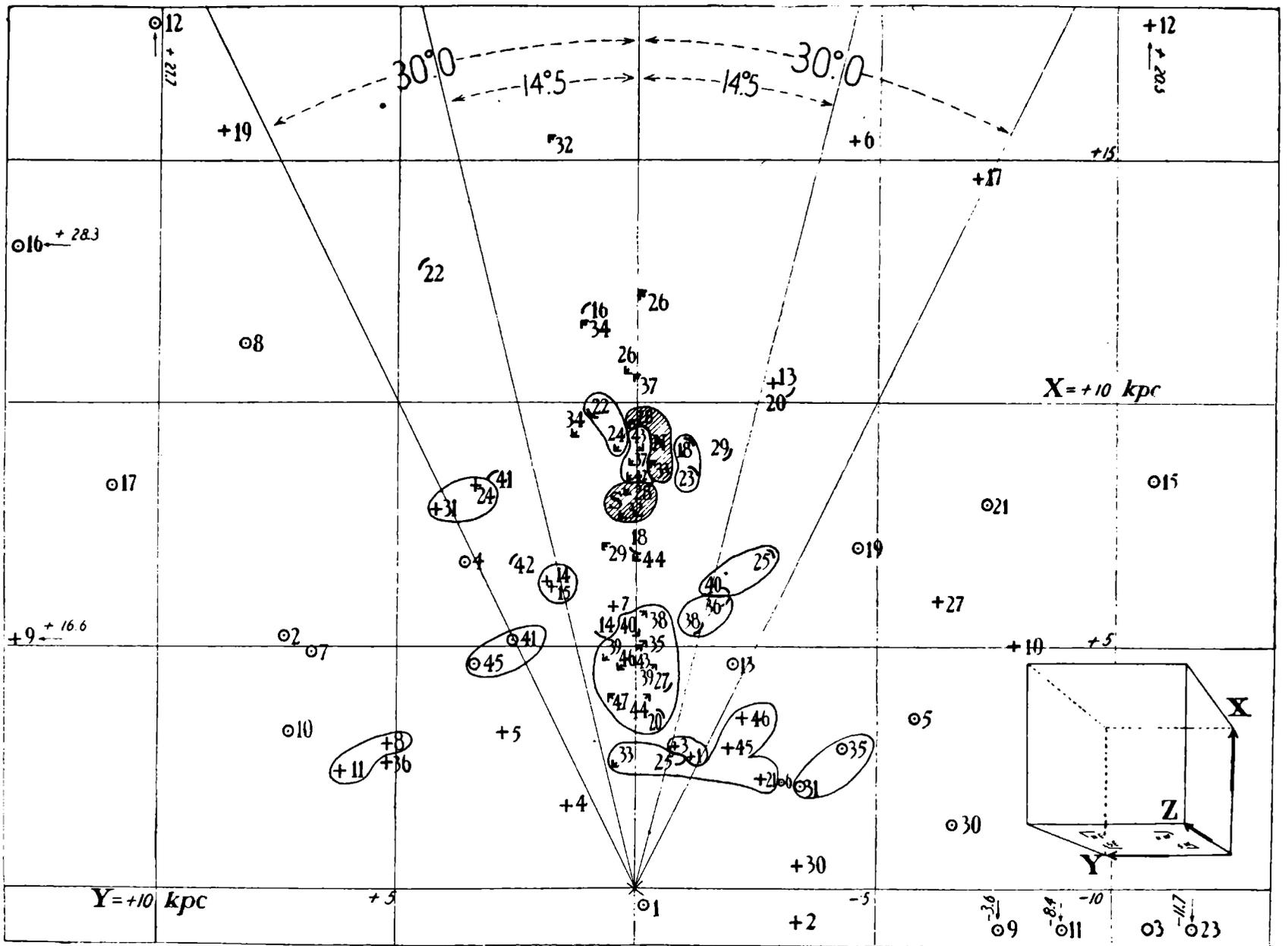


FIGURA 6. — La distribución de los cúmulos globulares proyectados sobre el plano X-Y.

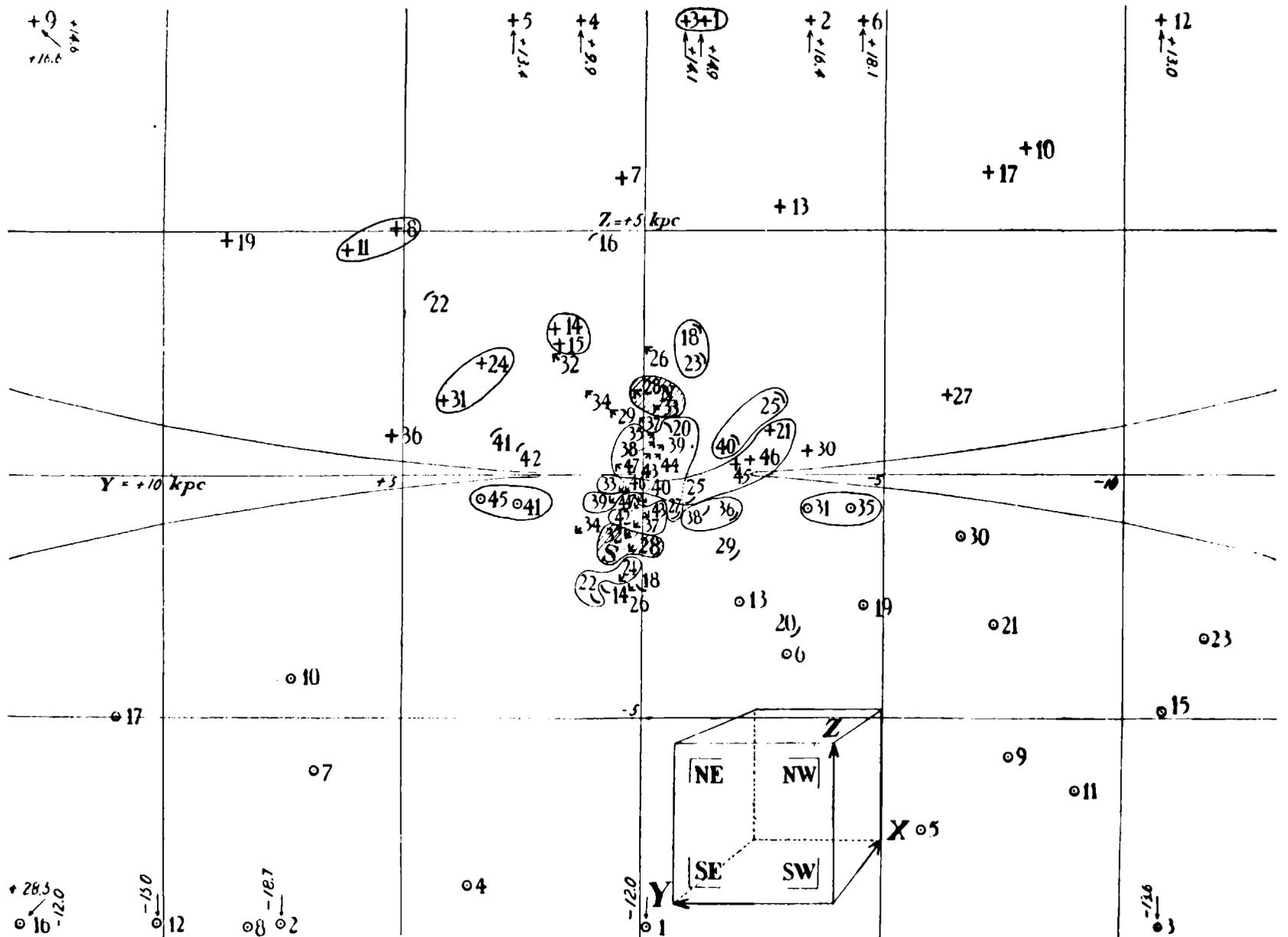


FIGURA 5. — La distribución de los cúmulos globulares proyectados sobre el plano Y-Z.

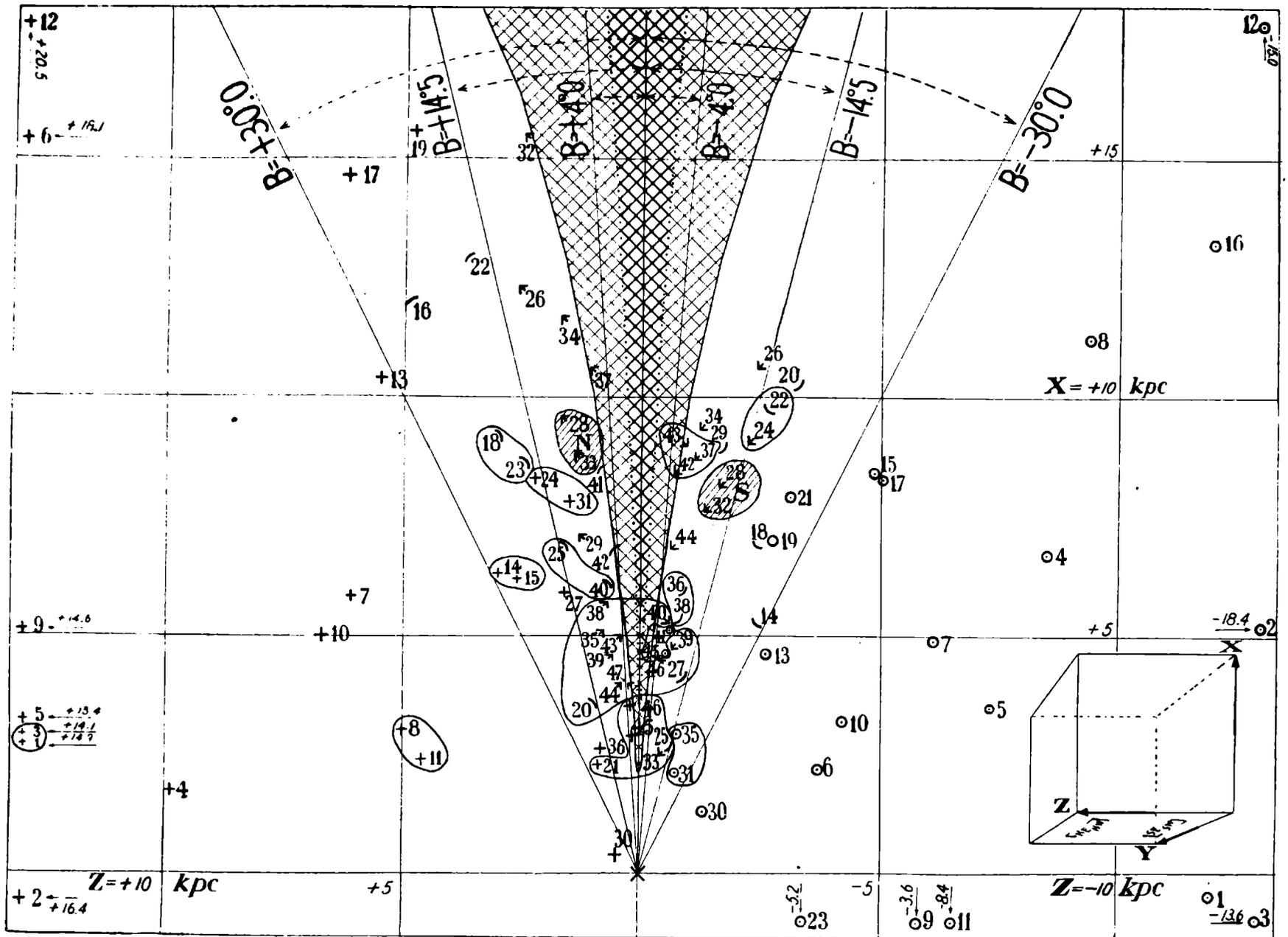


FIGURA 7. — La distribución de los cúmulos globulares proyectados sobre el plano Z-X.

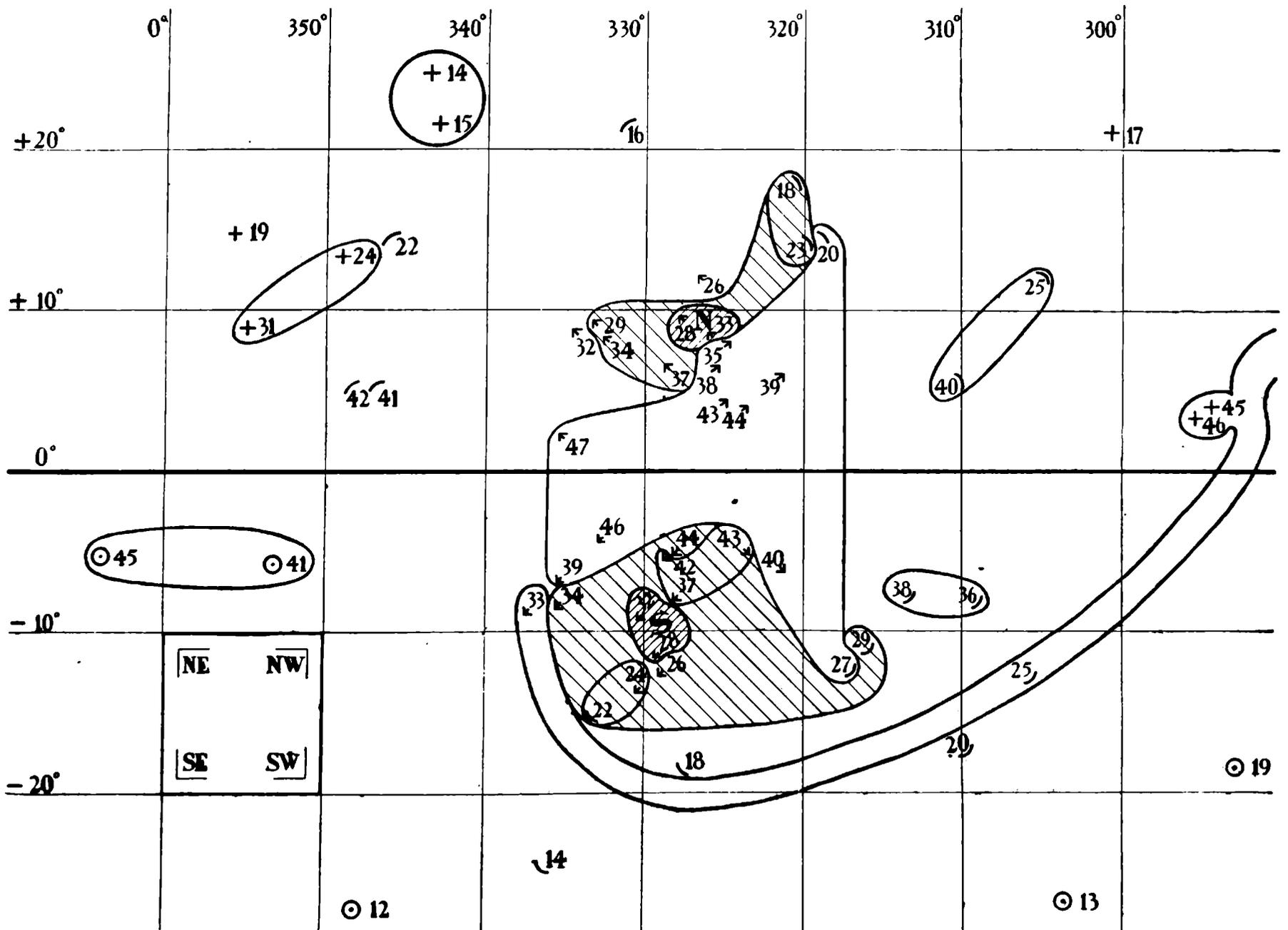


FIGURA 4. — La distribución aparente de los cúmulos globulares sobre la superficie del centro galáctico. (Coordenadas galácticas en el sistema de Harvard).

mulo —33 = NGC 6656, cuya $X = 2.5 < 4 \text{ kpc}$. Por el contrario en la fig. 3a resp. Table 7 del trabajo antes citado de Stebbins y Whitford (65) 7 de entre los mismos 26 cúmulos tienen una coordenada de $X < 4 \text{ kpc}$; para 5 de estos 7 cúmulos se calculó $2 < X < 4 \text{ kpc}$; y para 2 de ellos hasta $0 < X < 2 \text{ kpc}$.

Los 26 cúmulos en cuestión fueron expresamente elegidos por dichos autores; porque considerando la gran distancia del centro galáctico de aproximadamente 10 kpc , que es por varias razones coincidentes donde nos encontramos según van de Kamp (23) y Stebbins (108), sin embargo deberíamos poder percibir claramente la condensación espacial del sistema de los cúmulos globulares hacia el núcleo de la vía láctea. Por eso Stebbins y Whitford (65) declaran que estos 26 cúmulos globulares (superior a la cuarta parte del total de los cúmulos visibles) especialmente elegidos por ellos en una superficie tan reducida del cielo hacia el centro galáctico, probablemente deberían en su colocación espacial formar más bien una aglomeración que una línea recta (partiendo del sol hacia fuera al universo). Sin embargo contra todo lo que se pudiera suponer ocurre esto último. Y así es, puesto que en la Fig. 3a en Ap T 84 los 26 cúmulos globulares citados aparecen en el plano XZ en una colocación muy marcada a lo largo de dos líneas rectas (una hacia el norte, es decir, todas las $Z > 0$; la otra hacia el sur, es decir, todas las $Z < 0$), las que forman en el sol, donde se cruzan, una curiosa saliente de la distribución espacial de estos 26 cúmulos globulares en nuestro sistema galáctico. Por eso Stebbins y Whitford (65) nos comunican que su Fig. 3a (y también la 3b) “no es muy convincente”. Como probables causas de errores los citados autores mencionan:

- 1) las dificultades de la determinación exacta de los módulos de distancia de los cúmulos globulares
- 2) o una posible inutilidad de la llamada ley de la *csc* de la absorción interestelar.

A la primera causa desearíamos anotar que Stebbins y Whitford señalan entre otras cosas una influencia tan grande y tan frecuente que origina una defectuosa determinación del diámetro aparente de un cúmulo globular sobre el cálculo de su distancia. Se menciona la disminución innegable del diámetro aparente a consecuencia de la intervención de la absorción interestelar (especialmente con estos cúmulos globulares en pequeña latitud galáctica) y también el trabajo de Shapley y Sayer (109). Estos dos últimos

autores indican ya en (109) del año 1935 factores correctivos $\frac{\omega_{1935}}{\omega_{1930}}$ (columnas verticales (± 16) en nuestra tabla 15] para los diámetros medidos antes [11; 12 del año 1930] al tratar 70 cúmulos globulares. Estos factores oscilan entre 1.3 y 10, lo que es un indicio de las dificultades de una determinación exacta de los diámetros aparentes de estos astros. Se presume que la disminución del diámetro aparente a causa de la absorción interestelar depende de la concentración de las estrellas de un cúmulo hacia su núcleo (clase de concentración de Shapley = “Class” = C_l en las columnas verticales (± 19) de la tabla 15) lo que podría comprobarse empíricamente por comparación de tiempos de exposición cortos y largos de fotografías de un mismo cúmulo globular. A esta sugerión de Stebbins y Whitford (65) responde el trabajo citado de Shapley y Sayer (109), por lo demás aún incompleto.

- Estos dos autores nos anuncian expresamente en este su trabajo (del año 1935) que:
- los nuevos diámetros aparentes ω_{1935} (columnas verticales ± 17 en nuestra tabla 15) de los cúmulos proceden ahora de una serie bastante homogénea de negativos fotográficos;
 - entre estos nuevos ω_{1935} y las antiguas distancias $(R_B)_s$ de los cúmulos globulares [de Shapley (11; 12)] aún no corregidos de absorción interestelar, vale suficientemente la relación

$$\omega_{1935} \times (R_B)_s = \text{const.}$$

como es normal para esferas, que poseen todas el mismo diámetro lineal Dm , pero que a nosotros se nos presentan a diferentes distancias verdaderas R_B bajo diversos ángulos aparentes ω .

Esta conocida ecuación ha permanecido inalterada en su forma matemática, pero en lugar de la verdadera distancia R_B se ha puesto la $(R_B)_s$ seguramente falseada (por haberse calculado en base a módulos alterados), la que siempre es mayor que R_B . Por consiguiente debemos suponer que los nuevos diámetros angulares ω_{1935} de los 70 cúmulos globulares están igualmente falseados; por eso los llamaremos mejor desde ahora $(\omega_{1935})_s$ y los supondremos siempre menores que los "verdaderos" diámetros angulares ω , es decir, como hubieran resultado de la medición si no hubiera intervenido la absorción interestelar. Shapley y Sayer se refieren también claramente a esto cuando en la última frase de su artículo dicen:

"Los diámetros angulares y las magnitudes aparentes totales de los cúmulos globulares han sido aparentemente medidos con defecto y respectivamente con debilidad en más o menos la misma proporción en todos aquellos lugares donde la absorción es fuerte".

Shapley y Sayer (109 Fig. 1) de 63 valores $(\omega_{1935})_s$ comparados con sus correspondientes $(R_B)_s$ obtienen la relación:

$$(\omega_{1935})'_s \times (R_B)_s = 215 \quad [12]$$

[$(\omega_{1935})'_s$ medidas en minutos de arco]

con una dispersión marcadamente pequeña de los valores particulares alrededor de esta curva. De $215 = 3438 \times \overline{Dm}$ resulta inmediatamente el promedio del diámetro lineal de los cúmulos globulares a saber: $\overline{Dm} = 0.063 \text{ kpc}$. Si ahora quisiéramos calcular [columnas verticales (± 18) en nuestra tabla 15] los diámetros lineales particulares Dm de los cúmulos globulares según la fórmula:

$$Dm = \frac{\omega' \times R}{3438} \quad [14]$$

y usáramos para ello por un lado estos novísimos diámetros angulares $(\omega_{1935})_s$, observados por Shapley y Sayer y por otro nuestras novísimas distancias R_B de los cúmulos globulares, libres del efecto de la absorción interestelar, entonces claro está que, prescindiendo de las variaciones individuales y considerando el promedio, del diámetro lineal $(Dm)_s$ así calculado de un cúmulo globular disminuye exactamente en la misma proporción que como $(R_B)_s$ ha disminuido a R_B al aplicar en la fórmula [10] el factor f . Para los cúmulos globulares $f=f(B;R_B)$ (véase fórmula [11]) es esencialmente una función de la latitud galáctica B , y el andar de $f(B;R_B)$ aproximándose al ecuador galáctico queda mejor de manifiesto por las dos columnas verticales (± 9) en nuestra tabla 15. Para los cúmulos más cercanos al ecuador nuestra $f(B;R_B)$ oscila entre 0.20 y 0.08. Los diámetros lineales $(Dm)_s$ de estos cúmulos globulares se calcularían de la dimensión $(Dm)_s \approx 0.010 \text{ kpc}$, es decir, resultarían de 5 a 12 veces más pequeños de lo que en los polos galácticos [valores $(Dm)_s$ en las columnas verticales (± 18) de la tabla 15].

Tan extraña distribución de los verdaderos diámetros lineales de los cúmulos globulares es muy poco probable. Esto es también un indicio de que los 70 valores $(\omega_{1935})_s$ no son directamente comparables entre sí. No dudamos de que las fotografías fueron sacadas por Shapley y Sayer de una manera lo más homogéneamente posible como se ve también por la semejanza de los tiempos de exposición, pues casi todas oscilan entre los 45 y 90 minutos; pero, precisamente por eso quizás podamos sospechar que no fueron alcanzados en todos los cúmulos globulares los límites correspondientes de la visibilidad de sus diámetros aparentes, lo que significaría que cuidando de los tiempos de exposición no se prestó suficiente atención al efecto empañante de la absorción interestelar. Para incluir aún hasta el mismo grado en todos los cúmulos globulares, al medir sus diámetros aparentes, el efecto de las estrellas cumulares de una misma y cierta magnitud límite m_o , libre de absorción, deberemos elegir los tiempos particulares de exposición t_s de tal manera, que en cada placa fotográfica aparezca todavía la magnitud límite m_s que viene dada por la ecuación

$$m_s - m_o = S(B;R_B). \quad [15]$$

En condiciones por lo demás iguales de exposición, entre dos tiempos t_o y t_s y las magnitudes límites m_o y m_s obtenidas con aquellos en la misma placa fotográfica, existe, como es sabido, la relación siguiente:

$$m_s - m_o = \frac{5}{2} p \times \lg \left(\frac{t_s}{t_o} \right) \quad [16]$$

donde p representa ahora un factor característico del tipo de placas usadas; así por ej. vale para placas Agfa generalmente $p=1$, para placas Kodak un valor menor, o sea alrededor de $p=2/3$. Para anular entonces los posibles efectos de la absorción interestelar sobre las mediciones de los diámetros aparentes de los cúmulos globulares, los tiempos de exposición t_s de las placas fotográficas para los cúmulos particulares deberían ser elegidos según la fórmula siguiente (de [15] y [16]):

$$\lg \left(\frac{t_s}{t_o} \right) = \frac{2}{5p} S(B;R_B) \quad [17]$$

donde t_0 es una unidad arbitraria constante de tiempo y donde $S(B;R_B)$ resulta generalmente del esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar (tabla 14) resp. de las columnas verticales (± 8) de nuestra tabla 15. Así conseguiríamos más o menos para los cúmulos globulares y para $\lambda_{ef.} = 430 \mu\mu$ (las proporciones de) los tiempos de exposición de que da cuenta la tabla 16.

TABLA 16

Relaciones necesarias de los tiempos de exposición para placas sensibles al azul ($\lambda_{ef} \approx 430 \mu\mu$) con el fin de eliminar el efecto de disminución de la absorción interestelar en el diámetro aparente de los cúmulos globulares a pequeñas latitudes galácticas.

lg csc B	B	$S_{430}(B;R)$	p = 1		p = 2/3	
			$\lg \left(\frac{t_s}{t_0} \right)$	$\frac{t_s}{t_0}$	$\lg \left(\frac{t_s}{t_0} \right)$	$\frac{t_s}{t_0}$
0.0	90°	0.4	0.16	1.4	0.24	1.7
0.2	39°	0.6	0.25	1.8	0.38	2.4
0.4	23°	1.0	0.40	2.5	0.60	4
0.6	≈ 14°	1.5	0.6	4	0.9	8
0.8	≈ 8°	2.5	1.0	10	1.5	32
1.0	≈ 5.7°	3.5	1.4	25	2.1	126
1.2	≈ 3.5°	4.5	1.8	63	2.7	500

El $\lg \text{csc } |B| = 0.6$ resp. $B = \pm 14^\circ$ divide el total de los cúmulos globulares visibles para nosotros, en dos mitades exactas, de las cuales la primera está contenida en una faja ecuatorial de 28° de latitud y la otra se extiende por partes iguales sobre los dos grandes casquetes polares. La tabla 16 nos indica que:

$$\frac{2.5}{1.4} \leq \frac{\left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=23^\circ}}{\left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=90^\circ}} \leq \frac{4}{1.7} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=23^\circ} \approx 2 \left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=90^\circ}$$

resp.

$$\frac{4}{1.4} \leq \frac{\left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=14^\circ}}{\left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=90^\circ}} \leq \frac{8}{1.7} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=14^\circ} \approx 4 \left(\frac{t_s}{t_0} \right)_{B=90^\circ}$$

Lo que traducido al lenguaje vulgar quiere decir que para que las mediciones de los diámetros aparentes angulares de los cúmulos globulares puedan ser comparables entre sí, en los $\pm 23^\circ$ de latitud galáctica el tiempo de exposición debería ser 2 veces y en los $\pm 14^\circ$ ya 4 veces mayor que en los polos. Apesar de las grandes diferencias individuales aparentemente existentes entre los diámetros lineales, sin embargo a causa de la falta de tiempo de exposición, ya en la mitad de los cúmulos globulares que se encuentran fuera de la faja ecuatorial de $\pm 14^\circ$ de latitud, salta a la vista la disminución de los diámetros angulares aparentes $(\omega_{1935})_s$ medidos. Véase cómo los diámetros lineales de los cúmulos globulares calculados en las columnas (± 18) de la tabla 15 según la fórmula

$$(Dm)_s(t_0) = \frac{(\omega_{1935})_s(t_0) \times R_B}{3.44} \text{ en parsecs}$$

al crecer la distancia angular de los polos galácticos, se hacen rápida y fuertemente menores que el promedio del verdadero diámetro lineal de los cúmulos $\overline{Dm} = 63$ parsecs, calculado según la fórmula [12] resp. [13].

Esta disminución de los diámetros aparentes [columnas verticales (± 17) de la tabla 15] de los cúmulos globulares con (aproximadamente) igual tiempo de exposición para todos los cúmulos tiene lugar tan exactamente que Shapley y Sayer pudieron establecer la ya citada fórmula [12], a saber:

$$(\omega_{1935})_s(t_0) \times (R_B)_s = \text{const.} = 215.$$

El cálculo de los verdaderos diámetros lineales Dm de los cúmulos globulares debería efectuarse según la fórmula [14]:

$$Dm \text{ (en parsecs)} = \frac{\omega' \times R \text{ (en kpc)}}{3.44} = \frac{\omega' \times (R_B)_s \times f(B; R_B)}{3.44}.$$

Si ponemos ahora:

$$\omega_0 = \frac{(\omega_{1935})_s}{f(B; R_B)} \quad [18]$$

entonces resulta:

$$Dm \text{ (parsecs)} = \frac{(\omega_{1935})'_s \times (R_B)_s \text{ (kpc)}}{3.44} \quad [19]$$

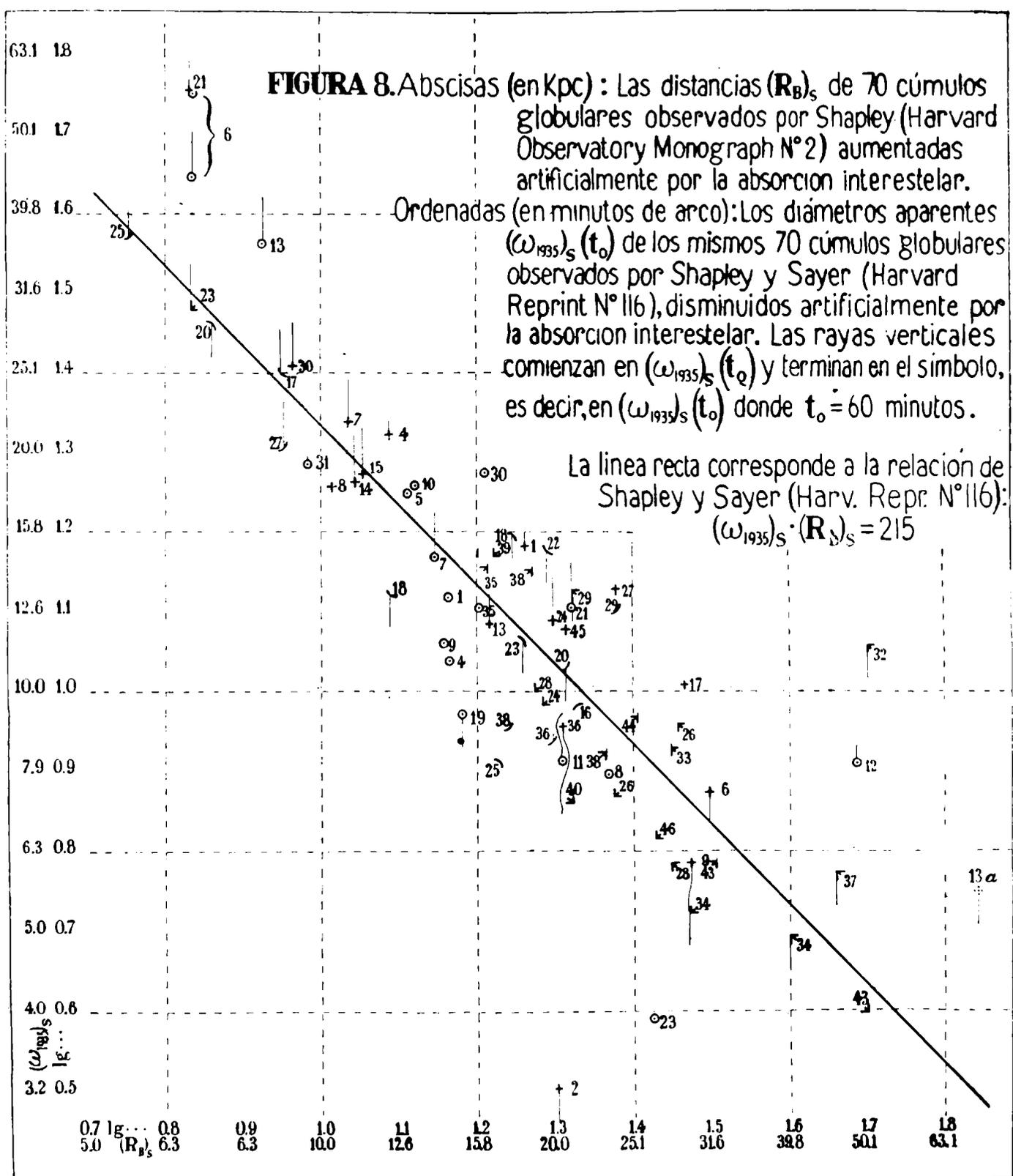
resp.

$$\overline{Dm} = \frac{215}{3.44} = 63 \text{ parsecs} = \text{const.}$$

Si se reducen los diámetros aparentes cumulares, obtenidos por Shapley y Sayer con diferentes tiempos de exposición t_Q , según la fórmula que resulta de las ecuaciones [18], [11], [15], [16], ($Q = m_Q - m_o$):

$$2 \lg \left[\frac{(\omega_{1935})_s(t_Q)}{(\omega_{1935})_s(t_o)} \right] = -2 \lg f = \frac{2}{5} Q = p \lg \left(\frac{t_Q}{t_o} \right)$$

si se reducen, decimos, a un tiempo uniforme de exposición $t_o = 60$ minutos, apenas si se mejora entonces un poco la representación de la fórmula [12]. Véase la figura 8.



Si en $\left(\frac{t_Q}{t_0}\right)^{-\frac{p}{2}}$ se hace por ej. $p=2/3$

$$y \left\{ \begin{array}{l} t_Q = 40^m \\ t_Q = 90^m \end{array} \right\} \text{ se obtienen los valores. } \left\{ \begin{array}{l} 1.15 \\ 0.87 \end{array} \right\}$$

Los verdaderos diámetros lineales Dm de los cúmulos globulares particulares, calculados entonces según la fórmula [19], figuran en su mayoría dentro de los límites siguientes: $50 \text{ parsecs} < Dm < 80 \text{ parsecs}$ [columnas verticales (± 18) de la tabla 15]. Y aquí es digno de notarse que en las proximidades del ecuador galáctico ($|B| \lesssim 9^\circ$) estos valores Dm indican una marcada bifurcación en la distribución de sus valores. Al sur del ecuador galáctico existe en los valores Dm una tendencia pronunciada hacia el límite inferior y al Norte hacia el límite superior. Para hacer desaparecer esta improbable separación en la distribución de los valores promedios de los verdaderos diámetros lineales Dm de los cúmulos globulares así calculados, en los alrededores del centro galáctico se debería desplazar algo más hacia el polo norte galáctico el centro de gravedad de la absorción interestelar. Por la escasez del material de observación disponible no vale sin embargo por el momento la pena cultivar más esta idea.

Si queremos entonces atenernos a que el diámetro lineal promedio sea para todos los cúmulos globulares una constante $=63 \text{ parsecs}$, entonces nos vemos obligado a aceptar la ecuación-hipótesis [18] arriba mencionada. Esto equivale a suponer que (de [11] y [18]) con igual tiempo de exposición se tiene:

$$2 \lg \frac{\omega_0}{(\omega_{1935})_s} = \frac{2S(B;R_B)}{5} = \frac{2}{5} [m_0 - (m_0 - S)]$$

ó

$$\lg \frac{F_0}{F_s} = \lg \frac{i_{-s}}{i_0},$$

donde F es la superficie del cielo ocupada aparentemente por el cúmulo e i es la intensidad aparente de las estrellas más débiles fotografiadas del cúmulo. La hipótesis de la ecuación [18] equivale entonces a suponer que

$$F \times i = \text{const.} \quad [20]$$

Presentándonos los cúmulos globulares distribuidos en 12 diferentes clases de concentración que van desde los más densos ($Cl=1$) hasta los más ralos ($Cl=12$), si con la ecuación [20] recién citada se creyera que en cualquier forma se podría calcular un diáme-

tro lineal promedio que fuera común para el total de los 94 cúmulos (como realmente se hizo provisoriamente hace un momento), con ello se incurriría muy posiblemente en un error.

Al contrario quizás, sería más fácilmente posible aplicar las dos ecuaciones [18] y [20] hacia el núcleo en los cúmulos globulares a cada una de las 12 clases de condensación aparente de las estrellas y luego calcular para cada clase en particular un diámetro lineal promedio de los cúmulos globulares. Prácticamente este se calcularía simplemente según la fórmula [19] anteriormente citada [columnas verticales (± 18) de la tabla 15]; que para cada una de las clases tampoco exista un tal diámetro lineal promedio, parece comprobado según se deduce de una reciente nota publicada en la p 597 del Harv. Repr. 116 por Shapley y Sayer y que dice: "El estudio de las desviaciones de la curva promediada $(\omega_{19.3.5})_s \times (R_B)_s = 215$ no demuestra relación alguna sistemática con la clase de la concentración del cúmulo".

La intensidad absoluta de las estrellas cumulares más débiles tomadas todavía por la placa fotográfica se calcula según la fórmula

$$W = m_s - S(B; R_B) - 5 \lg R_B = m_s - 5 \lg (R_B)_s.$$

Su magnitud se hace más luminosa así con el quíntuplo del logaritmo de la distancia según Shapley del cúmulo globular, y tampoco tiene aparentemente, como indica la Fig. 1 de Shapley y Sayer (109), influencia alguna regular sobre la determinación del diámetro lineal del cúmulo.

Digamos ahora dos palabras sobre las posibles fuentes de errores, citadas en la pág. 73 Apdo. 2) de que nos hablan Stebbins y Whitford y que habían deformado su Fig. 3a en Ap J 84 de la manera inesperada ya descripta. A los efectos de establecer una comparación, anticipamos que Stebbins y Whitford (65) usaron las llamadas coordenadas falseadas $(R_B)_s$ de los cúmulos globulares según van de Kamp (24 p 101 Table 4) [que no toman en cuenta las apreciaciones de los diámetros aparentes de los cúmulos globulares de Shapley (11; 12)], mientras nosotros hemos tomado directamente de Shapley (11; 12) los módulos originales alterados de distancia que figuran en las columnas verticales (± 7) de la tabla 15. Esta diferencia carece aquí de importancia, pues el resultado depende solamente del tamaño de las relaciones totales recíprocas de las distancias $(R_B)_s$ de los cúmulos globulares anticipados por la observación y afectados por la absorción interestelar.

Por el contrario hasta cierto punto, reviste esencial importancia el hecho de que, casualmente, la mitad del valor de la absorción azul interestelar que va de un polo al otro, tenga el mismo importe $\overline{T_{430}H} = 0.40$, puesto que Stebbins y Whitford usaron también este mismo valor encontrado antes por van de Kamp (24) en la forma conocida

$$S_{430}(B) = 0.40 \csc |B| \quad [21]$$

de la ley de \csc "pura" para la fórmula de su factor decreciente $f_{430}(B)$, que era (según nuestra fórmula [11]):

$$\lg f_{430}(B) = -0.08 \csc |B| \quad [22]$$

La hipótesis naturalmente necesaria para la aplicación de esta fórmula es que los 94 cúmulos globulares —incluyendo a consecuencia de su enorme distancia a aquellos que tienen las latitudes galácticas más pequeñas— se encuentran completamente fuera de la capa galáctica de absorción. Esto pareció justificarse tanto más cuanto que por ej. según van de Kamp (24 p 102, 105) en todo caso debían preferirse a los valores mayores los relativamente pequeños $H \approx 0.2 \text{ kpc}$ de la altura efectiva (=mitad del espesor de esta capa). En efecto la base de todas estas apreciaciones fué a su vez la suposición simplista de que la capa de absorción era igualmente densa en todas sus partes y que a causa de

eso su fuerza de absorción $T = \frac{dS}{dR} = \frac{dS}{dZ} = \text{const.}$ fuera igualmente fuerte (a lo menos en el promedio) en todas partes.

A esta última opinión, indudablemente se han opuesto andando el tiempo y en forma aislada una serie de hechos observacionales, de los que dimos cuenta en la introducción de nuestro trabajo. En el capítulo anterior, por un camino del todo diferente (teórico), habíamos logrado interpretar estos diferentes hechos observacionales con una nueva fórmula matemática de la absorción interestelar S (válida a lo menos para el promedio). Para simplificar, tampoco nosotros podemos prescindir de la concepción de una gran capa galáctica de absorción, compuesta a su vez por delgadas capas individuales paralelas entre sí. Así es como obtuvimos la fórmula [4], que para el $\lim [B] \rightarrow 90^\circ$ resulta

$$S(B=90^\circ; Z) = \frac{T(0) \times Z}{1 + \frac{T(0) \times Z}{S(90^\circ; \infty)}} \quad [23]$$

de donde se obtiene que:

$$\frac{dS}{dZ} = F(Z) = \text{const.}$$

Sin embargo nuestra nueva capa galáctica de absorción posee una propiedad especial teórica. El importe de absorción total producido por ella, es decir, la mitad del valor de la absorción interestelar de polo a polo, al que antes habíamos designado siempre como una especie de promedio del producto \overline{TH} , posee en efecto aún ahora (en coincidencia con los hechos observacionales) un límite superior fijo, al que en la fórmula [23] corresponde ahora la constante $S(90^\circ; \infty)$. Pero recién entonces se llega teóricamente a este valor límite cuando en dicha fórmula [23] se pase al límite $Z \rightarrow \infty$. Y así a pesar de un importe finito de absorción de polo a polo, dentro del significado que entraña la fórmula [23], nuestra capa galáctica de absorción resulta aún, por lo menos en teoría, infinitamente espesa. En efecto, en la práctica nos basta por completo una extensión de la capa hasta $Z = 10 \text{ kpc}$ (cuyo cálculo hasta ese valor fué necesario para los cúmulos globulares),

como se deja entrever del examen del esquema $B-R-Z$ por ej. de la absorción interestelar azul de nuestra tabla 14; y la razón de ello la da la relación:

$$\frac{S_{430}(B=90^\circ; Z=10)}{S_{430}(B=90^\circ; Z=\infty)} = \frac{393}{398} = 0.99$$

En el transcurso de nuestro 3er. capítulo y al iniciar el presente encontramos que la mitad del valor de la absorción interestelar azul de polo a polo era $S_{430}(90^\circ; \infty) = 0^m40$, el que por casualidad resultó ser el mismo que Stebbins y Whitford emplearon para la construcción de su Fig. 3a por medio de las fórmulas [21] y [22]. Esta igualdad casual de la mitad del valor usado de la absorción azul de polo a polo en la capa galáctica —usado en la Fig. 3a de Ap J 84 por un lado y en nuestras figuras 6 y 7 por el otro— facilita ahora un poco la comparación entre los diferentes efectos de las dos fórmulas de absorción. Quiere decir entonces que suponiendo que todos los cúmulos globulares se encontraran fuera de nuestra capa galáctica de absorción en razón a sus grandes distancias R_B , es decir que, haciendo en nuestra fórmula [4] para la absorción interestelar estas distancias $R_B \rightarrow \infty$, obtendremos

$$S(B; R_B \rightarrow \infty) = S(B; \infty) = S(90^\circ; \infty) \times \csc |B| = S(B),$$

llegando nuevamente a la ley de la \csc “pura” de la absorción interestelar, donde esta depende solamente de una variable independiente B . Como además, por lo anteriormente expuesto, se tiene accidentalmente que $S_{430}(90^\circ; \infty) = 0^m40$, resulta que también en este caso se llega otra vez exactamente a los valores que entregan las fórmulas [21] y [22], las que con el mismo fin habían utilizado ya Stebbins y Whitford (65).

Por esta razón se han calculado los valores $S_{430}(B; \infty) = S_{430}(B)$ para nuestros 94 cúmulos globulares según la fórmula [21] en las dos columnas verticales (± 10) de la tabla 15 y conforme a eso $f_{430}[S(B; R_B \rightarrow \infty)] = f_{430}(B; \infty) = f_{430}(B)$ por la fórmula [11] resp. [22]; estos valores se han incluido en las columnas (± 11) de la misma tabla. Así, la comparación de las dos series de factores de disminución f , a saber, $f_{430}(B; R_B)$ en las columnas (± 9) y $f_{430}(B; \infty)$ en las (± 11) de la tabla 15, resulta ser numéricamente lo mismo que si se compararan intuitivamente nuestras figuras (6) y (7) con la figura doble 3a de Stebbins y Whitford en Ap J 84. En efecto, esto ocurre ostensiblemente sólo con algunos de los “26” cúmulos globulares, aparentemente más próximos al núcleo de nuestra vía láctea. Vemos por ej. en la columna horizontal más baja de la tabla 15, que en especial nuestro cúmulo globular $+47 = NGC 6440$ está en realidad 8 veces más lejos de nosotros que lo que el factor de disminución $f_{430}(B; \infty)$ de la ley de la \csc “pura” le atribuiría como distancia; porque para el es:

$$\frac{f_{430}[B=2^\circ3; S_{430}(B=2^\circ3; R_{2^\circ3}=4.0)]}{f_{430}[B=2^\circ3; S_{430}(B=2^\circ3; R_{2^\circ3}=\infty)]} = \frac{f_{430}[B=2^\circ3; S_{430}=5^m53]}{f_{430}[B=2^\circ3; S_{430}=10^m00]} = \frac{0.08}{0.01} = 8$$

La verdadera distancia del cúmulo globular $NGC 6440$ se calcula de esta manera no en solo 0.5 kpc , sino en $R_{2^\circ3} = 4.0 \text{ kpc}$. Con ello se le ha desplazado completamente de su po-

TABLA 17

Los 26 cúmulos globulares que se encuentran más cerca del sol.

	No.	NGC	L _{II}	B _{II}	Cl	(ω_{1935}) _S (l _Q) [1930]	R	X	Y	Z	E _{ob} - E _{ta}	E _{ob}
							Kiloparsec					
1 C	+ 36	6779	30.2	+ 7.2	10	7.2	5.9	+ 2.6	+ 5.2	+ 0.8	[- 0.27]	+ 0.12
	- 14	M 56 6809	336.4	- 24.7	11	28.7	5.8	+ 5.2	+ 0.8	- 2.4	- .10	+ .03
	+ 38	M 55 6293	325.0	+ 6.5	4	8.5	5.8	+ 5.7	- 0.2	+ 0.7	[- .26]	+ .17
	- 41	6712	353.1	- 5.8	9	[7.8]	5.8	+ 5.1	+ 2.6	- 0.6	- .10	+ .37
	- 13	6752	303.7	- 26.7	6	41.9	5.7	+ 4.6	- 2.0	- 2.6	<hr/>	
	- 45	6760	3.9	- 5.3	11	[7.0]	5.7	+ 4.6	+ 3.4	- 0.5	+ .19	+ .69
	- 38	6388	313.2	- 8.0	3	9.0	5.5	+ 5.3	- 1.3	- 0.8	<hr/>	
	- 6	104	272.2	- 45.3	3	53.6	5.3	+ 2.2	- 3.0	- 3.7	<hr/>	
	- 40	47 Tuc 6441	321.2	- 6.3	3	(6.6)	5.3	+ 5.2	0.0	- 0.6	- .01	+ .42
	+ 35	M 19 6273	324.7	+ 8.0	8	14.5	5.2	+ 5.1	- 0.2	+ 0.8	- .11	+ .25
	- 35	4833	271.1	- 8.4	8	12.7	5.2	+ 2.9	- 4.3	- 0.7	<hr/>	
	+ 43	6316	324.9	+ 4.4	3	6.2	5.1	+ 5.0	- 0.1	+ 0.4	- .12	+ .44
	8 K	- 39	6626	335.5	- 7.0	4	15.0	4.8	+ 4.7	+ 0.7	- 0.6	- .05
+ 39		M 28 6266	321.4	+ 6.0	4	14.4	4.6	+ 4.6	- 0.4	+ 0.6	- .11	+ .32
- 46		M 62 6553	332.9	- 4.5	11	6.6	4.6	+ 4.5	+ 0.4	- 0.4	[+ .25]	+ .79
- 27		6541	316.8	- 12.5	3	23.2	4.3	+ 4.1	- 0.7	- 0.9	<hr/>	
+ 46		5946 [†]	295.4	+ 3.3	9	[4.8]	4.2	+ 3.5	- 2.2	+ 0.3	<hr/>	
- 31		4372	268.4	- 10.2	12	19.8	4.0	+ 2.1	- 3.4	- 0.7	<hr/>	
+ 44		6304	323.6	+ 4.0	6	9.4	4.0	+ 4.0	- 0.3	+ 0.4	- .05	+ .49
+ 47		6440	335.4	+ 2.3	5	[2.6]	4.0	+ 4.0	+ 0.6	+ 0.2	+ .08	+ .81
+ 20		6121	318.9	+ 14.7	9	26.3	3.7	+ 3.6	- 0.5	+ 1.0	+ .06	+ .27
+ 21		M 4 5139	277.2	+ 14.6	8	65.4	3.5	+ 2.2	- 2.6	+ 0.9	<hr/>	
5 K	+ 30	ω Cen 3201	245.1	+ 9.0	10	29.3	3.5	+ 0.4	- 3.4	+ 0.5	<hr/>	
	+ 45	5927	294.4	+ 4.0	8	12.0	3.5	+ 2.9	- 1.9	+ 0.2	<hr/>	
	- 25	6397	305.6	- 13.0	9	42.7	2.8	+ 2.6	- 1.0	- 0.6	<hr/>	
	- 33	M 22 6656	337.5	- 9.0	7	34.7	2.7	+ 2.5	+ 0.5	- 0.4	- 0.06	+ 0.24

sición de primer plano con respecto a su distancia de nuestro sol. Por el momento sólo uno de los "26" cúmulos admite el cálculo de una distancia R_B en realidad menor que 4.0 *kpc*, a saber, nuestro cúmulo —33=NGC 6656 con $R_{90^\circ} = 2.7$ *kpc*. Hemos logrado así reducir debidamente la desproporción de la parte saliente hacia nuestro sol de la distribución de estos "26 cúmulos globulares" en el espacio universal producida artificialmente por la aplicación de la "ley de la *csc* pura" de la absorción interestelar.

El cúmulo globular NGC 6656 sin embargo, sobre todo de entre los 94 visibles, resulta ser además el más cercano a nuestro sol en nuestro sistema galáctico. No fué pues quizás pura casualidad que fuera precisamente este cúmulo el primero en ser descubierto después de la invención del antejo como tal por Ihle en el año 1665, como nos lo comunica Shapley (11 p 3) en base a un relato de R. Wolf (110). Por el contrario lo que ciertamente es en realidad casual es que este cúmulo se encuentre entre aquellos "26" que aparentemente por efecto de proyección, rodean en el cielo más cercanamente el centro galáctico. El rango en efecto de los cúmulos globulares, ordenado según su verdadera distancia al sol (cuya posición se encontraría al pie de la tabla 17) resulta ahora (desde abajo hacia arriba) ser el siguiente, como se ve en la tabla 17.

La tabla 17 contiene todos los cúmulos globulares cuya distancia a nosotros es $R < 6.0$ *kpc*. Estos cúmulos que rodean más cercanamente nuestro sol son casualmente también 26, pero de ellos sólo 10 pertenecen a los hasta ahora citados como "26 cúmulos del centro galáctico aparente". En efecto, la lista de los "26 cúmulos del centro galáctico" de Stebbins y Whitford (65 Table 7 resp. Fig. 3a) contiene también 11 cúmulos cuya distancia R es menor que 6.0 *kpc*. En esto se funda el que nos veamos obligados a suponer que es casual en realidad el que entre nosotros y el centro galáctico en una distancia de cerca 4-6 *kpc* se encuentre una mayor concentración de cúmulos globulares. En esta concentración incluimos, de nuestra numeración, los 11 cúmulos siguientes; +20, 35, 38, 39, 43, 44, 47 y —27, 39, 40, 46. Sólo 9 de estos 11 pertenecen a la lista original de los "26 cúmulos del centro galáctico". Para orientarse mejor, una línea de circunvalación engloba a estos en nuestras figuras 4, 5, 6 y 7. Nuestro cúmulo +47=NGC 6440 también pertenece a este grupo y es en efecto el único de entre ellos que tiene la latitud galáctica tan pequeña.

Los cúmulos globulares sobre todo parecen inclinados a agruparse (en general no más de dos) en el universo. Conocidos son los grupos en el cielo, que por su proyección puramente externa saltan a la vista, como por ej. los dos cúmulos globulares dobles

$$\left. \begin{array}{l} \text{nuestro cúmulo } + 1 = \text{NGC } 5024 \\ \text{con } \quad \quad \quad \quad \quad + 3 = \quad \quad \quad 5053 \end{array} \right\} \text{ o'}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{nuestro cúmulo } + 14 = \text{NGC } 6218 \\ \text{con } \quad \quad \quad \quad \quad + 15 = \quad \quad \quad 6254 \end{array} \right\}$$

En base a nuestras figuras 4, 5, 6 y 7 hemos tratado de encontrar todos los cúmulos globulares agrupados los que para distinguirlos más rápidamente de los solitarios se les ha marcado con una línea cerrada. El grupo, anteriormente mencionado, de los 11 cúmulos

globulares es con mucho de los más numerosos. Según P. ten Bruggenkate (111) se encontraría entre las grandes nubes de estrellas de la vía láctea en el sagitario, y que según la teoría de B. Lindblad (112 p 30 Fig. 7) representarían el poderoso brazo interno del sistema espiral de nuestra vía láctea, conceptos que poco después fueron comprobados de nuevo por A. Wallenquist (113 Fig. 26). Notable también es la "cadena en forma de flecha de los cúmulos globulares" $-33, -25, +45, \left\{ \begin{array}{l} +46 \\ +21 \end{array} \right\}$ la que por efecto de la proyección aparece en el cielo alargada sobre una longitud de arco de más de 60° . La punta de la flecha está formada por el cúmulo -33 , el que en el espacio resulta ser el más cercano a nosotros, formando una de sus partes terminales nuestro cúmulo $+21$ el que posee el diámetro aparente más grande siendo por eso famoso bajo la denominación de ω Centauri.

Por lo dicho nos veríamos en la obligación de pensar que en los alrededores del centro galáctico, es decir, a más o menos 10 kpc de distancia de nosotros, se tendría que encontrar la más poderosa aglomeración de cúmulos globulares. En realidad de verdad la Fig. 4 trasunta que los alrededores inmediatos del centro galáctico, vistos en proyección, están ocupados exclusivamente por aquel gran grupo de los 11 cúmulos, el que se encuentra a la distancia aproximada de sólo 4 a 6 kpc ; pero a su vez la misma figura nos delata que tanto al norte como al sur de este lugar un grupo vecino inmediato de cúmulos globulares especialmente amplio (esbozados sólo en la fig. 4) y que según las fig. 6 y 7 se encuentra de nosotros a una distancia de alrededor 9 kpc corresponde por razones dinámicas al centro galáctico. En estos dos grandes grupos los cúmulos particulares se encuentran por lo general con alguna mayor incoherencia. Por compensación, cada uno de estos dos "grandes" grupos contiene entre otros dos cúmulos globulares dobles y el "gran" grupo del sur además un cúmulo globular triple. No cometemos entonces un error al considerar estos dos "grandes" grupos de cúmulos globulares como los casquetes polares únicamente visibles del centro galáctico, suponiéndolo a este idealizado como a una esfera llena de cúmulos globulares. Para simbolizar los polos, norte y sur del centro galáctico, en nuestras figuras 4, 5, 6 y 7 se ha añadido por eso en la notación una N al cúmulo doble ($+28 +33$) y una S al sinético ($-28 -32$). Apesar de haberse trazado algo ajustados sus límites exteriores, sin embargo el gran casquete del polo norte contiene con todo 7 cúmulos y el del sur hasta 11. No habría dificultad de enumerar aún entre estos, al norte del ecuador galáctico los dos cúmulos $+26$ y $+32$ y al sur el -18 . Vemos por ej. en la tabla 15, que la distancia (R_B) = 50 kpc , tenida por insegura según Shapley como así mismo nuestra $R_B = 16 \text{ kpc}$ para el cúmulo globular $+32$, caso único, admiten en el cálculo el enorme diámetro lineal verdadero de $Dm = 167 \text{ Parsec}$. En este caso sin embargo sería mucho más probable que su verdadera distancia fuera solamente la mitad, y que quedara aún así ubicado en el interior de nuestro gran casquete norte del centro galáctico. Los dos casquetes por lo tanto sumados incluyen unos 20 cúmulos, es decir, aproximadamente un cuarto del total de los cúmulos globulares generalmente visibles hasta el presente por nosotros, los que comparados con los 94 visibles en todo nuestro sistema galáctico representan para aquellos un volumen del universo que resulta notablemente pequeño. Nuestra fig. 5, al reproducir de los cúmulos globulares las corde-

nadas YZ , es muy fiel expresión de esta gigantesca aglomeración de los cúmulos globulares en general como así también en especial de los grupos dobles y múltiples hacia el centro galáctico.

En la fig. 21 de Shapley (12a p 758), al presentarse la distribución de los cúmulos globulares en sus coordenadas originales Y_s, Z_s , se deja entrever ya algo de eso. En la fig. 19 [plano X_s, Y_s y en la 20 plano X_s, Z_s] de la misma publicación de Shapley, la distribución de los cúmulos globulares en la dirección de la X aparece pronunciadamente alargada. Stebbins (108) es el primero que ha recurrido a la ley de la *csc* "pura" de la absorción interestelar para conformar más simétricamente en el plano XZ la distribución de los cúmulos globulares. Su experimento (108 p 57 Fig. 2) fué coronado por el mejor de los éxitos, apesar de haber empleado por aquel entonces (1932) en su fórmula $lg f = -0.0324 \text{ csc } |B|$ un factor demasiado pequeño comparado con el que se debería emplear desde el punto de vista actual.

Poco después van de Kamp (114) publicó sus diagramas de la distribución de los cúmulos globulares en los tres planos principales XZ, XY, YZ . En correspondencia con el importe 0.40 mag encontrado poco antes por él (24) como la mitad del valor de la absorción interestelar azul que media de un polo al otro, van de Kamp (114) utilizó para la determinación del factor f (véanse al respecto también nuestras fórmulas [9], [10], [11] de la pág. 72) la siguiente fórmula:

$$lg f = -0.08 \text{ csc } |B|$$

La distribución de los cúmulos globulares en el plano YZ , así calculada y dibujada (114 p 163 Fig. 2) por van de Kamp, demuestra ya muy claramente la concentración de los cúmulos en los alrededores del centro galáctico, aun cuando en dicho dibujo todavía falte la representación de los cúmulos globulares dobles y múltiples, indicados por nosotros en nuestra figura 5 especialmente por sus contornos. Por otro lado van de Kamp ha calculado también en el mismo trabajo (114 p 164 Table 3) la condensación hacia el centro geométrico de gravedad de su sistema de los cúmulos globulares, encontrando que el número de los tales disminuye por kiloparsec cúbico aproximadamente en proporción inversa de la 3ª potencia de la distancia de aquel; decrecimiento en realidad muy rápido. Para la distancia del mismo hasta el sol encuentra el pequeño valor de 5.5 kpc .

El autor que a continuación se ocupó de los diagramas de la distribución de los cúmulos globulares de van de Kamp (114) parece haber sido F. K. Edmondson (115). Este adopta simplemente en su dibujo (115 p 9 Fig. 4) para el plano XY las coordenadas de los cúmulos globulares calculadas por van de Kamp haciendo uso de la fórmula recién citada para $lg f$. Edmondson relacionando al mismo tiempo las velocidades radiales de los cúmulos globulares con la teoría de la rotación galáctica recién comprobó que la distancia del centro galáctico al sol resultaba ser de unos 10 kpc aproximadamente. En consecuencia se adhería —como nos lo dice él mismo— completamente a la suposición de Stebbins y Huffer (64 p 251), es decir, a que todos los cúmulos avistados hasta ahora se deben encontrar situados entre nuestro sol y el centro galáctico, pero (casi) ninguno detrás. En base a su cálculo sobre la distancia del centro geométrico de gravedad de los

cúmulos globulares que le entregaba 5.5 *kpc*, van de Kamp (24 p 103) suponía que dicha cifra, mucho menor que la del centro galáctico con la que debería coincidir, resultaba sin duda falseada por la ausencia de cúmulos globulares visibles, pero que deberían existir, especialmente en las cercanías del plano central galáctico y a grandes distancias; por su gráfico (115 p 9 Fig. 4) Edmondson estima que nuestro sistema galáctico todavía contiene por lo menos tantos cúmulos globulares más que los hasta el presente descubiertos (a saber: 94 cúmulos). Sólo así, puede reconstruirse, como dice Edmondson, la fuerte aglomeración de los cúmulos globulares que de todos los lados se orientan hacia el núcleo de nuestra vía láctea y que tan claramente se manifiesta en la proyección de los mismos sobre el plano *YZ*, como por el contrario resulta todavía tan deficiente en la del *XY*. Como causa del por qué hasta hoy nos ha sido posible realmente observar sólo el 50 % de los cúmulos en realidad existentes, Edmondson apela, como era de suponer, a la absorción interestelar, la que, como es sabido, es más fuerte hacia el centro galáctico que en cualquiera otra dirección del cielo, dificultando en consecuencia la visibilidad que resultaría hasta ser nula por envolver aquella dicho centro y las regiones que se encuentran detrás del mismo. El nuevo descubrimiento de cúmulos globulares, especialmente en esta dirección y a los efectos de clasificación, contará con las dificultades que ofrece sobre todo la falta de discriminación en los astros fotografiados. Edmondson cita como ejemplo nuestro cúmulo globular +12=NGC 5694, el que hasta hoy, que sepamos, es el último (1932) de los cúmulos descubiertos en nuestro sistema galáctico (por Lampland y Tombaugh (116)].

Basándonos en la mitad del valor de la absorción interestelar azul de polo a polo, es decir en 0.40 *mag*, encontrado igualmente por nosotros (véase cap. 3 de este trabajo), es decir, basándonos en nuestras figuras 4, 5, 6 y 7 ya suficientemente detalladas, podemos adherirnos sólo sin dificultad a los conceptos sobre el número, distribución y visibilidad resp. invisibilidad de los cúmulos globulares en nuestro sistema galáctico conforme fueron iniciados por van de Kamp y Stebbins y luego reajustados por Edmondson. Nuestro cúmulo +32 podría despertar en alguno la sospecha de que quizás alguna vez se pudiera observar a través o por detrás del centro galáctico, sin embargo nosotros ya hemos adelantado en la pág. 84 que la verdadera distancia de este cúmulo con toda probabilidad no alcanza a los 16 *kpc* sino que a lo sumo dista sólo la mitad de dicho importe.

Es más, sobre Edmondson aún podemos avanzar un paso más por lo que respecta a la exposición sobre visibilidad resp. invisibilidad de los cúmulos globulares. Lo que quiere decir entonces que podemos directamente indicar en el plano *XZ* de la fig 7 (como también en el plano *YZ* de la fig. 5) la curva límite (azul) entre ambas regiones basándonos en nuestras nuevas fórmulas [4] de la absorción interestelar (azul). Nuestra 1ª cuestión formula la pregunta sobre la magnitud de la verdadera distancia R_B de un astro, en una latitud arbitraria galáctica B , cuyas magnitudes aparente m_s observada, por lo tanto falseada por la absorción interestelar S , y absoluta W nos fueran conocidas. Y la respuesta nos la entrega la conocida fórmula [8] de la pág. 69.

$$m_s - W = 5 \lg R + S \quad [8]$$

donde R_B puede determinarse directamente por interpolación. En la 2ª cuestión, al considerar nuevos astros de una cierta magnitud absoluta W , todos superiores en brillo a una observada magnitud aparente límite prefijada m_s , y de manera que a su vez el módulo observado de distancia ($m_s - W$) resultara también valor límite máximo constante y fijo, se investiga sobre la forma de la superficie límite entre la visibilidad e invisibilidad de dichos astros, o dicho en otra forma, se buscaba la forma que posee la curva límite entre visibilidad e invisibilidad de estos astros, la que se origina por la intersección de la superficie recién citada con el plano XZ resp. YZ . La respuesta a esta 2ª cuestión es por demás simple en el caso en que la absorción interestelar S sea independiente de la latitud galáctica B y que por lo tanto depende únicamente de la distancia R , a saber: $S = S(R)$. Entonces la distancia límite, calculada por la fórmula [8] para un valor fijo ($m_s - w$), será igualmente independiente de la latitud galáctica B , pues se tiene $R_B = R = \text{const.}$; es decir, las recién mencionadas superficies límites de la visibilidad de los astros serían en este caso superficies esféricas, así como las curvas límites en los planos XZ é YZ resultarían círculos alrededor del punto cero, el que representa el lugar del observador en nuestro sol. Únicamente dentro del recinto de estos círculos se observarían astros.

Ahora bien, desde hace ya mucho tiempo nos es conocido —como al parecer por primera vez lo indicó C. V. L. Charlier (117 p 36; plate 7) en el año 1918—, prescindiendo de la distribución excéntrica de los cúmulos globulares en la superficie del cielo, que alrededor del ecuador galáctico y hasta una anchura total de 7° a 8° se destaca una “faja de ausencia” [Stebbins y Whitford (65 p 147)] que evitan al parecer sistemáticamente invadir los cúmulos globulares. Por eso las superficies límites de la visibilidad de estos astros seguramente no son superficies esféricas, sino en el mejor de los casos —y en el de aceptar simetría circular alrededor del eje Z — dos casquetes esféricos, entre los que se encontraría un anillo en forma de cuña cuyo canto apuntaría hacia el interior en dirección hacia el sol. Todos los cúmulos globulares incluidos entonces en este anillo-cuña tampoco serían observables por nosotros, fenómeno del cual derivaría su denominación la “faja de ausencia aparente”. Dicha faja se delata ya claramente en los diagramas citados de la distribución de los cúmulos globulares en los planos X_*Z_* é Y_*Z_* de Shapley (11, 12) —quien la llama “Región of avoidance”—. En consecuencia la curva límite entre visibilidad e invisibilidad de los cúmulos globulares en estos dos planos y en las proximidades del eje X resp. Y está formada por una cuña, cuya punta en ninguna forma debe terminar necesariamente en el sol mismo, sino que puede hacerlo ya mucho antes por circunstancias especiales. Esto se ve más claro en el plano XZ a lo largo del eje $+X$ tanto en la Fig. 3a de Stebbins y Whitford (65) como en nuestra Fig. 7. Por la aplicación de la fuerte absorción interestelar azul sobre las coordenadas X_* , Y_* , Z_* de Shapley, resultaron las verdaderas X , Y , Z de los cúmulos globulares. La consecuencia es que la fuerte aglomeración de los cúmulos globulares que en el plano YZ (nuestra fig. 5) de todos lados se orientan hacia el centro galáctico (véase págs. 84-85) recién ahora en realidad se nos presenta con toda evidencia, no así sin embargo las dos incisiones en forma de cuña de la invisibilidad de los cúmulos globulares las que por la reducción de las coordenadas desde ambos lados se desplazan a lo largo de los ejes $-Y$ y $+Y$. Es cierto que el fenómeno encuentra en parte explicación en el hecho de que para estas dos longitudes

($L=240^\circ$ resp. 60°) distantes 90° del centro galáctico, la absorción interestelar ya es mucho menos fuerte como en la dirección de la $L=330^\circ$. Además en estas dos longitudes galácticas sobre todo en ninguna forma se pueden apreciar tantos cúmulos globulares por razón de la ubicación pronunciadamente excéntrica del sol con respecto al sistema total de los mismos. Estas dos razones valen, como es sabido, en una escala mucho mayor para las condiciones de visibilidad de los cúmulos globulares que se orientan hacia el sol en la dirección del eje $-X$.

Es posible entonces ahora, como ya dejamos establecido, explicar teóricamente y de un modo satisfactorio estas condiciones de visibilidad de los cúmulos globulares, indicadas por la observación, introduciendo la fórmula [4] de la absorción interestelar S en nuestra ecuación [8]; y esto vale como respuesta a la 2ª cuestión planteada anteriormente (pág. 87). Sin embargo aún debemos añadir que la solución de la ecuación [8]

$$m_s - W = 5 \lg R_B + S(B; R_B)$$

se debe tratar, como indicamos ya, en la suposición de una cierta magnitud límite m_s observada, correspondiente a un grupo dado de astros que posean todos la misma constante de luminosidad absoluta W . Con todo estas no son suposiciones necesarias; basta para ello que se tenga $m_s - W = \text{const}$. En realidad nuestros 94 cúmulos no gozan de luminosidad absoluta W uniforme [véanse las columnas verticales (+6) de la tabla 15]. Entre tanto el autor (49a, p 23 Abbildung 13) anteriormente había ya indicado que las diferencias entre las luminosidades absolutas más fuertes y las más débiles de los cúmulos globulares observados sobre todo hasta ahora en latitudes galácticas $|B| > 14^\circ$ [es decir para $\text{csc } B < 4$] pueden llegar hasta 4 magnitudes y que al aproximarse al ecuador galáctico dichas diferencias disminuyen muy rápidamente en forma que para $|B| < 6^\circ$ [es decir para $\text{csc } B > 10$] apenas si resaltaban mayor que 1 mag. Según los datos observacionales existentes hasta hoy, [columnas (± 7) de la tabla 15] suponemos para los cúmulos globulares como mayor módulo de distancia azul observado el de: $(m_s - W)_{430} = 8.5 \text{ mag}_{430}$; valor que alcanzan justamente un gran número de cúmulos, superándolo de los nuestros apenas con $(m_s - W)_{430} = 8.77 \text{ mag}_{430}$ el $-16 = \text{NGC } 7006$ y fuertemente solo $+13 a = \text{NGC } 2419$ con $(m_s - W)_{430} = 9.21 \text{ mag}_{430}$ según Baade (107). Este último cúmulo no cuadra en efecto con la serie de los demás. Las columnas verticales (± 5) de la tabla 15 nos indican además que el promedio más plausible para la magnitud aparente azul observada de menor brillo puede ser aceptada $(m_s)_{430} = +11.5 \text{ mag}_{430}$. La luminosidad absoluta (supuesta en el promedio aproximadamente constante) que deriva de eso,

$$W_{430} = +11.5 - 8.5 = +3.0 \text{ mag}_{430},$$

corresponde exactamente al valor, al que en última instancia toma la distribución de las luminosidades absolutas de los cúmulos globulares, cuando se va acercando al Ecuador galáctico, como se ve por la Abbildung 13 del trabajo ya citado (49a, p 23) del autor. Precisamente ahí donde el efecto de la absorción interestelar es más fuerte, es donde los tres valores 11.5, 8.5, 3.0 se ven más frecuente y exactamente cumplidos; lo que nos induce a creer que en esas regiones debemos tener mayor confianza en la exactitud de la

T A B L A 18

Las curvas azules límites entre visibilidad e invisibilidad de los astros en el cielo en un corte longitudinal sobre el plano galáctico con diferentes valores límites del módulo aparente de distancia, observado en el azul.

(1)	(2)	(3)	(4.1) (4.2) (4.3) (4.4) (4.5) ($m_s - W$) ₄₃₀ = const. = 3.5 mag ₄₃₀					(5.1) (5.2) (5.3) (5.4) ($m_s - W$) ₄₃₀ = const. = 8.5 mag ₄₃₀				(6.1) (6.2) (6.3) (6.4) ($m_s - W$) ₄₃₀ = const. = 14.0 mag ₄₃₀			
			Z	R _B	(m-W) _B	S ₄₃₀	E _(mag)	Z	R _B	(m-W) _B	S ₄₃₀	Z	R _B	(m-W) _B	S ₄₃₀
0.0	1.00	90.0	4.2	4.2	3.11	0.39	0.26	42.	42.	8.10	0.40				
.1	1.26	52.6	3.2	4.0	3.02	0.48	0.33	32.	40.	8.00	0.50				
.2	1.58	39.1	2.4	3.8	2.90	0.60	0.40	23.	37.	7.87	0.63				
.3	2.00	30.1	1.75	3.5	2.75	0.75	0.50	17.5	35.	7.71	0.79				
.4	2.5	23.5 -	1.32	3.3	2.59	0.91	0.60	12.7	32.	7.51	0.99				
.5	3.2	18.4	0.94	3.0	2.39	1.11	0.73	8.9	28.	7.25	1.25				
.6	4.0	14.5 +	0.68	2.7	2.16	1.34	0.87	6.3	25.	6.95	1.55				
.7	5.0	11.5 +	0.48	2.4	1.91	1.59	1.01	4.0	20.	6.56	1.94				
.8	6.3	9.1	0.35	2.2	1.67	1.83	1.14	2.6	16.7	6.11	2.39				
.9	7.9	7.2	0.24	1.92	1.42	2.08	1.25	1.64	13.0	5.57	2.93				
1.0	10.0	5.7	0.174	1.74	1.20	2.30	1.33	0.99	9.9	4.97	3.53				
.1	12.6	4.6	0.125	1.58	1.00	2.50	1.36	0.60	7.5	4.37	4.13				
.2	15.8	3.6	0.093	1.47	0.83	2.67	1.38	0.37	5.8	3.81	4.69	2.5	40.	7.99	6.01
.3	20.0	2.9	0.068	1.37	0.69	2.81	1.35	0.24	4.7	3.34	5.16	1.15	23.	6.83	7.17
.4	25.	2.3	0.052	1.30	0.57	2.93	1.29	0.155	3.9	2.97	5.53	0.58	14.5	5.80	8.20
.5	32.	1.81	0.039	1.25	0.48	3.02	1.23	0.108	3.4	2.68	5.82	0.32	10.0	5.00	9.00
.6	40.	1.44	0.030	1.21	0.41	3.09	1.17	0.078	3.1	2.44	6.06	0.193	7.7	4.42	9.58
.7	50.	1.14	0.023	1.17	0.35	3.15	1.10	0.056	2.8	2.27	6.23	0.126	6.3	4.01	9.99
.8	63.	0.91	0.018	1.15	0.30	3.20	1.04	0.043	2.7	2.15	6.35	0.087	5.5	3.7	10.3
.9	79.	0.72	0.014	1.13	0.27	3.23	0.97	0.033	2.6	2.05	6.45	0.062	5.0	3.5	10.5
2.0	100.	0.57	0.011	1.12	0.24	3.26	0.92	0.025	2.5	1.96	6.54	0.046	4.6	3.3	10.7
2.5	320.	0.182	0.003	1.08	0.16	3.34	0.84	0.007	2.2	1.75	6.75	0.012	3.8	2.9	11.1
+ ∞	+ ∞	0.0	0.0	1.06	0.13	3.37	0.64	0.0	2.17	1.68	6.82	0.0	3.55	2.75	11.25

solución de nuestra ecuación [8] al tratar dichas constantes.

Nuestra ecuación [8] era:

$$(m_s - W)_{430} = 5 \lg R_B + S_{430}(S; R_B)$$

donde la absorción interestelar S , ahora, no sólo es función de una variable independiente igual a la distancia R , sino que como se supone en la fórmula [4] lo es al mismo tiempo de las dos variables independientes R_B (distancia) y B (latitud galáctica); obtiéndose así la solución de la ecuación [8] despejando R_B , pero ya no sólo como dependiente de la constante $(m_s - W)_{430}$ del primer miembro de la ecuación [8] sino también como función de la variable independiente de la latitud galáctica B . Por lo tanto, la distancia límite R para un cierto y supuesto valor límite del módulo observado de la distancia $(m_s - W)$ no será ya una constante $R = \text{const.}$ sino más bien una curva perfectamente definida $R_B = R(B)$. Nuestra fórmula [4] de la pág. 65 era:

$$S(B; R) = \frac{T_o R_B}{1 + \frac{T_o R_B}{S(90^\circ; \infty) \csc |B|}} = \frac{T_o R_B}{1 + \frac{T_o}{S(90^\circ; \infty)} Z} = S(R_B; Z)$$

Si introdujéramos en la fórmula [8] nuestra fórmula [4], nos daríamos cuenta de la dificultad que significaría representar R_B como función de B ó Z , así como por el contrario apreciaríamos la comodidad si tomáramos B ó Z como función de R_B .

Si se recuerda que $5 \lg R_B = (m - W)_B$ es igual al módulo verdadero de la distancia en la correspondiente latitud galáctica B ; entonces, como ya se dijo, nos pareció que el método más simple era encontrar la solución de nuestra ecuación [8]:

$$(m_s - W)_{430} = (m - W)_B + S_{430}[B; (m - W)_B]$$

buscando $(m - W)_B$ respectivamente R_B por interpolación (la que algo más detalladamente se expuso en la pág. 72) en nuestro esquema $B - R - Z$ de la absorción interestelar azul ($\lambda = 430 \mu\mu$) en la tabla 14. En la tabla 18 se presenta el resultado numérico de estos cálculos en las dos hipótesis, a saber que sean:

$$(m_s - W)_{430} = 8^m 5 \text{ resp. } 14^m 0.$$

En las dos columnas verticales (5.3) y (5.4) resp. (6.3) y (6.4) de la tabla 18 se reproducen en primer lugar sólo los valores $(m - W)$ y S_{430} como resultados inmediatos del cálculo, valores cuya suma si se computa en cada columna horizontal debe siempre entregar 8.5 resp. 14.0. Los valores R_B en las dos columnas verticales (5.2) y (6.2) resultan sin embargo directamente de las columnas verticales vecinas (5.3) y (6.3) según la

fórmula 5 $lg R_B = (m - W)_B$, así como también los valores Z en las columnas verticales (5.1) y (6.1) se obtienen según la fórmula

$$Z = \frac{R_B}{\csc |B|}.$$

Un trazo fuerte en nuestras figuras 5 (plano YZ) y 7 (plano XZ) representa las curvas límites de los cúmulos globulares hasta ahora descubiertos [$(m_s - W)_{4.30} = 8^m5$] que tienen origen en la combinación de estas coordenadas calculadas R y Z . Si no hubiéramos hecho esto en el plano YZ , quizás entonces no hubiéramos podido llegar a la conclusión de poder decir que sin duda es la absorción interestelar la que sobre todo es la causante de no haber podido descubrir hasta el presente otro cúmulo globular en esa dirección; que en las longitudes galácticas $L = 240^\circ$ resp. 60° , es decir, alrededor del eje $-Y$ resp. $+Y$ resulten tan pocos los cúmulos visibles con relación al sistema total de los mismos se explica al fin y al cabo por la posición excéntrica de nuestro sol.

El caso resulta muy diferente si se considera el plano XZ . En la pág. 73 dejamos dicho, que Stebbins y Whitford (65 p 154) mismos dudaban de su Fig. 3a. Al mismo tiempo (pág. 83) dejábamos sentado que por aplicación de nuestras nuevas fórmulas [4] para la absorción interestelar tomando en cuenta la fuerte y rápida condensación de la capa galáctica de absorción desde los polos hacia el plano central de la vía láctea, habíamos logrado reducir debidamente la saliente demasiado aguda que la distribución espacial calculada de los "26 cúmulos globulares de Stebbins y Whitford" producía en nuestro sol. Pero "por nuestros cálculos" nosotros aún no habíamos logrado condensar estos 26 cúmulos directamente dentro del centro galáctico. En efecto; se hicieron los cálculos para un gran grupo de 11 cúmulos globulares que se encontraban entre nosotros y el núcleo de nuestro sistema galáctico, además se calcularon los casquetes del polo norte y sur del mismo, y sin embargo el núcleo mismo no sólo resultó libre de cúmulos globulares, sino que nos resultó aún inquietante esa saliente, que aun cuando corta y roma, se dirigía hacia nuestro sol. Sin embargo, ahora sin alarmarnos podemos explicar este caso en el plano XZ por medio de nuestras curvas límites de visibilidad e invisibilidad para el valor límite $(m_s - W)_{4.30} = 8^m5$ dado por la observación. Estas dos curvas límites con creciente aproximación hacia el sol (véase nuestra fig. 7) se acercan constantemente desde ambos lados —norte y sur— al eje de las X , hasta que sus dos tangentes se cruzan en el punto de dicho eje que representa una distancia hacia nosotros de sólo 2.17 kpc . Por eso, podría ser absolutamente posible que el no haberse aún descubierto cúmulos adicionales a aquel gran grupo de 11 cúmulos entre los 4 y 6 kpc de distancia se debe a esa gran cuña de la absorción interestelar. (No debe extrañar pues que hayamos incluido en nuestra lista el cúmulo globular $+47 = NGC 6410$ a pesar de su exigua latitud galáctica $B = +2^\circ3$).

Y al respecto quisiéramos añadir en seguida dos palabras sobre la figura 6 de Shapley (12a p 708). En ella se han presentado los números tanto de los cúmulos globulares como también de los estelares galácticos abiertos, agrupados a intervalos de 2° de latitud galáctica cada uno y como función de la misma desde $B = -50^\circ$ hasta $+50^\circ$. El comportamiento de ambas curvas presenta una notable congruencia. Quizás la misma

gran cuña de absorción de que acabamos de hablar no sólo haya extinguido por completo en los alrededores del ecuador galáctico, en vista de sus enormes distancias, los cúmulos globulares, sino que también haya hecho invisible en las más próximas cercanías del ecuador galáctico un sinnúmero de cúmulos estelares abiertos. Posiblemente esto explique un fenómeno que tal vez pueda nuevamente presentarse en otros tipos de astros de fuerte concentración galáctica, a saber, la doble saliente que con acentuada hendidura en el medio se advierte en la curva de la distribución de los cúmulos estelares abiertos según la fig. 6 de Shapley.

Pero dado que hasta ahora no hemos podido observar los cúmulos globulares existentes en el núcleo de nuestro sistema galáctico, puesto que su diámetro es de 2 *kpc* cabe preguntarse si alguna vez no nos será posible llegar con nuestra mirada hasta el centro de nuestra vía láctea. La contestación es que probablemente nunca, porque para ello deberíamos aproximadamente vencer una absorción interestelar azul de más de 30 magnitudes. Fundándonos empero en nuestro esquema *B—R—Z* de la absorción interestelar (azul) de la tabla 14 podemos expresar con gran generalidad y exactamente las curvas (azules) límites del verdadero alcance R_B de nuestra vista hacia el interior del universo como función de la latitud galáctica *B* según la fórmula [8]

$$5 \lg R_B + S_{4.30}(B; R_B) = (m_s - W)_{4.30}$$

y precisamente estas curvas límites resultan ser funciones del módulo observado de la distancia $(m_s - W)_{4.30}$. En la tabla 18 y en la fig. 7 hemos indicado también las curvas límites (líneas discontinuas) para $(m_s - W)_{4.30} = +14^m0$. Esta curva límite (azul) de la visibilidad de los astros presenta la saliente sobre el eje *X* pero aún todavía a 3.55 *kpc* del sol; no así el diámetro restante del centro galáctico, el que a pesar de permanecer aún invisible, habría disminuído hasta la 3ª parte del actual, siendo

$$(m_s - W)_{4.30} = 14^m0 \text{ para } Z(|B| = 1^\circ8; R_{1.8} = 10 \text{ kpc}) = 0.32 \text{ kpc}$$

contra el anterior

$$(m_s - W)_{4.30} = 8^m5 \text{ para } Z(|B| = 5^\circ7; R_{5.7} = 10 \text{ kpc}) = 1.0 \text{ kpc}$$

Hasta el presente hemos reconocido cúmulos globulares hasta una magnitud límite azul de $(m_s)_{4.30} = 11^m5$. Ahora bien, si esta magnitud límite a que es dable observar los cúmulos globulares pudiera ser ampliada en el azul en una cantidad de

$$14^m0 - 8^m5 = 5^m5 \text{ o sea hasta } (m_s)_{4.30} = +11^m5 + 5^m5 = +17^m0$$

entonces, quizás para siempre, nos quedaría sólo desconocido en realidad un muy pequeño volumen —la 3ª ≈ 30ª de la parte actual!— del centro galáctico. Para una mejor com-

prensión, damos en las gráficas de nuestras figuras 6 y 7, trazados con líneas finas que van desde el sol a ambos lados del eje de la X , los radios vectores siguientes:

$$1) \quad B = +4^{\circ}0 \text{ cuyo } \text{sen } |B| = 0.07$$

$$2) \quad B = +14^{\circ}5 \quad ,, \quad ,, \quad = 0.25$$

$$2) \quad B = +30^{\circ}0 \quad ,, \quad ,, \quad = 0.50$$

donde

- 1) se refiere al diámetro aparente de la capa galáctica de absorción,
- 2) abarca aproximadamente todos los "26 cúmulos globulares de Stebbins y Whitford",
- 3) abarca más o menos la mitad del total de los cúmulos globulares descubiertos hasta hoy.

Sin embargo aún podemos apreciar el problema de la separación del universo visible del invisible, directamente en el esquema $B-R-Z$. Con este fin en primer lugar hemos introducido en la tabla 14 de nuestro esquema de la absorción interestelar (azul) las dos curvas límites (azules) calculadas en la tabla 18. En ella apreciamos el andar en sí de cada una de estas dos curvas como función al mismo tiempo de B , R , Z . (En el caso de que S fuera una función de R solamente o aún de $S=0$, la curva límite vendría dada simplemente en el esquema $B-R-Z$ por una línea recta inclinada $R=const.$ resp. $m-W=5 \lg R=const.$). Igualmente interesante resulta sin embargo nuestra tabla 19. Esta representa también un esquema $B-R-Z$; pero ya su notación no implica valores que indiquen por ej. el importe de la absorción interestelar según una fórmula, sino en su lugar y en los correspondientes puntos del espacio $B-R-Z$ los símbolos (véase página 71) de los 94 cúmulos globulares a los efectos de poder estudiar la distribución de aquellos en el esquema. Además añadimos en el mismo las dos curvas límites de la visibilidad de los astros hasta $(m_s-W)_{430} = 8^m5$ resp. 14^m0 . Los 94 cúmulos globulares visibles se distribuyen con bastante uniformidad sobre la superficie con que se cuenta en el esquema, inclusive la larga y aguda lengua la que naciendo en pequeñas latitudes galácticas aproximándose a la curva límite de la visibilidad para la que $(m_s-W)_{430} = +8^m5$ asintotiza en la línea recta inclinada que es el verdadero módulo de distancia constante $(m-W) \approx +2^m$. Esta última representa aproximadamente la mínima distancia ($\approx 2.5 \text{ kpc}$) al sol de cualquier cúmulo globular cuya latitud galáctica es arbitraria. Esta uniformidad de la distribución de los cúmulos globulares en la tabla 19, en realidad nuevamente es un indicio de su fuerte concentración espacial hacia la vía láctea, resp. hacia el centro de aquella, debido a que el volumen de los anillos cuñas que en nuestro esquema $R-B-Z$ vienen caracterizados por las células disminuye cada vez más bajando hacia la derecha. Si nuestra suposición hubiera sido que el verdadero módulo de distancia $(m-W)$ de los cúmulos globulares generalmente no excediera $+7^m$ ($R < 25 \text{ kpc}$), entonces de la tabla 19 tendríamos que concluir que en realidad ya hubiéramos tenido que haber descubierto todos los cúmulos cuya latitud galáctica se aproximara a $|B| > 15^{\circ}$. Sólo recién cuando lleguemos a reconocer los cúmulos globulares cuyo módulo (azul) observado de distancia

correspondiente es $(m_s - W)_{430} = 14^m0$, es decir cuando alcancemos la magnitud (azul) aparente observada $(m_s)_{430} = +17^m0$ entonces nos será posible descubrir en el cielo todos los cúmulos globulares cuya latitud galáctica es aún $|B| > 3^\circ$, (y además dentro de $|B| < 3^\circ$ aún algunos cúmulos cuya verdadera distancia es $R_{|B| < 3^\circ} < 25 \text{ kpc}$). Naturalmente que estas consideraciones límites no siempre pueden aceptarse tan al pie de la letra como se han expuesto, por las grandes dificultades que entraña la observación. Así por ej., no obstante lo dicho, el cúmulo globular más reciente $+12 = \text{NGC } 5694$ fué descubierto (116) en una latitud galáctica $B = +29^\circ3$; posee además un módulo observado de distancia $(m_s - W) = +7^m92$ y su distancia verdadera es $R_B = 26.5 \text{ kpc}$. Con esto damos por terminadas nuestras disquisiciones sobre los efectos de nuestras fórmulas [4] en la absorción interestelar (azul) por lo que se refiere al sistema de los cúmulos globulares.

Según el plan que nos habíamos trazado al final del 1er. párrafo de este capítulo (pág. 63-64) veamos ahora qué se pueda decir sobre el comportamiento de la absorción interestelar selectiva en base a los excesos de color $E_{434-467} = S_{434} - S_{467}$ de los 68 cúmulos globulares, observados por Stebbins y Whitford (65) entre $\lambda = 434 \mu\mu$ y $\lambda 467 \mu\mu$. Para ello debemos recordar algunos resultados que ya se expusieron al final del 3er. capítulo y que eran, p. e. (de la pág. 57) :

$$T_{430}(R=0) = T_{530}(R=0) = 3.16 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

$$S_{430}(B=23^\circ5; R=\infty) = 1^m000. \quad \text{resp.} \quad S_{530}(B=23^\circ5; R=\infty) = 0^m316$$

$$\frac{S_{530}(B=23^\circ5; R=\infty)}{S_{430}(B=23^\circ5; R=\infty)} = \frac{0.316}{1.000} \approx 0.32$$

Poniendo como de costumbre $S \sim \lambda^X$, encontramos entonces

$$\text{que de} \quad 0.32 = \left(\frac{530}{430} \right)^X$$

$$\text{para} \quad z = \infty$$

se tiene $x = -5.5$ conservándose para $X(z)$ en general los valores dados en la tabla 12 (pág. 59) y que aquí no reproducimos. Al ir acercándose al plano galáctico x debe ir aumentando continuamente hasta $x=0$ cuando se tenga $Z=0$.

Así es por qué nos pareció lógico establecer la ecuación siguiente:

$$\frac{S_{480}(B=5^\circ7; R=\infty)}{S_{430}(B=5^\circ7; R=\infty)} = \left(\frac{480}{430} \right)^{-5.5}$$

Por nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar (azul) de la tabla 14 sabemos, que

$$S_{430}(B=5^{\circ}7; R=\infty) = 3^m981 \quad ; \text{ y así obtenemos}$$

$$S_{480}(B=5^{\circ}7; R=\infty) = 2^m173$$

Suponiendo naturalmente (como hasta ahora) que

$$T_{430}(Z=R=0) = T_{480}(Z=R=0) = T_{530}(Z=R=0) = 3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}},$$

podemos calcular enteramente según nuestra fórmula [4] las dos funciones de la absorción interestelar:

$$S_{430}(B=5^{\circ}7; R) \quad \text{y} \quad S_{480}(B=5^{\circ}7; R)$$

como también su diferencia $S_{430} - S_{480} = E_{430-480}$ como función de la distancia $R_{5^{\circ}7}$ en la latitud galáctica $B=5^{\circ}7$ [cuyo $\lg \csc |5^{\circ}7| = 1.0$], de la siguiente manera:

TABLA 20

$R_{5.7}^{\circ}$	$E_{430-480} (B = 5.7; R_{5.7}^{\circ})$
∞	^m 2.173
.	.
.	.
.	.
.	.
.	.
10.00	1.50
7.94	1.44
6.31	1.36
5.01	1.27
3.98	1.17
3.16	1.06
2.51	0.95
2.00	0.82
1.58	0.73
1.26	0.58
1.00	0.48

Estamos entonces ahora en condiciones de poder comparar estos excesos de color calculados con los observados de Stebbins y Whitford (65 p 141 Table 4). Estos dos investigadores propiamente han observado los excesos de color de 68 cúmulos globulares entre las longitudes de onda efectiva $\lambda = 434 \mu\mu$ y $\lambda = 467 \mu\mu$ para luego transformarlos por medio de una simple fórmula lineal en las de onda $\lambda = 426 \mu\mu$ y $\lambda = 477 \mu\mu$, ya usados para las estrellas del tipo *B* (longitudes de onda que nosotros redondeamos en $\lambda = 430 \mu\mu$ resp. $\lambda = 480 \mu\mu$). A pesar de que las longitudes de onda 434 y 426 resp. 467 y 477 comparadas entre si acusan muy poca diferencia, sin embargo los excesos de color $E_{434-467}$, realmente observados por Stebbins y Whitford entre $\lambda = 434$ y $\lambda = 467 \mu\mu$, entregan al transformarlos en $E_{426-477}$ (llamado también $E_{stebbins} = E_{st}$) residuos parciales de 0^m30 hasta 0^m40 , vale decir, que hasta los más grandes excesos de color $E_{434-467}$ observados, francamente se han duplicado por el hecho de expresarlos en $E_{426-477}$. Por eso, si se tiene en cuenta una nota de W. Gleißberg (118 p 320) "Über die Beziehung zwischen Systemen von Farben-Indizes und Farben-Exzessen", se podría poner en tela de juicio hasta qué grado resulta aplicable una simple fórmula lineal de transformación. Hasta tanto no conozcamos exactamente las leyes de la absorción interestelar (selectiva) para cada dirección particular del cielo, parece que lo mejor en general es no efectuar, siempre que sea posible, transformaciones de índices y excesos de color observados, entre diferentes sistemas de longitudes de onda. Sin embargo aquí no hemos tomado en cuenta esta advertencia por la notable simplificación de nuestro trabajo sobre las leyes de la absorción interestelar selectiva, donde los excesos de color de las estrellas del tipo *B* aún vienen observados en el sistema $\lambda = 426, 477 \mu\mu$ (o como nosotros redondeamos $\lambda = 430, 480 \mu\mu$). Además y para una mejor orientación variándolos en un esquema *B—R—Z* veremos en seguida las "incalculables" alternativas que sufren estos excesos de color sea que se consideren sus posiciones o los valores observados de los mismos. Por esto en la tabla 19 hemos colocado junto a cada símbolo de un cúmulo globular el "verdadero, observado" exceso de color $E_{430-480} = (0^m05 + E_{st}) = E_{ob}$. En total son 68 los excesos de color observados; el sumando general $+0^m05$ será luego objeto de explicación especial (pág. 98 resp. 101).

La distribución de los valores de los excesos de color de los 68 cúmulos globulares consignados en nuestro esquema *B—R—Z* de la tabla 19 pone en evidencia las fuertes fluctuaciones aún cuando limitadas que en su comportamiento sufren estos valores, que Stebbins y sus colaboradores (64, 65, 66, 67, 68) habían ya encontrado hace mucho tiempo en los cúmulos globulares y las estrellas del tipo *B*. Con estos investigadores reconocemos también nosotros que los excesos observados de color $E_{430-480}$ de los cúmulos globulares crecen sistemáticamente en su promedio a medida que se aproximan al plano galáctico en forma tal que por ej. para el punto

$$B = 5^{\circ}7 [lg \csc |5^{\circ}7| = 1.0]; R = 10 \text{ pkc}; Z = 1 \text{ kpc}$$

debemos suponer un exceso observado de color $E_{430-480} \approx 0^m5$. Comparando este valor y los similares de los cúmulos globulares vecinos con los excesos de color $E_{430-480}$ calculados en la tabla 20, entonces se ve en seguida que estos excesos calculados resultan ser

excesivamente grandes no sólo para los cúmulos globulares sino también para las estrellas del tipo B ; en verdad más o menos 2 veces mayores que los realmente observados. Pero (en la tabla 14) la suma del módulo verdadero de la distancia azul $(m-W)_{430}$ y de la absorción interestelar azul correspondiente $S_{430}(B;R_B)$ equivale al módulo observado azul de la distancia $(m_s-W)_{430}$ de aquellos atribuyendo a los cúmulos las distancias verdaderas $R_B > 3 \text{ kpc}$, mientras que si se partiera de los excesos de color $E_{430-480}$ calculados en la tabla 20, los cúmulos deberían encontrarse, cosa de ninguna manera admisible, a distancias de sólo 1 a 2 kpc . Una separación muy semejante entre las distancias determinadas por los módulos de distancia por un lado y por los excesos observados de color por otro, resultaría también para las estrellas del tipo B .

Siendo imposible poner en duda la realidad del andar de $S_{430}(B;R_B)$ calculado (en la tabla 14), todos los valores de $S_{480}(B;R_B)$ deberán aumentarse si se desea que la diferencia $S_{430}-S_{480}=E_{430-480}$ resulte menor. Lo que para la transformación de $S_{430}(z=\infty)$ a $S_{480}(z=\infty)$ se puede conseguir empleando simplemente un exponente no tan negativo $x(z=\infty)$ como $x(z=\infty)=-5.5$. Y al intentar la búsqueda de este nuevo exponente en seguida se comprueba sin lugar a dudas que en todo caso debe tenerse que $x(z=\infty) < -1.4$, porque de lo contrario los valores $E_{430-480}$ calculados resultarían demasiado pequeños al compararlos con los valores $E_{430-480}$ observados. Contra toda previsión esto es una nueva prueba de que debe ser $x < -1$. Anteriormente el autor (49a p 31-32), al observar la alteración de color interestelar en los cúmulos globulares, tuvo la oportunidad de señalar que los cúmulos globulares excluyen siempre una ley λ^{-1} de alteración de color interestelar por el modo de comportarse precisamente en su alteración. De un

conjunto de valores $\left(\frac{S_{amarillo}}{S_{azul}}\right)$ dados por Greenstein (45) parece ser también que x es algo más negativo que -1 .

Naturalmente que ahora no vamos a entregar los incontables esquemas $B-R-Z$ de la absorción interestelar calculados y llenados provisoriamente por nosotros con diferentes valores de $x(z=\infty)$ para $\lambda=430$, $\lambda=480$ y $\lambda=530 \mu\mu$; baste el resultado general de estas investigaciones que es, que el valor particular observado $E_{430-480}$ se desvía con frecuencia muy fuertemente (alrededor del 100 % y más) del valor calculado correspondiente por razones que o son inherentes a los cúmulos globulares mismos o que realmente indican una notable irregularidad en detalle en la distribución de la materia interestelar alterante de color, constandingo que esta distribución en grande obedece realmente a la ley propuesta por nosotros. Los 68 excesos observados de color de los cúmulos globulares sólo podrán ser aprovechados en conjunto, es decir, estadísticamente, a los efectos de la determinación de la función $S_{480}(B;R_B)$.

Para poder mejor aún darse cuenta de la exactitud de esta determinación nos ha parecido oportuno presentar reunidos los módulos observados azules de distancia $(m_s-W)_{430}$ y los excesos observados de color $E_{430-480} = (0^m05 + E_{st}) = E_{ob}$ de los cú-

mulos globulares promediados en grupos para ciertos sectores de $\lg \csc |B|$ que responden a la construcción característica del esquema $B-R-Z$:

0.0	\leq	$\lg \csc B $	$<$	0.2
0.2	.	.	.	0.4
0.4	.	.	.	0.6
0.6	.	.	.	0.8
0.8	.	.	.	1.0
1.0	\leq	$\lg \csc B $	$<$	1.2
		$\lg \csc B $	$=$	1.4

Encabezan los esquemas $B-R-Z$ de las tablas 14 y 19, los cálculos de estos valores promedios a los que se han añadido los verdaderos módulos de distancia ($\overline{w-W}$), más sus respectivos promedios de absorción azul \overline{S}_{430} que resultan de nuestro esquema $B-R-Z$ de la tabla 14. Con esto quedaron excluidos los dos cúmulos globulares -2 y $+13a$, debido a que sus excesos observados de color resultan ser anormalmente negativos. Los datos de estos dos cúmulos así excluidos, se destacan en la tabla 15, caracterizándolos por corchetes. Se comprobó que el conjunto, sin tomar en cuenta la latitud galáctica septentrional o meridional, recién conduce con $\lg \csc |B|$ a un andar útil de los valores promediados $\overline{(m_s-W)}_{430}$ y $\overline{E}_{430-480}$, cuando se los calcula estadísticamente por las observaciones. Este resultado útil sólo desde el punto de vista estadístico, puede representarse en primera instancia, como hasta el presente parece ser lo mejor, calculando la función buscada $S_{480}(B;R_B)$ partiendo de $S_{430}(B;R_B)$ en la forma siguiente:

$$\lg \left(\frac{S_{480}(B=5^\circ 7; R=\infty)}{S_{430}(B=5^\circ 7; R=\infty)} \right) = -0.070$$

De acuerdo con la fórmula general

$$\frac{S_{\lambda_1}(B;R_B)}{S_{\lambda_2}(B;R_B)} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^X \quad [24]$$

donde B resp. R_B deben tener tanto en el numerador como en el denominador el mismo valor (arbitrariamente elegido) de modo que X resulte automáticamente una función de $Z=R_B \times \operatorname{sen} B$, λ_1 y λ_2 , se tendrá en nuestro caso

$$\begin{array}{l} X_{430-480}(Z=\infty=R) = -1.465 \\ \text{y} \quad E_{430-480}(B=5^\circ 7; R_B=\infty) = +0^m 59 \\ \text{resp.} \quad E_{430-480}(B=5^\circ 7; R_B=10 \text{ kpc}) = +0^m 48 \end{array}$$

La mitad del valor de la absorción selectiva que media entre ambos polos, así calculada, resulta entonces:

$$E_{430-480}(B=90^\circ 0; R=Z=\infty) = \frac{1}{2} \Delta S_{430-480}(\text{polo-polo}) = 0^m 059$$

en realidad 1.5 veces mayor que el importe de 0^m040 encontrado por Stebbins y Whitford (65 p 152), pero apenas superior al valor $\frac{1}{2}\Delta S_{430-480}(\text{polo a polo}) = 0^m054 \pm 0.004$ encontrado por Oort (62 p 245) en una selección de 52 cúmulos globulares de entre los 68 diseminados en el interior de $|B| < 30^\circ$. La coincidencia entre esta mitad del valor de la absorción interestelar selectiva de un polo al otro entre $\lambda = 430$ y $480 \mu\mu$ deducido por Oort directamente de los excesos de color de los cúmulos globulares observado por Stebbins y Whitford, y el importe calculado por nosotros en base al nuevo exponente $X(Z = \infty) = -1.465$, no solo es satisfactoria, sino que las funciones $S_{430}(B; R_B)$ y $S_{480}(B; R_B)$ deducidas en general precisamente con este exponente X a base de las fórmulas [24] y [4] y de las constantes

$$T_{430}(Z=0) = T_{480}(Z=0) = 3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

$$S_{430}(B=90^\circ; Z = \infty) = 0^m398$$

configuran en su diferencia $E_{430-480}(B; R_B)$ una distribución de excesos de color calculados (y aquí no publicados) que sirven de "comprobación" a nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar, la que también se halla en coincidencia satisfactoria con las observaciones de la tabla 19, en cuanto esto es posible dada las fuertes alternativas realmente existentes en ellas. Por eso a lo menos en altas latitudes galácticas y en especial alrededor de los polos es necesario aumentar (véase también al respecto la pág. 101) en algo todos los excesos "observados" de color E_{st} , indicados por Stebbins y Whitford (65 p 141 Table 4). De ahí que dejemos consignados en nuestra tabla 19 los importes $E_{430-480} = E_{st} + 0^m05 = E_{cb}$ [véase también las dos columnas verticales (± 21) de la tabla 15].

Como ya dijimos, habíamos encontrado aproximadamente que

$$X_{430-480}(Z = \infty) = -1.465;$$

ahora recordemos además el cuadro que presentaba nuestra tabla 12 (pág. 59), y que entonces habíamos tenido que operar sólo con las dos longitudes de ondas efectivas $\lambda = 430 \mu\mu$ y $\lambda = 530 \mu\mu$. habíamos encontrado en la tabla 12 que X era una cierta función de la distancia Z al plano galáctico. Puede esta también calcularse usando nuestra fórmula [24] para cada valor de $Z = R_B \text{ sen } B$, aunque se conozcan solamente las dos funciones $S_{430}(B; R_B)$ y $S_{530}(B; R_B)$. En el 3er. capítulo habíamos reconocido realmente estas dos funciones siguiendo un camino estelar estadístico. Finalmente les dimos forma matemática, indicada por la fórmula [4], es decir, encontramos que

$$T_{430}(Z=0) = T_{530}(Z=0) = 3.162 \frac{\text{kpc}}{\text{mag}}$$

$$S_{430}(B=90^\circ; R = \infty) = 0^m398 \quad \text{y} \quad S_{530}(B=90^\circ; R = \infty) = 0^m126$$

Entre estos dos importes de la absorción, vale como es sabido, según la fórmula [24] el exponente de alteración de color

$$X_{430-530}(Z = \infty) = -5.506 \quad .$$

Ahora bien; como poco ha obtuvimos que aproximadamente

$$X_{430-480}(Z = \infty) = -1.465$$

es decir mucho más pequeño que $X_{430-530}(Z = \infty)$, en consecuencia debemos suponer, que el exponente de alteración X , definido por la fórmula [24], es realmente y con toda generalidad no sólo una función de la distancia Z al plano galáctico, sino simultáneamente también de las dos longitudes de onda efectiva λ_1 y λ_2 , entre las que tal exponente vale, si queremos armonizar las funciones de la absorción interestelar en las tres longitudes de onda $\lambda = 430$, $\lambda = 480$, $\lambda = 530 \mu\mu$. calculados teóricamente según la fórmula [4] con los correspondientes datos observacionales que provengan de otras fuentes.

Esta resulta ser una interpretación algo modificada de la regla de Melnikov (50) sobre el comportamiento del exponente X de la alteración de color interestelar en nuestro sistema galáctico. Ya en la pág. 15 de nuestra introducción habíamos llamado la atención de que según Melnikov X no era una constante universal, empero sí probablemente una función de la longitud de onda λ . Sin embargo al mismo tiempo hacíamos notar que por dos trabajos del autor mismo (49a y b) también abrigábamos la sospecha de que por otro lado X podría depender muy fuertemente (desde $X = -1$ hasta -8) de la distancia Z al plano galáctico. Con el tratamiento estelar-estadístico del problema de la absorción interestelar en un esquema Kapteyn de dos colores ($\lambda = 430 \mu\mu$ y $\lambda = 530 \mu\mu$) volvimos sobre este problema en el 3er. capítulo (pág. 46) y pudimos construir la tabla 10 (pág. 50), dándonos esta por primera vez una expresión numérica para $X_{430-530}(Z)$. La correspondiente tabla 11 (pág. 54) nos da casi la misma serie de valores para $X_{430-530}(Z)$, mientras la tabla 12 (pág. 59) suministra los $X_{430-530}(Z)$ que para pequeños valores de Z (es decir para $Z < 0.100 kpc$) coinciden ya bastante más satisfactoriamente con otros datos observacionales. Esta serie de valores para $Z = 0$ hasta ∞ teóricamente sólo abarcó desde $X_{430-530}(Z) = 0.0$ hasta -5.51 . Empero por medio de los excesos de color, observados en los cúmulos globulares entre $\lambda = 430 \mu\mu$ y $\lambda = 480 \mu\mu$, pudimos averiguar que para $Z = 0$ hasta ∞ era desde $X_{430-530}(Z) = 0.0$ hasta -1.47 . Por la variabilidad de los exponentes X en las distancias iguales Z al plano central galáctico entre diferentes longitudes de ondas efectivas λ salta a la vista cuán grande sea también su dependencia de la longitud de onda. Por eso nada nos parece más natural que la nueva hipótesis que deseamos ahora formular [según el resultado de nuestra investigación anterior (49a) sobre la absorción interestelar en los cúmulos globulares] a saber: si el andar es de $Z = 0$ hasta ∞ entonces los valores van desde $X_{430-530}(Z) = 0$ hasta -8 . Así resultan para $Z = \infty$ una serie constantemente decreciente de valores X_{λ_1, λ_2} y S_{λ} , que abarcan desde pequeñas hasta grandes longitudes de ondas (véase tabla 21):

TABLA 21

	$\lambda_1 = 430_{\mu\mu}$ $\lg \lambda_1 = 2.633$	$\lambda_2 = 480_{\mu\mu}$ $\lg \lambda_2 = 2.681$	$= 530_{\mu\mu}$ $= 2.724$	$= 630_{\mu\mu}$ $= 2.8$
$S_\lambda(B = 5.7; R = \infty) =$	3.98^m	3.39	1.26	≈ 0.16
$\lg S_\lambda =$	0.60	0.53	0.10	$\approx 0.20 - 1$
$X_{\lambda_1 - \lambda_2}(Z = \infty) =$		-1.47	-5.51	≈ -8.4
$X_{\lambda_1 - \lambda_2}(Z = 0) =$		0	0	0

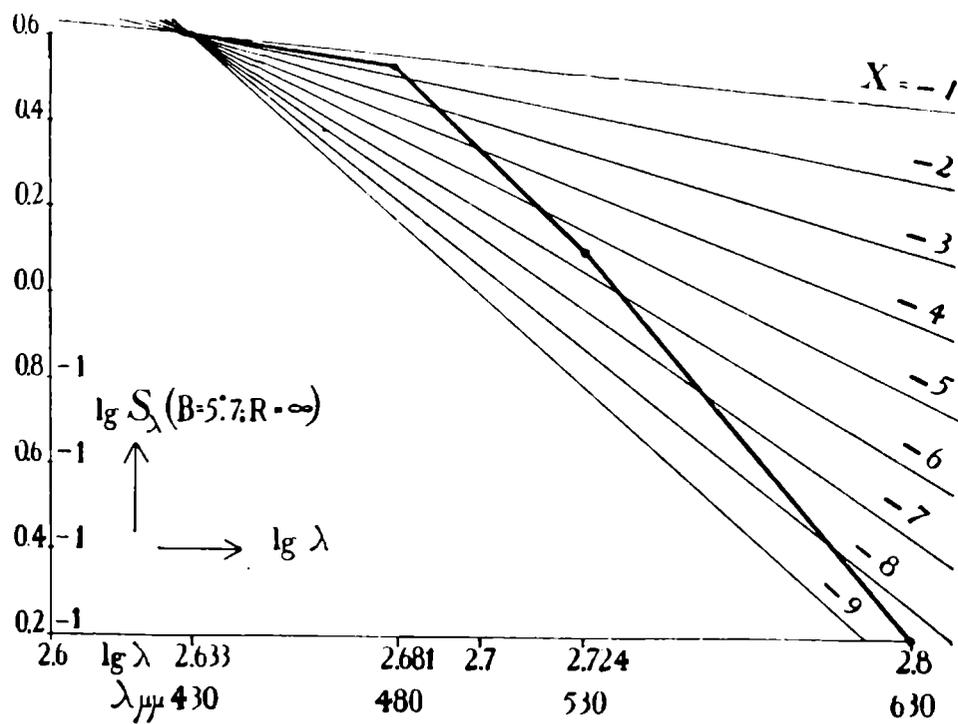
La figura 9 representa claramente estas relaciones.

FIGURA 9

Dependencia del exponente X de la alteración interestelar de color

$$\left[\text{de la fórmula } \left(\frac{S_\lambda}{S_{430}} \right) = \left(\frac{\lambda}{430} \right)^X \right]$$

respecto a la longitud de onda λ , a grandes distancias $Z > 1$ kpc del plano de la vía láctea



Naturalmente que la determinación del exponente $X_{430-630} (Z = \infty)$ de esta manera resulta aún bastante grosera (≈ -8); por el momento sólo puede considerársela, a falta de otra, como aceptable.

Con esto creemos poder dar por terminado nuestro trabajo respecto a la absorción interestelar selectiva observada en los cúmulos globulares entre $\lambda = 430 \mu\mu$ y $\lambda = 480 \mu\mu$. Entrando ahora a investigar en el mismo sentido los excesos de color, observados entre estas mismas longitudes de ondas por Stebbins, Huffer y Whitford (64, 66, 67, 68) con 1332 estrellas del tipo *B*, ocurre preguntarse si tales excesos son compatibles también con nuestras nuevas fórmulas de la absorción interestelar y de lo contrario qué correcciones valdrían la pena introducir en ellas.

A tal efecto tenemos que ocuparnos de una publicación de Oort (62) aparecida el año 1938. Oort en ese tiempo ya contaba con la primera serie de observaciones sobre la alteración de color interestelar de las (733) estrellas del tipo *B* dadas por Stebbins y Huffer (64). De esta investigación de Oort (62 p 243) adoptamos en primer lugar el sumando $\pm 0^m05$ que debe añadirse a todos los excesos de color, observados por Stebbins y sus colaboradores, para verdaderamente reducirlos a las regiones de los polos galácticos; pues $E_{ob} = 0^m05 + E_{st} = E_{430-480} = E_{corr}$ (según Oort). Juzgamos oportuno recordar que con la evaluación teórica de los excesos de color "observados" en los cúmulos globulares por Stebbins y Whitford, habíamos sentido (pág. 95 resp. 98) igualmente la necesidad de incorporar un pequeño sumando. Por eso con tal fin habíamos nosotros simplemente echado mano de este importe $+0^m05$ calculado por Oort.

Son de especial interés para nosotros las "Table 4" y "Table 5" de la mencionada investigación teórica de Oort (62) sobre "Absorption and density distribution in the galactic system" y la Fig. 2 construída con aquellas. Ambas cosas pueden suministrar-nos ahora un valioso aporte. Porque en efecto, las tablas, entre otras cosas, contienen en un esquema los siguientes valores promediados deducidos del material de observación de los excesos de color de las 733 estrellas del tipo *B*:

$$\bar{B}, \bar{R}_B, \bar{Z}, \bar{E}_{corr} = \bar{E}_{430-480}, (\bar{m}_s)_{530} \quad .$$

Por donde se ve que estas dos tablas 4 y 5 de Oort corresponden más o menos a lo que podríamos llamar una especie de "esquema *B—R—Z* de la absorción interestelar selectiva" entre estas dos longitudes de onda. Si bien en las dos tablas 4 y 5 de Oort \bar{B} y \bar{Z} crecen en todas las columnas continuamente, es de advertir que en la 4ª se trata sólo de estrellas del tipo *B* situadas todas, al promediar sus distancias, a la misma de $\bar{R}_B \approx 0.800 \text{ kpc}$. mientras que en la 5ª intervienen únicamente las estrellas del mismo tipo pero para todas a la distancia casi igual en el promedio $\bar{R}_B \approx 0.350 \text{ kpc}$. Al mismo tiempo al promediar el exceso de color observado $\bar{E}_{corr} = \bar{E}_{430-480}$ de cada una de estas dos categorías de estrellas *B* en las dos distancias constantes promediadas de 0.800 kpc y 0.350 kpc decrece ininterrumpidamente, aproximándose a los polos galácticos.

Los excesos de color observados de la estrellas del tipo *B* revelan por lo tanto exactamente el mismo comportamiento cuando se trata de distancias constantes, como estamos

acostumbrados a encontrarlos al observar los excesos de color de los cúmulos globulares en nuestro esquema $B-R-Z$, de la tabla 19. La diferencia aparece sólo en que los cúmulos globulares distan alrededor de 10 veces más y que los excesos observados de color, si bien en general (es decir, en cada latitud galáctica individual \bar{B}) son mayores que los de las estrellas del tipo B , nunca sin embargo son hasta 10 veces mayor. Dijimos en la pág. 98 que bajo muy determinadas suposiciones sobre el comportamiento del exponente $X(\lambda_1=430\mu\mu, \lambda_2=480\mu\mu; Z)$ de la alteración de color interestelar selectiva entre estas dos longitudes de ondas efectivas en nuestra capa galáctica de absorción, habíamos logrado calcular un esquema $B-R-Z$ de esta alteración selectiva como "comprobación" (aquí no publicado); cosa que obtuvimos representando más o menos satisfactoriamente los excesos de color observados en los cúmulos globulares. Vale la pena preguntarse ahora si este mismo "esquema comprobación" calculado teóricamente, no representaría también los excesos de color observados en las estrellas del tipo B , 10 veces más próximas a nosotros, con la misma exactitud como resultó para los cúmulos globulares tan distantes.

Si comparamos ahora los resultados de las dos tablas 4 y 5 mencionadas de Oort con los obtenidos como "comprobación" en nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción selectiva entre $\lambda=430\mu\mu$ y $\lambda=480\mu\mu$, se nota inmediatamente la incompatibilidad de este último con los excesos promediados de color \bar{E}_{corr} observados en las 733 estrellas del tipo B . Y justamente los excesos calculados de color $E_{430-480}$ para las pequeñas distancias entre 0.5 y 2 kpc que es donde se encuentran la mayoría de estas 733 estrellas, resultan demasiado pequeñas en comparación con los observados. Todas las curvas de absorción $S_\lambda(B; R_B)$ calculadas hasta ahora teóricamente para cualquier latitud galáctica B aunque para diferentes longitudes de ondas efectivas λ , marchan por lo tanto demasiado próximas cuando se trata de pequeñas distancias (p. e. $R_B < 1 kpc$). O, en otras palabras, que la hipótesis mantenida hasta ahora (es decir desde la pág. 48)

$$T_{430}(Z=0) = T_{480}(Z=0) = T_{530}(Z=0) = \dots = 3.16 \frac{mag}{kpc}$$

no puede corresponder exactamente a la realidad. Tal hipótesis habíamos adoptado anteriormente (pág. 48) por falta de mejores recursos científicos, y para simplificar desde el momento que nos veíamos precisados a abandonar ya definitivamente otro medio más simple, a saber que:

$$\frac{S_{530}(B; R_B)}{S_{430}(B; R_B)} = const. = 0.5$$

para todas las B y R_B , es decir, para todas las Z . Desde entonces habíamos calculado el llamado exponente $X = X(\lambda_1, \lambda_2, Z)$ de la alteración de color interestelar según la fórmula [24]

$$\frac{S_{\lambda_2}(B; R_B)}{S_{\lambda_1}(B; R_B)} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^X \quad [24]$$

en particular para cada distancia Z del plano galáctico (en nuestras tablas 10, 11, 12, 21). Para $\lim R \rightarrow 0$, con lo que resulta también $\lim Z \rightarrow 0$, la fórmula [24] en efecto no tiene aplicación dado que el primer miembro de la misma se hace igual a $\frac{0}{0}$; mientras en general (compárese con la pág. 44), es decir, para $Z \neq 0$ valen comúnmente las dos inecuaciones

$$\frac{S_{\lambda_2}(B;R_B)}{S_{\lambda_1}(B;R_B)} \neq const$$

y

$$\frac{S_{\lambda_2}(B;R_B)}{S_{\lambda_1}(B;R_B)} \neq \frac{T_{\lambda_2}(B;R_B)}{T_{\lambda_1}(B;R_B)},$$

de nuestras curvas de absorción por el contrario se deducía que:

$$\left(\frac{S_{\lambda_2}(B;R_B)}{S_{\lambda_1}(B;R_B)} \right)_{\lim R_B \rightarrow 0} = \left(\frac{T_{\lambda_2}(B;R_B)}{T_{\lambda_1}(B;R_B)} \right)_{\lim R_B \rightarrow 0} \quad [25]$$

La hipótesis, ahora comprobada como no del todo correcta

$$T_{\lambda_1}(Z=0) = T_{\lambda_2}(Z=0) = \dots = const. = 3.16 \frac{mag}{kpc}$$

siempre en base a las dos fórmulas [24] y [25] desde entonces nos había entregado los valores anotados en la última columna horizontal de las tablas 10, 11, 12, 21, es decir:

$$X_{\lambda_1-\lambda_2}(Z=0) = X_{\lambda_1-\lambda_3}(Z=0) = X_{\lambda_1-\lambda_4}(Z=0) = \dots = 0$$

los que ahora se constatan que también son erróneos.

Cabe ahora preguntarse cómo se deduce de S_{430} por ej. S_{480} para $Z=0$, es decir cuánto vale

$$lg \frac{T_{480}(Z=0)}{T_{430}(Z=0)}$$

y respectivamente cuán fuertemente negativo resulta ahora $X_{430-480}(Z=0)$ cuando ya no se puede contar con la hipótesis anterior de que era $X_{430-480}(Z=0) = 0$. Sobre esto también Oort (62 p 244) nos suministra bastante información con la Fig. 2 de su trabajo últimamente citado. En dicha figura Oort ha dibujado los valores promediados de $\bar{E}_{corr} \times \text{sen } \bar{B}$, calculados para las "733 estrellas del tipo B" como ordenadas de la función de las correspondientes abscisas \bar{Z} . Explicándolo en el lenguaje de nuestros símbolos, Oort ha llevado a la gráfica el andar de la función $E_{430-480}(B=90^\circ; R_{90^\circ}=Z)$. Según nuestras

fórmulas de la absorción [4] (pág. 65) resp. [23] (pág. 81) vale en las cercanías de $R=0=Z$

$$S_{\lambda}(B;R_B) = T_{\lambda}(Z=0) \times R_B$$

resp.

$$S_{\lambda}(B=90^{\circ};Z) = T_{\lambda}(Z=0) \times Z .$$

Por consiguiente:

$$E_{430-480}(B=90^{\circ};Z) = \left(T_{430}(Z=0) - T_{480}(Z=0) \right) \times Z = T_{430-480}(Z=0) \times Z .$$

Con ello deducimos de la Fig. 2 de Oort bastante acertadamente el valor de la constante

$$T_{430-480}(Z=0) \approx +0.30 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} .$$

Y puesto que también más adelante vale para nosotros la hipótesis de que

$$T_{430}(Z=0) = 3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

aceptamos que más o menos se llega a que

$$T_{430}(Z=0) - T_{480}(Z=0) \approx \frac{T_{430}(Z=0)}{10} = +0.316 \approx +0.30 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

es decir que

$$T_{480}(Z=0) = 2.846 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

y

$$X_{430-480}(Z=0) = -0.958 ,$$

o también que podríamos suponer por ej. que

$$\lg \left(\frac{S_{480}(B;R)}{S_{430}(B;R)} \right)_{\lim R_B \rightarrow 0} = \lg \left(\frac{T_{480}(B;R)}{T_{430}(B;R)} \right)_{\lim R_B \rightarrow 0} = -0.050$$

de donde resultaría que

$$T_{480}(Z=0) = 2.818 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

y

$$X_{430-480}(Z=0) = -1.047$$

Hasta qué punto puede retenerse el valor de $X_{430-480}(Z=\infty) = -1.465$, o si quizás sería más conveniente un valor más próximo a 1.400, en realidad no podemos en este trabajo formular un juicio definitivo debido a las fuertes irregularidades existentes en la distribución de la materia interestelar.

Por eso hemos calculado un esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar S en las longitudes de onda $\lambda=430, 480, 530, 630 \mu\mu$ y cuyas diferencias fueran iguales a los excesos de color, empleando sólo números redondos de los diferentes exponentes de la alteración $X_{\lambda_1-\lambda_2}(Z)$ para $Z=0$ ó ∞ . De estos valores S_λ y $E_{\lambda_1-\lambda_2}$ da cuenta la tabla 14. El punto de partida de todos nuestros cálculos en este esquema $B-R-Z$ lo constituyen nuestra fórmula [4] y la función de la absorción interestelar azul $S_{430}(B;R_B)$ calculada en base a aquella. Con este fin ya en la pág. 69 se habían formulado las dos fundamentales hipótesis sobre las dos constantes azules:

$$S_{430}(B=90^\circ; R=\infty) = 0.398 \text{ mag}$$

y

$$T_{430}(Z=0) = 3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}},$$

que representan una parte del resultado final del 3er. capítulo de nuestras investigaciones sobre estadística y absorción interestelar en este trabajo. El complemento total del esquema $B-R-Z$ con los valores de esta función de la absorción interestelar queda descrito en las primeras páginas de este capítulo (pág. 63-69).

Para calcular en la tabla 14 la función $S_{480}(B;R_B)$ se hicieron las hipótesis definitivas siguientes:

$$X_{430-480}(Z=\infty) = -1.500$$

y

$$X_{430-480}(Z=0) = -1.000$$

Por medio de las fórmulas [24] y [25] y de las dos constantes azules, poco ha citadas, resulta:

$$S_{480}(B=90^\circ; R=\infty) = 0.338 \text{ mag}$$

y

$$T_{480}(Z=0) = 2.833 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}.$$

La marcha del cálculo con estas dos constantes para esta longitud de onda $\lambda=480 \mu\mu$ es exactamente similar al realizado con la fórmula [4] para $\lambda=430 \mu\mu \dots$ etc. De las dos constantes fundamentales habíamos obtenido $X_{430-480}(Z=\infty) = -1.5$ por los excesos de color observados en los cúmulos globulares y $X_{430-480}(Z=0) = -1.0$ por los de las "733 estrellas del tipo B". Todos los valores $S_{480}(B;R_B)$ así calculados, resultan ahora

naturalmente algo menores [correspondientes al valor menor $T_{480}(Z=0)=2.833$ en vez de al $T_{480}(Z=0)=3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$], y en especial con creciente aproximación al plano galáctico mismo. A ello se debe, como lo delató en seguida el cálculo, el que a convenientes distancias Z resp. R_B de las estrellas del tipo B y aún también de los cúmulos globulares (para estos últimos hasta $|B| < 6^\circ$) se produjera un aumento esperado en los excesos calculados de color $S_{430}-S_{480}=E_{430-480}$. Altamente satisfactoria resulta a este respecto la comparación de nuestro esquema $B-R-Z$ (en la tabla 14) con los \bar{E}_{corr} determinados por Oort (62) en sus tablas 4 y 5 para los diferentes valores $\bar{B}, \bar{R}, \bar{Z}$.

Juzgamos oportuno ahora volver de nuevo brevemente sobre la fig. 3b de Stebbins y Whitford (65) ya mencionada en la pág. 73 la que aparece junto con la fig. 3a de los susodichos autores en la misma publicación (65). En estas dos figuras se presentaban las llamadas verdaderas coordenadas de los 26 cúmulos globulares, los que ubicados aparentemente más próximos al centro galáctico celeste se proyectaban sobre los planos XY resp. XZ . Entonces (pág. 80-83) indicábamos que para los cúmulos globulares más próximos al ecuador galáctico ($|B| < 6^\circ$) nuestras nuevas fórmulas de absorción les atribuían importes de absorción azul $S_{430}(B;R_B)$ esencialmente menores que los que resultaban de aplicarles la "ley de la *csc* pura". Con esto la distribución de los cúmulos globulares en la fig. 3a había perdido su saliente desproporcionada en la región solar. Algo semejante puede conseguirse ahora en la fig. 3b. Esta se basaba en la suposición de que $S_{430}=10 E_{st}$. De la consideración de nuestra tabla 14, columna vertical (—3), resulta en seguida, que para los cúmulos globulares vale aproximadamente $S_{430} \approx 7 E_{430-480} \ll 10 E_{st}$. (Sin embargo para las estrellas del tipo B , cuando se tiene

$$\begin{aligned} Z=0.100 \text{ kpc} & \text{ entonces es: } S_{430}=8E_{430-480}; & S_{530}=4E_{430-480} \\ \text{y cuando } Z=0.050 \text{ kpc} & & S_{430}=9E_{430-480}; & S_{530}=5E_{430-480} \\ \text{y cuando } Z=0.010 \text{ kpc} & & S_{430}=9E_{430-480}; & S_{530}=7E_{430-480} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} Z=0.100 \text{ kpc} \\ \text{y cuando } Z=0.050 \text{ kpc} \\ \text{y cuando } Z=0.010 \text{ kpc} \end{aligned}} \right\}.$$

Para calcular en la tabla 14 la función $S_{530}(B;R_B)$ hemos hecho finalmente las siguientes suposiciones:

$$X_{430-530}(Z=\infty) = -5.500$$

y

$$X_{430-530}(Z=0) = -1.000$$

La primera de estas dos suposiciones constituye un resultado definitivo del 3er. capítulo de nuestras investigaciones sobre estadística estelar y absorción interestelar en este trabajo, mientras la segunda, a falta de suficiente material de observaciones responde más bien al impulso que siente de extender la ecuación $X_{430-480}(Z=) = -1$ a todas las longitudes de ondas subsiguientes por ej. hasta $\lambda=530$ y también $\lambda=630 \mu\mu$, ecuación que nos

exigían los excesos de color observados en las 733 estrellas del tipo *B*. De las fórmulas [24] y [25] y de las dos constantes azules

$$S_{430}(B=90^\circ; R=\infty) = 0.398 \text{ mag}$$

y

$$T_{430}(Z=0) = 3.162 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

resulta entonces

$$S_{530}(B=90^\circ; R=\infty) = 0.126 \text{ mag}$$

y

$$T_{530}(Z=0) = 2.566 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$$

El proceso del cálculo con estas dos constantes para la determinación de la función $S_{530}(B; R_B)$ de la absorción interestelar en la longitud de onda $\lambda=530\mu$ marcha en todo igual como en la fórmula [4] para $\lambda=430\mu$... etc., y puesto que el valor final $S_{530}(B=90^\circ; R=\infty) = 0.126 \text{ mag}$ resulta ser tan pequeño, que prácticamente (es decir en nuestro esquema Kapteyn de la tabla 7) apenas si existe diferencia alguna (ocasionalmente de 0^m01 hasta 0^m02 en algunas capas espaciales cuyo $R_{2.3}^{0.5} < 1 \text{ kpc}$), de ahí que

en él también hayamos substituído con $T_{530}(Z=0) = 2.566 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$ la absorción interestelar amarilla calculada antes con la constante $T_{530}(Z=0) = 3.162$. Finalmente se reseñan también en la tabla 14 los excesos de color $E_{430-530}(B; R_B)$ caculados también por simple formación de diferencias.

Por último también hemos incluído en dicha tabla "y a modo de comprobación" $S_{630}(B; R_B)$. Según la tabla 21 con este fin se ha supuesto que

$$X_{430-630}(Z=\infty) = -8.400$$

y

$$X_{430-630}(Z=0) = -1.000 \text{ como de costumbre.}$$

Por medio de las dos fórmulas [24] y [25] y de las llamadas constantes azules $S_{430}(B=90^\circ; Z=\infty)$ y $T_{430}(Z=0)$ resulta entonces:

$$S_{630}(B=90^\circ; Z=\infty) = 0.016 \text{ mag}$$

$$T_{630}(Z=0) = 2.158 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} .$$

La fórmula [4] permite así, como de costumbre, calcular la absorción interestelar en

todo el esquema $B-R-Z$ de la tabla 14 aún para esta longitud de onda roja. Como siempre, en esta ocasión nuevamente damos el exceso de color vecino $E_{530-630} = S_{530} - S_{630}$ en todo el esquema a fin de que se pueda comparar constantemente su marcha con el de $E_{430-530}$.

Todos estos valores de la absorción interestelar S_λ , calculados para las longitudes de ondas particulares $\lambda = 430, 480, 530, 630 \mu\mu$ como también sus diferencias $S_{430-480}$, $S_{430-530}$, $S_{530-630}$ se encuentran agrupados, como se ha dicho, en el esquema $B-R-Z$ de la tabla 14, conteniendo precisamente cada célula particular del mismo todos los valores individuales de la absorción que corresponden al mismo punto del espacio (= esquina de recha inferior de la célula) caracterizado por B, R y $Z = R \text{ sen } B$ según el esquema siguiente:

S_{430}	$S_{430} - S_{480}$				
		S_{480}			
	$S_{430} - S_{530}$				
			S_{530}		
				$S_{530} - S_{630}$	
					S_{630}

En las págs. 14 y 15 resp. 37 habíamos abordado entonces el problema de la magnitud del exponente X de la alteración de color interestelar y del importe de la absorción, independiente de la longitud de onda. Pero mientras lográbamos hacer una amplia exposición sobre X , no nos fué posible adelantar nada nuevo respecto a la absorción interestelar que con igual intensidad actúe en todas las longitudes de ondas. Afortunadamente el importe de esta es en verdad muy pequeño, en caso de que exista.

El problema de la exactitud de las constantes, que plantea el cálculo del esquema de la absorción interestelar no admite una solución directa por el cálculo de errores. Al respecto (pág. 45), al probar por primera vez una ley *arctg* para la absorción interestelar, ya habíamos dicho que por razones puramente prácticas se habían tomado los logaritmos de las constantes siempre en forma de décimos enteros. Por lo demás sólo una prolongada y detenida versación en estos problemas puede suministrar un atisbo aproximado en lo tocante a los errores de las constantes indicadas, constantes de la absorción interestelar que por otro lado juegan en estos problemas un papel variable según la longitud de onda con que se opere. Esto a su vez tropieza con no pocas dificultades desde el momento que el complejo problema de la absorción interestelar por lo visto no puede quedar resuelto por una única fórmula artificialmente confeccionada, consecuencia de un portentoso conjunto de formaciones individuales que la naturaleza nos brinda en el universo. Si a pesar de eso,

en cualquier forma nos debemos pronunciar sobre una cifra que represente dicho error, no dudamos en escribir que

$$\begin{aligned}
 & \lg S_{430}(B=90^\circ; R_B = \infty) = 0.6 - 1 \pm 0.1 \\
 \text{y} & \\
 & \lg T_{430}(Z=0) = 0.5 \pm 0.1 \\
 & \dots_{480} \dots \text{ etc.} \dots \dots \dots \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Por lo que toca al exponente X de la alteración interestelar de color, los signos con preponderancia negativos de las diferencias $(E_{\nu} - E_{\nu'})$ [ver columnas verticales (± 20) de la tabla 15] entre los excesos de color de los cúmulos globulares observados y los determinados por la tabla 14, parecen indicar que la pura suposición de $X_{430-480}(Z=\infty) = -1.4$ posiblemente habría sido mejor que -1.5 . Por el momento en ninguna forma parece fundado un pronunciamiento numérico sobre $X_{430-530}(Z=\infty)$ y menos sobre $X_{430-630}(Z=\infty)$. Además no hay que olvidar que nuestro problema en pequeñas latitudes galácticas depende en gran parte de la longitud [cosa en que ya Stebbins y Whitford (64) insistieron repetidas veces].

También desde otro punto de vista podemos ahora ilustrar el factor de la inseguridad en la determinación de los diversos exponentes $X_{\lambda_1-\lambda_2}(Z)$. En la columna (-4) de la tabla 14 damos estos exponentes X entre $\lambda_1=430$ y $\lambda_2=480$ resp. 530 y $630 \mu\mu$ correspondientes a las distancias Z del plano galáctico. Esta compilación es una secuela de nuestras tablas anteriores 10, 11, 12. Constatamos ahora que en los alrededores del plano galáctico ($|Z| < 0.040 \text{ kpc}$) desde $\lambda=430$ hasta $\lambda=530 \mu\mu$ aproximadamente, los importes de la absorción calculados por nosotros obedecen en realidad a una ley de alteración interestelar que va desde λ^{-1} hasta λ^{-2} , como lo indican las observaciones espectro-fotométricas. Sin embargo, sobre $\lambda=530 \mu\mu$ hacia longitudes de ondas todavía mayores los exponentes calculados $X_{430-630}$ tienden muy rápidamente, quizás demasiado, a valores negativos superiores a -2 . El cálculo de la absorción interestelar roja se debe computar pues como muy inseguro. Lástima que aún no se cuente con suficiente cantidad de excesos de color que alcancen la longitud de onda roja. La fuerza de la absorción interestelar roja disminuye seguro mucho más rápidamente que la azul o amarilla, al crecer la distancia Z del plano galáctico [véanse las dos columnas verticales (-3) y (-2) de la tabla 14]. Si estas últimas nos impidieran observar el centro galáctico, quizás algún día pudiéramos lograrlo usando las llamadas fotografías rojas. Por lo demás el esquema de los diferentes valores X en la columna vertical (-4) de la tabla 14 es una exposición viva del juego de colores que produce la absorción interestelar al incidir las diversas longitudes de ondas en las capas plano-paralelas de nuestra gran zona galáctica de absorción, las que modifican paulatinamente en forma continua su densidad. Dicho cambio de densidad y de intensidad de absorción se produce justamente en las proximidades del plano central de nuestra vía láctea con suma rapidez. Por eso no ha de extrañar que los distintos investigadores no hayan llegado a una conclusión uniforme, sea sobre el valor del coeficiente

T_{4300} , sea sobre el del exponente X de la alteración interestelar; tales valores constantes uniformes como

$$T_{4300} = +1 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} \quad \text{resp.} \quad X = -1$$

en ninguna forma existen debido a que precisamente T es una función de R y Z , y respectivamente X lo es a su vez de λ y Z .

Esta tesis, fundada en parte en resultados espectro-fotométricos de observación directa [p. e. J. Rudnick (43); J. S. Hall (44); O. A. Melnikov (50) y otros], nos induce a volver nuevamente a las investigaciones de Oort. En la página 41 habíamos ya llamado la atención sobre la Fig. 1 de una publicación (103) de Oort, la que por así decirlo, sólo era un prelude de su varias veces aquí mencionada Fig. 2, figura que era objeto de una publicación (62) algo más tarde. De la Fig. 1 deducía entonces Oort para el coeficiente promedio de la absorción interestelar selectiva la fórmula siguiente:

$$\frac{d}{dZ} \left(E_{430-480} \right) \sim e^{- (10 Z)^2}$$

Oort resultaba así el primero que por una investigación sistemática del material existente de observación trataba de determinar el comportamiento de la absorción interestelar directamente como función matemática de la distancia $\sim \int e^{- (10 Z)^2} dZ$ sin verse obligado a restringirse a la indicación de una simple función lineal de la distancia. Sin embargo, en base a este resultado tanto van Rhijn (61) como el mismo Oort (104) han empleado en otros casos la forma bien alabeada de este integral multiplicándolo simplemente con factores $U(\lambda)$ convenientes que correspondieran a la longitud de onda efectiva necesaria λ . Así es como la absorción interestelar S aparece bajo la forma

$$S(Z) = U(\lambda) \times V(Z) \quad [26]$$

como producto de dos funciones U y V , donde la U es solamente función de λ y la V sólo lo es de Z (ó R). Ya en la pág. 39 hemos llamado la atención que en tal caso vale la ecuación:

$$\frac{S_{\lambda_2}(Z)}{S_{\lambda_1}(Z)} = \left(\frac{\frac{dS_{\lambda_2}}{dZ}}{\frac{dS_{\lambda_1}}{dZ}} \right) = \frac{T_{\lambda_2}}{T_{\lambda_1}} = \frac{U_{\lambda_2}}{U_{\lambda_1}} = \text{const.} \quad [27]$$

Esta ecuación [27] cuyo segundo miembro es totalmente independiente de Z , nos indica nuevamente que de la ecuación [24] debemos deducir que el llamado coeficiente X de la alteración interestelar de color entre dos de las determinadas longitudes de onda efectiva λ_1 , y λ_2 resulte una constante en todas las distancias Z de la vía láctea.

Esta tesis en realidad no concuerda con los resultados de nuestras investigaciones actuales. Nuestra fórmula [23] de la absorción interestelar

$$S_{\lambda}(B=90^{\circ};Z) = \frac{T_{\lambda}(0) \times Z}{1 \times \frac{T_{\lambda}(0) \times Z}{S_{\lambda}(90^{\circ};\infty)}} \quad [23]$$

admite según la ecuación [26] una división en un producto $U(\lambda) \times U(Z)$ solamente bajo la condición

$$\frac{T_{\lambda}(0)}{S_{\lambda}(90^{\circ};\infty)} = \text{una } \textit{const.} \text{ universal} \quad [28]$$

que sea también independiente de λ . Pero por el momento no existe indicio alguno de tan rara relación. Cuando por primera vez (en la pág. 44) en nuestras investigaciones estadístico-estelares del capítulo 3º introdujimos la ley del *arctg* como fórmula de la absorción interestelar, en realidad lo hicimos en la suposición de que

$$q \neq p = 1 \quad (\text{véase pág. 47})$$

cumpliendo así con las ecuaciones [28] y [27], pero ya entonces nos vimos obligados a abandonar estas condiciones y aceptar por el contrario al menos $p \neq 1$, de manera que en adelante valiera en general:

$$\frac{S_{\lambda_2}(B=90^{\circ};Z)}{S_{\lambda_1}(B=90^{\circ};Z)} \neq \textit{const.}$$

y

$$\frac{S_{\lambda_2}(B=90^{\circ};Z)}{S_{\lambda_1}(B=90^{\circ};Z)} \neq \frac{T_{\lambda_2}(B=90^{\circ};Z)}{T_{\lambda_1}(B=90^{\circ};Z)}$$

A esto añádanse todavía, como ya se sabe, las dos ecuaciones:

$$T_{\lambda_1}(Z=0) \neq T_{\lambda_2}(Z=0) \neq T_{\lambda_3}(Z=0) \neq \dots$$

y

$$\frac{T_{\lambda}(Z=0)}{S_{\lambda}(B=90^{\circ};Z=\infty)} = F(\lambda) \neq \textit{const.}$$

Por consecuencia de esta última condición nos resulta entonces imposible, en contraste con Oort, indicar por el momento una función de Z con constantes numéricamente calculadas que nos entregue la dependencia de la densidad D de la materia interestelar con

respecto a la distancia Z al plano galáctico, y la razón está en que justamente no podemos dividir nuestra fórmula [23] en un producto $U(\lambda) \times V(Z)$ de dos funciones $U(\lambda)$ y $V(Z)$. A lo sumo podríamos tal vez pensar en que

$$D(B=90^\circ; Z) \sim \frac{dS_{\lambda_0}(B=90^\circ; Z)}{dZ}$$

siendo λ_0 una longitud promedio de onda aún desconocida. Podría quizás justificarse que la materia interestelar debe distribuir siempre de la misma manera el crecimiento de su absorción

$$\frac{dS_\lambda(B=90^\circ; Z)}{dZ}$$

es decir que

$$\frac{dS_\lambda(B=90^\circ; Z)}{dZ} = \frac{d[U(\lambda) \times V(Z)]}{dZ} = U(\lambda) \times \frac{dV(Z)}{dZ} = U(\lambda) \times V'(Z)$$

o lo que es lo mismo en la forma de un producto $U(\lambda) \times V'(Z)$ sobre las diferentes longitudes de onda efectiva λ , sin que el factor U además de λ dependa todavía por ej. de la densidad D (la que ya es también una función de Z), es decir que sea $U=U(\lambda, D[Z])$ en lugar de sólo $U=U(\lambda)$?

Desde otro punto de vista resulta también interesante para el estudio del comportamiento de la absorción interestelar S como función de la distancia Z respecto del plano galáctico, el comparar la forma matemática propuesta por Oort (104) y la nuestra aquí indicada. Podremos comprender mejor esto colocando en un cuadro los importes de las dos funciones S_{Oort} y S_{HW} para los diferentes valores de la variable independiente Z ; esto aparece consignado en la tabla 22.

Conforme a los datos de Oort (104 p 98), la función de su absorción interestelar azul en símbolos de la nuestra sería:

$$S_{430, Oort}(B; R_B) = 0.1 \times T_{430}(Z=0) \times \csc|B| \int_0^{\xi = 10R_B \sin|B|} e^{-\xi^2} d\xi \quad [29]$$

donde $10Z = \xi$. Para poder efectuar la comparación lo más exactamente posible, no hemos aceptado $T_{430}(Z=0) = 3.000 \frac{mag}{kpc}$ (como Oort), sino $T_{430}(Z=0) = 3.162 \frac{mag}{kpc}$. Los valores de absorción de nuestra función $S_{430, HW}$ simplemente se han entresacado de nuestra tabla 14. Así como en nuestra tabla 20 (en la pág. 94), indicamos también en la tabla 22 los valores de la absorción interestelar en la dirección de la latitud galáctica $B=5^\circ 7'$

TABLA 22

$R_{5.7}^{\circ}$	$S_{430} (B=5.7^{\circ}; R_{5.7}^{\circ})$		$E_{430-480} (B=5.7^{\circ}; R_{5.7}^{\circ})$	
	Oort	HW	Oort	HW
$+\infty$	2.80	3.98	0.29	0.60
	.		.	
	.		.	
	.		.	
10.0	.	3.54	.	0.52
7.9	.	3.44	.	.50
6.3	.	3.32	.	.48
5.0	.	3.18	.	.46
4.0	.	3.02	.	.43
3.2	.	2.85-	.	.40
2.5	2.80	2.65+	.	.36
2.00	2.79	2.44	0.29	.33
1.58	2.73	2.22	.28	.29
1.26	2.59	1.99	.27	.26
1.00	2.36	1.76	.25	.22
0.79	2.07	1.54	.22	.19
.63	1.76	1.33	.18	.16
.50	1.46	1.13	.15	.14
.40	1.19	0.96	.12	.11
.32	0.97	.80	.10	.09
.25	.78	.66	.08	.07
.200	.62	.54	.07	.06
.158	.50	.45-	.05	.05
.126	.40	.36	.04	.04
0.100	0.31	0.29	0.03	0.03

(cuyo $\csc|5.7| = 10.0$) en lugar de $B=90^{\circ}$. Ganamos así una cifra decimal y conforme a nuestro modo de pensar encontramos en los alrededores de la vía láctea más comodidad para nuestros intentos. Así, por lo demás, si quisiéramos, podemos en cualquier momento volver directamente con gran simplicidad a la dirección $B=90^{\circ}$ hacia uno de los polos galácticos. Para ello basta imaginar los datos de la tabla 22 divididos sólo por 10, dado que:

$$Z = R_{90^{\circ}} = \frac{R_{5.7^{\circ}}}{10} \quad \text{y} \quad S(B=90; R_{90^{\circ}}) = \frac{S(B=5.7; R_{5.7^{\circ}})}{10}, \text{ etc.}$$

Del examen de la tabla 22 se deduce en seguida que la función de Oort de la absorción interestelar (azul) al salir del plano galáctico crece algo más rápidamente que nuestra función S_{430} calculada con el mismo fin. En una distancia de $Z=0.100$ hasta 0.126 kpc solamente la diferencia

$$S_{430, Oort}(B;R_B) - S_{430, HW}(B;R_B)$$

alcanza su valor máximo ($=0.60 \text{ mag}_{430}$ para $B=5^{\circ}7$). Desde ese entonces la función de Oort $S_{430, Oort}(B;R_B)$ crece apenas todavía, cuando la nuestra $S_{430, HW}(B;R_B)$ recién ha alcanzado la mitad de su valor definitivo $S_{430, HW}(B \neq 0; R_{B \neq 0} = \infty)$. Mientras para Oort la densidad D de la materia interestelar ha bajado prácticamente hasta cero en sólo una distancia $Z=0.250 \text{ kpc}$, para nosotros según las fórmulas de absorción aceptadas ocurre lo mismo recién en una distancia mucho mayor $Z > 1 \text{ kpc}$ del plano central de la vía láctea.

Estas diferencias en la supuesta distribución de la densidad de la materia interestelar, que altera el color de los rayos de luz en la capa galáctica de absorción, también tienen una importancia bastante grande para astros posiblemente sumergidos realmente en esta capa, como por ej. también para los cúmulos globulares. Aplicando la absorción interestelar azul $S_{430, Oort}(B;R_B)$, calculada según la fórmula de Oort en nuestra tabla 22, sobre el cúmulo globular $+47 = \text{NGC } 6440$ obtenemos por ej. más o menos la siguiente ecuación [8] (véase la pág. 69 y 72) :

$$5 \lg R_B + S_{430}(B;R_B) = (m_s - W)_{430}$$

ó

[8]

$$2.3 + 6.2 = 8.5$$

lo que correspondería a una distancia verdadera $R_B \approx 3 \text{ kpc}$ de sólo este cúmulo globular en vez de los 4 kpc calculados con nuestras fórmulas de absorción.

Por último hemos usado también la fórmula [29] dada por Oort para calcular según ella la absorción interestelar selectiva $E_{430-480, Oort}(B=5^{\circ}7; R_{5^{\circ}7})$. A tal fin hemos reemplazado $\lambda = 430 \mu\mu$ en la fórmula [29] simplemente por $\lambda_1 - \lambda_2 = 430 - 480 \mu\mu$ y $T_{430}(Z=0)$ por $T_{430-480}(Z=0)$. Para obtener una comparación que mejor concuerde con nuestros valores $E_{430-480, HW}(B=5^{\circ}7; R_{5^{\circ}7})$ sacados de la tabla 14, hemos vuelto a aceptar (como en el caso de calcular $S_{430, Oort}$) la misma tangente inicial $T_{430-480}(Z=0)$ para las dos columnas verticales $E_{430-480}(B=5^{\circ}7; R_{5^{\circ}7})$ de nuestra tabla 22, es decir:

$$T_{430-480, HW}(Z=) = \left\{ \begin{array}{l} + 3.162 \\ - 2.833 \end{array} \right\} = + 0.329 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}} = T_{430-480, Oort}(Z=0) \quad .$$

En consecuencia vale de nuevo lo que estableciéramos al principio, es decir, que aún hasta $Z \approx 0.200 \text{ kpc}$ a iguales distancias Z del plano galáctico es donde se nota la mayor semejanza entre las dos columnas de valores de la absorción interestelar (selectiva) en la tabla 22. Desde ahí en adelante empero el valor de Oort permanece constante hasta el infinito, mientras que nuestro valor funcional crece aún el doble hasta el infinito.

Con eso creemos, tratándose de la absorción interestelar, en longitudes de onda particular al igual que entre dos de ellas, haber suficientemente demostrado las diferencias que existen entre ambas fórmulas. Quisiéramos aún añadir que la Fig. 2 (62 p 244) de Oort publicada algo más tarde parece aproximarse más a nuestras fórmulas de lo que la Fig. 1 (103 p 76) publicada anteriormente, pues la curva de la absorción selectiva observada en distancias mayores $Z > 0.100 \text{ kpc}$ es notablemente menos alabeada en la Fig. 2 que en la Fig. 1. Por lo demás C. E. Smith (119 p 51 Fig. 5) ha dibujado también una figura semejante para la constelación Aquila, donde aparece indicada en dos ramas la división oscura de la vía láctea.

Considerada así, desde varios puntos de vista teóricos, la seguridad resp. inseguridad de los valores funcionales tabulados por nosotros en la tabla 14 según el esquema indicado en la pág. 108 trataremos ahora de proseguir este estudio comparándolos más directamente con observaciones relacionadas con ellos. Por eso nos ocuparemos de dos publicaciones modernas (1936 y 1940) de F. H. Seares (120; 121. Véase también 122). En el primer artículo (120) Seares comunica, que las estrellas del tipo A0 en las regiones no oscurecidas del cielo poseen índices de color observados entre $\lambda = 430$ y $530 \mu\mu$, que no igualan cero, sino $-0^m14 \pm 0^m02$ ó $\pm 0^m03$. Como explicación de este inesperado resultado observacional Seares alega que los alrededores del polo norte de la rotación de la tierra estarían cubiertos por un velo de absorción, y que, al marcar el punto cero de la escala internacional fotográfica de las magnitudes, esta elección habría sido influenciada en las estrellas polares por un exceso de color insospechado. Así el punto cero aceptado correspondería al índice de color cero para estrellas del tipo A0 de la secuencia polar norte, pero en ninguna forma para estrellas del tipo A0 en partes no oscurecidas del cielo. Calculado con toda exactitud había resultado como comunica Seares para estas estrellas de tipo A0 del polo norte, un índice de color promediado observado $= -0^m04$; en consecuencia (según Seares) el exceso de color observado en los alrededores del punto celeste $L=90^\circ; B=+28^\circ$ resulta entonces $E_{430-530} = +0^m10$ más o menos. Este valor concuerda bien con los datos de nuestro esquema $B-R-Z$ (tabla 14) de la absorción interestelar, encontrándose las 271 estrellas del tipo A0 tomadas del catálogo Henry Draper aproximadamente a una distancia promedio de $R_{28^\circ} \approx 0.100 \text{ kpc}$.

En el artículo (121 p 103-104), citado en segundo lugar, Seares vuelve otra vez sobre el problema de la alteración interestelar del color considerando del cielo la dirección del polo norte de la rotación de la tierra y sus alrededores. Seares comunica que la investigación ha sido extendida a estrellas más débiles. Encuentra un crecimiento paulatino del exceso de color $E_{430-530}$ desde 0^m a una distancia $R_{28^\circ} \approx 0.080 \text{ kpc}$ hasta 0^m3 ó 0^m4 a $R_{28^\circ} \approx 0.400$ ó 0.500 kpc y luego un valor constante. También este resultado observacional concuerda satisfactoriamente con las proporciones de los valores de nuestro esquema $B-R-Z$, siempre que consideremos como causa, no como piensa Seares, "una distante nube aislada de absorción de cierto espesor", sino solamente nuestra capa galáctica de absorción formada según leyes perfectamente determinadas, en cuyo centro ($Z=0$) más o menos se encuentra nuestro sol.

Seares menciona con esta ocasión un trabajo de Wilhelm Becker (59 p 294), donde el Selected Area N° 1, que contiene el polo norte de la rotación de la tierra, viene investigado con el mismo fin. Las proporciones de absorción encontradas allá no concuerdan

ni con las de Seares, ni con nuestro esquema. Wilhelm Becker, sin embargo, utilizando la fórmula indicada por Shapley y Boyd (123 p 243)

$$S_{430} = 19.6 - 15.2 - \frac{10}{6} \lg N_s [(m_s)_{430}]$$

calcula aparte el importe $S_{430}(B=28^\circ; R_{28^\circ} = \infty) = 0^m8$. Este valor concuerda completamente con el de nuestro esquema de la tabla 14.

Relacionado con esto resulta también de gran interés un trabajo de Stebbins, Huffer y Whitford (69) poco ha aparecido (1941) con el título "Selective absorption in space near the sun". En la Fig. 1 de esta publicación los autores han dibujado en la parte superior los valores $E_{430-480}(B=28^\circ; R_{28^\circ})$ para $R_{28^\circ} = 0$ hasta $\approx 0.300 kpc$ resultantes de sus observaciones en los alrededores del polo norte de la rotación de la tierra. En lo que concierne a las proporciones, estos valores selectivos de absorción concuerdan en el promedio también como los valores $E_{430-530}(B=28^\circ; R_{28^\circ})$ de Seares con los datos del esquema calculado por nosotros en la tabla 14 [pero no del todo con los resultados de Keenan y Babcock (124)]. En la misma Fig. 1, abajo, los tres autores citados han dibujado el comportamiento resultante de sus observaciones de los excesos de color $E_{430-480}(B=90^\circ; Z)$ para $Z=0$ hasta $0.200 kpc$ para el polo norte y el sud de la vía láctea por separado y también para ambos a la vez. En todos estos casos aparece siempre el mismo aspecto de las curvas, pero tales valores de absorción representan solamente los $2/3$ de los valores del esquema calculado por nosotros para la dirección del polo galáctico.

En la última frase de la primera de las publicaciones (120) citadas anteriormente Seares llama la atención de "que —y posiblemente de importancia para la explicación de "los resultados observacionales— el valor de un exceso de color $E_{430-530}$ raras veces, quizás nunca, sobrepase el importe de una magnitud, y que a consecuencia de eso hace suponer que el mismo esté sometido a la restricción de un límite superior a esta altura." Pocas líneas antes indica a su vez Seares, que las observaciones correspondientes fueron sometidas a una magnitud límite azul $(m_s)_{430} \approx 13^m5$. Este último dato de Seares nos basta suficientemente para, con la ayuda de nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar de la tabla 14, explicar la restricción observada en los excesos de color $E_{430-530} \leq 1^m$. En dicho esquema hemos trazado simplemente la curva límite, calculada en la tabla 18, entre la visibilidad e invisibilidad de todos los astros, cuyo módulo de distancia observado azul importa p. e. $(m-W)_{430} + S_{430} = (m_s - W)_{430} = +3^m5$ (ocurriendo contadas veces que $W < +10^m$). De la tabla 14 resp. 18, se desprende fácilmente la razón de que en la parte del cielo visible solamente en las condiciones recién indicadas puedan ser visibles en general tan solo excesos de color $E_{430-530} \leq 1^m$, cualquiera que sea por lo demás p. e. la latitud galáctica de las estrellas observadas.

Como consecuencia de la concordancia satisfactoria (hasta ahora) de nuestro esquema de la absorción interestelar con las observaciones, especialmente en lo que respecta a la aplicación de la absorción azul $S_{430}(B; R_B)$ y de los excesos de color $E_{430-480}(B; R_B)$ y $E_{430-350}(B; R_B)$, se ha acrecentado nuestra confianza en una cierta exactitud y utilidad del mismo. Réstanos aún por dar la verdadera prueba de la absorción amarilla $S_{530}(B; R)$

en base a los excesos de color observados $E_{430-480}(B;R_B)$ de las estrellas del tipo B y de sus módulos de distancia $(m_s - W)_{530}$ amarillos observados y en consecuencia igualmente alterados.

Con este fin fué preparado por de pronto según los datos de Stebbins, Huffer y Whitford (67) un como catálogo fichero de las 1332 estrellas del tipo B , cuyos excesos de color $E_{430-480}$ fueron observados por estos tres autores. Después de dividir las estrellas en 15 grupos diversos correspondientes al tipo espectral (Bibl. 67 Table 1), es decir a la luminosidad absoluta (Bibl. 67 Table 4), se agruparon aún dichas estrellas según su latitud galáctica. En la distribución así obtenida de las estrellas sea que se considere una sola de tales agrupaciones como el conjunto de las 1332 estrellas del tipo B en todas las latitudes galácticas (o mejor dicho sobre secciones iguales $\Delta \lg csc |B|$) salta inmediatamente a la vista la fuerte y exacta concentración galáctica de estas estrellas.

Todos los datos entonces de observación (de Bibl. 67 Table 3) necesarios, ordenados así según el tipo espectral y la latitud galáctica (como recién se ha dicho) fueron anotados en un nuevo catálogo (que aquí no se publica) de estas 1332 estrellas del tipo B . En primer lugar se ultimó la composición de estos datos observacionales para las 67 estrellas del tipo $c = (47cB + 20cA) = 67c$, contenidas en la publicación (Bibl. 67 Table 3) citada de Stebbins, Huffer y Whitford. Esta contiene las estrellas absolutamente más luminosas. Consecuencia de ello es que las tales se encuentran a mayor distancia y que la absorción interestelar produzca en su luz los efectos de mayor alteración de color. Creemos poder renunciar a la publicación de esta composición, y de las para los otros tipos espectrales, de los excesos de color observados y la de los módulos de distancia tanto observados (alterados de color) como calculados (verdaderos) etc., en vista de que la impresión general de su cuadro de distribución es muy semejante al de los cúmulos globulares que ya conocemos por la tabla 15. Como entre aquellos, también entre las estrellas del tipo B , por razón de la colocación rigurosa según la latitud galáctica, el efecto de la absorción interestelar se destaca muy claramente por un crecimiento, constante en el promedio, de los excesos de color observados, en latitud galáctica decreciente, pero —al igual que en los cúmulos globulares— tan irregular, que el valor aislado $E_{430-480}$ observado de ninguna manera puede servir para la determinación de las funciones de absorción, debido generalmente a las demasiado fuertes oscilaciones individuales a que está sujeto.

Nos vemos así obligados nuevamente a tratar las estrellas (de cada tipo espectral entre si) reuniéndolas en grupos apropiados (secciones iguales $\Delta \lg csc |B|$). En primer lugar efectuamos naturalmente el tratamiento estadístico-colectivo de las 67 estrellas del tipo c . Por la observación nos vienen dados para cada grupo los siguientes valores promediados:

$$\overline{\lg csc |B|} ; \overline{E_{430-480}} = \overline{E_{ob}} ; \overline{(m_s - M)_{530}} = \overline{Mod_{ob}} .$$

Respecto a esto cabe advertir aún que en consideración a las distancias menores de las estrellas del tipo B (en contraste con los cúmulos globulares), hemos creído más práctico operar de nuevo en el sistema ya acostumbrado M (en vez de $W = M + 10$) con las luminosidades absolutas. Además para M hemos aceptado (de primera intención) simplemen-

te aquellos valores que bajo el título "1332 estrellas" Stebbins, Huffer y Whitford (67 p 49 Table 4) recomiendan como más modernos y mejores que los que se encuentran bajo el título "733 estrellas", es decir,

$$\begin{aligned} M_{530}[cB, cA(1332)] &= -5^m5 \\ M_{530}[O(1332)] &= -4^m5 \\ \dots\dots\dots \text{etc.} \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Exactamente como en el caso de los cúmulos globulares nos encontramos nuevamente en presencia del problema de tener que satisfacer nuestra ecuación [8] (de la pág. 72):

$$(m-M)_\lambda + S_\lambda(B; R_B) = (m_s - M)_\lambda = Mod_{ob} \quad . \quad [8]$$

En vez de para $\lambda = 430\mu\mu$. debemos esta vez hacer lo mismo para $\lambda = 530\mu\mu$. Por lo demás ahora nos quedan disponibles tres caminos a seguir:

- 1) Determinación (es decir interpolación) del módulo verdadero de la distancia $(m-M)_{530} = Mod_{ta}(B; E_{ob})$ por medio de nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar de la tabla 14 como función de la latitud galáctica B y del exceso observado de color $E_{ob} = E_{430-480} = 0.05 + E_{st}$, de tal manera que la ecuación [8] resulte satisfecha en la siguiente forma:

$$Mod_{ta}(B; E_{ob}) + S_c = Mod_{ob} \quad . \quad [8.1]$$

- 2) Determinación (es decir interpolación) del importe $S_{530}(B; R_B) = S_{ta}(B; E_{ob})$ de la absorción amarilla por medio de nuestra tabla 14 como función de la latitud galáctica B y del exceso de color observado E_{ob} , de tal manera que la ecuación [8] resulte satisfecha en la siguiente forma:

$$Mod_c + S_{ta}(B; E_{ob}) = Mod_{ob} \quad [8.2]$$

Los dos valores S_c y Mod_c en las dos ecuaciones [8.1] y [8.2] resultan automáticamente como las diferencias

$$\begin{aligned} Mod_{ob} - Mod_{ta} &= S_c \\ \text{resp. } Mod_{ob} - S_{ta} &= Mod_c \end{aligned}$$

Cada uno de los métodos recién citados conduce en cada caso particular a la determinación de un par de cantidades, a saber, al así llamado módulo verdadero de distancia y a una absorción amarilla que se supone corresponderle. Sin embargo muy raras veces cada uno de estos pares posee la propiedad de presentarse verdaderamente en la composición de los valores encontrados aún (sólo alguna que otra vez) en nuestro esquema $B-R-Z$ (y también en el lugar correspondiente). Pues en tal caso errores pequeños en E_{ob} repercuten muy fuertemente. Sintiéndonos hasta ahora mucho más seguros de la exactitud de nuestro esque-

ma $B-R-Z$ de los excesos de color $E_{430-480}(B;R_B)$ que del esquema de la absorción amarilla $S_{530}(B;R_B)$, nos pareció natural, de uno de los dos caminos indicados por la ecuación [8.1] ó [8.2], pronunciarnos directamente por el exceso de color observado E_{ob} . Sin embargo, como luego nos demostraron los cálculos que se ensayaron (no publicados) ninguno de estos dos métodos nos suministra un conocimiento exacto de la bondad o también inutilidad de las funciones de absorción que conforman nuestro esquema $B-R-Z$ de la tabla 14.

- 3) Pero existe aún un tercer método que únicamente se podría aprovechar muy bien. A saber: se determina (también por interpolación) en primer lugar el módulo verdadero de distancia $(m-M)_{530} = Mod_{ta}(B;Mod_{ob})$ por nuestro esquema $B-R-Z$ de la tabla 14 directamente como función de la latitud galáctica B y del módulo observado (amarillo) de distancia $(m_s-M)_{530} = Mod_{ob}$, de tal manera, que la ecuación [8] aparezca entonces satisfecha en la siguiente forma:

$$Mod_{ta}(B;Mod_{ob}) + S_{ta}(B;Mod_{ob}) = Mod_{ob} \quad [8.3]$$

El camino indicado en esta ecuación [8.3], para formar el módulo observado de distancia Mod_{ob} teóricamente por los dos sumandos Mod_{ta} y S_{ta} , es exactamente el mismo que empleáramos ya en la pág. 72, sobre los cúmulos globulares en $\lambda=430\mu\mu$, mientras aquí ahora para las estrellas del tipo B en $\lambda=530\mu\mu$. Hemos obtenido así la ventaja de que los dos sumandos del miembro izquierdo de la ecuación [8] coexistan exactamente según cantidad y proporción recíprocas y exactamente se encuentren en el lugar prefijado en nuestro esquema $B-R-Z$ (y de que su suma iguale exactamente al Mod_{ob}). Sólo el valor tabular correspondiente $E_{ta}(B;Mod_{ob})$ en general será diferente del exceso de color E_{ob} dado por la observación [como ocurrió también con los cúmulos globulares de la tabla 15, columna vertical (± 20)].

El tratamiento estadístico tanto de las 67 estrellas del tipo c como también el de las 71 estrellas del tipo O según este método tuvo el siguiente notable resultado:

- 1) Los valores promediados $\overline{E_{ob} - E_{ta}}$ son muy pequeños, más o menos de la proporción 0^m03 hasta 0^m06 .
- 2) Los valores promediados $\overline{E_{ob} - E_{ta}}$ son muy frecuentemente negativos.

Recordemos ahora que habíamos conseguido los módulos "observados" de distancia Mod_{ob} según la regla $(m_{ob}-M) = Mod_{ob}$ por luminosidades absolutas M , sacadas de Ap J 91 p 49 (1940) Table 4, columna vertical "1332 Stars", y que al lado con subtítulo "733 Stars" para la secuencia de los tipos espectrales se encontraba otra columna más de luminosidades absolutas. Estas luminosidades absolutas del tipo "733 estrellas" son más débiles de 0^m5 hasta 1^m2 que las de la columna vertical "1332 estrellas". Una aplicación comprensiva de las luminosidades absolutas más débiles en 0^m5 deja entrever que en definitiva los valores promediados $\overline{E_{ob} - E_{ta}}$ invierten más o menos su signo. Aplicando por consiguiente luminosidades absolutas que estén más o menos entre las dos columnas verticales indicadas por Stebbins, Huffer y Whitford (67 p 49 Table 4), conseguiríamos —por lo menos para

las estrellas de los tipos *c* y *O*— una coincidencia en el promedio, aparentemente muy satisfactoria entre las cifras de absorción de nuestro esquema *B—R—Z* de la tabla 14 y los excesos de color observados por Stebbins, Huffer y Whitford (67). Siendo las 138 estrellas de los tipos *c* y *O* con mucho las estrellas absolutamente más luminosas de entre las 1332 estrellas del catálogo de Stebbins, etc. (67), resulta entonces comprobada cierta utilidad y compatibilidad entre las funciones de la absorción interestelar de nuestro esquema *B—R—Z* con los excesos de color observados. Réstanos sólo tratar el remanente de las 1332 estrellas del tipo *B*.

Entre estas están contenidas 170 estrellas del tipo *B0* como las más luminosas que cumplen

$$M_{530}[B0(1322)] = -3^m9$$

Uno de ellas (*HD 24534*), siendo también una estrella variable, posee en relación con su latitud bastante alta ($B_H = -15^\circ9$) un exceso observado de color tan grande ($E_{ob} = +0^m31$), que nunca podría ser colocada razonablemente en nuestro esquema *B—R—Z* de la absorción interestelar de la tabla 14. Por eso no se la tomó en consideración. El tratamiento estadístico colectivo de las restantes 169 estrellas del tipo *B0* dió exactamente el mismo resultado que en las 138 estrellas de los tipos *c* y *O*. También para las estrellas del tipo *B0* se tendría que haber aceptado una luminosidad absoluta algo más débil, quizás de 0^m5 , y así la representación de los excesos observados de color según nuestra teoría sería en el promedio completamente satisfactoria.

De las 51 estrellas existentes del tipo *B1* fueron tratadas estadístico-colectivamente 50 estrellas, cantidad ya muy pequeña para fines estadísticos. El tratamiento estadístico-colectivo de 214 estrellas del tipo *B2* presentó nuevamente para este tipo espectral el ya acostumbrado cuadro de un necesario debilitamiento en las luminosidades absolutas (del tipo “1332 estrellas”) empleadas. Realmente tal necesidad apenas si todavía se deja entrever algo para las estrellas *B2*. Pues el tratamiento estadístico-colectivo de 326 estrellas del tipo *B3* (de un total de 328) en realidad no permite vislumbrar más tal necesidad. A esto siguió finalmente el tratamiento igual de 269 estrellas del tipo *B5* (de un total de 271); tampoco esto dejó reconocer necesidad alguna directa de modificar más tarde las luminosidades absolutas empleadas del tipo de “1332 estrellas”. Entretanto ($Sp = B5$) los valores promediados $\overline{E_{ob} - E_{ta}}$ han disminuído fuertemente valorándose sólo todavía de 0^m00 hasta 0^m03 , es decir en números redondos la mitad del valor que tenían al principio (0^m03 hasta 0^m06 para $Sp = cB, cA$).

Habiendo encontrado por este método estadístico-colectivo la seguridad necesaria y un camino conveniente para investigar los excesos de color $E_{430-480}$ y los módulos de distancia $(m_s - M)_{530}$, observados en las estrellas del tipo *B*, según nuestra teoría de la absorción interestelar documentada en la tabla 14, pareció ser de interés, aplicar una vez, individualmente este método a cada una de las estrellas. Esta aplicación individual de la ecuación [8.3] sobre las 67 estrellas del tipo *c* en la suposición $M_{530}(Sp = cB, cA) = -5^m5$ dió el siguiente resultado:

- 1) Los valores negativos ($E_{ob} - E_{ta}$) predominan bastante sobre los valores positivos en cantidad y valor (esto último ya lo sabíamos de la pág. 119).

- 2) El fenómeno, citado bajo 1), que influye preponderantemente en el cuadro total, se presenta exclusivamente en latitudes galácticas negativas; las estrellas menores con latitudes galácticas positivas presentan una distribución de signos bastante equilibrada en los valores $(E_{ob}-E_{ta})$, cuyos importes resultan además todavía más pequeños.

Ya sabemos que existe un simple recurso para hacer desaparecer la falta de equilibrio citado bajo 1). En vez de $M_{530}(Sp=cB,cA)=-5^m5$ se empleó entonces $M_{530}(Sp=cB,cA)=-5^m0$ para calcular los verdaderos módulos de distancia. Resulta así en efecto un desequilibrio en la distribución de los signos en latitudes galácticas positivas.

Tomando en cuenta la cantidad escasa de estrellas disponibles, podemos adelantar aquí sólo la simple conjetura de que la distribución aparentemente rara de los signos de los valores $(E_{ob}-E_{ta})$ quizás queda explicada definitivamente en la hipótesis de que las coordenadas Z de las estrellas deben ser modificadas convenientemente. El llamativo exceso de valores positivos $(E_{ob}-E_{ta})$ en latitudes galácticas positivas de nuestra última solución [con $M_{530}(Sp=cB,cA)=-5^m0$] parece denunciar categóricamente que el plano central de la capa de absorción interestelar, donde según suposición y fórmula tiene lugar la absorción más fuerte, se encuentra —visto desde el sol— en latitud galáctica positiva. En la pág. 57 de su artículo (108) antes citado Stebbins insinúa también una hipótesis muy semejante sobre el comportamiento de la absorción interestelar con respecto a los cúmulos globulares situados al norte y al sud del ecuador galáctico. En nuestra pág. 79 señalamos en los cúmulos globulares una razón más para adherirnos a tal hipótesis. Un descubrimiento semejante hizo también C. E. Smith (119 p 51) en la constelación Aquila de la vía láctea. Nuestro sol se encuentra así algunos parsecs al sud del plano central de la absorción interestelar más fuerte y, como sabemos desde hace ya mucho tiempo [véase p. e. Lindblad (17a p 1009; 17b p 571)], unos 30 parsecs al norte de los planos de concentración de los diferentes astros especiales de fuerte luminosidad absoluta y pronunciada concentración galáctica que son las estrellas de los tipos c, O, B, δ *Cphei*, los cúmulos estelares abiertos, nebulosas planetarias, etc. También las conocidas nubes grandes de estrellas de la vía láctea (en Norma, Scorpius, Sagittarius, Scutum, etc.), se encuentran casi todas en pequeñas latitudes galácticas negativas. Su luz aparece también empañada por la absorción interestelar, aun cuando menos que en los campos oscuros de la vía láctea, hecho que ya han indicado Stebbins, Huffer y Whitford (65 p 224) al hablar propiamente de la pequeña nube brillante de estrellas de el Sagittarius.

Las 71 estrellas del tipo O , tratada con la luminosidad absoluta reducida $M_{530}(Sp=O)=-4^m0$, con respecto al punto de vista recién expuesto de que el sol podría encontrarse situado entre el plano de concentración de los diferentes astros de fuerte luminosidad absoluta por un lado y el plano central de la capa interestelar de absorción por otro, no han arrojado mayor luz en el asunto. Siempre el cuadro por nosotros señalado en la distribución desequilibrada de los signos de los valores $(E_{ob}-E_{ta})$ aparece también patentemente entre las 169 estrellas del tipo $B0$,

50	„	„	„	$B1$
y 211	„	„	„	$B2$

a pesar de su menor distancia. A fin de poder disminuir en la mayor forma posible la

suma de todos los valores ($E_{ob}-E_{ta}$) sin entrar a considerar el signo de la latitud galáctica, parecen comprobadas como necesarias las luminosidades absolutas colocadas en la tabla 23, columna vertical "HW".

TABLA 23

Magnitudes absolutas visuales promediadas M

Sp	Stebbins etc. 733 estrellas	ΔM	HW	ΔM	Stebbins etc. 1332 estrellas
c B, c A	—	—	— 5.0	— 0.5	— 5.5
O	— 4.0	0.0	— 4.0	— 0.5	— 4.5
B0	— 3.2	— 0.2	— 3.4	— 0.5	— 3.9
B1	— 2.5	— 0.6	— 3.1	— 0.5	— 3.6
B2	— 1.8	— 0.9	— 2.7	— 0.3	— 3.0
B3	— 1.3	— 0.9	— 2.2	0	— 2.2
B4	— 0.9	— 1.0	— 1.9	0	— 1.9
B5	— 0.7	— 0.9	— 1.6	0	— 1.6
B6	— 0.5	— 0.9	— 1.4	0	— 1.4
B7	— 0.3	— 0.8	— 1.1	0	— 1.1
B8	— 0.2	— 0.6	— 0.8	0	— 0.8
B9	+ 0.1	— 0.5	— 0.4	0	— 0.4

Estas mismas oscilan entre los valores "733 estrellas" y "1332 estrellas" indicados por Stebbins, Huffer y Whitford (67 Table 4). Nuestras luminosidades absolutas M_{530} (HW) para las estrellas de los tipos B0, B1, B2 son realmente más débiles que los valores M_{530} (1332 estrellas), pero aún siempre más fuertes que los valores M_{530} (733 estrellas). Esto último concuerda directamente con una nota de Oort (62 p 242) sobre estas luminosidades absolutas.

Nuestro método de investigar las fórmulas de la absorción interestelar, establecidas (por vía estelar-estadística) en otro lugar, por medio de los excesos de color $E_{430-480}$ y de los módulos de distancia $(m_s-M)_{530}$ observados en las estrellas del tipo B, nos ha conducido de paso forzosamente a una neo-determinación totalmente independiente de las luminosidades absolutas promediadas M_{530} por vía estadística, vale decir por la agrupación de todas las estrellas existentes de un tipo espectral. La exactitud de esta neo-determina-

ción aumenta hasta cierto grado con la intensidad de las mismas luminosidades absolutas; porque a distancias mayores los efectos de la absorción interestelar investigados por nuestro esquema de la tabla 14 son también proporcionalmente mayores. Consecuencia de eso sería el poder indicar en realidad sólo para las estrellas del tipo *c*, *O*, *B0*, *B1*, *B2* una tal neo-determinación estadística de la luminosidad absoluta visual, restringiéndonos para los tipos posteriores desde *B3* hasta *B9* al simple empleo de los valores más nuevos M_{530} (1332 estrellas) de Stebbins, Huffer y Whitford.

Que marchemos bien con las neo-determinaciones absolutas de las luminosidades absolutas promediadas de las estrellas de los tipos *c* y *O*, se desprende por ejemplo también al comparar los resultados con dos investigaciones de Wilhelm Becker (126, 127), quien usa igualmente la absorción interestelar como un medio para la determinación de luminosidades absolutas; encontrando en el promedio

$$M_{vis}(Sp=cB,cA) = -4^m80 \pm 0^m15$$

y

$$M_{vis}(Sp=O) = -3^m52 \pm 0^m13 \text{ resp. } \approx -3^m7$$

lo que coincide satisfactoriamente con nuestra tabla 23. Como lo anota W. Becker mismo, las luminosidades absolutas obtenidas por su método son en verdad solamente "relativas", por el hecho de relacionarse sobre un sistema de luminosidades absolutas que ya de su parte debe ser elegido "correctamente" como hipótesis. Las luminosidades absolutas determinadas según nuestro método no necesitan suposición alguna de un sistema de luminosidades absolutas elegido anteriormente como correcto. Al contrario dependen en absoluto del hecho de haber determinado por otro lado, en realidad también "correctamente", todas las funciones de la absorción interestelar en las diferentes longitudes de onda en nuestro esquema *B—R—Z* de la tabla 14. La coincidencia satisfactoria de los resultados parece indicar que cada uno de los dos autores llegó, a su manera, a la misma meta "correcta". [Véase también C. K. Seyfert y D. M. Popper (132) y R. E. Wilson (133; 134)].

Respecto al punto de vista últimamente citado sin embargo debemos hacer todavía una advertencia importante en lo que respecta a nuestro propio método. En vez de publicar un voluminoso catálogo con innumerables cifras conocidas y nuevas sobre las 1322 estrellas del tipo *B*, quisiéramos en una demostración más rápida presentar como prueba al lector las dos figuras 10 y 11.

En ellas se encuentran dibujadas las diferencias ($E_{ob} - E_{ta}$) como función del exceso de color observado mismo $E_{ob} = (0.05 + E_{st})$ para 168 estrellas del tipo *B0* resp. 265 estrellas del tipo *B5*. Las estrellas de latitud galáctica norte resp. sud se diferencian como siempre por los símbolos + resp. 0. El valor absoluto de las diferencias ($E_{ob} - E_{ta}$) importa (como se ve) aproximadamente en el promedio $\approx 0^m06$ hasta 0^m08 para $Sp=cB, cA, O, B0, B1$ pero solamente $\approx 0^m04$ para $Sp=B2$ hasta *B9*. Entre las estrellas de los tipos *B3* hasta *B9* la diferencia 0^m00 y $\pm 0^m01$ ocurre tan frecuentemente entre los tipos posteriores que nuestro método resulta paulatinamente un poco inseguro para sujetar a prueba nuestro esquema de la absorción interestelar con respecto a su exactitud y utilidad; termina así simultáneamente la posibilidad de determinar la luminosidad absoluta promediada (véase la tabla 23); pues las estrellas de los tipos espectrales posteriores entre los tipos *B*, ob-

servados por Stebbins, Huffer y Whitford (67), al encontrarse generalmente a distancias $R \approx 0.5 \text{ kpc}$ entregan excesos de color observados demasiado pequeños [$E_{ob} = (0.05 + E_{st}) \approx 0^m15$].

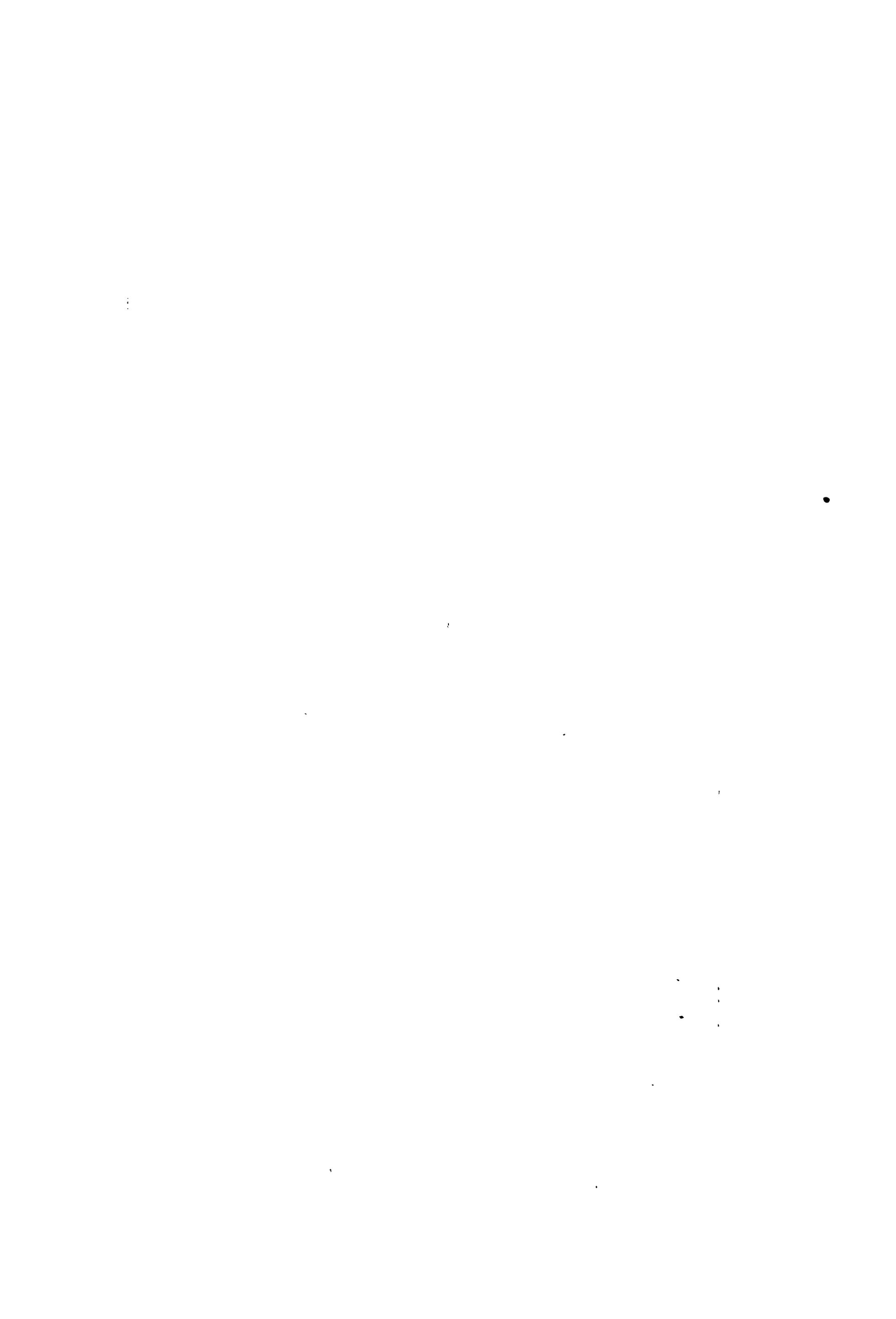
Sin embargo (véanse las figs. 10 y 11) es dable encontrar entre estos, de vez en cuando, algunas estrellas y desgraciadamente bastantes entre los primeros tipos espectrales cB , cA , C , $B0$, $B1$, $B2$, cuyas diferencias ($E_{ob} - E_{ta}$) de ninguna manera cuadran con el ambiente de los alrededores del eje X , es decir, se desvían demasiado del valor ideal cero. Es de suponer que en nuestro esquema de absorción entre los primeros tipos espectrales, la inexactitud mayor del cálculo artificial de los excesos observados de color provenga sólo parcialmente del hecho que estas estrellas observadas, por ser absolutamente más luminosas y por lo tanto más distantes se encuentren detrás de lugares especiales de atenuación o condensación de la capa interestelar de absorción, cuya distribución, por lo demás completamente homogénea según nuestras leyes de absorción, entorpecería regularmente la luz. Por otra parte bastante considerable esta discrepancia sería una consecuencia de la inexactitud de la determinación del tipo espectral, o dicho todavía mejor, de la inexactitud de la determinación de las luminosidades absolutas de las estrellas y en consecuencia del módulo observado de distancia Mod_{ob} , de donde provienen luego Mod_{ta} , S_{ta} , E_{ta} . Stebbins, Huffer y Whitford señalan fuertemente por ej. ya en su primera publicación (66 p 216) sobre las 1332 estrellas del tipo B , las inexactitudes y dificultades en la determinación del tipo espectral y de la luminosidad absoluta de una estrella individual la que muchas veces sólo posee una débil luminosidad aparente de $(m_s)_{530} = 8^m$ ó hasta 9^m .

En su segunda publicación (67) sobre las 1332 estrellas del tipo B los tres autores citados indican como error promedio de un exceso de color observado por ellos el de $\approx \pm 0^m03$. Podemos entonces deducir, que —en cuanto sea aplicable por lo demás la teoría completamente regular de las funciones de la absorción interestelar, es decir fuera de los puntos especiales de atenuación y condensación de la capa interestelar de absorción— para los tipos espectrales posteriores entre las estrellas del tipo B y también hasta las estrellas del tipo $B2$ las desviaciones de los excesos observados de color E_{ob} con respecto a los E_{ta} determinados por nuestra tabla 14 pueden muchas veces considerarse como situadas dentro de los posibles errores observacionales, aunque algunas de estas estrellas disten desde 1 hasta 2 kpc .

Finalmente en su tercera publicación (68 u 194) Stebbins, Huffer y Whitford, calculando los así llamados coeficientes promediados de la absorción selectiva, vuelven sobre el problema de aquellas estrellas del tipo B que poseen un exceso observado de color al parecer extraordinariamente grande en relación con su distancia. Dichos autores se pronuncian por tres posibles explicaciones: estas estrellas pueden ser

- 1) estrellas super-gigantes del tipo c todavía no reconocidos, ó
- 2) estrellas de algún otro tipo, pero también de extraordinariamente fuerte luminosidad absoluta, ó
- 3) estrellas en regiones densamente oscurecidas.

Los tres autores citados aprovechan la ocasión para notificar al lector sobre una investigación exacta de los espectros de muchas de estas estrellas de color fuertemente alte-



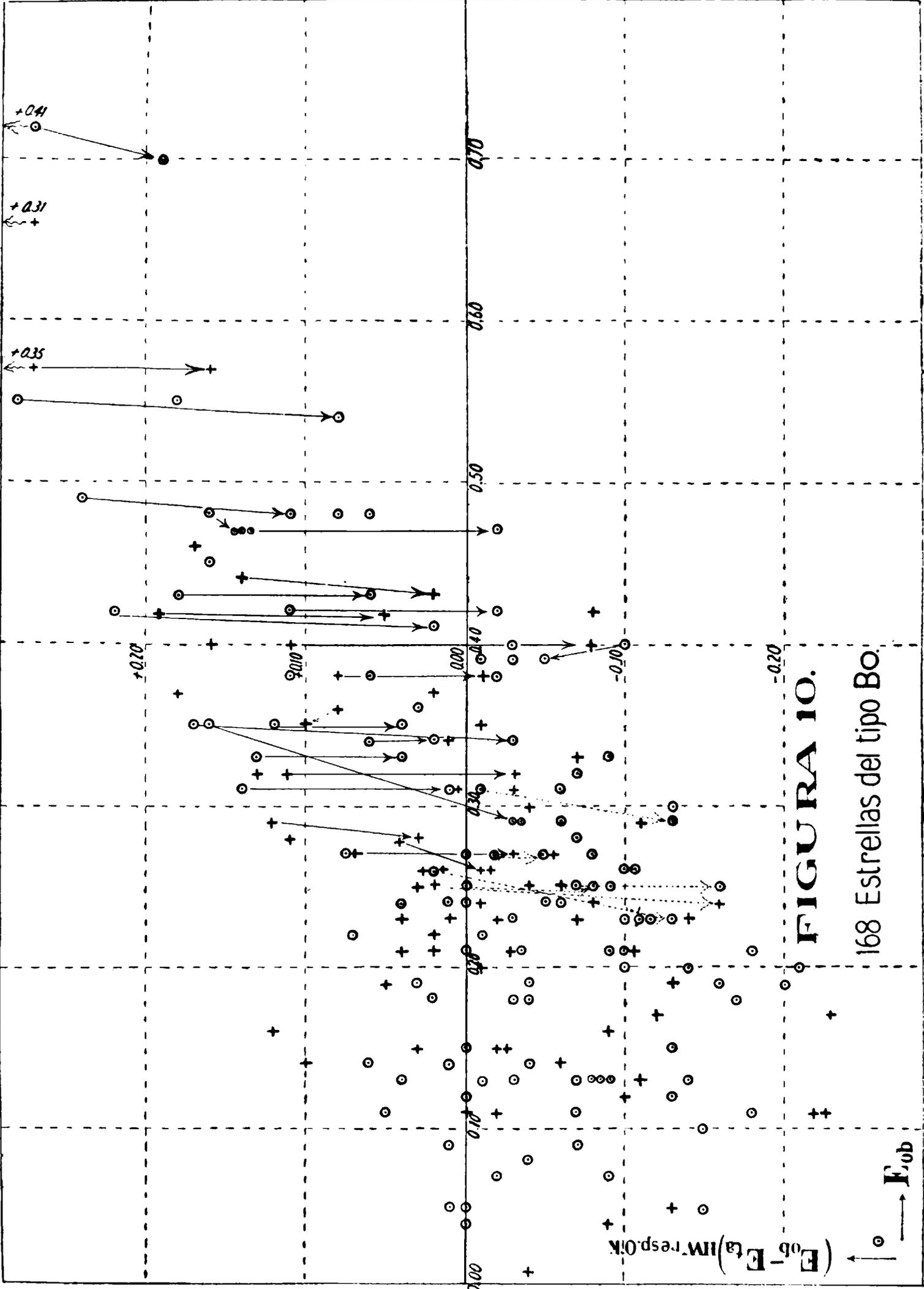


FIGURA 10.

168 Estrellas del tipo Bo.

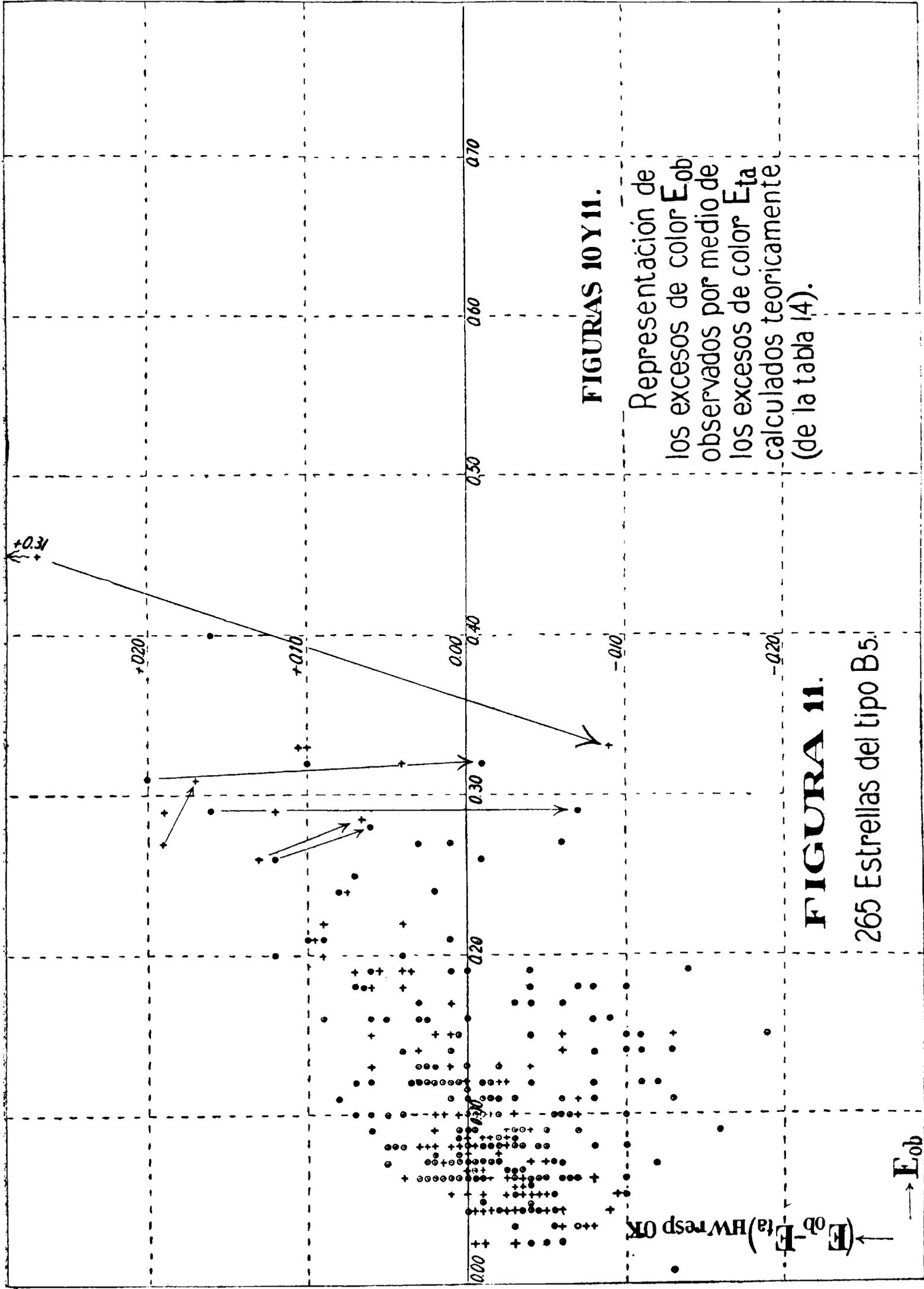


FIGURA 11.

265 Estrellas del tipo B5.

FIGURAS 10 Y 11.

Representación de los excesos de color E_{ob} observados por medio de los excesos de color E_{ta} calculados teóricamente (de la tabla 14).

rado, que se efectuaba precisamente en 1940 por J. A. O'Keefe. Ya en aquellos tiempos este autor podía señalar en una comunicación preliminar, que una gran parte de estos espectros estelares investigados por él poseen las líneas agudas, que son la característica de las super-gigantes.

Un año más tarde (1941) O'Keefe (129) terminaba esta investigación, publicándola entonces bajo el título: "The distances of the reddened B-stars". En realidad a nosotros en ninguna forma nos interesan por el momento las distancias de estas estrellas calculadas por O'Keefe. Además los módulos de las mismas son calculados según la antigua fórmula de Stebbins, Huffer y Whitford (66):

$$(m-M)_{530} = m_s - 7E_{st} - M_{530}$$

sin tomar en consideración, entre otras cosas, p. e. la latitud galáctica del astro observado, como lo hace nuestro esquema *B—R—Z* de la absorción interestelar de la tabla 14,

Lo que en la publicación de O'Keefe recién citada, nos interesa en primer lugar, son los tipos espectrales neo-determinados especialmente exactos de 178 estrellas del tipo *B* y las luminosidades visuales absolutas de 130 estrellas del tipo *B*, cuyos excesos de color, observados por Stebbins, Huffer y Whitford (67), en la forma $(0.05 + E_{st}) = E_{ob}$, casi todos son $> 0^m20$. O'Keefe eligiendo estas 178 estrellas del tipo *B* en el catálogo de las 1332 estrellas del tipo *B*, ha excluido a propósito las estrellas del tipo *Be* de color alterado, color posiblemente alterado también por razones puramente internas a estas mismas estrellas. O'Keefe esperaba, que en base a esta elección especial sus 178 estrellas del tipo *B* de color fuertemente alterado aparecerían como tales sólo como consecuencia de la absorción interestelar. En tal caso la conclusión sería evidente, a saber, que estas 178 estrellas del tipo *B* se encontrarían generalmente a distancias notablemente grandes. Esto equivale a que estas estrellas poseen por lo general una luminosidad absoluta notablemente fuerte. En realidad los resultados observacionales de O'Keefe satisfacen en alto grado estas esperanzas. Pues del total de 130 estrellas, cuyas luminosidades absolutas determinara O'Keefe, según sus observaciones 56 satisfacen la siguiente inecuación:

$$-6^m0 < M_{vis} < -5^m1$$

y dos tercios de las mismas 130 esta otra:

$$M_{vis} < -4^m0 \quad .$$

Ahora bien, de estas 130 estrellas, 118 poseen ya en el catálogo de las 1332 estrellas del tipo *B* de Stebbins, Huffer y Whitford un tipo espectral determinado, por ej.:

B0 en nuestra figura 10

y

B5 „ „ „ 11;

las 12 estrellas restantes de estas 130 figuran allá solamente con la muy indeterminada notación del tipo espectral $B-$. Aparecen entonces por ej.:

168 estrellas del tipo $B0$ en nuestra figura 10

y

265 „ „ „ $B5$ „ „ „ 11,

pudiendo representarlas por un punto (+ ó 0 según el signo de la latitud galáctica) en las coordenadas:

$$X = E_{ob}(Sp)$$

$$Y = [E_{ob}(Sp) - E_{ta}]_{HW} .$$

El subíndice HW debe recordar que el substraendo E_{ta} en la diferencia ($E_{ob} - E_{ta}$) fué determinado según el método indicado bajo 3) en la pág. 119, en la hipótesis de que el módulo “observado” de distancia era $Mod_{ob} = m_s - M_{HW}$; la luminosidad visual absoluta M lleva igualmente el mismo subíndice HW , cuyo origen data de nuestra tabla 23.

Ahora bien; por ej.:

para 31 de las 168 estrellas del tipo $B0$ en nuestra figura 10

y

„ 7 „ „ 265 „ „ „ $B5$ „ „ „ 11,

O’Keefe ha determinado nuevamente tanto el espectro como también la luminosidad visual absoluta. Por eso designamos con $M_{O’K}$ a la última, y a la diferencia ($E_{ob} - E_{ta}$) $_{O’K}$ cuyo substraendo E_{ta} deriva de un módulo “observado” de distancia $Mod_{ob} = m_s - M_{O’K}$, se le asigna un subíndice aditivo $O’K$ como recuerdo del autor. En la misma forma hemos dibujado también para cada una de las 31 estrella recién citadas en la figura 10

resp. „ „ „ „ „ 7 „ „ „ „ „ 11

un segundo punto en las coordenadas:

$$X = E_{ob}(Sp)$$

$$Y = [E_{ob}(Sp) - E_{ta}]_{O’K}$$

Posteriormente en las dos figuras 10 y 11, cuando aparecen dos puntos para una misma estrella, los hemos unido por una flecha, cuyo punto de partida lleva el subíndice HW y cuya terminación se indica con el de $O’K$. Las flechas no siempre resultan paralelas con el eje Y , y debido a que las coordenadas X de los dos puntos gráficos de una estrella se modifican en parte, cuando

$$Sp \text{ (Stebbins, etc.) } \neq Sp(O’K) ,$$

y en consecuencia los índices de color no alterados y a su vez los excesos "observados" de color $E_{ob}(Sp)$ igualmente deben en algo modificarse. Si se tiene que

$$|(E_{ob}-E_{ta})_{O'K}| < |(E_{ob}-E_{ta})_{HW}|$$

entonces hemos trazado la flecha con línea gruesa, de lo contrario por un trazo discontinuo. El primer caso ocurre mucho más frecuentemente que el segundo. Además en el primer caso se pone en evidencia una marcada inclinación de las puntas de las flechas a concentrarse a lo largo del eje X .

Por lo demás es de notar que las puntas de las flechas por ej. de 8 de las "restantes 12 estrellas" de aquellas 130 poco ha citadas en la pág. 126, se comportan exactamente lo mismo. Para estas 12 estrellas Stebbins, Huffer y Whitford (67) habían indicado solamente $Sp=B-$, resultando así imposible formarse una idea de las luminosidades absolutas de las mismas. Sólo usando las luminosidades absolutas de O'Keefe, nos fué posible

para 8 de estas 12 estrellas determinar $|(E_{ob}-E_{ta})_{O'K}| < 0^m10$

y de entre ellas para 2 fortuitamente $|(E_{ob}-E_{ta})_{O'K}| = 0^m00$ exactamente,

aunque los excesos observados de color E_{ob} de estas 8 estrellas satisfagan la inecuación:

$$0^m34 \leq E_{ob} \leq 0^m50 \quad ,$$

es decir, que se trata en realidad de estrellas muy lejanas, cuyo color está fuertemente alterado.

Es notable a más de interesante en esta relación por ej. el comportamiento de la estrella $HD\ 15497$ [$L_H = 103^{\circ}8$; $B_H = -1^{\circ}9$; $(m_s)_{530} = 7^m20$], la que aparece también en nuestra figura 14. En el catálogo de las 1332 estrellas del tipo B de Stebbins, etc. (67) están contenidas según los datos espectrales de aquel 21 estrellas del tipo $B7$. Correspondiendo al avanzado tipo espectral $B7$ la luminosidad absoluta de estas estrellas es relativamente débil. La hemos aceptado igual a $(M_{530})_{HW}(Sp=B7) = -1^m1$. Corresponde a su vez a las pequeñas distancias de estas estrellas un exceso observado de color también pequeño, a saber: $E_{ob} < 0^m10$, y esto para todas con excepción de dos. Una de ellas posee $E_{ob} = +0^m15$ y la otra, es decir, la $HD\ 15497$, llama en seguida la atención debido a que su $E_{ob} = +0^m45$ por su intensidad de ninguna manera cuadra con el comportamiento de los demás. Los verdaderos módulos de distancia de estas 21 estrellas del tipo $B7$ (determinados por medio de la fórmula [8.3] en la pág. 119) permiten calcular verdaderas y a su vez pequeñas distancias

$$0.100\ kpc < R_B(Sp=B7) < 0.400\ kpc \quad .$$

Consecuencia de ello es que casi todas las diferencias $|(E_{ob}-E_{ta})_{HW}|$ calculadas son tan pequeñas ($\leq 0^m03$), que resultan totalmente comprendidas dentro de los posibles errores ob-

servacionales. Pero otra vez llama la atención la estrella 15497; su diferencia es $[E_{ob}(Sp=B7s) - E_{ta}]_{HW} = +0^m45 - 0^m11 = +0^m34$. Sin embargo esta grotesca discrepancia entre la observación y la teoría queda completamente eliminada con la nueva luminosidad absoluta $(M_{vis})_{OK} = -5^m8$ determinada por O'Keefe expofeso para esta estrella solamente; pues ahora resulta:

$$[E_{ob}(Sp=B5) - E_{ta}]_{OK} = +0^m48 - 0^m43 = +0^m05 .$$

La verdadera distancia de esta estrella se calcula ahora igual a $R_B = 1.600 \text{ kpc}$ en vez de sólo 0.330 kpc .

Pasando de M_{HW} a M_{OK} resulta en la mayoría de los casos una disminución muy considerable en el valor $|E_{ob} - E_{ta}|$. En la mayoría de los casos vale al mismo tiempo la inecuación:

$$M_{HW} > M_{OK}$$

En algunos casos ocurre sin embargo que también $M_{HW} < M_{OK}$, y apesar de lo cual el valor $|E_{ob} - E_{ta}|$ aparece reducido de manera satisfactoria. Un ejemplo lo es la estrella

$$E \ 231616 \left(\begin{array}{ll} \alpha_{1900} = 19^h25.9 & ; \ \delta_{1900} = +18^\circ3' \\ L_H = 21^\circ3 & ; B_H = -1^\circ2 \end{array} \right)$$

Posee esta en el catálogo de las 1332 estrellas del tipo *B* el tipo espectral *B0* (por ser visible aparece también en nuestra figura 10), mientras O'Keefe le atribuye el *Sp=B1* recordando el aspecto nebuloso que tenga en el atlas de la vía láctea septentrional de Rosz y Calvert (en la placa 42 del atlas galáctico de Barnard aparece como * 720). Para este astro vale: $(m_s)_{530} = +10^m3$

$$(M_{530})_{HW} (Sp=B0) = -3^m4 ; \quad (E_{ob} - E_{ta})_{HW} = 0^m40 - 0.50 = -0^m10$$

pero para O'Keefe:

$$(M_{530})_{OK} (Sp=B1) = -3^m0 ; \quad (E_{ob} - E_{ta})_{OK} = 0^m39 - 0.44 = -0^m05.$$

El caso ideal $(E_{ob} - E_{ta})_{OK} = 0^m00$ y el caso casi ideal $(E_{ob} - E_{ta})_{OK} = \pm 0^m01$ ocurre muchas veces entre las 130 estrellas cuyas luminosidades visuales absolutas nos indica O'Keefe (129). Este caso ideal significa, que la alteración del color, observada en la respectiva estrella, admite ser representada exactamente por nuestra nueva teoría de la absorción interestelar. La nota importante que todavía quisiéramos presentar como ya anunciábamos en la pág. 123 [y que al mismo tiempo conforma nuestra respuesta a la pregunta de Wilhelm Becker sobre la estructura de las masas interestelares absorbentes en nuestro sistema galáctico (véase nuestra página 17)] podríamos formularla de la manera siguiente:

Determinando solo con suficiente exactitud los tipos espectrales y las luminosidades absolutas de estrellas de color alterado, se comprueba con bastante exactitud que una gran parte de ellas (más o menos la mitad o aún más) se presenta alterada en su color

por una capa interestelar de absorción que obedece en nuestra vía láctea a fórmulas perfectamente determinadas. Los fenómenos de alteración de color observados en la otra mitad de las estrellas en ó entre diferentes longitudes de ondas efectivas, ahora como antes se deben atribuir ya sea a que la luz de estas estrellas en su camino hacia nosotros ha pasado por uno o varios de los muchos lugares de irregularidad existentes en nuestra capa galáctica de absorción, que por lo demás se presenta construída muy regularmente, o de lo contrario a que esto es provocado por una distribución anormal de la energía que se revela en el espectro de estas estrellas particulares. En realidad esto último parece ocurrir raras veces; Wilhelm Becker (125) no registra por ej. en una lista de 200 estrellas de los tipos *B* y *cB* ningún caso; antes por el contrario de la alteración de color de estas 200 estrellas comprobó siempre su origen interestelar.

La representación gráfica es siempre un auxiliar muy sugestivo e instructivo a la vez para hacer resaltar más eficazmente en su totalidad una gran cantidad de valores calculados. A tal efecto, nuestro esquema *B—R—Z*, en cierto sentido, puede ser calificado como un buen ejemplo de lo dicho, dado que prescindiendo por completo del valor de una cifra, sólo el lugar, donde se encuentra en el esquema la cifra respectiva resulta de verdadera importancia.

De una manera semejante recién al final de esta publicación hemos intentado atribuir aun más importancia a las distancias y excesos de color por nosotros calculados en especial para cada estrella, dibujándolos en una red de coordenadas de una anchura galáctica de $\pm 17^{\circ}5$ entre las longitudes $L_H = 300^{\circ}$ hasta $L_H = 240^{\circ}$. Apesar de ser 1332 estrellas, su densidad superficial en amplitud celeste tan grande resulta en general muy pequeña, aun cuando en los alrededores del ecuador galáctico sea donde estas estrellas se concentran en pronunciada mayoría. Teniendo en cuenta, que como poco ha dejamos dicho (pág. 128-129) sólo una mitad de estas 1332 estrellas del tipo *B* aparente y más o menos exactamente se deja abarcar en sus fenómenos de alteración de color por fórmulas generalmente válidas y que estos dos tipos de estrellas se presentan casi siempre mezclados, aquí solamente se han llevado a la gráfica 4 de estas regiones representándose así sólo pequeños sectores de la gran zona de la vía láctea recién citada. Tres de estas regiones (véanse las figs. 12, 13, 14) se destacan por su relativamente fuerte densidad superficial entre las estrellas observadas del tipo *B*. Estas son las tres regiones ya presentadas por Stebbins, Huffer y Whitford (66 Plate I, II, III) en tres ilustraciones fotográficas, cuyos nombres y coordenadas repetimos otra vez aquí en la tabla 24.

TABLA 24

<u>REGION</u>	α	δ	L_{II}	B_H
(según Stebbins, Huffer y Whitford: Ap. J 90 p 223 Tabla 2)	(1900)	(1900)	(1900)	(1900)
1) Pequeña nube brillante de estrellas en <u>Sagittarius</u>	18 ^h 10 ^m — 18.5 ^o	340.2 ^o — 2.5 ^o		
2) Parte más brillante de la nube de estrellas en <u>Cygnus</u>	20 4 + 35.3	40.3 + 0.8		
3) El cúmulo doble de estrellas en <u>Perseus</u>	2 14 + 56.7	102.7 — 3.1		

La 4ª región llama en seguida la atención en nuestro dibujo (Fig. 15) por la uniformidad del signo positivo de $(E_{ob}-E_{ta})$, interrumpida únicamente por uno solo negativo entre las 15 estrellas distribuidas sobre una superficie celeste de aproximadamente $5 \times 8 = 40 \square^\circ$ más o menos alrededor del punto: $L_H \approx 128^\circ$; $B_H \approx -15^\circ$. Las 14 estrellas, cuyos módulos promediados $(m-M) \approx +8^m$ (es decir distancia verdadera $R \approx 0.400 \text{ kpc}$), y cuyos excesos observados de color importan en el promedio aritmético $\bar{E}_{ob} = 0^m16$, es decir el doble del promedio normal calculado $E_{ta} = +0^m08$, en sí naturalmente todavía no comportan una prueba definitiva. Pero es notable, que este refuerzo anormal de la intensidad de la absorción interestelar hubiera sido encontrado en un lugar de la vía láctea, donde "la zona de ausencia" de las nebulosas extragalácticas de Hubble (53 Fig. 3) posee hacia el sud (hasta $B_H \approx -22^\circ$) una de sus más largas sinuosidades tipo apéndice. Evidentemente entonces nos encontramos aquí en nuestra capa galáctica de absorción con un lugar de irregularidad situado bastante cerca y en consecuencia al parecer bastante irrealmente grande.

En nuestras figuras 12, 13, 14, 15 hemos añadido a cada estrella 4 valores característicos designándolos:

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{cc} -M + (E_{ob}-E_{ta}) & \\ m-M & E_{ta} \end{array}} \end{array}$$

donde $-M$, $m-M$ y E_{ta} son siempre positivos; los signos de estos 3 valores se han suprimido por eso en las figuras. Por ser siempre los dos valores $|(E_{ob}-E_{ta})|$ y $|E_{ta}| < 1$, hemos colocado solamente de ellos las dos cifras que siguen a la coma. El grupo íntegro de los 4 valores ha sido dibujado siempre en forma que el signo de $(E_{ob}-E_{ta})$ coincida con el lugar de la estrella. Una gruesa raya vertical al lado izquierdo de dicho grupo debe recordar que la luminosidad (visual) absoluta mencionada es igual a $(M_{vis})_{OK}$, es decir cuando es muy seguro, de lo contrario ella siempre es $(M_{530})_{HW}$. Conforme a lo cual las agrupaciones con la raya vertical se destacan también, porque en las tales generalmente $|E_{ob}-E_{ta}|$ es solamente una fracción particularmente pequeña del importe de E_{ta} escrito debajo del mismo, aunque este último justamente en estas estrellas alcance muchas veces valores especialmente altos debido a las grandes distancias de aquellas. Por lo demás los signos de $(E_{ob}-E_{ta})$ aparecen diseminados bastante irregularmente en correspondencia con el cambio indiscriminado de sitio que en la vía láctea ocupan los lugares más brillantes o más oscuros, más ricos o más pobres en estrellas, afectados una vez más fuerte, otra más débil por la absorción interestelar, al contrario de lo que queda indicado por nuestras fórmulas uniformes. La región del interior y de los alrededores de la nube brillante de estrellas del Sagittarius ($L_H \approx 332^\circ$ hasta 347° y $B_H \approx +1^\circ$ hasta -5°), considerada como la más densa entre todas las regiones del cielo por estrellas observadas por Stebbins, Huffer y Whitford, demuestra esto evidentemente (Fig. 12). Estos tres autores (66 p 222-223) ya han llamado la atención sobre el hecho de que en los sitios de la vía láctea ricos en estrellas los excesos observados de color son generalmente menores que el promedio. Comprobaciones muy semejantes pudo realizar claramente poco después también A. Wallenquist (130). Esto se pone también de manifiesto p. e. en nuestra fig. 12 donde se ve que en tales sitios

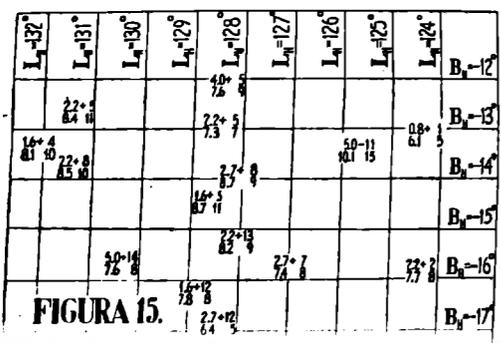
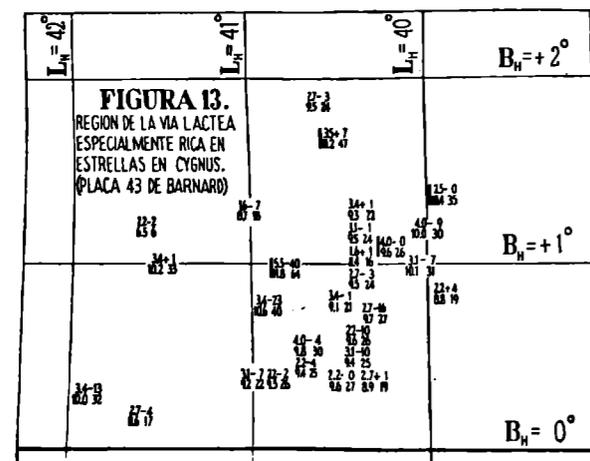
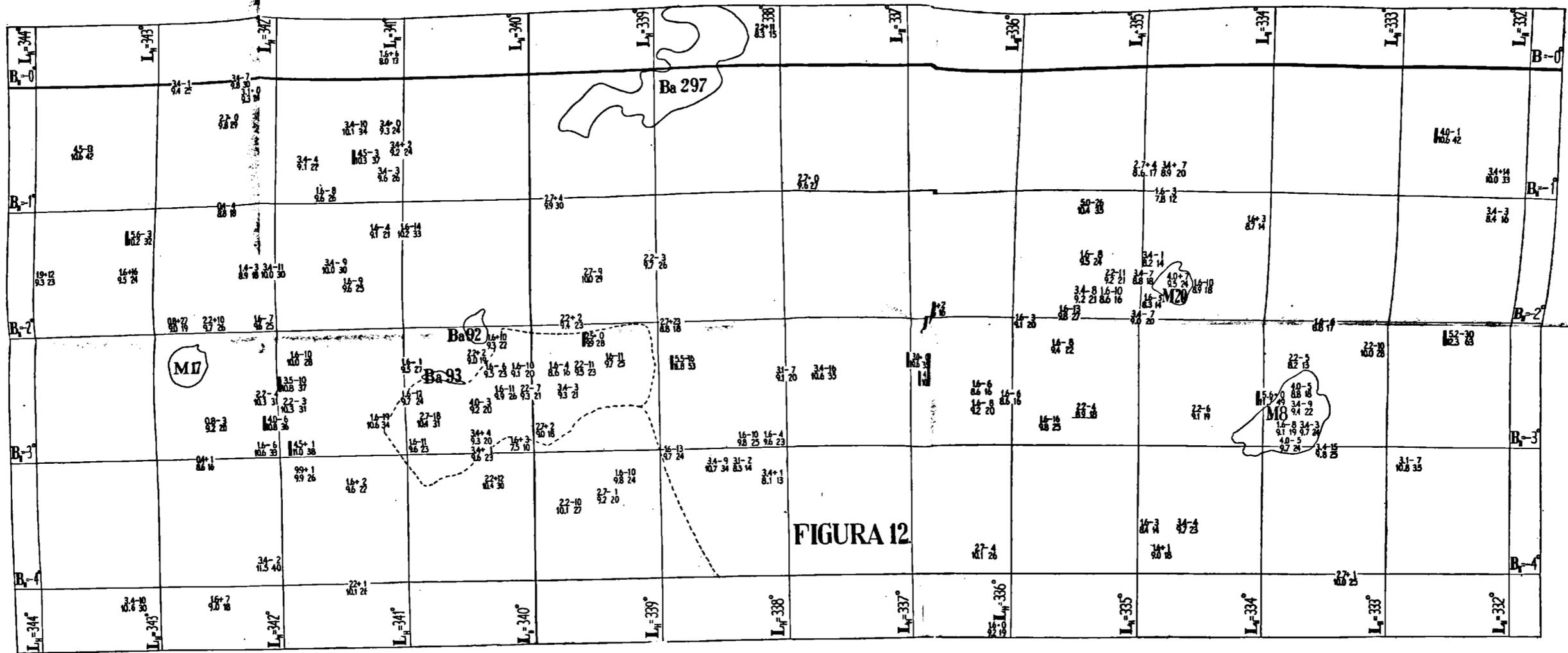


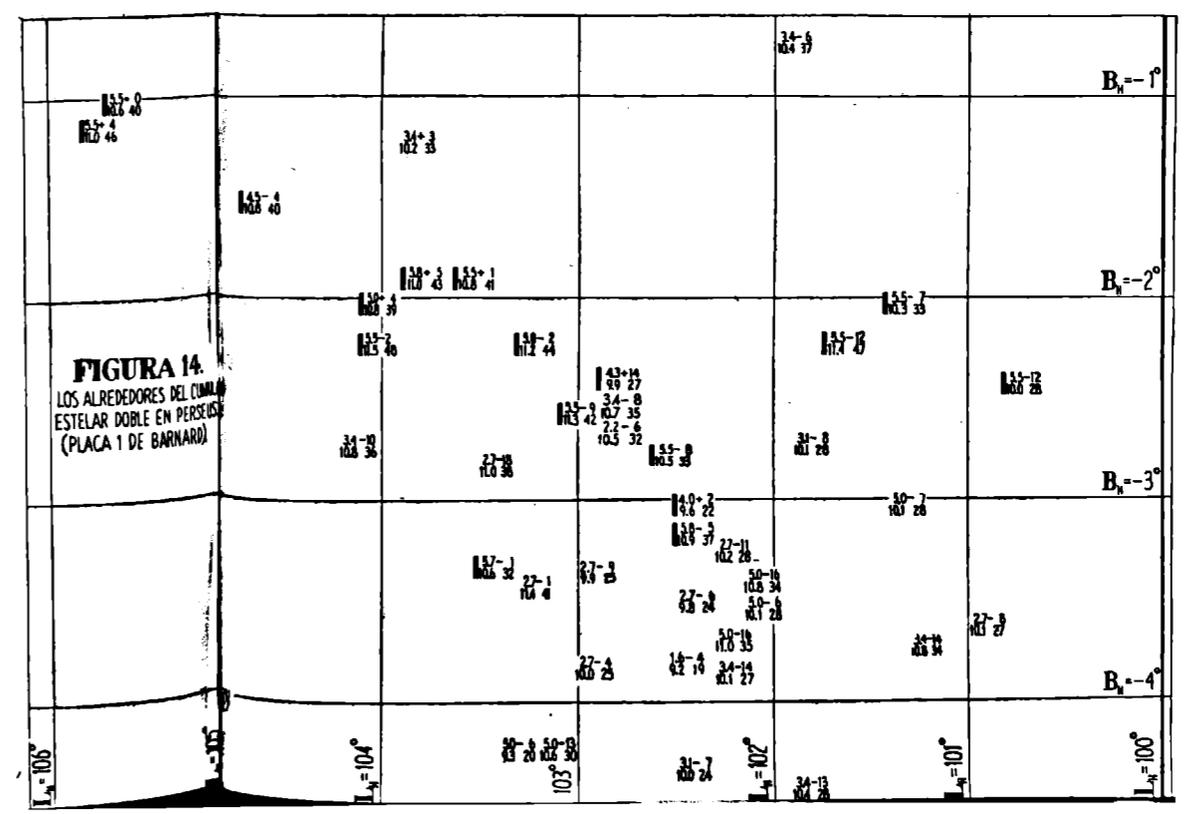
FIGURA 12.
 LA PARTE DE LA VIA LACTEA REPRESENTADA EN ESTA FIGURA EXHIBE LAS MÚLTIPLES Y VARIADAS FORMAS QUE RESULTAN DE LAS FOTOGRAFÍAS DE E.E. BARNARD [A PHOTOGRAPHIC ATLAS OF SELECTED REGIONS OF THE MILKY WAY, CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON (1927), PLATE 29, 30, 31]. EN ESPECIAL LA PLACA 29 COMPRENDE CASI ELLA SOLA NUESTRA FIGURA 12 EN ESTA, PARA MEJOR ORIENTAR AL LECTOR, HEMOS DIBUJADO LOS PROBABLES LÍMITES DE LA NUBE PEQUEÑA Y BRILLANTE DE SAGITARIUS (CURVA DISCONTINUA); ADEMÁS APARECEN ALGUNAS NUBES OSCURAS BARNARD (Ba 92, 93, 297) Y ALGUNAS NEBULOSAS DIFUSAS Y BRILLANTES DE MESSIER (M 8, 17, 20).

FIGURAS 12, 13, 14, 15.
 DISTRIBUCIÓN DE LOS 4 VALORES DE CADA ESTRELLA

$$\begin{matrix} -M & + (E_{ob} - E_{ta}) \\ m - M & E_{ta} \end{matrix}$$

EN DIVERSAS PARTES DE LA VIA LACTEA.

FIGURA 15
 ALREDEDORES DEL BORDE AUSTRAL DE LA VIA LACTEA, DONDE FALTAN CASI POR COMPLETO NEBULOSAS EXTRAGALACTICAS.



los signos negativos de $(E_{ob}-E_{ta})$ predominan fuertemente. Por lo demás esto también nos había parecido claro con las pocas estrellas, cuyos excesos de color fueron observados, por los tres investigadores citados, en el interior de las grandes nubes brillantes de estrellas del Scutum y del Sagittarius. Allá evidentemente la absorción interestelar es generalmente algo reducida, aun cuando no mucho menor de lo que indican nuestras fórmulas generales promedias, de manera que la luz de las estrellas en estos lugares de la vía láctea llega más fácilmente hacia nosotros. El problema reside en saber, si por eso sólo queda facilitada la visibilidad de estas gigantescas nubes brillantes de estrellas. Finalmente, todavía queda por subrayar que las estrellas cerca de ρ Ophiuchi ($L_H \approx 321^\circ; B_H \approx +16^\circ$) cuentan con fuertes excesos de color seguramente relacionados con la famosa "gran nebulosa cerca de ρ Ophiuchi". Pues en verdad estos excesos de color, debido a sus grandes dimensiones en tan alta latitud galáctica de ninguna manera ofrecen explicación aceptable en nuestras fórmulas generales.

No quisiéramos terminar el capítulo sobre "el esquema $B-R-Z$ y algunas aplicaciones del mismo" sin haber indicado por lo menos sumariamente un punto que en el comportamiento de la absorción interestelar en este esquema quizás sirva para aplicar este esquema a un problema moderno de la astrofísica teórica. Como es sabido hemos tabulado en nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar en la tabla 14 no sólo las funciones particulares $S_{430}(B;R_B)$, $S_{480}(B;R_B)$, $S_{530}(B;R_B)$, $S_{630}(B;R_B)$, sino también algunas diferencias entre dos de estas mismas. Por causa de los hechos observacionales naturalmente nos ha interesado en primer lugar un esquema de los excesos de color $E_{430-480}=S_{430}-S_{480}$. Pero formalmente hemos tabulado también los dos excesos de color $E_{430-530}(B;R_B)$ y $E_{530-630}(B;R_B)$ aunque no aplicándolos directamente. Apesar de eso esta labor no fué del todo inútil, pues en ciertas circunstancias nos puede sugerir interesantes posibilidades. Para comprender esto, hay que considerar sólo el comportamiento por ej. del exceso de color $E_{430-530}(B;R_B)$ en el caso de que la verdadera distancia R_B sea una cantidad constante. Entonces podemos llegar a la siguiente rara constatación (en base a nuestras fórmulas de absorción): pasando por el esquema a lo largo de cualquiera línea recta inclinada de verdadera distancia constante R_B (véase por eso pág. 68) desde $B=90^\circ$ hasta $B=0^\circ$, el importe de un valor particular de absorción, sea S_{430} ó S_{480} ó S_{530} ó S_{630} ó etc., aumenta ininterrumpidamente hasta un máximo para $B=0^\circ$, cualquiera que sea el valor de R_B supuesto por lo demás constante; pero si el recorrido lo efectuamos en la misma dirección de nuestro esquema $B-R-Z$ para un exceso de color, p. e. $E_{430-530}=S_{430}-S_{530}$, llama la atención que el máximo del exceso de color así considerado no ocurra recién para $Z=0$, es decir, cuando $R_B \neq 0$, para $|B|=0^\circ$, sino antes, cuando $Z=const.$ todavía es $\neq 0$ y $|B| \neq 0^\circ$. Los excesos de color $E_{530-630}$ y $E_{430-630}$ demuestran también un igual desplazamiento del máximo de todos los excesos de color, los que valen para cualquiera distancia constante R_B del sol. Sólo el importe del desplazamiento fuera de $|B|=0^\circ$ resulta siempre diferente para cada par de longitudes de ondas efectivas y para cada distancia. Por lo demás ya observamos que todos los excesos de color de un determinado par de longitudes de ondas efectivas alcanzan su máximo siempre a la misma distancia $Z=Z_{max}$ del plano galáctico, cualquiera que sea la distancia R_B considerada que se supone siempre constante.

Este raro comportamiento de los excesos de color en nuestro esquema $B-R-Z$ bien

puede fácilmente resultarnos claro si volvemos a la historia de la formación del mismo. Con tal fin consideremos el comportamiento de las funciones de la absorción interestelar en las longitudes de ondas particulares resp. sus diferencias, es decir, los excesos de color en la llamada columna vertical original del esquema. Resulta así ésta, aquella columna vertical, cuyos valores de absorción debían ser calculados directamente por el empleo inevitable de las fórmulas de absorción (véase pág. 68), originándose los logaritmos de los valores de absorción de las columnas verticales vecinas por adición resp. substracción repetida de 0.1 (Fórmula [5] en la pág. 66). Por esta razón podemos simplemente tomar cualquiera columna vertical como columna original. Como ya se hizo en nuestra tabla 20 (en la pág. 94) y en la tabla 22 (en la pág. 113) también ahora en la tabla 25 tomamos nuevamente para el mismo fin, por razones puramente prácticas, la columna vertical, cuya dirección visual se encuentra dirigida hacia la latitud galáctica $B=5^{\circ}7'$ (cuyo $\lg \csc|5^{\circ}7'|=1.0$). Los valores de las abscisas $R_{5^{\circ}7'}$ como también los valores de todas las ordenadas $S(B=5^{\circ}7')$ y $E(B=5^{\circ}7')$ pueden ser reducidos a la latitud galáctica $B=90^{\circ}$ simplemente dividiéndolos por 10, y sus logaritmos conforme a eso disminuyéndolos de 1.

Bajando en la columna vertical de los $\lg S_{430}(B;R_B)$ desde arriba hacia abajo, desde los valores mayores hacia los menores, observamos entonces, que la diferencia de dos $\lg S$ directamente vecinos crece en efecto constantemente, pero nunca llega a ser >0.1 , mientras que la diferencia de dos $\lg R_B$ cualesquiera vecinos resulta siempre exactamente $=0.1$. La consecuencia de eso relacionada con la estructura especial del esquema $B-R-Z$ es precisamente que $S_{430}(B;R_B=const.)$ llega a su valor máximo recién para $Z=0$, es decir cuando $|B|=0^{\circ}$, cualquiera que sea siempre el valor de R_B que se supone constante. Lo mismo vale para las funciones de absorción S_{λ} en todas las demás longitudes de ondas particulares λ . Ahora bien; si descendemos por cualquiera columna vertical de los $\lg E = \lg(S_{\lambda_1}-S_{\lambda_2})$, por ej. $\lg E_{430-530}$, también en dirección de los valores mayores hacia los menores, observaremos entonces que la diferencia de dos $\lg E$ vecinos no sólo crece constantemente sino que para un valor muy determinado de Z excede el valor 0.1. La consecuencia de eso es, que por ej. $E_{430-530}(B;R_B=const.)=máximo$, cuando justamente este valor de $Z=Z_{max} \neq 0$. Para otra combinación de dos longitudes de ondas resulta también otro valor de Z_{max} . Para un determinado par de longitudes de ondas siempre es posible un solo valor de Z_{max} , cualquiera que sea siempre el valor de $R_B=R=const.$ Pero según la ecuación $Z=R \times \text{sen } B$ para astros en diferentes distancias constantes R sería posible calcular diferentes latitudes galácticas $B \neq 0$, en las cuales sus excesos de color $E(B;R_B=const.)$ llegarían justamente a su máximo.

En nuestra tabla 26 presentamos una compilación de las distancias Z del plano galáctico, en las cuales las funciones de la absorción selectiva

$$\begin{aligned} &E_{430-480}(B;R=const.) \\ &E_{430-530}(\dots\dots\dots) \\ &E_{530-630}(\dots\dots\dots) \\ &E_{430-630}(\dots\dots\dots), \end{aligned}$$

originarias de nuestro esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar de la tabla 14 llegan a sus valores máximos $Z_{max}=Z[E_{max}(R=const.)]$. Además en la suposición general de

T A B L A 25

Valores de la función de la absorción interestelar A_{λ} y algunos excesos de color con sus logaritmos.

$$B = 5.7 \quad \lambda = \frac{R_{\lambda}}{5.7} \cdot 10$$

R_{λ} 5.7	$\lg R_{\lambda}$ 5.7	S		E		E		E		E	
		10 + lg S	430	10 + lg E	430 — 480	10 + lg E	430 — 530	10 + lg E	530 — 630	10 + lg E	430 — 630
10.000	1.0	3.536	10.549	0.520	9.716	0.35	10.368	1.041	10.017	3.376	0.528
7.94		3.436	.536	.501	.700	0.249	.352	1.028	.012	3.277	.515 +
6.31	0.8	3.319	.521	.479	.680	0.150	.332	1.010	10.004	3.160	500 —
5.01		3.182	.503	.455	.658	0.034	.308	0.989	9.995 +	3.023	480
3.98	0.6	3.025	.481	.427	.630	0.003	.279	.964	.984	2.867	457
3.16		2.847	.454	.395	.597	0.0756	.245	.934	.970	2.690	430
2.51	0.4	2.652	.424	.362	.559	0.0598	.204	.898	.953	2.496	.397
2.00		2.441	.388	.327	.515 —	0.030	.155	.856	.932	5.286	.359
1.58	0.2	2.219	.346	.292	.465 +	0.057	.099	.808	.907	2.065	.315
1.26		1.990	.299	.256	.408	0.083	10.035 —	.755	.878	1.838	.264
1.000	0.0	1.763	.246	.222	.346	0.018	9.963	.695	.842	1.613	.208
0.794		1.540	.188	.190	.279	0.061	.881	.632	.801	1.393	.144
.631	1.8-2	1.329	.124	.161	.207	0.020	.792	.565	.752	1.185	0.074
.501		1.134	10.055	.135	.130	0.0497	.696	.497	.696	0.994	9.997
.398	1.6-2	0.957	9.981	.111	9.045 +	0.0393	.594	.428	.631	.821	.914
.316		.799	.903	.091	8.960	0.0306	.485 +	.363	.560	.669	825
.251	1.4-2	.662	.821	.074	.872	0.0236	.373	.302	.480	.538	.731
.200		.545 —	.736	.060	.782	0.0181	.257	.247	.393	.428	.631
.158	1.2-2	.445 +	.649	.049	.689	0.0138	.139	.198	.296	.336	.526
.156		.362	.559	.039	.596	0.0105	9.020	.156	.193	.261	.416
0.100	1.0-2	.293	.467	.032	.500	0.0080	8.901	.121	9.083	.201	.303
.079		.236	.373	.025	.403	0.0061	.785 —	.092	8.966	.153	.186
.063	0.8-2	.190	.279	.020	.307	0.0046	.667	.070	.843	.116	9.065
.050		.152	.183	.016	.209	0.0036	.553	.052	.716	.088	8.943
.040	0.6-2	.122	9.086	.013	.111	0.0028	.441	.038	.584	.066	.820
.032		.098	8.989	0.010	8.012	0.0021	8.330	0.028	8.450	0.050 —	8.695 +

T A B L A 26

Valores máximos de los excesos de color de los astros a distancia constante pero de diferente latitud galáctica.

$\lambda_1 - \lambda_2$	$R = \text{const} =$	$E(B = 90^\circ; R = \text{const})$	$Z_{\text{max}} = Z[E_{\text{max}}(R = \text{const})]$	$B[E_{\text{max}}(R = \text{const})]$	$E_{\text{max}}(B; R = \text{const})$	$E(B = 0^\circ; R = \text{const})$
430-480 430-530 530-630 430-630	1 Kpc	0.05	< .3	< 0.18	0.33	0.33
		0.23	.45	2.6	0.99	0.60
		0.10	.16	0.9	1.25	0.41
		0.34	.22	1.3	2.14	1.00
430-480 430-530 530-630 430-630	0.250 Kpc	0.04	< 0.003	< 0.7	0.08	0.08
		0.16	$\approx 0.045 \pm 0.002$	10.°	0.25	0.15
		0.09	$\approx 0.016 \pm 0.002$	3.6	0.31	0.10
		0.25	$\approx 0.022 \pm 0.002$	5.1	0.54	0.25
430-480 430-530 530-630 430-630	0.100 Kpc	0.02	< 3	< 1.8	0.03	0.03
		0.09	.45	26.°	0.10	0.06
		0.07	.16	9.°	0.12	0.04
		0.16	.22	13.°	0.21	0.10

que la distancia considerada constante R_B fuera = 0.100 ó 0.250 ó 1.000 *kpc*, indicamos también las latitudes galácticas correspondientes $|B| [E_{\text{max}}(R = \text{const.})]$, en las cuales se consiguen estos valores máximos de los excesos de color de las estrellas a distancias constantes sí, pero a diferentes latitudes galácticas. Finalmente entregamos los mismos valores máximos de los excesos de color, a los efectos de compararlos, tanto al lado izquierdo $E(B = 90^\circ; R = \text{const.})$ como al derecho $E(B = 0^\circ; R = \text{const.})$ para los mismos pares de longitudes de ondas efectivas. La comparación de estos dos excesos de color, citados últimamente, nos hace resaltar de paso, que entre las tres diferencias de longitudes de ondas $\lambda_1 - \lambda_2 = 430-530$ resp. $530-630$ resp. $430-630 \mu\mu$. vale en nuestro esquema $B-R-Z$ de la tabla 14 la notable relación siguiente:

$$E_{\lambda_1 - \lambda_2}(B = 90^\circ; R = \text{const.}) \begin{matrix} < \\ < \\ < \\ < \\ < \end{matrix} E_{\lambda_1 - \lambda_2}(B = 0^\circ; R = \text{const.})$$

según que sea $R \begin{matrix} < \\ < \\ < \\ < \\ < \end{matrix} 0.250 \text{ kpc.}$

De la tabla 26 se desprende que justamente $(E_{430-480})_{\text{max}}(R = \text{const.})$ ocurre para valores tan pequeños de $|Z|$ y $|B|$ que resulta totalmente imposible verificarlos en el material observacional de Stebbins, Huffer y Whitford (67). Pero, si se hubieran observado por ej. los excesos de color $E_{430-530}(B; R_B = \text{const.} = 1)$ de estas mismas estrellas, entonces se hubiera sin duda inesperadamente descubierto que los más fuertes excesos de color $(E_{430-530})_{\text{max}}(R = \text{const.} = 1) \approx 0.99$ se concentran —raramente— fuera del ecuador

galáctico alrededor de la latitud galáctica $|B| \approx 2^\circ 6$, siendo el valor promedio del exceso de color $E_{430-530}(B=0^\circ; R=const.=1) = 0^m 60$ solamente. De no ocurrir esto nuestras nuevas fórmulas de la absorción hubieran sufrido entonces de un error teórico. En cualquier caso el método recién indicado ofrece la posibilidad de comprobar todavía las nuevas teorías, siempre que exista el suficiente material apropiado de observaciones.

Por lo demás eso ya quedó comprobado, aun cuando en una forma algo diferente y por cierto sólo parcialmente y sin pretenderlo. La desigualdad justamente recién discutida del crecimiento de las diferencias de valores vecinos $lg S$ resp. $lg E$ en la columna vertical original de nuestro esquema $B-R-Z$ (Tabla 25) tiene una notable influencia sobre la curvatura de las curvas $S(B=90^\circ; R_{90^\circ}=Z)$ resp. $E(B=90^\circ; R_{90^\circ}=Z)$. Todas las curvas de absorción $S_\lambda(Z)$ de una sola longitud de onda aparecen en su totalidad curvadas unilateralmente (véase la fig. 16a), mientras las $E_{\lambda_1-\lambda_2}(Z) = S_{\lambda_1}(Z) - S_{\lambda_2}(Z)$ de la absorción selectiva presentan en su andar un punto de leve inflexión (pero cuyo $Z \neq Z_{max}$). Véase la fig. 16b.

FIGURA 16



a) $S_\lambda(Z)$

b) $E_{\lambda_1-\lambda_2}(Z)$

Representación esquemática de una curva $S_\lambda(Z)$ de la absorción interestelar en una única longitud de onda λ .

b) Representación esquemática de una curva $E_{\lambda_1-\lambda_2}(Z) = S_{\lambda_1}(Z) - S_{\lambda_2}(Z)$ de la absorción selectiva entre dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 .

La inflexión es generalmente tanto menos pronunciada, cuanto menor la diferencia de las dos longitudes de ondas efectivas del exceso de color. Por eso cuesta descubrirse en los excesos de color $E_{430-480}(Z)$ observados por Stebbins, Huffer y Whitford. En vista de eso tampoco puede observarse el menor indicio de lo mismo en las dos figuras correspondientes de Oort (103 p 76 Fig. 1 y 62 p 244 Fig. 2); además la fórmula teórica de Oort (103 p 75; véanse también aquí las págs. 112 y 114) para el exceso de color no está de acuerdo con nuestros conceptos, debido a que en su curva teórica no presenta punto alguno de inflexión. En las curvas teóricas de los excesos de color dicho punto de inflexión ocurre cuando el exponente X de la ley λ^X de la absorción interestelar selectiva no se le considera ya como una constante universal (como lo hemos hecho en las investigaciones teóricas de nuestro 3er. capítulo hasta la pág. 46), desde el momento que se ha aceptado $X=X(Z)$. (Más tarde se añadió todavía la 2ª variable independiente λ). Esta inflexión en el transcurso de las curvas de los excesos de color se hace más visible con $E_{430-530}(Z)$, $E_{530-630}(Z)$ y quizás todavía algo más con $E_{430-630}(Z)$. C. E. Smith (119)

pone a nuestra disposición en la Fig. 5 de su trabajo "An investigation of selective absorption in the Aquila Region of the Milky Way", y en forma doble una curva "observada" de excesos de color entre valores, bastante distanciados, de las dos longitudes de ondas efectivas. Estas dos curvas de los excesos observados de color $E_{415-595}(Z)$ proceden, cada una, de regiones relativamente ricas en estrellas de la vía láctea — una de $\bar{B}=+4^{\circ}1$, la otra de $\bar{B}=-7^{\circ}0$ —, a saber de los lados en que la gran faja oscura divide en dos partes la brillante vía láctea en la constelación Aquila. Smith ha deducido estas dos curvas $E_{415-595}(Z)$ recién a $B=90^{\circ}; R_{90^{\circ}}=Z$ de las dos correspondientes $E_{415-595}(B; R_B)$ de su Fig. 4. En su Fig. 4, siendo esta la inmediata anterior de su Fig. 5 por el sentido parece también indicarnos Smith el andar de la curva igualmente observada por él $E_{415-595}(B=-0^{\circ}9; R_{-0^{\circ}9})$ de los excesos de color de las estrellas que se encuentran en la misma gran faja oscura de la vía láctea. Esto demuestra evidentemente que, al abandonar el origen de las coordenadas, ella dobla primero hacia un lado (inesperado!) y luego hacia el otro, lo que no aparece en la Fig. 4 de Smith debido a que sus observaciones por la fuerte absorción alrededor del ecuador galáctico no llegan lo suficientemente lejos como para poder comprobar esto también. Smith niega apodícticamente una deficiencia a tales dimensiones en sus observaciones y para explicar tal fenómeno introduce la hipótesis de una nube especial de absorción que empezaría a una distancia, no muy grande, pero que se propagaría con suficiente rapidez. En base al esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar, calculado por nosotros en la tabla 14, y a las propiedades especiales poco ha más detalladamente discutidas nos inclinamos en este caso también a rechazar la hipótesis de una lejana nube oscura aislada, como lo hemos hecho en la pág. 115 que sirva de aclaración a los fenómenos de color alterado observados por Seares (121) en los alrededores del polo norte de la rotación de la tierra. No siempre el andar extraño de las diferentes curvas de absorción debe ser explicado por lugares muy especiales de irregularidad (irregularidad que muchas veces se ha presentado en la forma inverosímil de un cigarro) en nuestra capa galáctica, antes por el contrario basta para ello considerar una marcha completamente "regular" de las mismas.

Dos propiedades extraordinarias de nuestras nuevas fórmulas de la absorción interestelar selectiva —la extraña curvatura de las $E_{\lambda_1-\lambda_2}(Z)$ y el notable desplazamiento de los máximos de la serie de valores $E_{\lambda_1-\lambda_2}(B; R_B=const.)$ hacia afuera del ecuador galáctico— esperan aún su comprobación definitiva en el futuro. Nos parece sin embargo digno de mencionar, que el fenómeno últimamente citado ya ha sido observado, aun cuando hasta ahora (casualmente?) todavía no en los excesos mismos de color, pero sí en los espectros de las estrellas a lo menos en las intensidades de las así llamadas líneas interestelares. Precisamente J. H. Oort ha llamado la atención sobre este asunto en sus dos investigaciones (103; 62) muchas veces ya citadas, sobre problemas de la astronomía moderna en relación con la absorción interestelar. Ya en nuestra pág. 101 dijimos que Oort (103 Tableau 3; 62 Table 4) por vía estadística había determinado una especie de fragmento de un esquema $B-R-Z$ de la absorción interestelar selectiva $E_{430-480}$ y —como podemos añadir ahora— simultáneamente también de las intensidades de la línea interestelar K . Afortunadamente la distancia promediada \bar{R}_B de todas las estrellas, trata-

das de esta manera por Oort, es casi constante ($\approx 0.800 \text{ kpc}$). Por consiguiente el resultado de estas dos (casi idénticas) tablas de Oort resulta aún más notable, a saber:

Con aproximación creciente al ecuador galáctico crece también

- 1) el exceso de color promediado $\bar{E}_{430-480}(B; R_B = \text{const.} = 0.800 \text{ kpc})$ fuerte e ininterrumpidamente, hasta llegar casi con toda seguridad a su máximo recién en $\bar{B} = 0^\circ$. [Según los datos de nuestra tabla 25 sabemos ahora, que este máximo es alcanzado y rebasado teóricamente muy poco antes de $\bar{B} = 0^\circ$. Por lo demás esta serie de los excesos promediados de color $E_{430-480}$ calculados por Oort nos ha ayudado mucho en nuestras investigaciones de las págs. 116 etc.]
- 2) la intensidad promediada $\bar{I}(B; R_B = \text{const.} = 0.800 \text{ kpc})$ de la línea interestelar K con toda evidencia pero sólo muy lentamente. Además llega con toda claridad al máximo ya entre $|B| \approx 5^\circ$ y 3° , para luego después descender algo nuevamente hacia el ecuador galáctico mismo. [Por esta razón Stebbins y Huffer (64 p 254 Fig. 10), dibujando las intensidades del calcio interestelar, divididas rigurosamente en grupos de intensidad en continuo (!) crecimiento, sobre la faja de la vía láctea, pudieron encontrar sólo una vaga concentración galáctica de las mismas. Esta conducta de las líneas interestelares K es justamente la misma que vislumbramos todavía para los excesos de color $E_{430-530}(B; R_B = \text{const.})$

$$E_{530-630}(\dots\dots\dots)$$

$$E_{430-630}(\dots\dots\dots)$$

y semejantes y creemos poder observar en el futuro según los datos de la tabla 26 resp. 14].

Si las esperanzas teóricas últimamente citadas se cumplieran más tarde en lo que respecta a los excesos de color, por el momento no revistirían importancia alguna. En todo caso podemos adelantar la sospecha aún no suficientemente fundamentada, de que la intensidad $I = I(B; R_B)$ de las así llamadas líneas interestelares pueda ser expresada como función de la verdadera distancia R_B en la latitud galáctica B posiblemente por funciones matemáticas cuya estructura sería muy semejante a la que hemos propuesto aquí para resolver el problema de la absorción interestelar selectiva. Según B. Lindblad (17a, p 1029), refiriéndose especialmente a las extensas investigaciones de O. Struve, no caben dudas, por así decirlo, "que la intensidad es simplemente una función de la distancia".

J. H. Oort, de sus dos tablas recién citadas deduce, que la materia causante de la alteración interestelar del color, en todo caso, se debería a una concentración rigurosamente galáctica, y que el gas interestelar, al parecer, de ninguna manera quedaría concentrado en tal grado. Los diagramas ya antes publicados por Stebbins y Huffer (64) en su primera investigación sobre los excesos de color de las (733) estrellas del tipo B —sobre la aparente concentración galáctica de los excesos de color $E_{st} (= E_{430-480} - 0.05)$ por un lado, y de las intensidades de la línea interestelar K por otro— concuerdan realmente con los conceptos recién citados de Oort. Recordemos aquí nuevamente, que, según las

fórmulas de la absorción interestelar propuestas por nosotros, la materia interestelar misma podría encontrarse concentrada espacial y muy fuertemente hacia el plano galáctico, sin que por ello esto debiera manifestarse necesariamente de la misma manera patente en la distribución aparente de los excesos de color $E_{430-530} (B; R_B = \text{const.})$ etc., en los que existe diferencia bastante grande entre las dos longitudes de ondas efectivas. De la misma manera sería factible, que el gas interestelar se encontrara igualmente concentrado espacial muy fuertemente en el plano galáctico, aun cuando esto de ninguna manera se manifestara realmente en la distribución de las intensidades de las líneas interestelares mismas. Con todo, resulta aún difícil pronunciarse sobre las demás relaciones comunes que ligán el polvo y el gas interestelares, máxime cuando ya son muchos los investigadores que han hablado sobre el particular. Una unificación de las fórmulas existentes (sólo se diferenciarían en las constantes) para ambos fenómenos interestelares, no resultaría naturalmente libre de sospecha.

5). MODIFICACION POSIBLE

Antes de resumir el contenido de nuestra disertación, desearíamos sugerir al mundo científico se interesara por la simplificación práctica de una fórmula muy en uso. Se trata de la conocida fórmula:

$$m - M + 5 = +5 \lg r = -5 \lg \pi \quad [30]$$

donde m significa la luminosidad aparente,

M la luminosidad absoluta, es decir la luminosidad de la distancia $r=10$ parsecs

r la distancia de la estrella en parsecs

y $\pi = \frac{1}{r}$ la paralaje anual de la estrella.

Tomando en consideración los simples conceptos, que expresa esta fórmula, para la aplicación práctica en masa de la misma resulta aún bastante incómoda, en cualquier caso más incómoda que inevitablemente necesaria.

Ahora bien; habiéndose introducido en la astronomía estelar desde hace mucho tiempo el parsec como unidad generalmente usado, pareció lógico tomar la luminosidad absoluta de una estrella como su luminosidad aparente computada a esta unidad de distancia ($r=1$ parsec). Sin embargo, parece, si no nos equivocamos, que Kapteyn y van Rhijn (131) fueron los únicos profesionales que —alegando expresamente la argumentación recién citada— en su publicación común sobre la determinación estelar-estadística de las dos funciones básicas $\varphi(M)$ y $D(r)$ que caracterizan la estructura de nuestro sistema estelar llevaron a la práctica la expresión recién citada de la luminosidad absoluta de las estrellas. Según esto la luminosidad absoluta de una estrella se calcula según:

$$M_{K,vR} = m - 5 \lg r = m + 5 \lg \pi \quad . \quad [31]$$

Esta fórmula [31], tiene sobre la [30] la pequeña ventaja de que en ella no actúa el sumando $+5$, incómodo en la aplicación estadística, es decir en masa. Porque

$$M = 5 + m - 5 \lg r = 5 + m + 5 \lg \pi \quad ,$$

de modo que $M = 5 + M_{K,vR}$.

La expresión de la luminosidad absoluta por la cantidad M en vez de $M_{K,vR}$ paulatinamente se ha generalizado. Como por ej. escribe von der Pahlen (19 p 222) en su *Lehrbuch der Stellarstatistik*, ella fué inventada en aquel entonces para evitar la circunstancia, en sí insignificante, de que las luminosidades absolutas de tantas estrellas obtuvieran valores negativos. Habiendo aumentado generalmente tanto la importancia y la cantidad de las estrellas consideradas absolutamente más luminosas, hoy en día se podría en efecto objetar, que este fin fué conseguido por la fórmula [30] sólo muy precariamente.

En cualquiera de los dos tipos de luminosidades absolutas —sea el de la fórmula [30] ó el de la [31]— de aplicarse el cambio de signo en la serie de dichas luminosidades repercutiría siempre moleestamente si uno tiene que interpolar otras tantas funciones dependientes de la luminosidad absoluta. Así nos ocurrió en nuestros frecuentes esquemas Kapteyn usados a título de prueba. Como dejamos indicado en la pág. 30, a eso se debe el que hayamos introducido la nueva luminosidad absoluta W , vinculada con la acostumbrada luminosidad absoluta M por la simple relación:

$$W = M + 10$$

$$\text{Por consiguiente: } W = 15 + m - 5 \lg r$$

Además hemos elegido simultáneamente una nueva unidad de distancia, a los efectos de eliminar el molesto sumando 15:

$$\lg r = 3 + \lg R$$

$$r = 1000 R$$

Como r fué medida en parsecs, resulta entonces, que R debe corresponder a la ya conocida unidad del kiloparsec. En la nueva fórmula entonces

$$m - W = 5 \lg R \quad [32]$$

la luminosidad absoluta W iguala a la luminosidad aparente de la estrella en la distancia bastante grande de 1 kiloparsec. Ahora por el contrario las luminosidades absolutas de todas las estrellas existentes (y luego también de todos los cúmulos globulares) llevan uniformemente el signo positivo, y el módulo de distancia, libre de una constante adicional, siendo así directamente proporcional al logaritmo de la distancia, pero desgraciadamente por causa del factor 5 aún no iguala directamente al mismo.

En este punto quisiéramos que también se tomara en consideración lo que venimos exponiendo. Pues, en un esquema Kapteyn o B—R—Z, en una fórmula del tipo [30], [31] ó [32], el factor resp. divisor 5 resulta más incómodo todavía que el sumando 5. Por eso nos dirigimos al mundo científico y en especial a los observadores entre los astrónomos, para proponerles si no valdría la pena el modificar de antemano la escala de las magnitudes aparentes m según la siguiente simple ecuación:

$$m = 5 g$$

Conforme a lo cual la escala de las magnitudes absolutas W sufriría idéntica modificación:

$$W = 5G \quad ,$$

de tal manera, que la relación entre la nueva magnitud aparente g , la nueva magnitud absoluta G y la distancia R (en kiloparsec) resultara de la forma sin comparación más simple:

$$g - G = \lg R \quad [33]$$

y así entre M y G existiría la siguiente relación:

$$G = \frac{W}{5} = \frac{M+10}{5} = \frac{M}{5} + 2 \quad .$$

En el sistema G de las luminosidades absolutas naturalmente predominaría así también un solo signo positivo. En detalle valdrá por ej.: la conversión siguiente:

TABLA 27

Diferentes sistemas de luminosidades aparentes y absolutas de los astros.

m	g	M <small>K. v R</small>	M	W	G
0	0	- 15	- 10	0	0
+ 5	+ 1	- 10	- 5	+ 5	+ 1
+ 10	+ 2	- 5	0	+ 10	+ 2
+ 25	+ 3	0	+ 5	+ 15	+ 3
+ 20	+ 4	+ 5	+ 10	+ 20	+ 4
+ 25	+ 5	+ 10	+ 15	+ 25	+ 5

Que muchísimas estrellas en la fórmula [33] (como también en la fórmula [32]) poseen un módulo negativo de distancia resp. $\lg R$, apenas si incomodaría. Porque a

$\lg R = 9. -10$ correspondería $0.100 \text{ kpc} \leq R < 1.000 \text{ kpc}$
 $\lg R = 8. -10$ „ $0.010 \text{ „} \leq R < 0.100 \text{ „}$
 etc.

Casi huelga señalar que todos los importes de absorción interestelar en magnitudes, medidos en el sistema g , acusarían igualmente cifras 5 veces más pequeñas que en el sis-

tema m . Muchas veces la fórmula [30] aparece en la literatura científica también en la forma

$$\pi \times 10^{\frac{m}{5}} = 10^{\frac{M}{5} - 1}$$

para ser aplicada entonces estadísticamente sobre una gran cantidad de estrellas. Siendo necesario por lo demás más tarde dividir por 5 las magnitudes m (y M) de las estrellas, ¿no podrían los observadores ahorrar a los teóricos esta labor en sí innecesaria, empleando

de antemano un sistema de una magnitud g en vez de m , donde sea $g = \frac{m}{5}$?

6). RESUMEN

Aplicando el esquema de Kapteyn según el método de Bok a los efectos de un análisis teórico simultáneo sobre los recuentos azules y amarillos de estrellas de Seares, van Rhijn, Joyner y Richmond de Mount Wilson del año 1925, promediados sobre casi todo el cielo, se encuentra una nueva comprobación de la existencia de una absorción interestelar selectiva en el universo.

Solamente con la hipótesis de tal absorción selectiva es posible obtener, por medio de un análisis simultáneo, en los dos esquemas de Kapteyn (uno para las magnitudes aparentes azules y otro para las magnitudes aparentes amarillas), una sola serie razonable de los mismos valores de la distribución verdadera de la densidad de las estrellas en las capas separadas del espacio universal.

En las escalas de luminosidad usadas en los recuentos de estrellas seguramente existen algunos errores. Además es muy probable que las dos funciones de frecuencia de las luminosidades absolutas de las estrellas (llamadas en forma abreviada: funciones de luminosidad), que se utilizan para la construcción de los esquemas de Kapteyn, sufran una variabilidad, parcialmente fuerte, con la distancia al plano central de la vía láctea. Pero varias investigaciones suplementarias demostraron que estos dos efectos no tienen influencia alguna esencial sobre el resultado final.

A la vez puede comprobarse, que esta absorción interestelar no varía en forma puramente lineal según la distancia al sol, sino que toma más o menos la forma de la función *arctg* dirigida hacia los dos polos de la vía láctea.

Los fórmulas matemáticas correctas de la misma son: (B =latitud galáctica; R =verdadera distancia) para las longitudes particulares de onda efectiva:

$$S_{\lambda=430\mu\mu}(B;R) = \frac{3.162 R}{1 + \frac{3.162 R}{0.398 \csc|B|}}$$

$$S_{\lambda=480\mu\mu}(B;R) = \frac{2.833 R}{1 + \frac{2.833 R}{0.338 \csc|B|}}$$

$$S_{\lambda=530\mu\mu}(B;R) = \frac{2.566 R}{1 + \frac{2.566 R}{0.126 \csc|B|}}$$

$$S_{\lambda=630\mu\mu}(B;R) = \frac{2.158 R}{1 + \frac{2.158 R}{0.016 \csc|B|}}$$

La pregunta sobre la exactitud de las constantes no admite una respuesta directa en base a un cálculo de errores. Más detalles de este problema se ven en las págs. 108 y 109. Estas fórmulas de absorción no contienen término alguno independiente de la longitud de onda. Por falta de longitudes de ondas efectivas, no se ha podido tomar en este trabajo resolución alguna sobre la existencia de tal término. Sin embargo por otro lado ya se sabe que dicho término casi iguala a cero. Naturalmente que es concebible que *estas fórmulas de la absorción interestelar* representen sólo *valores promediados sobre todo el cielo*, puesto que la absorción depende también en realidad de la longitud galáctica. De estas fórmulas resultan las siguientes mitades de los valores de la absorción interestelar computados desde un polo al otro para las longitudes de ondas particulares:

$$S_{\lambda = 430 \mu\mu} (90^\circ; \infty) = 0^m 398$$

$$S_{\lambda = 480 \mu\mu} (90^\circ; \infty) = 0^m 338$$

$$S_{\lambda = 530 \mu\mu} (90^\circ; \infty) = 0^m 126$$

$$S_{\lambda = 630 \mu\mu} (90^\circ; \infty) = 0^m 016$$

y los siguientes valores de los coeficientes de absorción

$$\left[\frac{\Delta S(B;R)}{\Delta R} \right]_{\lim R \rightarrow 0} = T(0)$$

en el plano central de la vía láctea misma:

$$T_{\lambda = 430 \mu\mu} (0) = 3.162 \frac{mag}{kpc}$$

$$T_{\lambda = 530 \mu\mu} (0) = 2.833 \frac{mag}{kpc}$$

$$T_{\lambda = 630 \mu\mu} (0) = 2.566 \frac{mag}{kpc}$$

$$T_{\lambda = 630 \mu\mu} (0) = 2.158 \frac{mag}{kpc}$$

Así pues, nuestro sol no sólo se encuentra en medio de una capa de absorción concentrada muy fuertemente en dirección al plano central de la vía láctea, sino que la misma, en forma extremadamente tenue y aunque muy lejos, se extiende también hacia los dos polos galácticos (por lo menos hasta una distancia de $\pm 1 kpc$).

La conocida ley λ^{-1} de la alteración interestelar de color vale solamente para distancias muy pequeñas Z del plano ecuatorial de la vía láctea, mientras hacia afuera el exponente X de esta ley disminuye fuertemente como función de esta distancia Z y de la longitud de onda λ . Para decirlo más exactamente $X = X(Z, \lambda)$ en la fórmula

$$\frac{S_\lambda}{S_{\lambda = 430 \mu\mu}} = \left(\frac{\lambda \mu\mu}{430} \right)^X$$

y detallado:

$$\begin{aligned}
 X(Z=\infty; \lambda=480) &= -1.5; X(Z=\infty; \lambda=530) = -5.5; X(Z=\infty; \lambda=630) \approx -8.4 \\
 X(Z \neq 0; \lambda) &= X(Z \quad ; \lambda \quad) = \quad \neq \text{const.} \dots\dots\dots \\
 X(Z=0; \lambda) &= X(\quad \lambda \quad) = -1.0 = \text{const.} \dots\dots\dots = -1.0 \dots\dots\dots = -1.0
 \end{aligned}$$

Las fórmulas aquí anotadas de la absorción interestelar recibieron su última forma debido a una especial consideración estadística de la alteración interestelar del color observada en los últimos años tanto en los cúmulos globulares como en las estrellas del tipo *B*. Para construir estas nuevas fórmulas de la absorción interestelar aplicables lo más fácil y rápidamente posible a cualquier astro, en cualquier latitud galáctica *B* y distancia verdadera *R*, o sea a la distancia $Z=R \text{ sen } B$ del plano central galáctico, fué concebido el así llamado “Esquema *B—R—Z*” [pág. 63-69; 105-108; tabla 14 (en el sobre de la 3er. contratapa)].

La primera aplicación de estas nuevas fórmulas de absorción a los módulos de distancia de los cúmulos globulares mejora considerablemente la posición concéntrica de ellos alrededor del centro de nuestro sistema galáctico en comparación con la ley anterior de la “*csc* pura” de la absorción interestelar.

Si ponemos $R=\infty$ en nuestras fórmulas de la absorción interestelar, entonces las mismas pasan a cumplir la ley de la “*csc* pura”. Pero a los cúmulos globulares aparentemente más próximos al centro galáctico en la superficie celeste, y que por poseer también las latitudes más pequeñas se sumergen profundamente en la capa galáctica de la absorción, nuestras fórmulas les acreditan valores de absorción que miden casi solamente la mitad de los de la ley de la “*csc* pura”. Con tal proceder evitamos entonces especialmente una así llamada super-corrección de las distancias de estos importantes cúmulos globulares.

Por medio del ya citado esquema *B—R—Z* de la absorción interestelar se dejan explicar más o menos naturalmente toda una serie de otros fenómenos como por ej. la faja de la invisibilidad de los cúmulos globulares en la vía láctea, la absorción selectiva entre $\lambda=430\mu\mu$ y $\lambda=480$ resp. 530 próxima al polo norte de la rotación de la tierra (latitud galáctica $=+28^\circ$), el límite superior de aproximadamente una magnitud en los excesos de color $E_{430-530}$, observados entre $\lambda=430$ y $530\mu\mu$ en las estrellas, cuya magnitud aparente azul es $<13^m5$.

De paso la prueba de las nuevas fórmulas de absorción por medio de los excesos de color $E_{430-480}$ observados en las estrellas del tipo *B* y por medio de los módulos de distancia $(m_s - M)_{530}$ de color alterado conduce forzosamente por vía estadística a una neo-determinación (pág. 122 tabla 23) completamente independiente de las luminosidades promediadas absolutas M_{530} de los tipos espectrales más brillantes (*cB*, *cA*; *O*; *B0*; *B1*; *B2*) entre las estrellas del tipo *B*.

Si se realiza empero esta prueba en particular considerando estrella por estrella, entonces resulta, que una gran parte de los excesos de color $E_{430-480}$ observados en las estrellas del tipo *B* se puede explicar con bastante exactitud admitiendo una capa interestelar de absorción en nuestra vía láctea, eficaz según las nuevas fórmulas, en el caso de que los tipos espectrales y especialmente las luminosidades absolutas por otro lado hubieran sido determinados con suficiente exactitud para cada una de estas estrellas particu-

lares. Los fenómenos de alteración de color, observados en la otra mitad de estas estrellas en o entre diferentes longitudes de onda efectiva, seguramente (probablemente en su mayoría) deben atribuirse tanto antes como después a que la luz de estas estrellas en su marcha hacia nosotros ha pasado, a través de nuestra capa galáctica de absorción de construcción por lo demás muy regular, por uno o por varios de los muchos lugares más densos o más tenues de irregularidad. La probabilidad de eso aumenta especialmente con los cúmulos globulares diez veces más lejanos.

En base a cierto comportamiento paralelo de la distribución en nuestro esquema $B-R-Z$ entre los excesos de color calculados teóricamente y las intensidades observadas de las líneas interestelares del calcio, se adelanta la hipótesis (aquí no más detalladamente investigada) de que posiblemente las últimas podrían en teoría expresarse por funciones matemáticas de la latitud galáctica y de la distancia de las estrellas muy análogamente como los primeros.

Finalmente se hace una propuesta práctica en el sentido de introducir una modificación a la escala de las magnitudes aparentes y absolutas de las estrellas.

Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional
La Plata (Argentina)

Diciembre de 1942.

BIBLIOGRAFIA

- 1) { **W. HERSCHEL** "Account of some observations tending to investigate the construction of the heavens". **Philos Trans Roy Soc 74** p 437. **London (1784).**
- " "On the construction of the heavens". **Philos Trans Roy Soc 75** p 213. **London (1785)**
Collected Scientific Papers I p 517 etc., p 233 etc. **London (1912).**
- 2) **J. HERSCHEL** "Results of astronomical observations made at the Cape of good Hope (1834-38)". **Encyclopedia Metropolitana (1847).**
- 3) **H. W. M. OLBERS** **Astronomisches Jahrbuch für 1826.** p 110 (1823).
Sein Leben und seine Werke. p 133. **Berlin (1894).**
- 4) **F. G. W. STRUVE** "Etude d'Astronomie Stellaire". **St. Petersburg (1847).**
- 5) **J. C. KAPTEYN** "Remarks on the determination of the number and mean parallax of stars of different magnitude and the absorption of light in space" **AJ 24.** p 115. (1904).
- 6) { **H. VON SEELIGER** "Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne".
Abh Bayer Akad Wiss 25 Heft 3 München (1909).
- " "Über die räumliche Verteilung der Sterne im schematischen Sternsystem". **Sitzungs-Berichte Bayer Akad Wiss für 1911.** p. 453.
- 7) **H. S. JONES** "The absorption of light in space". **MN 75** p 4-16 (1915).
- 8) **J. HALM** "On the question of extinction of light in space and the relations between stellar magnitudes, distances and proper motions". **MN 77** p 251, p 268-269. (1917).
- 9) **H. KIENLE** "Die Absorption des Lichtes im interstellarem Raume". **Jahrb Radioakt u Elektron 20 Heft 1 Leipzig (1922).**

- 10) { **H. SHAPLEY** "Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters. Second paper: 1300 stars in the Hercules Cluster (Messier 13)". **Mt Wilson Contr 116 (1915).**
- " "Studies of magnitudes in star clusters. Further evidence of the absence of scattering of light in space". **Mt Wilson Comm 44 (1917).**
- 11) " "Star Clusters". **Harvard Monograph 2 (1930).**
- 12) { a) " "Stellar Clusters"
 Handbuch der Astrophysik 5, 2 (1933).
 b) " " " " " **7 (Ergänzungsband, 1936).**
- 13) **K. LUNDMARK** "The motions and the distances of spiral nebulae". **MN 85 p 965. (1925).**
- 14) **H. SHAPLEY** "The Coma-Virgo Galaxies, I: On the transparency of intergalactic space". **Harv Bull 864 (1929).**
 and A. AMES
- 15) **C. SCHALÉN** "Zur Frage einer allgemeinen Absorption des Lichtes im Weltraum". **AN 236 p 249. (1929).**
- 16) **R. J. TRÜMPLER** "Preliminary results on the distances, dimensions and space distributions of open star clusters". **Lick Obs Bull 14 p 154. (1930).**
- 17) { **B. LINDBLAD** "Die Milchstraße"
 a) **Handbuch der Astrophysik 5, 2 (1933).**
 b) " " " **7 (Ergänzungsband, 1936).**
- 18) **H. D. CURTIS** "The nebulae"
 Handbuch der Astrophysik 7 (Ergänzungsband, 1936).
- 19) **E. VON DER PAHLEN** "Lehrbuch der Stellarstatistik". **Leipzig (1937).**
- 20) **R. S. ZUG** "An investigation of color excess in galactic star clusters".
 Lick Obs Bull 16 p 119. (1933).
- 21) **P. VAN DE KAMP** "On the absorption of light in space". **AJ 40 p 145. (1930).**
- 22) **K. F. BOTTLINGER** "Über die interstellare Absorption innerhalb der Milchstraße".
 u. H. SCHNELLER **ZfA 1 p 139. (1930).**
- 23) **P. VAN DE KAMP** "On the distance to the galactic center". **AJ 41 p 81. (1931).**
- 24) " "On the absorption of light in the galactic system". **AJ 42 p 97. (1932).**

- 25) **H. SHAPLEY**
and **H. H. SWOPE** "Studies of the galactic center. II. Preliminary indication of a massive galactic nucleus". **Harv Repr 52 (1928)**.
- 26) **M. WOLF** "Über den dunklen Nebel NGC 6960". **AN 219** p 109. (1923).
- 27) **P. J. VAN RHIJN** "On the frequency of the absolute magnitudes of the stars". **Gro Pu 38 (1925)**.
- 28) { a) **B. J. BOK** "Analysis of star counts". **Harv Obs Circ 371 (1931)**.
b) " " "The distribution of stars in space". **Astrophysical Monograph. Chicago (1937)**.
- 29) **W. J. A. SCHOUTEN** "On the determination of the principal laws of statistical astronomy". **Inaug. Diss., Amsterdam (1918)**.
- 30) **E. C. PICKERING**
J. C. KAPTEYN
and **P. J. VAN RHIJN** "Harvard-Groningen Durchmusterung of Selected Areas 1-206". **Harv Ann 101 (1918), 102 (1923), 103 (1924)**.
- 31) **F. H. SEARES**
P. J. VAN RHIJN
M. C. JOYNER
and **M. L. RICHMOND** ... "Mean distribution of stars according to apparent magnitude and galactic latitude". **Mt Wilson Contr 301 = ApJ 62**. p 320 (1925).
- 32) **H. S. JONES**
and **J. HALM** "Magnitudes of Stars contained in the Cape Zone Catalogue". **London (1927)**.
- 33) **F. H. SEARES**
and **M. C. JOYNER** "Systematic deviations from the mean stellar distribution". **Mt Wilson Contr 346 = ApJ 67**. p 24. (1928).
- 34) **F. H. SEARES** "Some structural features of the galactic system". **Mt Wilson Contr 347 = ApJ 67**. p 123. (1928).
- 35) **P. J. VAN RHIJN** "Distribution of stars according to apparent magnitude, galactic latitude and galactic longitude". **Gro Pu 43 (1929)**.
- 36) **F. H. SEARES**
J. C. KAPTEYN
and **P. J. VAN RHIJN** "Mount Wilson Catalogue of photographic magnitudes in Selected Areas 1-139". **Mt Wilson Obs Paper 4 = Carnegie Institution of Washington. Publ 402 (1930)**.
- 37) **HELMUT MÜLLER** "Untersuchungen über absorbierende Wolken". **ZfA 2**. p 254. (1931).

- 38) **A. BRILL** "Ein Kriterium für die Existenz einer allgemeinen interstellaren Absorption". **ZfA** 5. p 288 (1932).
- 39) **A. CORLIN** "On the existence of obscuring matter in the vicinity of our solar system". **ZfA** 11. p 221. (1936).
- 40) **E. SCHOENBERG** "Untersuchungen über die Diffusion des Lichtes in Anwendung auf astronomische Probleme". **Mitteilungen Breslau** 3 (1932).
- 41) **R. J. TRÜMPLER** "Spectrophotometric measures of interstellar light absorption". **Publ Astr Soc of the Pacific** 42. p 267. (1930).
- 42) **O. STRUVE**
P. C. KEENAN
and **J. A. HYNEK** "Color temperatures of B-type Stars and Rayleigh scattering". **ApJ** 79. p 1. (1934).
- 43) **J. RUDNICK** "On reddening in B-type stars". **ApJ** 83. p 394. (1936).
- 44) **J. S. HALL** "Observations of B-type stars in the red and infra-red regions of the spectrum". **ApJ** 85. p 145. (1937).
- 45) **J. L. GREENSTEIN** "A determination of selective absorption based on the spectrophotometry of reddened B stars". **Harv Repr** 148 = **ApJ** 87. p 151. (1938).
- 46) **E. SCHOENBERG**
u. **B. JUNG** "Über die Lichtzerstreuung im interstellarem Raum durch Wolken metallischer Partikel". **AN** 253. p 261. (1934).
- 47) **C. SCHALÉN**
48) " "Untersuchungen über Dunkelnebel". **Upsala Medd** 58. (1934).
"Beiträge zur Theorie der interstellaren Absorption". **Upsala Ann** 1 N° 2. (1939).
- 49) { a) **HERBERT WILKENS** "Untersuchungen über die interstellare Absorption auf Grund von Blau—, Gelb— und Rot-Helligkeiten von 27 Kugelhäufen".
b) " " "Über die Form des Gesetzes der interstellaren Absorption in der Milchstraße".
c) **E. SCHOENBERG**
u. **B. JUNG** .. "Über die Absorption des Lichtes im interstellaren Raume bei verschiedenen Zuständen der dunklen Materie". **Mitteilungen Breslau** 4. (1937).
- 50) **O. A. MELNIKOV** "On the reddening of the early c-stars and the law of cosmic absorption". **Pulkovo Obs Circ** 21. (1937).
- 51) **B. STICKER** "Der Cepheusnebel". **Veröff Bonn** 30. (1937).

- 52) **J. L. GREENSTEIN**
and **L. G. HENYEV** "The ratio of interstellar absorption to reddening". **ApJ** **93**.
p 327. (1941).
- 53) **E. HUBBLE** "The distribution of extra-galactic nebulae".
Mt Wilson Contr **485** = **ApJ** **79**. p 8. (1934).
- 54) **E. T. R. WILLIAMS** "A study of the color indices of 535 faint stars of known spectra
in low galactic latitudes". **ApJ** **79**. p 395. (1934).
- 55) **L. BERMAN** "A study of the galactic rotation from the data of the planetary
Nebulae". **Lick Obs Bull** **18**. (1937).
- 56) **P. W. MERRIL**
and **R. F. SANFORD** "Studies based on the intensities and displacements of inter-
stellar lines". **Mt Wilson Contr** **585** = **ApJ** **87**. p 118. (1938).
- 57) **A. H. JOY** "Rotation effects, interstellar absorption and certain dynamical
constants of the galaxy determined from Cepheid Variables".
Mt Wilson Contr **607** = **ApJ** **89**. p 356. (1939).
- 58) **R. J. TRÜMPLER** "Galactic star clusters". **ApJ** **91**. p 186. (1940).
- 59) **WILHELM BECKER** "Interstellare Verfärbung in ausgewählten Gebieten der Milch-
straße. I.". **ZfA** **17**. p 285. (1939).
- 60) **R. E. WILSON** "Galactic rotation and absorption".
Mt Wilson Contr **631** = **ApJ** **92**. p 170. (1940).
- 61) **P. J. VAN RHIJN** "The absorption of light in interstellar galactic space and the
galactic density distribution". **Gro Pu** **47**. (1936).
- 62) **J. H. OORT** "Absorption and density distribution in the galactic system".
BAN **8**. p 233. (1938).
- 63) **P. VAN DE KAMP** ..
and **A. N. VYSSOTSKY** "A study of the proper motions of 18000 stars derived at the
Leander Mc Cormick Observatory VII". **AJ** **46**. p 25. (1937).
- 64) **J. STEBBINS**
and **C. M. HUFFER** "Space reddening in the galaxy from the colors of 733 B-stars".
Washburn Obs Publ **15 Part 5**. (1934).
- 65) **J. STEBBINS**
and **A. E. WHITFORD** .. "Absorption and space reddening in the galaxy from the colors
of globular clusters". **Mt Wilson Contr** **547** = **ApJ** **84**. p 132.
(1936).

- 66) **J. STEBBINS**
C. M. HUFFER
and **A. E. WHITFORD** "Space Reddening in the galaxy".
Mt Wilson Contr 617 = ApJ 90. p 209. (1939).
- 67) " " " ... "The colors of 1332 B stars".
Mt Wilson Contr 621 = ApJ 91. p 20. (1940).
- 68) " " " ... "The mean coefficient of selective absorption in the galaxy".
Mt Wilson Contr 631 = ApJ 92. p 193. (1940).
- 69) " " " ... "Selective absorption in space near the sun".
Mt Wilson Contr 650 = ApJ 94. p 215. (1941).
- 70) **WILHELM BECKER** "Materie im interstellaren Raume". **Fortschr Astron 1. p 44.**
Leipzig. (1938).
- 71) **HERBERT WILKENS** .. "Photometrisch-stellarstatistische Untersuchungen in ausgewählten hellen und dunklen Feldern der südlichen Milchstraße".
AN 266. p 349. (1938).
- 72) **F. H. SEARES** "Effect of space absorption on the calculated distribution of stars". **Mt Wilson Contr 428 = ApJ 74. p 91. (1931).**
- 73) **L. B. ANDREWS** "Dark nebulosity near S Monocerotis". **Publ A A S 7. p 211.**
(1933).
- 74) **HELMUT MÜLLER**
u. **L. HUFNAGEL** "Untersuchungen über absorbierende Wolken beim Nordamerika-Nebel unter Benutzung von Farbenindizes schwacher Sterne". **ZfA 9. p 331. (1935).**
- 75) **HELMUT MÜLLER** "Photographische und photovisuelle Helligkeiten von 7437 Sternen in der Gegend des Nordamerika-Nebels".
Veröff Berlin-Dahlem 53. (1936).
- 76) **G. HARTWIG** "Untersuchungen über die Auriga-Wolke". **ZfA 17. p 191. (1939).**
- 77) { a) **K. G. MALMQUIST** .. "Investigations on the stars in high galactic latitudes. I. Colours and magnitudes of 3700 stars within 10° of the north galactic pole". **Lund Medd Ser II N° 37. (1927).**
b) " " .. "II. Photographic magnitudes and colour indices of about 4500 stars near the north galactic pole". **Stockholm Obs Ann 12 N° 7. (1936).**
- 78) **J. HALM** "Statistical investigation of the distribution of the stars and their luminosities". **MN 78. p 162. (1919).**
- 79) **J. C. KAPTEYN** "On the number of stars of determined magnitude and determined galactic latitude". **Gro Pu 18. (1908).**

- 80) **P. J. VAN RHIJN** "On the number of stars of each photographic magnitude in different galactic latitudes". **Gro Pu 27. (1917).**
- 81) **F. H. SEARES** "The mean color-index of stars of different apparent magnitudes". **Mt Wilson Contr 287 = ApJ 61. p 114. (1925).**
- 82) **H. SHAPLEY**
and **A. I. CANNON** "On the relation of spectral type to magnitude". **Harv Circ 226. (1921).**
- 83) **H. SHAPLEY** "On the spectral constitution of the nearer parts of the Milky Way". **Harv Circ 240. (1922).**
- 84) **H. SHAPLEY** "Spectral class, apparent magnitude, and galactic position for stars of the Henry Draper Catalogue". **Harv Circ 248. (1923).**
- 85) { a) **FRIEDRICH BECKER** "Zur Statistik der Spektraltypen".
b) " " **Handbuch der Astrophysik 5, 1 (1932).**
c) " " " **7 (Ergänzungsband, 1936).**
d) " " **Trans IAU 6. p 458. (1938).**
- "Das Verteilungsbild der Spektralklassen in den Selected Areas des Südhimmels". **ZfA 17. p 148. (1939).**
- 86) **A. SCHWASSMANN**
u. **P. J. VAN RHIJN** "Bergedorfer Spektral-Durchmusterung".
Bergedorf, Band 1 (1935), Band 2. (1938).
- 87) **E. A. KREIKEN** "On the colour of the faint stars in the Milky Way and the distance of the Scutum Group". **Mn 87. p 196. (1927).**
- 88) **F. H. SEARES** "Report of Commission on Photometry. Table I. Magnitudes of the North Polar Sequence". **Trans IAU 1. p 71. (1922).**
- 89) **A. BRILL** "Die isophoten Wellenlangen der Integralhelligkeiten der Fixsterne in Rechnung und Beobachtung".
Veröff Berlin-Babelsberg 7 Heft 5. (1929).
- 90) **A. J. WESSELINK** "Note on the energy distribution in the spectra of the stars".
BAN 7. p 239. (1935).
- 91) **F. H. SEARES** "Some relations between magnitude scales".
Mt Wilson Contr 288 = ApJ 61. p 284. (1925).
- 92) " "Remarks on the luminosity and density functions".
Mt Wilson Contr 271 = ApJ 59. p 11. (1924).
- 93) " "The form of the luminosity function".
Mt Wilson Contr 273 = ApJ 59. p 210. (1924).
- 94) " "A numerical method of determining the space density of stars".
Mt Wilson Contr 436 = ApJ 74. p 268. (1931).

- 95) **F. H. SEARES** "Note on changes in the luminosity function with distance from the sun". **Mt Wilson Contr 437 = ApJ 74**. p 312. (1931).
- 96) „ "Mean parallaxes and the luminosity function".
Mt Wilson Contr 438 = ApJ 74. p 320. (1931).
- 97) **A. PANNEKOEK** "Researches on the structure of the Universe". **Publ Astron Inst of the Univ Amsterdam N° 1 (1924), N° 2 (1929)**.
- 98) **J. H. OORT** "The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic system and some related problems". **BAN 6**. p 249. (1932).
- 99) **P. J. VAN RHIJN**
u. A. SCHWASSMANN "Die Dichteverteilung der Sterne in höheren galaktischen Breiten". **ZfA 10**. p 161. (1935).
- 100) **K. G. MALMQUIST** "Joint meeting of commissions..... for a discussion on Galactic Structure". **Trans IAU 6**. p 446 resp. 459. (1938).
- 101) **A. VAN MAANEN** "The absolute magnitudes of the stars of large proper motion".
Mt Wilson Contr 562 = ApJ 85. p 26. (1937).
- 102) **FREEMAN D. MILLER** ..
and J. A. HYNEK "Eighteenth Magnitude Star-Counts and the Galactic Structure in Cygnus". **Perkins Obs Contr 13**. p 329. (1939).
- 103) **J. H. OORT** "Quelques résultats concernant la répartition de la matière interstellaire et la structure du système galactique". **Annales d'Astrophysique 1 N° 1**. p 71. (1938).
- 104) „ "Mean parallaxes of faint stars derived from the Radcliffe Catalogue of proper motions". **BAN 8**. p 75. (1936).
- 105) **A. BRILL** "Über die numerische Lösung der Integralgleichung der Stellarstatistik $a(m) = K \int_0^{\infty} D(\lg \rho) \rho^2 \varphi(M) d\rho$ bei interstellarer Absorption". **ZfA 8**. p 379. (1934).
- 106) **J. OHLSSON** "Lund Observatory Tables for the conversion of equatorial coordinates into galactic coordinates." **Lund Obs Ann 3**. (1932).
- 107) **W. BAADE** "The globular cluster NGC 2419". **ApJ 82**. p 396. (1935).
- 108) **J. STEBBINS** "Absorption and space reddening in the Galaxy as shown by the colors of globular clusters".
Mt Wilson Comm 111 = Proc Nat Acad Sci 19. p 222. (1933).
- 109) **H. SHAPLEY**
and A. R. SAYER "The angular diameters of globular clusters".
Harv Repr 116 = Proc Nat Acad Sci 21. p 53. (1935).

- 110) **R. WOLF** "Geschichte der Astronomie". p 420. **München. (1877).**
- 111) **P. TEN BRUGGENKATE** . "Note on the structure of Shapley's larger galactic system".
BAN 4. p 198. (1928).
- 112) **B. LINDBLAD** "On the state of motion in the stellar system and the probable relation of the Galaxy to the sequence of types of Spiral Nebulae". **Bergstrand-Festschrift.** p 15. (Upsala, Stockholm 1938).
- 113) **A. WALLENQUIST** "A study of the distribution of the stars in the Sagittarius and Ophiuchus Regions of the Milky Way".
Ann Lembang (Java). Vol. V. 5e Gedeelte (Upsala 1939).
- 114) **P. VAN DE KAMP** "Note on the space distribution of Globular Clusters".
AJ 42. p 161. (1933).
- 115) **F. K. EDMONDSON** "The motions of the Globular Clusters and the Galactic Rotation". **AJ 45.** p 1. (1935).
- 116) **C. O. LAMPLAND**
and C. W. TOMBAUGH "Object NGC 5694 a distant Globular Star Cluster".
AN 246. p 171. (1932).
- 117) **C. V. L. CHARLIER** "Studies in stellar statistics. IV. Stellar clusters and related celestial phenomena". **Lund Medd Serie II. N° 19.** (1918).
- 118) **W. GLEIßBERG** "Farben-Exzesse und interstellare Streuung des Sternlichts".
Veröff Breslau 6. AN 248. p 317. (1933).
- 119) **C. E. SMITH** "An investigation of selective absorption in the Aquila Region of the Milky Way". **Lick Obs Bull 18.** p 39. (1937).
- 120) **F. H. SEARES** "Selective absorption of starlight by interstellar clouds".
Mt Wilson Comm 119 = Pro Nat Acad Sci 22. p 327. (1936).
- 121) " "The dust of space". **Publ Astr Soc Pac 52.** p 80. (1940).
- 122) " "Report of Commission on Photometry: Zero Point of Photographic Magnitude and Colour Index". **Trans IAU 6.** p 215. (1938).
- 123) **H. SHAPLEY**
and C. D. BOYD "Distant variable stars in low galactic latitude".
Harv Ann 105. p 243. (1937).
- 124) **P. C. KEENAN**
and H. W. BABCOCK "Interstellar absorption near the north pole of rotation".
ApJ 93. p 64. (1941).

- 125) **WILHELM BECKER** "Über den Ursprung der Verfärbung der "gelben" B-Sterne und der cB-Sterne". **ZfA 18.** p 25. (1939).
- 126) " " "Die interstellare Verfärbung als ein Mittel zur Bestimmung absoluter Helligkeiten von cB-Sternen und anderen Objekten". **ZfA 18.** p 45. (1939).
- 127) " " "Bestimmung absoluter Helligkeiten von O-Sternen aus der interstellaren Verfärbung". **ZfA 18.** p 94. (1939).
- 128) **J. A. O'KEEFE** "New B-Type Suergiants". **Publ ASP 52.** p 144. (1940).
- 129) " "The distances of the reddened B stars". **ApJ 94.** p 353. (1941).
- 130) **A. WALLENQUIST** "On the space reddening in the Sagittarius and Ophiuchus Regions of the Milky Way". **Festschrift für Elis Strömgren.** p 282. **Kopenhagen.** (1940).
- 131) **J. C. KAPTEYN**
and **P. J. VAN RHIJN** "On the distribution of the stars in space, especially in the high galactic latitudes". **Mt Wilson Contr 188 = ApJ 52.** p 23. (1920).
- 132) **C. K. SEYFERT**
and **D. M. POPPER** "Studies of faint B-type stars". **ApJ 93.** p 461. (1941).
- 133) **R. E. WILSON** "The luminosities of the nonvariable c stars". **ApJ 93.** p 212. (1941).
- 134) " "Mean absolute magnitudes of stars of spectral types 05-B5". **ApJ 94.** p 12. (1941).

INDICE

	<u>Pág.</u>
Introducción	5
1. Origen y objeto del trabajo	19
2. Selección y estudio del material estadístico-estelar de las observaciones	23
3. Aplicación del método de Bok al material de las observaciones	33
4. El esquema B—R—Z y algunas aplicaciones del mismo	63
5. Modificación posible	139
6. Resumen	143
7. Bibliografía ..	147

