

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

---

VI<sub>1</sub>

DETERMINACIÓN

DE LA

ÓRBITA DEL PLANETA (796) SARITA

POR

HUGO ARTURO MARTÍNEZ



LA PLATA  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—  
1920



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

---

DETERMINACIÓN

DE LA

# ÓRBITA DEL PLANETA (796) SARITA

POR

HUGO ARTURO MARTÍNEZ



LA PLATA  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—  
1920



**BIBLIOTECA**  
**Facultad de Ciencias**  
**Astronómicas**  
**y Geofísicas**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
Inventario 334.



## DETERMINACIÓN DE LA ÓRBITA DEL PLANETA (796) SARITA (\*)

De las observaciones publicadas en el *Astronomische Nachrichten* del planeta (n° 796) [1914 V. II.], tomé las efectuadas en Viena en octubre 28, noviembre 22 y diciembre 18, sirviéndome de ellas para determinar un primer sistema de elementos (A. N. 201, pág. 143).

	T. m. Viena	$\Delta z$	$\Delta \delta$	$\alpha_a$	$\log p_a \cdot \Delta$	$\delta_a$	$\log p_\delta \cdot \Delta$	Red. al lug. ap.
1914. Oct. 28...	10 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup>	-4 <sup>m</sup> 3 <sup>s</sup> .02	0' 35".0	2 <sup>h</sup> 31 45 <sup>s</sup> .83	7 9.225	+18°14' 49".0	0.656	+4 <sup>s</sup> .40   +26.2
Nov. 22...	11 24 1	-1 49.31	-4 57.4	2 0 0.17	9.201	+23 9 51.8	0.602	+4.50   +29.5
Dic. 18...	8 55 6	-0 45.54	-0 0.8	1 50 48.78	8.976	+24 55 35.3	0.545	+4.37   +31.3

Con estos datos llego a determinar los elementos que siguen :

$$\begin{aligned}
 \log P &= 0.374660 \\
 \log e &= 9.515526 \\
 \log a &= 0.424008 \\
 \mu &= 820' 342 \\
 \omega &= 325^{\circ} 58' 20''.3 \\
 \Omega &= 33 29 22.0 \\
 i &= 19 3 22.7 \\
 M_0 &= 16 14 31.6 \text{ octubre } 15.5 \text{ T. m. G. } 1914.
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1914.0$$

Doy a continuación una lista de 43 observaciones publicadas en *Astronomische Nachrichten* en tomos 200 y 201, menos los números 24, 40 y 41, todas las he utilizado para corregir estos elementos provisorios.

Lista de las observaciones publicadas en el "Astronomischen Nachrichten"

Número		T. m. Kop.	$\alpha_a$	$\log p_a \cdot \Delta$	$\delta_a$	$\log p_\delta \cdot \Delta$	Red. lug. ap.	Tomo	Página
1	1914. Nov. 18..	10 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 59 <sup>s</sup> .06	8.177	+21°39' 5".1	0.690	+4.50   +29.0		
2	19..	7 15 32	2 3 4.63	7 9.394	+21 45 53.1	0.732	+4.49   +29.2	+201	331
3	24..	13 21 46	1 58 11.46	9.462	+22 25 1.0	0.746	+4.49   +29.7		

(\*) Este trabajo lo he efectuado como una aplicación de los cursos de Astronomía teórica dictados por los señores profesores ingeniero don Félix Aguilar y Bernardo Dawson en el Observatorio Nacional de La Plata, perteneciente a la Universidad de la misma.

Número		T. m. Arcetri	$\alpha_a$	$\log p_a \cdot \Delta$	$\delta_a$	$\log p_\delta \cdot \Delta$	Red. lug. ap.		Tomo	Página
4	1914. Nov. 19..	9 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 19 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 2 <sup>m</sup> 59 <sup>s</sup> 53	79.073	+21° 46' 33".7	0.526	+4.49	+29.3		
5	24..	8 42 23	1 58 21.58	79.101	+22 23 40.6	0.514	+4.48	+29.7		
6	24..	8 42 23	1 58 21.58	79.101	+22 23 41.0	0.514	+4.48	+29.7		
7	26..	8 33 1	1 56 47.42	79.102	+22 37 42.9	0.511	+4.47	+29.9		
8	27..	7 56 49	1 56 4.99	79.272	+22 44 24.9	0.523	+4.47	+30.0	201	175
9	29..	8 47 2	1 54 44.49	78.857	+22 58 10.0	0.495	+4.46	+30.1		
10	29..	8 47 2	1 54 44.51	78.857	+22 58 14.2	0.495	+4.46	+30.1		
11	30..	8 41 53	1 54 8.90	78.868	+23 4 45.3	0.493	+4.46	+30.2		
12	30..	8 41 53	1 54 9.11	78.868	+23 4 48.9	0.493	+4.46	+30.2		
		T. m. V.								
13	1914. Oct. 28..	10 30 23	2 31 45.83	79.225	+18 14 49.0	0.656	+4.40	+26.2		
14	30..	11 24 27	2 28 50.54	78.745	+18 38 5.0	0.637	+4.43	+26.5		
15	Nov. 10..	10 46 3	2 13 31.66	78.290	+20 30 39.5	0.609	+4.48	+28.3		
16	22..	11 24 1	2 0 0.17	9.201	+22 9 51.8	0.602	+4.50	+29.5		
17	Dic. 6..	8 27 28	1 51 30.70	78.670	+23 42 57.1	0.561	+4.41	+30.8	201	143
18	18..	8 55 6	1 50 48.78	8.976	+24 55 35.3	0.545	+4.37	+31.3		
19	1915. Ene. 6..	10 31 46	2 0 50.11	9.545	+26 51 55.0	0.627	+0.91	+14.1		
20	16..	7 15 19	2 10 18.36	8.937	+27 54 42.3	0.489	+0.85	+14.2		
21	Feb. 2..	8 54 4	2 31 54.61	9.522	+29 46 32.8	0.568	+0.75	+14.2		
22	13..	7 51 14	2 48 31.65	9.452	+30 58 6.8	0.509	+0.70	+14.3		
23	17..	7 46 17	2 55 2.14	9.465	+31 23 46.9	0.507	+0.70	+14.3		
		T. m. G.								
24 *	1914. Nov. 10..	4 35 00	2 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 2		20 28 00.0				201	179
		T. m. Kgst.								
25	1914. Oct. 15..	13 <sup>h</sup> 14 6	2 48 55.16		15 34 5.1				201	351
		T. m. G.								
26	1914. Nov. 14..	8 3 11	2 8 35.76	79.315	+21 5 39.5	0.670	+4.50	+28.6		
27	17..	7 52 27	2 5 8.87	79.301	+21 30 32.4	0.663	+4.46	+29.3		
28	18..	7 37 0	2 4 4.70	79.334	+21 38 27.6	0.666	+4.50	+29.0		
29	19..	8 2 14	2 3 0.35	79.231	+21 46 27.6	0.652	+4.49	+29.3	200	287
30	20..	8 48 54	2 1 57.75	78.934	+21 54 23.2	0.636	+4.53	+29.0		
31	21..	6 44 5	2 1 4.73	79.429	+22 1 20.1	0.681	+4.51	+29.3		
32	22..	7 43 29	2 0 6.52	79.248	+22 9 4.2	0.649	+4.53	+29.2		
33	Dic. 22..	10 52 18	1 51 55.01	9.510	+25 20 18.7	0.675	+4.37	+31.3		
		T. m. Kop.								
34	1914. Nov. 24..	13 21 46	1 58 11.46		+20 25 1.0				200	13
		T. m. Taschk.								
35	1914. Nov. 21..	10 24 4	2 1 6.67	8.669	+22 1 1.7	0.461	+4.51	+29.4		
36	23..	11 27 16	1 59 14.54	9.286	+22 16 9.2	0.485	+4.51	+29.7		
37	23..	12 5 38	1 59 13.41	9.421	+22 16 22.1	0.516	+4.52	+29.6	200	247
38	24..	12 46 59	1 58 20.70	9.529	+22 23 47.2	0.552	+4.49	+29.9		
39	24..	12 46 59	1 58 20.67	9.529	+22 23 45.1	0.552	+4.50	+29.8		
		T. m. G.								
40 *	1914. Oct. 19..	12 48 00	2 44 00.00		16 26 00.0				200	88
		T. m. Pulk.								
41 *	1914. Nov. 5..	10 4 12	2 20 20.29	79.028	19 40 57.3	0.758			200	13
		T. m. Taschk.								
42	1914. Nov. 20..	11 41 29	2 1 57.39		21 53 21.3				200	247
43	Dic. 7..	8 22 39	1 51 11.46		23 47 46.8					

Con ayuda del sistema que he obtenido calculé una efeméride para todo el período de observación, he adoptado como intervalo cuatro días y las posiciones están dadas para media noche de Greenwich.

Efemérides del planeta (796) Sarita

	$\delta$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$		$\alpha$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$
1914 Oct. 7.5	13°46' 9"0				1914 Oct. 7.5	44°20' 16"7			
		+ 53'59"4					- 58' 6"4		
11.5	14 40 8.4		- 43"2		11.5	43 22 10.3		- 9' 4"6	
		+ 53 16.2		- 28"7			- 67 11.0		+1' 24"7
15.5	15 33 24.6		- 71.9		15.5	42 14 59.3		- 7 39.9	+1 44.1
		+ 52 4.3		- 29.8			- 74 50.9		+1 44.1
19.5	16 25 28.9		- 101.7		19.5	41 0 8.4		- 5 55.8	+2 5.5
		+ 50 22.6		- 26.4			- 80 46.7		+2 5.5
23.5	17 15 51.5		- 128.1		23.5	39 39 21.7		- 3 50.3	+2 11.9
		+ 48 14.5		- 24.3			- 84 37.0		+2 11.9
27.5	18 4 6.0		- 152.4		27.5	38 14 44.7		- 1 38.4	+2 16.5
		+ 45 42.1		- 15.4			- 86 15.4		+2 16.5
31.5	18 49 48.1		- 167.8		31.5	36 48 29.3		+ 0 38.1	+2 4.5
		+ 42 54.3		- 11.7			- 85 37.3		+2 4.5
Nov. 4.5	19 32 42.4		- 179.5		Nov. 4.5	35 22 52.0		+ 2 42.6	+2 2.4
		+ 39 54.8		+ 1.0			- 82 54.7		+2 2.4
8.5	20 12 37.2		- 178.5		8.5	33 59 57.3		+ 4 45.0	+1 49.9
		+ 36 56.3		+ 10.0			- 78 9.7		+1 49.9
12.5	20 49 33.5		- 168.5		12.5	32 41 47.6		+ 6 34.9	+1 32.5
		+ 34 7.8		+ 17.4			- 71 34.8		+1 32.5
16.5	21 23 41.3		- 151.1		16.5	31 30 12.8		+ 8 7.4	+1 8.3
		+ 31 36.7		+ 21.4			- 63 27.4		+1 8.3
20.5	21 55 18.0		- 129.7		20.5	30 26 45.4		+ 9 15.7	+0 45.5
		+ 29 27.0		+ 23.3			- 54 11.7		+0 45.5
24.5	22 24 45.0		- 106.4		24.5	29 32 33.7		+10 1.2	+0 18.3
		+ 27 40.6		+ 22.1			- 44 10.5		+0 18.3
28.5	22 52 25.6		- 84.3		28.5	28 48 23.2		+10 19.5	+0 7.3
		+ 26 16.3		+ 20.1			- 33 51.0		+0 7.3
Dic. 2.5	23 18 41.9		- 64.2		Dic. 2.5	28 14 32.2		+10 26.8	-0 7.3
		+ 25 12.1		+ 21.3			- 23 24.2		-0 7.3
6.5	23 43 54.0		- 42.9		6.5	27 51 8.0		+10 19.5	-0 16.4
		+ 24 29.2		+ 15.2			- 13 4.7		-0 16.4
10.5	24 8 23.2		- 27.7		10.5	27 38 3.3		+10 3.1	-0 16.2
		+ 24 1.5		+ 17.7			- 3 1.6		-0 16.2
14.5	24 32 24.7		- 10.0		14.5	27 35 1.7		+ 9 46.9	-0 27.0
		+ 23 51.5		+ 11.6			+ 6 45.3		-0 27.0
18.5	24 56 16.2		+ 1.6		18.5	27 41 47.0		+ 9 19.9	-0 32.5
		+ 23 53.1		+ 9.6			+ 16 5.2		-0 32.5
22.5	25 20 9.3		+ 11.2		22.5	27 57 52.2		+ 8 47.4	-0 35.2
		+ 24 4.3		+ 5.0			+ 24 52.6		-0 35.2
26.5	25 44 13.6		+ 16.2		26.5	28 22 44.8		+ 8 12.2	-0 34.1
		+ 24 20.5		- 0.8			+ 33 4.8		-0 34.1
30.5	26 8 34.1		+ 15.4		30.5	28 55 49.6		+ 7 38.1	-0 35.8
		+ 24 35.9		+ 2.2			+ 40 42.9		-0 35.8

	$\delta$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$		$\alpha$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$
1915 Ene. 3.5	26°33'10.0"		+ 17.6		1915 Ene. 3.5	29°36'32.5"		+ 7' 2.3	
		+ 24'53.7"		+ 1.9			+ 47'45.2"		-0'24.4"
7.5	26 58 3.7	+ 25 13.2	+ 19.5	+ 0.4	7.5	30 24 17.7	+ 6 37.9		-0 26.4
		+ 25 33.1	+ 19.9	- 4.2	11.5	31 18 40.8	+ 6 11.5		-0 26.5
11.5	27 23 16.9	+ 25 48.8	+ 15.7	- 0.9	15.5	32 19 15.4	+ 5 45.0		-0 23.8
		+ 26 3.6	+ 14.8	- 6.4	19.5	33 25 35.0	+ 5 21.2		-0 27.3
15.5	27 48 50.0	+ 26 12.0	+ 8.4	- 4.6	23.5	34 37 15.8	+ 4 53.9		-0 21.4
		+ 26 15.8	+ 3.8	- 4.8	27.5	35 53 50.5	+ 4 32.5		-0 22.0
19.5	28 14 38.8	+ 26 14.8	- 1.0	- 5.9	31.5	37 14 57.7	+ 4 10.5		-0 13.3
		+ 26 7.9	- 6.9	- 3.9	Feb. 4.5	38 40 15.4	+ 3 57.2		-0 14.8
23.5	28 40 42.4	+ 25 57.1	- 10.8	- 3.8	8.5	40 9 30.3	+ 3 42.4		-0 14.2
		+ 25 42.5	- 14.6	- 7.9	12.5	41 42 27.6	+ 3 28.2		-0 17.8
27.5	29 6 54.4	+ 25 20.0	- 22.5	- 3.5	16.5	43 18 53.1	+ 3 10.4		-0 10.0
		+ 24 54.0	- 26.0		20.5	44 58 29.0	+ 3 0 4		
31.5	29 33 10.2				24.5	46 41 5.3	+ 102 36.3		
Feb. 4.5	29 59 25.0								
8.5	30 25 32.9								
12.5	30 51 30.0								
16.5	31 17 12.5								
20.5	31 42 32.5								
24.5	32 7 26.5								

La tabla siguiente contiene las observaciones y su representación dada en el sentido observación-cálculo, las horas de observación han sido corregidas de la aberración y expresadas en tiempo medio de Greenwich y las coordenadas del planeta corregidas de la paralaje.

Observación número	T. m. de observación	$\alpha$		$\delta$		$\Delta_2$	$\Delta_3$	Pesos
		O.	C.	O.	C.			
<i>Primer lugar normal</i>								
25	1914 Oct. 15, 52239	42°14'50.2"	42°14'35.4"	15°34'30.2"	15°33'42.4"	+ 0.98	+ 47.8	0.5
13	28, 38720	37 56 24.8	55 39.5	18 14 54.0	18 14 26.5	+ 3.02	27.5	1
14	30, 42473	37 12 37.2	11 41.2	18 38 9.8	37 45.6	+ 3.73	24.2	1
<i>Segundo lugar normal</i>								
15	1914 Nov. 10, 39785	33°22'54.6"	33°22'12.1"	20°30'43.8"	20°30'29.5"	+ 2.83	+ 14.3	1
26	14, 33000	32 8 53.1	32 8 12.2	21 5 44.4	21 5 28.6	2.72	15.8	1
27	17, 32244	31 17 10.0	31 16 33.3	30 37.1	30 21.4	2.45	15.7	1
28	18, 31168	31 1 5.2	0 29.9	38 32.3	38 16.3	2.35	16.0	1
1	18, 39361	30 59 46.0	30 59 8.7	39 10.1	38 56.0	2.49	14.1	1



Observación número	T. m. de observación	$\alpha$		$\delta$		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Pesos
		O.	G.	O.	G.			

*Segundo lugar normal (Conclusión)*

20	1914 Nov. 19,	32917	30°45' 2"7	30°44' 31"7	21°46' 32"1	21°46' 15"9	+ 2°07	+ 16"2	1
2	19,	26180	30 46 5.7	45 36.2	45 58.5	45 43.8	1.97	14.7	1
4	19,	34587	30 44 51.2	44 15.8	46 37.1	46 23.8	2.36	13.3	1
30	20,	36153	30 29 25.0	28 53.3	54 27.5	54 13.5	2.12	14.0	1
42	20,	28890	30 30 28.5	30 0.7	53 50.6	53 39.6	1.85	11.0	0.5

*Tercer lugar normal*

31	1914 Nov. 21,	27482	30°16' 7"0	30°15' 38"0	22° 1' 24"8	22° 1' 7"9	+ 1°97	+ 16"9	1
35	21,	23509	30 16 40.6	16 13.6	1 4.6	0 49.7	1.80	14.9	1
32	22,	31599	30 1 35.2	1 3.0	9 8.6	8 53.6	2.15	15.0	1
16	22,	42376	30 0 4.9	29 59 30.9	9 55.7	9 42.1	2.26	13.6	1
36	23,	27888	29 48 40.9	48 11.8	16 12.0	15 56.5	1.94	15.5	1
37	23,	30553	29 48 25.0	47 49.9	16 25.3	16 8.3	2.34	17.0	1
38	24,	33420	29 35 15.4	34 42.8	23 50.6	23 33.0	2.17	17.6	1
39	24,	33420	29 35 15.0	34 42.8	23 48.5	23 33.0	2.15	15.5	1
34	24,	52240	29 32 51.9	32 17.2	25 1.0	24 54.7	2.31	6.3	0.5
5	24,	32556	29 35 21.9	34 49.6	23 43.8	23 29.2	2.15	14.6	1
6	24,	32556	29 35 20.4	34 49.6	23 44.2	23 29.2	2.05	15.0	1
3	24,	51590	29 32 56.1	32 22.0	25 6.4	24 51.9	2.27	14.5	1

*Cuarto lugar normal*

7	1914 Nov. 26,	31895	29°11' 45"9	29°11' 19"7	22°37' 46"0	22°37' 30"6	+ 1°73	+ 15"4	1
8	27,	29378	29 1 12.1	0 46.2	44 28.1	44 13.0	1.73	15.1	1
9	29,	32855	28 41 6.4	28 40 37.7	58 12.9	57 57.7	1.91	15.2	1
10	29,	32855	28 41 6.7	40 37.7	58 17.1	57 57.7	1.93	19.4	1
11	30,	32492	28 32 12.4	31 45.8	23 4 48.2	23 4 33.6	1.77	14.6	1
12	30,	32492	28 32 15.6	31 45.8	4 51.1	4 33.6	1.99	17.5	1
17	Dic. 6,	30045	27 52 39.7	27 52 10.7	43 0.3	42 38.9	1.93	21.4	1
43	7,	14995	27 48 58.2	48 32.4	48 17.6	47 54.5	1.72	23.1	0.5

*Quinto lugar normal*

18	Dic. 18,	31886	27°42' 12"5	27°41' 22"8	24°55' 38"0	24°55' 11"7	+ 3°31	+ 26"3	1
33	22,	44536	27 58 41.5	57 37.2	25 20 21.5	25 19 49.6	4.29	31.9	1
19	1915 Ene. 6,	38457	30 12 35.1	30 10 19.6	26 51 57.8	26 51 6.0	9.03	51.8	1
20	16,	24732	32 34 36.1	32 31 18.6	27 54 44.2	27 53 38.2	13.16	66.0	1

*Sexto lugar normal*

21	1915 Feb. 2,	31446	37°58' 41"7	37°53' 11"6	29°46' 34"7	29°45' 5"0	+22°00	+ 89"7	1
22	13,	26979	42 7 56.7	42 0 48.6	30 58 8.3	30 56 28.1	28.54	100.2	1
23	17,	26600	43 45 34.0	43 37 45.8	31 23 48.4	31 22 5.1	31.20	103.3	1

**Lugares normales**

	T. m. G.	O.-C.		α 1914.0	δ 1914.0	Pesos
		Δα	Δδ			
I, . . . . .	1914 Oct. 27.5	+ 48".7	+ 28".9	38° 15' 33".4	+ 18° 4' 34".9	2.5
II, . . . . .	Nov. 16.5	35.2	14.7	31 30 48.0	21 23 56.0	9.5
III, . . . . .	24.5	31.8	15.1	29 33 5.5	22 25 0.1	11.5
IV, . . . . .	28.5	27.7	17.4	28 48 50.9	22 52 43.0	7.5
V, . . . . .	Dic. 30.5	107.4	42.8	28 57 37.0	26 9 14.5	4.0
VI, . . . . .	1915 Feb. 12.5	422.9	99.2	41 49 30.5	30 53 9.2	3.0

Para obtener estas posiciones normales me he servido de la siguiente fórmula :

$$\Delta = A + B(t - t_0).$$

Los pesos están dados por el número de observaciones dándole peso 0.5 a las fotográficas.

Para reducir los valores de O.-C. calculé para cada lugar normal los coeficientes diferenciales de la variación de los elementos, formando así las 12 ecuaciones de condición siguientes :

*En declinación*

1.26445	Δω + 0.64893	ΔΩ + 0.12296	Δi + 2.34055	ΔM <sub>0</sub> + 44.87833	Δα + 1.97442	Δγ - 28.9 = 0
1.27010	0.71225	0.33254	2.25228	76.48125	2.19578	- 14.7 = 0
1.23641	0.71517	0.39162	2.15800	83.75021	2.19846	- 15.1 = 0
1.21296	0.71103	0.41604	2.10063	86.37768	1.18190	- 17.4 = 0
0.95461	0.59492	0.52805	1.54928	92.69188	1.85696	- 42.8 = 0
0.63195	0.39595	0.59305	0.91875	84.29741	1.31628	- 99.2 = 0

*En ascensión recta*

1.67264	Δω + 1.99401	ΔΩ - 0.09297	Δi + 3.09769	ΔM <sub>0</sub> + 58.51577	Δα + 2.60639	Δγ - 48.7 = 0
1.51392	1.82920	- 0.27122	2.80893	34.89384	2.29680	- 35.2 = 0
1.39932	1.70088	- 0.32666	2.59867	28.16091	2.12799	- 31.8 = 0
1.33930	1.63236	- 0.35008	2.48717	25.85510	2.04383	- 27.7 = 0
0.94676	1.15685	- 0.45002	1.71523	30.31700	1.59707	- 107.4 = 0
0.74387	0.85164	- 0.43747	1.19070	67.21981	1.48564	- 422.9 = 0

Después de haber multiplicado estas ecuaciones por la raíz de los pesos e introducir estas nuevas incógnitas :

$$x = 2\Delta\omega, \quad y = 2\Delta\Omega, \quad z = 4\Delta M_0, \quad w = 100\Delta\mu, \quad \text{y} \quad t = 4\Delta\gamma,$$

obtengo las siguientes ecuaciones de condición.

*En δ*

0.99954	x + 0.51298	y + 0.19440	z + 0.92510	w + 0.70953	t - 45.69090 = 0
1.95722	1.09757	1.02489	1.73538	2.35715	1.69185 - 45.30540 = 0
2.09695	1.21293	1.32838	1.82998	2.84081	1.86429 - 51.21920 = 0
1.66115	0.97375	1.13953	1.43841	2.36588	1.49406 - 47.65860 = 0
0.95461	0.59492	1.05610	0.77464	1.85384	0.92848 - 85.60000 = 0
0.54727	0.34289	1.02716	0.39782	1.45968	0.56995 - 171.81440 = 0

En  $\alpha$

$$\begin{array}{rcccccccc}
 1.32222 & x + 1.57627 & y - 0.14698 & \Delta i + 1.22436 & z + 0.92513 & w + 1.03018 & t - 76.99470 & = 0 \\
 2.33295 & 2.81879 & - 0.83590 & 2.16428 & 1.07543 & 1.76968 & - 108.48640 & = 0 \\
 2.37324 & 2.88469 & - 1.10803 & 2.20367 & 0.95488 & 1.80454 & - 107.86560 & = 0 \\
 1.83417 & 2.23551 & - 0.95887 & 1.70309 & 0.70817 & 1.39951 & - 75.87030 & = 0 \\
 0.94676 & 1.15685 & - 0.90004 & 0.85762 & 0.60634 & 0.79854 & - 214.80000 & = 0 \\
 0.64419 & 0.73752 & - 0.75770 & 0.51557 & 1.16425 & 0.64328 & - 732.46280 & = 0
 \end{array}$$

Como se ve, en este sistema de ecuaciones los coeficientes de  $x$  son siempre mayores y del mismo signo de los de  $z$ , por tanto, es de esperarse valores indeterminados para estas dos incógnitas. Para levantar la indeterminación he tomado a  $x$  y  $z$  como incógnitas y he expresado las demás en función de éstas.

$$\begin{array}{rcccccccc}
 y - 0.15345 & \Delta i + 0.68994 & w + 0.76911 & t + 0.95880 & x + 0.87242 & z - 66.29411 & = 0 \\
 & \Delta i + 1.16098 & w + 0.50589 & t + 0.50554 & x + 0.40979 & z + 29.69039 & = 0 \\
 & & w + 0.35566 & t + 0.26829 & x + 0.17791 & z - 384.63727 & = 0 \\
 & & & t + 1.41243 & x + 1.43122 & z + 516.45122 & = 0
 \end{array}$$

de donde sacamos

$$\begin{array}{l}
 t = - 516.45122 - 1.41243 x - 1.43122 z \\
 w = + 568.31831 + 0.23405 x + 0.33112 z \\
 \Delta i = - 428.22907 - 0.06274 x - 0.07017 z \\
 y = + 5.68463 - 0.04360 x - 0.01088 z
 \end{array}$$

reemplazando estos valores de  $t$ ,  $w$ ,  $\Delta i$  e  $y$  en las ecuaciones de condición y combinándolas obtenemos para  $x$  y  $z$

$$\begin{array}{l}
 0.00399 x + 0.00473 z - 11.86074 = 0 \\
 0.00473 x + 0.00656 z - 10.90950 = 0
 \end{array}$$

resuelto este sistema tenemos :

$$\begin{array}{l}
 x = + 6904.75 \\
 z = - 3316.8
 \end{array}$$

y para las otras

$$\begin{array}{l}
 t = - 5521.36 \\
 w = + 1085.78 \\
 \Delta i = - 628.30 \\
 y = - 259.20
 \end{array}$$

Volviendo a nuestras primeras incógnitas :

$$\begin{array}{l}
 \Delta \omega = + 57' 32.2 \\
 \Delta \Omega = - 29.6 \\
 \Delta M_0 = - 13' 49.2 \\
 \Delta \mu = + 10.858 \\
 \Delta \varphi = - 23' 0.3 \\
 \Delta i = - 10' 28.3
 \end{array}$$

Introduciendo estas correcciones a los primeros elementos, obtengo los siguientes :

$$\begin{aligned}
 \log p &= 0.372847 \\
 \log e &= 9.507056 \\
 \varphi &= 18^{\circ}44'53''.1 \\
 \log a &= 0.420201 \\
 \mu &= 831''.200 \\
 \omega &= 326^{\circ}55'52''.5 \\
 \Omega &= 33\ 27\ 12.4 \\
 i &= 18\ 52\ 54.4 \\
 M_0 &= 16\ 0\ 42.4 \text{ octubre } 15.5 \text{ T. m. G. } 1914.
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \log p \\ \log e \\ \varphi \\ \log a \\ \mu \\ \omega \\ \Omega \\ i \end{aligned}} \right\} 1914.0$$

A esta altura del trabajo tuve conocimiento de la posición determinada por el señor Neujmin en 1916 febrero 12 a 14<sup>h</sup> 38<sup>m</sup> tiempo medio de Greenwich, cuyas coordenadas para 1916 eran las siguientes :

$$\alpha = 11^{\text{h}} 12^{\text{m}} 0, \quad \delta = + 30^{\circ}46'.$$

Después de corregir el tiempo de la aberración, las coordenadas, referirlas al equinoccio de 1914.0 y corregirlas de la paralaje, representé con estos elementos las posiciones normales y esta nueva posición, siendo estos los resultados :

	T. m. G.	O.-C.		$\alpha$ 1914.0	$\delta$ 1914.0	Pesos
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$			
I.....	1914 Oct. 27.5	— 48''.9	— 31''.4	38 <sup>o</sup> 15'33''.4	+ 18 <sup>o</sup> 4'34''.9	2.5
II.....	Nov. 16.5	— 53.3	— 29.6	31 30 48.0	21 23 56.0	9.5
III.....	24.5	— 45.5	— 25.8	29 33 5.5	22 25 0.1	11.5
IV.....	28.5	— 45.9	— 24.5	28 48 50.9	22 52 43.0	7.5
V.....	Die. 30.5	— 34.8	— 14.4	28 57 37.0	26 9 14.5	4.0
VI.....	1915 Feb. 12.5	— 82.4	+ 3.8	41 49 30.5	30 53 9.2	3.0
	1916 12.6	—769.0	+568.4	167 58 27.9	30 46 39.3	1.0

Dado que estos últimos elementos me dan una representación inaceptable aproveché la observación del año 1916 para mejorarlos, siguiendo en un todo el camino anterior, llegué a este otro sistema :

$$\begin{aligned}
 \log p &= 0.374297 \\
 \log e &= 9.508212 \\
 \varphi &= 18^{\circ}47'59''.7 \\
 \log a &= 0.421919 \\
 \mu &= 826''.283 \\
 \omega &= 327^{\circ}15'11''.7 \\
 \Omega &= 33\ 26\ 31.7 \\
 i &= 18\ 55\ 29.1 \\
 M_0 &= 15\ 49\ 9.1 \text{ octubre } 15.5 \text{ T. m. G. } 1914.
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \log p \\ \log e \\ \varphi \\ \log a \\ \mu \\ \omega \\ \Omega \\ i \end{aligned}} \right\} 1914.0$$

De los lugares normales I, II, III y IV formé uno solo haciendo uso de la fórmula

$$\Delta\alpha = A + B(t - t_0) \quad \text{y} \quad \Delta\delta = A' + B'(t - t_0),$$

haciendo  $t = \text{nov. } 16.5$  y obtengo con estos nuevos elementos la siguiente representación :

**Nuevos lugares normales**

	Fecha	O.-C.		$\alpha$ 1914.0	$\delta$ 1914.0	Pesos
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$			
I.....	1914 Nov. 16.5	+ 2.7	+1.5	31°30'55".2	+21°23'57".8	31
II.....	Dic. 30.5	+30.1	+3.2	28 57 37.0	+26 9 14.5	4
III.....	1915 Feb. 12.5	+55.7	+0.7	41 49 30.5	+30 53 9.2	3
IV.....	1916 12.6	-21.5	-3.8	167 58 27.9	+30 46 39.3	1

Para toda la época de observación he calculado las perturbaciones por Júpiter y Saturno sobre las coordenadas heliocéntricas rectangulares del planeta, he supuesto como época de osculación a 1914 diciembre 11, los resultados que doy a continuación están dados en unidades del sexto orden :

**Perturbaciones**

Fechas	Júpiter			Saturno		
	$dx$	$dy$	$dz$	$dx$	$dy$	$dz$
1914 Oct. 12....	— 5.74	— 5.20	— 0.59	— 0.38	+ 0.94	— 0.15
Nov. 21....	— 0.68	— 0.49	— 0.08	— 0.04	+ 0.09	— 0.01
1915 Ene. 0....	— 0.73	— 0.43	— 0.10	— 0.04	+ 0.10	— 0.01
Feb. 9....	— 7.08	— 3.37	— 0.95	— 0.36	+ 0.97	— 0.17
Mar. 21....	— 20.52	— 8.60	— 2.89	— 0.88	+ 2.95	— 0.50
Abr. 30....	— 41.29	—15.65	— 6.02	— 1.49	+ 6.33	—1.02
Jun. 9....	— 69.39	—23.93	—10.30	— 2.13	+ 11.34	—1.71
Jul. 19....	—104.88	—32.59	—15.44	— 2.83	+ 18.14	—2.52
Ago. 28....	—148.13	—40.60	—20.92	— 3.67	+ 26.78	—3.35
Oct. 7....	—199.95	—46.92	—26.10	— 4.79	+ 47.17	—4.11
Nov. 16....	—261.58	—50.63	—30.19	— 6.57	+ 59.23	—4.63
Dic. 26....	—334.72	—51.03	—32.38	— 9.11	+ 72.65	—4.87
1916 Feb. 4....	—421.52	—47.70	—31.79	—12.52	+ 87.09	—4.81
Mar. 15....	—524.54	—40.71	—27.57	—16.85	+102.17	—4.44

Combinando los efectos de Júpiter y Saturno y pasando a coordenadas rectangulares ecuatoriales, obtengo para los cuatros lugares normales las siguientes correcciones en unidades del sexto orden :

Fechas	$dx_1$	$dy_1$	$dz_1$
1914 Nov. 16.5.....	— 2	— 1	0
Dic. 30.5.....	0	0	0
1915 Feb. 12.5.....	— 7	— 3	— 2
1916 Feb. 12.6.....	—451	+55	—14

Luego, pues, los valores de O.-C. se transforman en :

Fechas	O.-C.	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1914 Nov. 16.5.....	+ 2".9	+ 1".3
Dic. 30.5.....	+30.1	+ 3.2
1915 Feb. 12.5.....	+55.7	+ 0.7
1916 Feb. 12.6.....	+21.5	+17.8

Y finalmente reduzco los valores de O.-C. calculando para cada lugar los coeficientes diferenciales de la variación de los elementos, formando así las ocho ecuaciones de condición siguientes :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{En } \alpha & & & & & & \\ +1.51961 & \Delta\omega + 1.83255 & \Delta\Omega - 0.27226 & \Delta i + 2.80370 & \Delta M_0 + 34.95262 & \Delta\mu + 2.24280 & \Delta\varphi - 2.9 = 0 \\ 0.95024 & 1.15860 & -0.45183 & 1.71442 & 30.39301 & + 1.56862 & - 30.1 = 0 \\ 0.74581 & 0.85210 & -0.43860 & 1.19286 & 67.47706 & 1.47010 & - 55.5 = 0 \\ 1.12391 & 1.18071 & + 0.70431 & 0.66628 & 348.97670 & 0.91192 & - 21.5 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{En } \delta & & & & & & \\ + 1.26882 & \Delta\omega + 0.72722 & \Delta\Omega + 0.33544 & \Delta i + 2.24114 & \Delta M_0 + 76.12411 & \Delta\mu + 2.14698 & \Delta\varphi - 1.3 = 0 \\ 0.95424 & 0.59640 & 0.53282 & 1.54668 & 92.55270 & 1.83192 & - 3.2 = 0 \\ 0.63039 & 0.39643 & 0.59831 & 0.91746 & 84.19859 & 1.30138 & - 0.7 = 0 \\ - 0.80620 & - 0.59525 & 0.99329 & - 0.50731 & - 228.59697 & - 0.79693 & - 17.8 = 0 \end{array}$$

Multiplicando estas ecuaciones por la raíz cuadrada de los pesos y haciendo el cambio de incógnitas

$$x = 10\Delta\omega, \quad y = 10\Delta\Omega, \quad z = 10\Delta M_0, \quad w = 200\Delta\mu, \quad \gamma \quad u = 10\Delta\varphi$$

obtengo las ecuaciones de condición siguientes :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{En } \alpha & & & & & & \\ 0.84628 & x + 1.02032 & y - 1.51588 & \Delta i + 1.56103 & z + 0.97304 & w + 1.24874 & \mu - 16.14650 = 0 \\ 0.19005 & 0.23172 & - 0.90366 & 0.34288 & 0.30393 & 0.31372 & - 60.20000 = 0 \\ 0.12918 & 0.14759 & - 0.75968 & 0.20661 & 0.58437 & 0.25463 & - 96.12933 = 0 \\ 0.11239 & 0.11807 & + 0.70431 & 0.06663 & 1.74488 & 0.09119 & - 21.50000 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{En } \delta & & & & & & \\ 0.70645 & x + 0.40490 & y + 1.86765 & \Delta i + 1.24781 & z + 2.11920 & w + 1.19539 & \mu - 7.23809 = 0 \\ 0.19085 & 0.11928 & 1.06564 & 0.30934 & 0.92553 & 0.36638 & - 6.40000 = 0 \\ 0.10919 & 0.06866 & 1.03631 & 0.15891 & 0.72918 & 0.22541 & - 1.21244 = 0 \\ - 0.08062 & - 0.05952 & 0.99329 & - 0.05073 & - 1.14298 & - 0.07969 & - 17.80000 = 0 \end{array}$$

Las ecuaciones normales fueron :

$$\begin{array}{ccccccc} 1.33555 & x + 1.26095 & y + 0.08228 & \Delta i + 2.38240 & z + 2.99833 & w + 2.10499 & \mu - 44.97198 = 0 \\ & 0.12638 & - 0.96737 & + 0.01730 & - 0.38879 & - 0.04432 & - 7.40828 = 0 \\ & & 3.46217 & - 0.02615 & + 0.43919 & + 0.00286 & + 43.55029 = 0 \\ & & & 0.02968 & - 0.32731 & + 0.01153 & + 4.12403 = 0 \\ & & & & 0.01837 & + 0.01086 & - 11.37180 = 0 \\ & & & & & 0.00712 & - 1.97064 = 0 \end{array}$$

De las que sacamos para cada una de las seis incógnitas los siguientes valores :

$$\begin{array}{l} u = + 27\delta''77528 \\ w = + 455.41790 \\ z = + 4775.85893 \\ \Delta i = - 34.52065 \\ y = + 638.70690 \\ x = - 10545.24600 \end{array}$$

Y volviendo a las incógnitas originales tenemos :

$$\begin{aligned}\Delta\omega &= - 17' 34''.5 \\ \Delta\Omega &= + 1 3.9 \\ \Delta i &= - 34.5 \\ \Delta M_0 &= + 7 57.6 \\ \Delta\mu &= + 2.277 \\ \Delta\varphi &= + 27.7\end{aligned}$$

Que modifican los anteriores elementos en los siguientes, para los cuales he calculado sus errores medios.

$$\begin{aligned}\log p &= 0.373464 \\ \log e &= 9.508384 \\ \varphi &= 18^{\circ}48'27''.4 \pm 39''.7 \\ \log a &= 0.421122 \\ \mu &= 828.560 \pm 1''705 \\ \omega &= 326^{\circ}57'37.2 \pm 10' 9''.1 \\ \Omega &= 33 27 35.6 \pm 36.3 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1914.0 \\ i &= 18 54 54.6 \pm 21.6 \\ M_0 &= 15 57 6.7 \pm 5 19.0 \text{ octubre } 15.5 \text{ T. m. G. } 1914.\end{aligned}$$

En función de estos elementos represento los cuatro lugares normales siendo este el resultado :

Fechas	O - G.	
	$\cos \delta \Delta \alpha$	$\Delta \delta$
1914 Nov. 16.5.....	- 2''5	+ 2''9
Dic. 30.5.....	+ 6.6	-10.4
1915 Feb. 12.5.....	+ 0.4	- 5.4
1916 Feb. 12.6.....	-20.3	+ 1.2

Quiero al terminar este trabajo dejar constancia de mi agradecimiento a los señores Aguilar y Dawson, por el mucho interés con que lo siguieron.

HUGO ARTURO MARTÍNEZ.

La Plata, 1920.

