

Libros de **Cátedra**

# Topografía

## Ingeniería agronómica y forestal

Héctor Armando Salgado  
(coordinador)

**n**  
naturales

FACULTAD DE  
CIENCIAS AGRARIAS Y FORESTALES

  
**Eduulp**  
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA

# TOPOGRAFÍA

INGENIERÍA AGRONÓMICA Y FORESTAL

Héctor Armando Salgado  
(coordinador)

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales



# Índice

|  |     |
|--|-----|
| <b>Introducción</b>  | 5   |
| <b>Capítulo 1</b>  |     |
| Conceptos generales  | 7   |
| <i>Carlos A. Orsetti y Héctor A. Salgado</i>   |     |
| <b>Capítulo 2</b>  |     |
| Errores de medición  | 18  |
| <i>Héctor A. Salgado</i>   |     |
| <b>Capítulo 3</b>  |     |
| Mediciones e instrumental de campo   | 27  |
| <i>Sebastián I. Besteiro; José M. Etchegoin y Héctor A. Salgado</i>                      |     |
| <b>Capítulo 4</b>  |     |
| Métodos planimétricos  | 60  |
| <i>Sebastián I. Besteiro y Héctor A. Salgado</i>   |     |
| <b>Capítulo 5</b>  |     |
| Métodos altimétricos   | 76  |
| <i>Sebastián I. Besteiro, Carlos A. Orsetti y Héctor A. Salgado</i>                      |     |
| <b>Capítulo 6</b>  |     |
| Métodos planialtimétricos  | 104 |
| <i>Sebastián I. Besteiro, José M. Etchegoin, Fernando A. Latorre y Héctor A. Salgado</i> |     |
| <b>Capítulo 7</b>  |     |
| Cartografía  | 121 |
| <i>Leandro V. Soto y Héctor A. Salgado</i>   |     |

## **Capítulo 8**

Nociones generales de geomática \_\_\_\_\_ 140

*Mariano Barragán, Leandro V. Soto y Héctor A. Salgado*

## **Anexo**

Trigonometría \_\_\_\_\_ 181

*Sebastián I. Besteiro y Héctor A. Salgado*

**Bibliografía ampliatoria / recomendada** \_\_\_\_\_ 191

**Los autores** \_\_\_\_\_ 193

# Introducción

La Topografía es una ciencia aplicada, con profunda base matemática, especialmente en Trigonometría y Geometría, que tiene como objetivo la representación en un plano de una porción limitada de la superficie terrestre.

El campo de aplicaciones de la Topografía es muy amplio, abarcando las siguientes áreas: Agrimensura, Ingeniería Civil, Geología, Minería, Geodesia, Cartografía y diversas especialidades en recursos naturales y medio ambiente. En nuestra Facultad, se orienta al uso y manejo de recursos naturales, especialmente en el ámbito agrícola-forestal, lo cual le otorga identidad propia, diferenciándola de otras topografías dedicadas a las otras especialidades.

La Topografía brinda conocimientos fundamentales para la formación del ingeniero agrónomo y/o forestal, a través del estudio de los métodos y el instrumental para representar e interpretar el relieve terrestre, proporcionando herramientas básicas para un manejo sustentable de los recursos naturales.

La representación gráfica del relieve en un plano le permite al profesional agrónomo “trasladar el campo al gabinete y viceversa”, paso primordial para la planificación de tareas, realización de proyectos y estudios, ejecución y verificación de obras. Tanto a escala de parcela, como de cuenca hídrica o de territorio más extenso, la Topografía es la herramienta para el estudio y determinación de geoformas, delimitación y manejo de cuencas hidrográficas, diseño de obras de control de erosión hídrica, diseño de riego gravitacional, construcciones rurales (aguadas, canales, caminos, alcantarillas y pequeños puentes, planta de silos, etc.), y obras paisajísticas y deportivas (jardines, parques, canchas, etc.).

Dado el creciente desarrollo actual de tecnologías de cartografía digital, teledetección, geoposicionamiento satelital, sistemas de información geográfica y sistemas de agricultura de precisión, englobadas en la Geomática, la Topografía está llamada a ser el vínculo que proporcione la estructura básica de referencia para la aplicación de las anteriores tecnologías a los sistemas de monitoreo y manejo diferencial de insumos en parcelas agrícolas, proyectos, estudios e inventarios agropecuarios, paisajísticos y del medio ambiente.

El presente texto procura ser una contribución del cuerpo docente de la asignatura Topografía, FCAyF-UNLP, para los estudiantes de las carreras de Ingeniería Agronómica y Forestal. Para su confección se tuvieron en cuenta el perfil del egresado (incumbencias...) de nuestra casa de altos estudios, el programa de la materia y su ubicación respecto a asignaturas básicas anteriores y de aplicación posteriores (correlativas...). Se desea poner al alcance de los alumnos de grado una herramienta, que integre conocimientos básicos previos de matemática (principalmente

trigonometría y geometría), estadística (teoría de errores) y física (óptica), con las aplicaciones directas en el ámbito agropecuario. También aborda métodos y uso de instrumentos para estudios y resolución de problemas de captura y proceso de datos, y modelización del terreno a distintas escalas espaciales (región, cuenca hídrica, parcela, etc.). Complementariamente, procura facilitar la comunicación e interacción profesional con grupos interdisciplinarios en geociencias.

# CAPÍTULO 1

## Conceptos generales

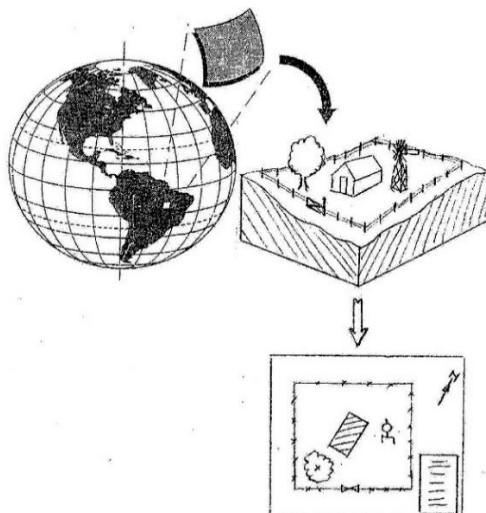
*Carlos A. Orsetti y Héctor A. Salgado*

El estudio del medioambiente y en particular la planificación del manejo de los suelos y el agua, requieren una representación del relieve del terreno, capaz de “trasladar el campo al escritorio” con precisión y detalles suficientes para su objetivo. Tal “traslado” puede realizarse de diversas maneras, siguiendo métodos adecuados.

Precisamente, la **Topografía** es la ciencia que se encarga de estudiar los **métodos** y el **instrumental** necesarios para representar una parte limitada de la superficie terrestre, factible de ser proyectada en un **plano**.

Es importante resaltar dos elementos fundamentales de la definición anterior: el de "limitado" y el de "plano". Ambos están ligados, dado que la Tierra es un cuerpo tridimensional, de forma aproximadamente esférico, y por consiguiente imposible de representar enteramente en un plano, que tiene sólo dos dimensiones. Pero si se selecciona sólo una pequeña parte del planeta Tierra, esta porción del casquete esférico podría considerarse representada por un plano tangente al mismo, con determinado grado de aproximación (Figura 1.1). Es decir, la Topografía brinda las herramientas para fijar los límites, dentro de los cuales es aceptable suponer "plana" a una porción de la superficie terrestre, y por lo tanto factible de ser representada mediante una **proyección plana**.

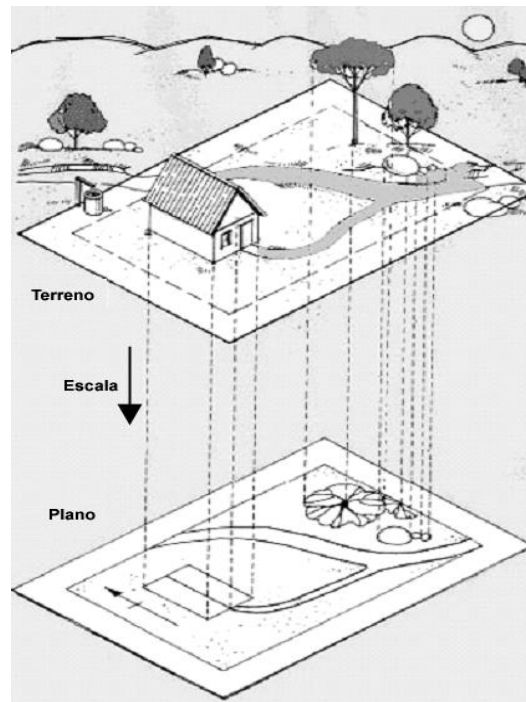
**Figura 1.1: De la Tierra al Plano Topográfico**



## Planimetría y altimetría

La Topografía aborda la representación del relieve a partir de mediciones realizadas en la superficie terrestre. Tales mediciones, en general ángulos y distancias, permiten el cálculo de la posición de los puntos integrantes del terreno en 3 dimensiones, que pueden definirse por sus proyecciones sobre una terna de ejes cartesianos ortogonales (x,y,z).

**Figura 1.2: Planimetría**



La posición relativa de los puntos proyectados ortogonalmente sobre un plano horizontal arbitrario da lugar a la **planimetría** (Figura 1.2).

A su vez, la **altimetría** es la parte de la topografía que tiene por objeto la determinación de la altura del terreno, o sea el desnivel respecto a una superficie horizontal de referencia arbitraria.

La distancia vertical entre tal superficie horizontal de referencia y cada punto del terreno se denomina **Cota**. Por lo tanto, a la superficie de referencia le corresponde cota cero.

## Sistema de representación

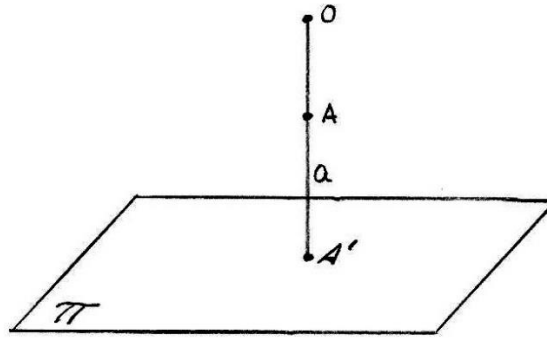
Para la confección de los Planos Topográficos, primero debe definirse un Sistema de Representación de los mismos. La solución para dicha representación viene dada por la **Geometría Descriptiva**, rama de la **Matemática** que resuelve problemas de tipo analítico en forma gráfica, mediante el **Dibujo Lineal**.

En general, en todo Sistema de Representación, se encuentran los siguientes componentes (Figura 1.3):



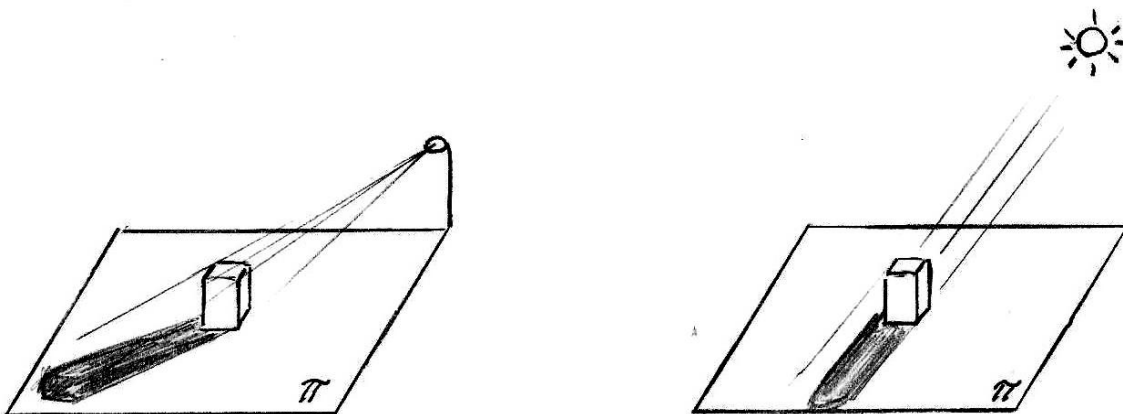
Plano de proyección ( $\pi$ )  
 Centro de proyección o Punto de vista (O)  
 Punto Objeto (A), cualquiera del espacio  
 Punto Imagen (A')  
 Recta proyectante o Rayo visual (a)

**Figura 1.3: Componentes de un sistema de Representación**



De acuerdo a la manera, en cómo se dispongan estos elementos en el espacio, se definen diversos tipos de representaciones o proyecciones. Sea, por ejemplo, un sistema en el cual el Centro de Proyección (O) es una fuente de luz: en (Figura 1.4a) la fuente es una farola de iluminación, cuyos rayos inciden sobre una casilla "objeto", la cual proyecta su sombra "imagen" sobre el plano del suelo "plano de proyección". En (Figura 1.4b), el mismo caso, pero iluminado por el Sol.

**Figura 1.4: Tipos de proyecciones según posiciones**



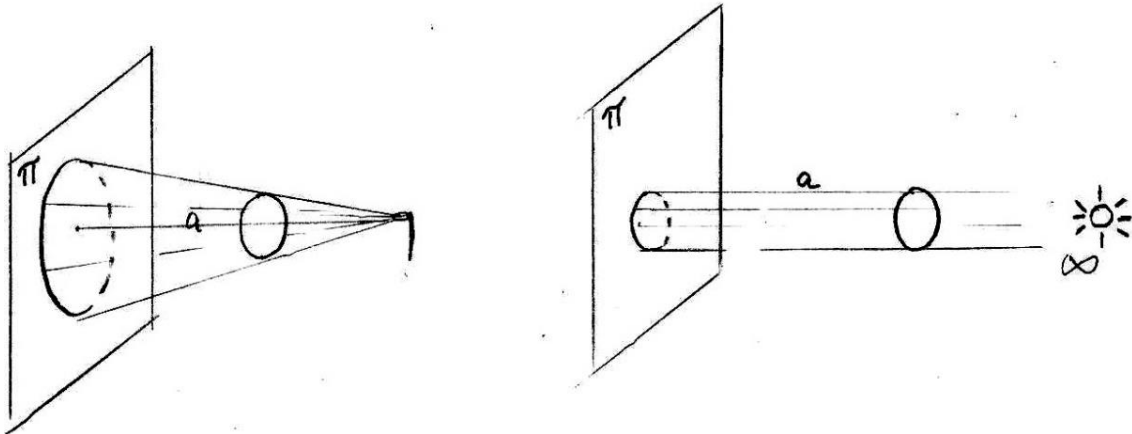
a) Izq.: Centro de Proyección "O" a distancia finita; b) Der.: "O" en el infinito.

Nótese la diferencia debido a la incidencia paralela de los rayos solares, motivada por la distancia entre objeto y punto de vista, que puede considerarse infinita. En el caso de la farola, la distancia (d) es finita, y por lo tanto los rayos convergen desde el punto de vista. En ambos casos los rayos inciden oblicuamente respecto al Plano de Proyección.

Sea otro ejemplo, en el cual el haz proyectante (a) central es perpendicular al plano de proyección ( $\pi$ ). En la (Figura 1.5a) el punto de vista es cercano, y emite rayos sobre una esfera (objeto), proyectando una sombra (imagen) sobre el plano. La imagen tiene la misma forma, pero "agrandada", en función de las distancias relativas "punto de vista - objeto - plano".

En cambio, en (Figura 1.5b) el punto de vista está en el infinito, los haces son paralelos, y la forma de objeto y sombra son iguales.

**Figura 1.5: Proyecciones cónica y cilíndrica**



a) Izq.: Centro de Proyección "O" a distancia finita; b) Der.: "O" en el infinito.

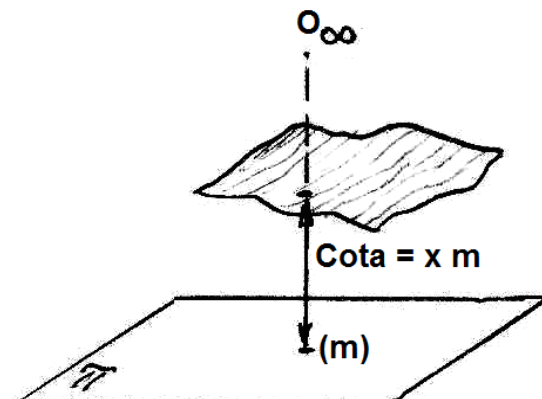
En particular, el sistema que se utiliza convencionalmente para la confección de planos topográficos es el de **Proyección Acotada Ortogonal**.

Las características de dicha Proyección son:

- Sistema con Punto de Vista (O) en el infinito, con haces proyectantes paralelos;
- Los haces inciden perpendicularmente sobre el Plano de Proyección ( $\pi$ );
- La distancia entre el "objeto" y su "imagen" se llama **Cota**.

La proyección del Conjunto de Puntos que representan al terreno se llama **Plano de Puntos Acotados**. Convencionalmente la cota se simboliza con un valor entre paréntesis (Figura 1.6)

**Figura 1.6: Proyección de Puntos Acotados**



## Escala (E)

Se llama **Escala** a la relación entre magnitudes lineales de la imagen “ $d_p$ ” (en el plano de proyección) y el objeto “ $D_T$ ” (en el terreno o realidad), que la originó:

$$Escala = \frac{d_p}{D_T}$$

En general la Escala (**E**) se presenta como un cociente de numerador "uno" y denominador (**D**) un número entero:

$$E = 1 / D$$

Donde D es el Denominador de la Escala

Es evidente que cuanto mayor es D, menor es la Escala.

Las escalas más frecuentes en Topografía tienen un D que va desde 25.000 (en Cartas Topográficas del Instituto Geográfico Nacional o de la Dirección de Geodesia) hasta 1.000 o 500 (en Planos de Proyectos de Obra).

## Vacilación planimétrica ( $\Delta s$ )

Es el máximo Error (Tolerancia) en la definición planimétrica a campo de un punto, admisible para que éste (el error) no sea discernible en el plano topográfico a Escala ( $E = 1/D$ ).

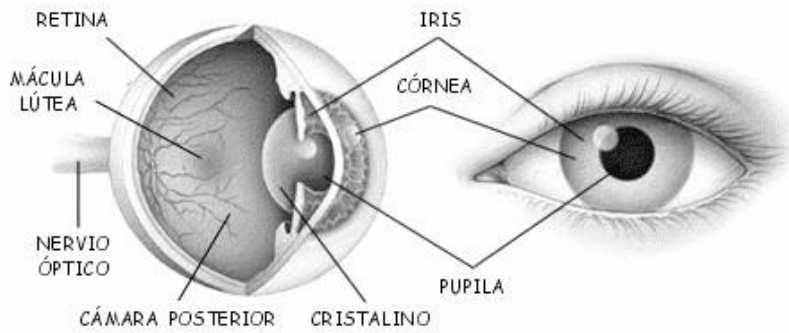
Para su definición hay que tener en cuenta la estructura del ojo humano. Se puede establecer una analogía entre el ojo humano y una cámara fotográfica digital (Figura 1.7).

**Figura 1.7: Ojo humano y cámara digital**



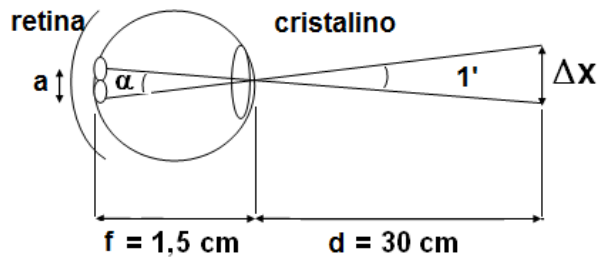
En ambos casos hay una lente (el “cristalino”) ubicada en el frente para enfocar la luz y un “dispositivo” fotosensible detrás, para capturar la imagen. Tal “dispositivo” fotosensible es la retina, constituida por bastones y conos (equivalente en tejido orgánico de los píxeles electrónicos), ubicada a la distancia focal de la lente “ $f$ ” (Figura 1.8).

**Figura 1.8: Componentes del ojo**



Sean: "d" la "distancia Óptima de Visión Distinta", o sea la distancia a la cual el ojo discierne con mayor comodidad;  $\alpha=1'$  la "acuidad visiva", el ángulo subtendido por 2 células sensibles (conos y bastoncitos) vecinas del ojo, y "a" la distancia entre esas 2 células ( $4\mu\text{m}$ ).

**Figura 1.9: Vacilación planimétrica**



Analizando la Figura 1.9:

$$\text{tg } \alpha = \text{distancia entre conos vecinos} / \text{distancia focal } f$$

$$\text{tg } \alpha = 0,0004 \text{ cm} / 1,5 \text{ cm}$$

Por lo tanto:

$$\alpha = \text{arctg} (0,0004 / 1,5) = 0^\circ 0' 55'' \approx 1'$$

Y:

$$\Delta x = \text{tg } 1' \cdot 30 \text{ cm} = 0,0087 \text{ cm} \approx 0,1 \text{ mm}$$

Por consiguiente, 0,1 mm es la distancia que debe separar a 2 puntos en el plano, para que se vean como 2 puntos distintos.

Para la determinación de la Escala se toma el doble (0,2 mm) como mínima distancia perceptible a simple vista. Por lo tanto, la expresión queda:

$$\Delta s = 0,2 \text{ mm.} \cdot D$$

Donde D es el denominador de la escala

Por ejemplo, si se va a confeccionar un Plano a Escala = 1/1000 → D = 1000

y  $\Delta s = 0,2 \text{ mm} \cdot 1000 = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$

Significa que se pueden cometer errores accidentales de hasta 20cm en el levantamiento a campo, sin que sean perceptibles en el correspondiente plano del levantamiento, confeccionado a Escala 1:1000.

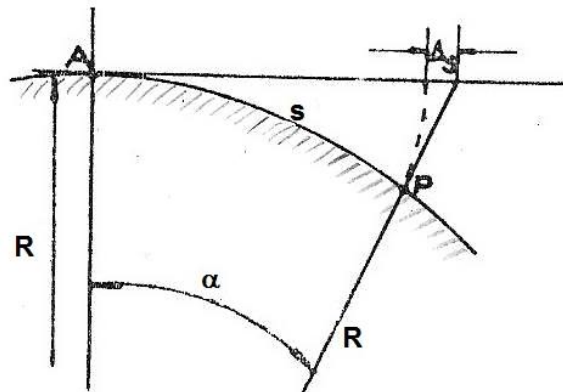
## Influencia de la curvatura terrestre

Tal como se expresó anteriormente, en los Planos Topográficos se considera la proyección de una parte de la superficie terrestre sobre un Plano. Dado que la superficie terrestre se puede considerar (a los fines de la topografía) aproximadamente esférica, el plano se ubica tangente a ella en un punto, presentándose, por lo tanto, deformaciones, que se tornan más notorias en la medida que nos alejamos del punto de tangencia A (Figura 1.10).

Esto produce errores, tanto en planimetría como en altimetría, cuya influencia se ve en las Figuras siguientes:

En **Planimetría** la influencia de la curvatura se expresa por " $\Delta s$ " (Figura 1.10).

**Figura 1.10: Influencia de la curvatura terrestre en planimetría ( $\Delta s$ )**



Desarrollando en serie la función trigonométrica tangente...  $\text{tg } \alpha = \alpha + \alpha^3/3 + \dots$

$$\Delta s = R (\text{tg } \alpha - \alpha) = R \cdot \alpha^3/3$$

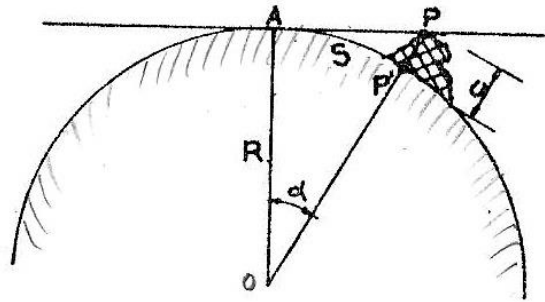
Y dado que, para ángulos  $\alpha$  pequeños  $\alpha = \text{tg } \alpha = s/R$

Resulta...

$$\Delta s = s^3 / 3 R^2$$

En **Altimetría** la influencia de la curvatura se expresa por "**c**" (Figura 1.11):

**Figura 1.11: Influencia de la curvatura en altimetría (c)**



$$(R + c)^2 = R^2 + 2 R c + c^2 \quad (1)$$

A su vez, por Pitágoras  $\rightarrow (R + c)^2 = R^2 + s^2 \quad (2)$

Igualando (1) y (2)  $2 R c + c^2 = s^2$

Y considerando que  $c^2$  es un infinitésimo de orden superior, que tiende a cero.

Queda  $\rightarrow 2 R c = s^2 \quad (3)$

Por lo tanto

$$\boxed{c = s^2 / 2 R}$$

Ejemplificando, las Influencias de la Curvatura en Planimetría ( $\Delta s$ ) y en Altimetría ( $c$ ) para Planos que abarquen una zona de dimensiones  $L$  (expresada en Km) serían:

Para  $L = 1 \text{ km}$ .  $\rightarrow \Delta s = 1^3 / 3 * 6400^2 = 0,01 \text{ mm}$

$\rightarrow c = 1^2 / 2 * 6400 = 0,08 \text{ m}$

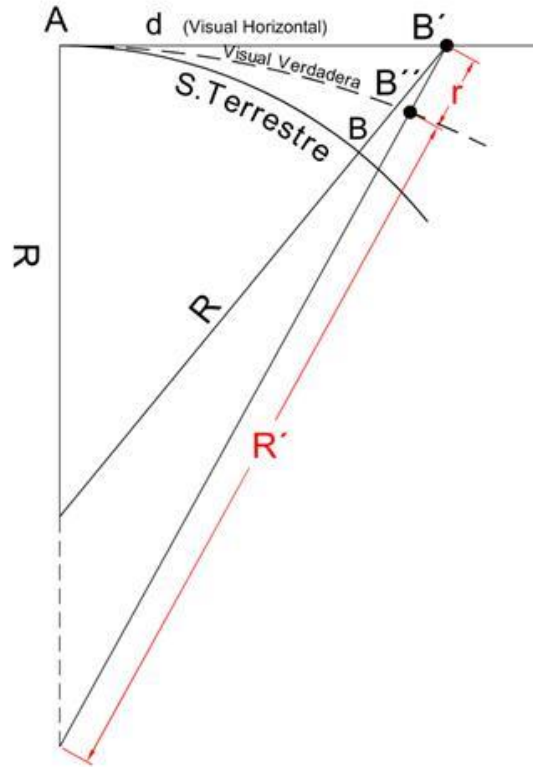
Esto indica que el error en Planimetría resulta despreciable, pero NO así en Altimetría, donde debe ser calculado y corregido.

## Influencia de la refracción atmosférica

En realidad, cuando se dirige una visual con un instrumento óptico, la misma va atravesando capas de la atmósfera de distinta densidad que le ocasionan una "refracción" y a consecuencia

de esta, la visual verdadera deja de ser una recta y se transforma en una curva (Figura 1.12). Este efecto de refracción atmosférica compensa en parte el efecto de curvatura.

**Figura 1.12: efecto de la refracción en las capas atmosféricas**



La refracción atmosférica no es un valor constante y va variando a lo largo del día. La visual verdadera está inscrita en un círculo de radio mayor al terrestre, cuyo valor varía entre 25000 y 75000 km. La refracción máxima se da al amanecer y al atardecer ( $R' = 25000$  km) y es mínima al mediodía ( $R' = 75000$  km). Se toma por lo tanto un valor medio de 50000 km como valor de  $R'$ .

La relación entre los radios, terrestre y el de curvatura de la luz por el efecto de la refracción es una constante “ $K$ ”:

$$K = \frac{R}{R'} = \frac{6370}{50000} = 0,13$$

Empleando nuevamente el Teorema de Pitágoras, puede calcularse el efecto de refracción  $r$ , representado por el segmento  $\overline{B'B''}$ :

$$(R' + r)^2 = d^2 + R'^2$$

$$R'^2 + 2R'r + r^2 = d^2 + R'^2$$

Sacando  $R'^2$  de ambos lados de la igualdad y dividiendo por  $2R'$  queda:

$$\frac{2R'}{2R'} r + \frac{r^2}{2R'} = \frac{d^2}{2R'}$$

Si ahora se desprecia el término  $(r^2 / 2R')$  de la ecuación anterior, por ser cercano a cero, se obtiene la expresión del **Efecto de la Refracción Terrestre “r”**:

$$\therefore r = \frac{d^2}{2R'}$$

Como se dijo anteriormente, el efecto de la refracción compensa en parte el error producido por la curvatura.

Por lo tanto, el error que se comete por curvatura y refracción “Cr” será:

$$Cr = C - r$$

$$Cr = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{2R'}$$

Reemplazando R' por R/K (K = R/R'):

$$Cr = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{2 \frac{R}{K}} = \frac{d^2}{2R} - \frac{K d^2}{2R}$$

$$\therefore Cr = \frac{d^2}{2R} (1 - K)$$

Como se dijo  $K \cong 0,13$

$$\therefore Cr = \frac{d^2}{2R} (1 - 0,13)$$

Por lo tanto, el **Efecto de Curvatura y Refracción Terrestres** en altimetría para un R = 6370 km es:

$$Cr = 0,87 \frac{d^2}{2R}$$

$$Cr = 0,87 \frac{d^2}{2 \times 6370 \text{ km}} = 0,00007 \times d^2 [\text{km}]$$

Si se desea expresar Cr en metros [m], se deja d en kilómetros [km] y se multiplica la expresión anterior por 1000, quedando finalmente:



$$Cr = 0,07 \times d^2$$

Por ejemplo, aplicando esta expresión a distintos valores de d (100m, 500m, 1000m y 10000m), se obtiene el **efecto en altimetría de Curvatura y Refracción (Cr)**:

$$Cr = 0,07 * (0,1)^2 = 0,0007m$$

$$Cr = 0,07 * (0,5)^2 = 0,018m$$

$$Cr = 0,07 * (1)^2 = 0,07m$$

$$Cr = 0,07 * (10)^2 = 7m$$

Como puede apreciarse, Cr no es un valor lineal y crece exponencialmente con el aumento de la distancia. A 100m el valor de Cr es despreciable ya que no alcanza a 1mm mientras que a 500m adopta un valor considerable de 1,8cm. Puede decirse entonces que Cr deberá calcularse cuando la distancia supera los 500m.

# CAPÍTULO 2

## Errores de medición

*Héctor Salgado*

Todas las operaciones topográficas se reducen, en última instancia, a mediciones de distancias y direcciones (ángulos). La vista humana, así como los demás sentidos, tiene un límite de percepción, más allá del cual no se aprecian las magnitudes lineales o angulares y, por consiguiente, cualquier medida obtenida por lectura, mediante la vista, no podrá ser sino aproximada.

La operación de la medición es facilitada mediante instrumentos, con los cuales se amplía la percepción visual, pero aun así no se consigue eliminar por completo las vacilaciones (errores) en las medidas. Además, hay factores externos, tal como la refracción atmosférica, la temperatura, etc., que influyen en la medición, contribuyendo así a que, dentro de determinados límites, la magnitud obtenida sea imprecisa. Por lo tanto, es forzoso operar con medidas tan solo aproximadas, sin llegar a conocer nunca la exactitud rigurosa.

Para evitar que los errores se acumulen en una serie de trabajos, es necesario establecer métodos, de manera que, a través de un estudio previo de errores probables, no se supere un límite establecido de antemano, el cual en topografía se denomina “**tolerancia**”.

### **Equivocaciones, errores groseros o graves**

Son los producidos por negligencia, descuido o cansancio del operador. Son evitables, y suelen ser fácilmente detectables. En el caso de producirse, lo que corresponde es efectuar nuevamente la medición.

Ejemplos: error en el conteo del número de metros o de cintadas en la medida de una distancia con cinta de agrimensor, etc.

### **Errores inevitables**

Son indeterminaciones o vacilaciones, que se comenten al efectuar una medición. La causa puede ser: falta de definición de los extremos o marcas de la magnitud medida, limitaciones constructivas del instrumental, variación de las condiciones ambientales durante la medición, etc.

Pueden clasificarse en: sistemáticos o accidentales.

## Errores sistemáticos

Son producidos por una causa, que obliga a cometerlos siguiendo una ley conocida.

Ejemplos:

- Se mide una distancia con una cinta más corta (o más larga) de lo debido, porque con el prolongado uso, se cortó...y luego, al repararla y unirla, quedó más corta. O bien se alargó por fatiga de material.
- Se mide una distancia con una cinta metálica, bajo condiciones de temperatura distintas a la de calibración de la misma. Por lo tanto, se encuentra dilatada o contraída, siguiendo la Ley de Young...

En estos casos, al colocar la cinta en posiciones sucesivas, se comete en cada cintada un error sistemático por exceso o defecto, y el error final resulta ser el error de una cintada multiplicado por el número de cintadas.

Los errores sistemáticos, conocidas sus causas, pueden preverse, calcular su magnitud, y efectuar las correcciones correspondientes.

## Errores accidentales

Se deben a causas fortuitas, o sea, obedecen a la **ley del azar**. Sus características son:

- Tienen igual probabilidad de ser positivos (+) o negativos (-).
- Su magnitud no puede preverse; sólo puede acotarse el límite del error, o la probabilidad de su entorno.

Ejemplos:

- Lectura en una escala graduada con un nonius.
- Falta de coincidencia en cada tramo de una cinta de agrimensor entre colocación de la ficha y enganche de manija, etc.

Los errores accidentales pueden clasificarse en **verdaderos o aparentes**, de acuerdo con su referencia. Si se pudiera conocer el valor verdadero o exacto ( $X$ ) de una magnitud (por ej. una determinada longitud), su diferencia con las mediciones realizadas ( $x_i$ ) brindaría los errores verdaderos ( $e_i$ ):

$$e_i = x_i - X$$

En la práctica, se desconoce el valor verdadero de una magnitud, razón por la cual se efectúa la medición de la misma. Por lo tanto, se reemplaza por el “valor más probable” de tal magnitud, que, según los postulados de Laplace-Gauss, es la media aritmética ( $\bar{x}$ ). Las diferencias (desvíos) de las mediciones respecto a la media son los errores (o desvíos) aparentes ( $v_i$ ):

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

Donde  $x$ : valor de 1 observación  
 $X$ : valor exacto (desconocido)  
 $\bar{x}$ : media aritmética:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$   
 $n$ : número de observaciones  $x_i$

## Propiedades de la media aritmética ( $\bar{x}$ )

- Anula la sumatoria de los desvíos:

$$\sum v_i = 0$$

- Minimiza la sumatoria de los cuadrados de los desvíos:

$$\sum v_i^2 = \text{mínimo}$$

Esto constituye la base de la Teoría de los Mínimos Cuadrados

## Error cuadrático medio de una observación (m)

El error cuadrático medio (m) de una serie de “n” observaciones (o desviación Standard “s”) es una medida de la dispersión del conjunto de observaciones  $x_i$ . Es un índice de la precisión de la medición. Se lo denomina “de una observación” porque se refiere a una observación cualquiera de la serie, dado que todas merecen igual grado de fe (peso). Se expresa:

$$m = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

## Error medio del promedio (M)

Es el índice de precisión con que queda determinado el valor más probable ( $\bar{x}$ ) para un conjunto n de observaciones:

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}$$

## Error absoluto y error relativo

Los errores  $v_i$ ,  $m$  y  $M$  son “absolutos”. Se expresan con las mismas unidades que las observaciones (por ej. el metro). En el caso de mediciones lineales, carecen de significado, si no se vinculan con el valor de la magnitud medida. Por consiguiente, se emplea el “**Error relativo Er**”, el cual resulta un indicador de la precisión de tal medición.

Por ejemplo, se mide una distancia de 800m con un error de +/- 0,1m

$$X = 800m \pm 0,1m$$

Error absoluto: +/- 0,1m

**Error relativo (Er):**  $Er = 0,1 / 800 = 0,000125 = 1 / 8000$

En general, en topografía, las precisiones lineales varían entre 1/100 y 1/20.000

## Ejemplo de aplicación

Sea una serie de 10 observaciones (“xi” mediciones) de una distancia “L”

| $x_i$ | x1     | x2     | x3     | x4     | x5     | x6     | x7     | x8     | x9     | x10    | $\Sigma$ |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| L (m) | 223,07 | 222,98 | 223,02 | 223,06 | 223,07 | 223,04 | 223,24 | 223,05 | 223,03 | 223,04 | 2230,60  |

Los desvíos ( $v_i$ ) y los desvíos cuadrados ( $v_i^2$ ):

|         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
| $v_i$   | 0,01   | -0,08  | -0,04  | 0,00   | 0,01   | -0,02  | 0,18   | -0,01  | -0,03  | -0,02  | 0,00 |
| $v_i^2$ | 0,0001 | 0,0064 | 0,0016 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0324 | 0,0001 | 0,0009 | 0,0004 | 0,04 |

La media aritmética resulta:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{766,74\text{m}}{10} = 223,06\text{m}$

El Error cuadrático medio:  $m = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,04}{9}} = \pm 0,069\text{m}$

El Error medio del promedio:  $M = \frac{m}{\sqrt{10}} = \pm 0,022$

Por lo tanto, la distancia es: **223,06m ± 0,022m**

Y el error relativo:  $Er = \frac{0,022\text{m}}{223,06\text{m}} \cong \frac{1}{10.139} \cong 0,0099 \%$

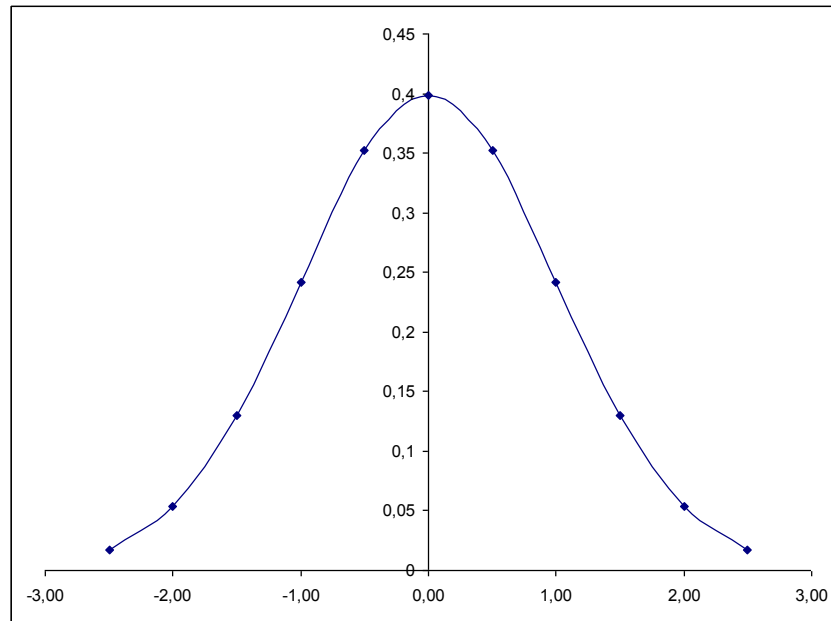
## Probabilidad de errores

La probabilidad se puede definir como la relación entre el número de veces que un resultado debe ocurrir sobre el número total de posibilidades. La probabilidad de que cualquier resultado ocurra es una fracción entre 0 y 1, donde el "cero" indica la imposibilidad y el "uno" la certeza absoluta. Dado que cualquier resultado puede ocurrir o dejar de ocurrir, la suma de probabilidades de ocurrencia y no ocurrencia es 1.

La **Teoría de las probabilidades** se aplica a los errores accidentales en las mediciones topográficas. En efecto, debido a las imperfecciones de los instrumentos y los operadores, siempre ocurrirán errores accidentales, que pueden analizarse con las leyes de probabilidad. Johann Carl Friedrich **Gauss** (1777-1855) estudió la distribución de probabilidad de ocurrencia de los errores accidentales ( $\phi_e$ ), cuya representación se conoce como "**Curva de Distribución Normal**" o "**Curva de Gauss**" (Figura 2.1). Estableció 4 premisas o **Postulados**, sobre las cuales elaboró su teoría de probabilidad de errores accidentales:

- La media aritmética es el valor "más probable" de una serie de mediciones.
- La probabilidad de ocurrencia de un error es función decreciente de la magnitud del mismo.
- Errores positivos y negativos son igualmente probables. (La curva es simétrica).
- La probabilidad de que un error esté comprendido entre "- infinito" y "+ infinito" es 1 (símbolo de certeza).

Figura 2.1: Curva o Campana de Gauss



La curva corresponde a la siguiente ecuación  $f(x)$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

Donde  $\mu$  es la **media** del conjunto de mediciones, y  $\sigma$  es la **desviación estándar** ( $\sigma^2$  es la varianza).

Agrupando y llamando **h** “**Módulo de Precisión**” a la expresión:  $h = 1 / 2^{0,5} \cdot \sigma$

Reemplazando en (1), la curva de Gauss, en función del Módulo de Precisión (h) queda

La curva responde a la siguiente función:  $\varphi_\varepsilon = \frac{h}{\pi^{0,5}} * e^{-(h^2 * \varepsilon^2)}$  2)

Donde:

h : módulo de precisión de la serie de observaciones

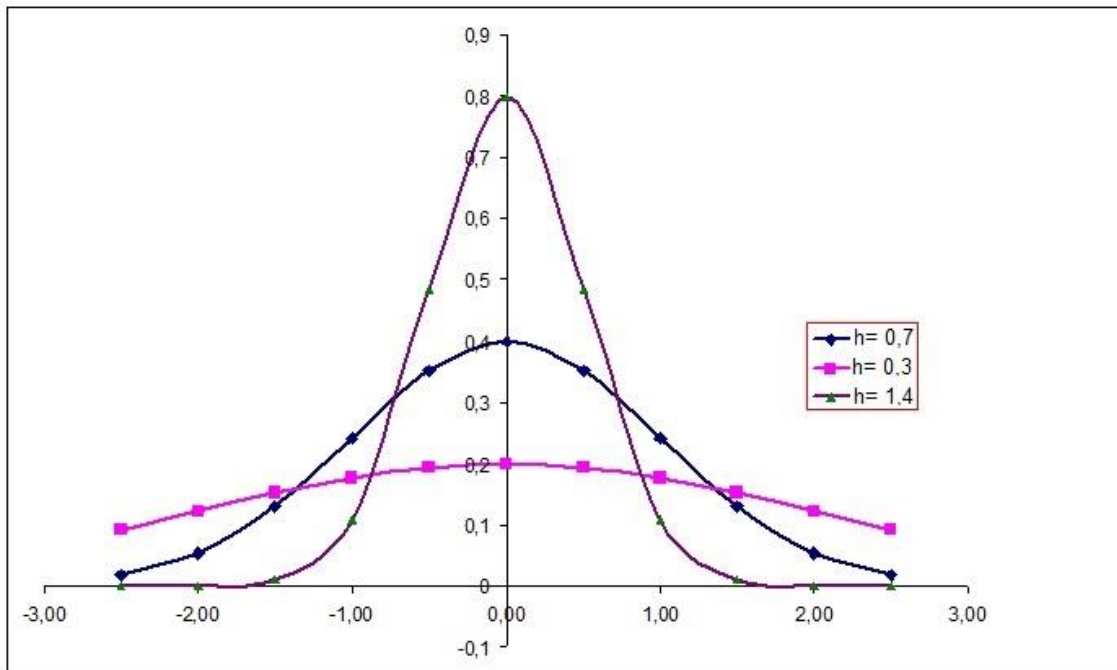
e : base de logaritmos neperianos

$\varepsilon$  : error o desvío

$\pi$  : 3,1416

El Módulo h se puede emplear para comparar series de mediciones. Cuanto más alto sea h, la Campana es más “empinada”, o sea las mediciones se encuentran más cercanas al valor medio (Figura 2.2).

**Figura 2.2: Curvas de distribución normal para 3 Módulos de Precisión “h”**



Ejemplo: se presentan los casos de 3 series de mediciones con distinto “h”. El primero, con una varianza  $\sigma=1$ , implica un h medio ( $h=0,7$ ); el segundo, con  $\sigma=2$  (mayor dispersión) y  $h=0,35$ , y el tercero, con menor dispersión ( $\sigma=0,5$ ) y curva más pronunciada o concentrada cerca de la media ( $h=1,4$ ).

| $\sigma =$ | 1           | 2          | 0,5        |
|------------|-------------|------------|------------|
| $h =$      | 0,707106781 | 0,35355339 | 1,41421356 |

## Propagación de errores

Sea “X” una función lineal  $f(x)$  de variables “ $x_n$ ”, multiplicadas por sus correspondientes constantes “ $a_n$ ”:

$$X = a_1.X_1 + a_2.X_2 + \dots + a_n.X_n$$

Si “ $m_n$ ” son los errores cuadráticos medios de “ $x_n$ ”, el error medio “M” de X es:

$$M = \sqrt{a_1^2.m_1^2 + a_2^2.m_2^2 + \dots + a_n^2.m_n^2}$$

Para una función no lineal de varias variables del tipo:



$$X = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Por desarrollo en serie de Taylor se arriba a la siguiente **expresión general del error medio M**:

$$M = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot m_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \cdot m_n^2}$$

## Función producto

Sea X el producto de una variable “x”, con error “m”, multiplicada por una constante “a”:

$$X = a \cdot x$$

El error medio “M” de X será:

$$M = a \cdot m$$

En el caso que X sea el producto de una variable  $x_1$  con un error  $m_1$ , multiplicada por la variable  $x_2$ , cuyo error es  $m_2$ :

$$X = x_1 \pm m_1 \cdot x_2 \pm m_2$$

El Error medio M de X será:

$$M = \sqrt{x_1^2 \cdot m_1^2 + x_2^2 \cdot m_2^2}$$

Sea, por ejemplo, una parcela rectangular, de la cual se han medido su lado mayor ( $L_1$ ) y menor ( $L_2$ ), con sus respectivos errores ( $m_1$  y  $m_2$ ):

$$L_1 = 114,55\text{m} \pm 0,05\text{m}$$

$$L_2 = 235,75\text{m} \pm 0,1\text{m}$$

La superficie (Sup) de la parcela resulta:

$$\text{Sup} = L_1 \cdot L_2 = 114,55\text{m} \cdot 235,75\text{m} = 27005,16 \text{ m}^2 = 2 \text{ Ha } 70 \text{ A } 5,16 \text{ Ca}$$

y su Error medio M:

$$M = \sqrt{114,55^2 \cdot 0,05^2 + 235,75^2 \cdot 0,1^2}$$

$$M = (13121,70 + 555,78)^{1/2} = \pm 116,95 \text{ m}^2$$

Por lo tanto, la superficie puede expresarse:

$$\text{Sup} = 27005,16 \pm 116,95 \text{ m}^2$$

## **Función suma**

Sea X la suma de 2 variables  $x_1$  y  $x_2$ , cuyos errores medios son  $m_1$  y  $m_2$ :

$$X = x_1 + x_2$$

El error medio "M" de X será:

$$M = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$$

## **Función promedio**

Sea  $\bar{x}$  o  $X_m$  el promedio de n mediciones  $x_i$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

El Error medio del promedio M será:

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}$$

# CAPÍTULO 3

## Mediciones e instrumental de campo

*Sebastián I. Besteiro, José M. Etchegoin, Carlos A. Orsetti  
y Héctor A. Salgado*

En Topografía se efectúan mediciones de distancias, ángulos y desniveles mediante diversos instrumentos y procedimientos. Los datos capturados a campo son posteriormente procesados para realizar levantamientos, apoyo o control de proyectos de sistematización, canales, riego, etc.

### Medición de distancias

La medición de distancias se puede clasificar en **directa** o **indirecta**, según se recorra o no la longitud a medir.

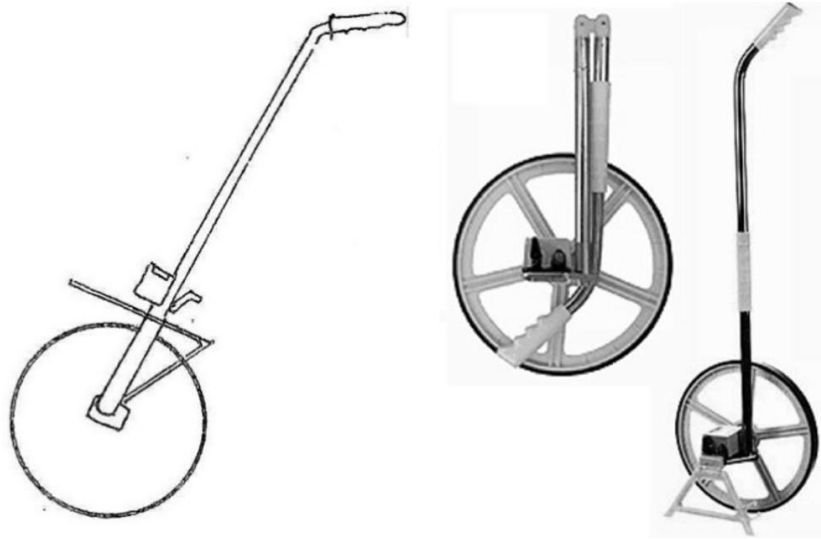
#### Medición directa de distancias

Se llama medición Directa, cuando el valor de la misma se obtiene por aplicación sucesiva sobre toda la extensión de la unidad de medida, o bien sobre un múltiplo o submúltiplo de la misma. Por consiguiente, se requiere recorrer toda la distancia; en cambio, la medición es indirecta cuando se efectúan otras determinaciones que permiten, sin aplicar el elemento de medición sobre la línea a medir, obtener por cálculo su longitud.

La medición directa puede realizarse por métodos expeditivos y por métodos precisos.

#### Métodos expeditivos

Se denominan “expeditivos” porque permiten a medición rápida y fácil de la distancia, aunque con menor precisión. Pueden utilizarse **odómetros o ruedas de agrimensor** (Figura 3.1), instrumentos que miden la distancia al hacer girar una rueda sobre la línea a medir. Este instrumento utiliza un contador para registrar las vueltas de la rueda o directamente la distancia recorrida si son electrónicos.

**Figura 3.1: Odómetro o rueda de agrimensor**

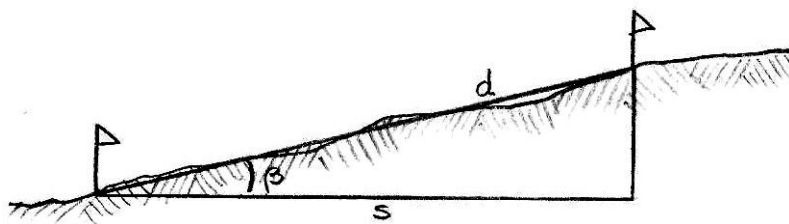
*Odómetro genérico (izquierda) y odómetro plegable en posición de transporte y uso (centro y derecha)*

La **distancia medida** ( $D$ ) se determina en base al diámetro de la rueda ( $\phi$ ), siendo  $c$  = la circunferencia,  $\pi = 3,1416$ , y  $n$  = el número de revoluciones:

$$c = \pi * \phi$$

$$D = n * c$$

Cuando la distancia es inclinada, se debe “reducir al horizonte” para obtener la **distancia topográfica** ( $s$ ) (Figura 3.2),

**Figura 3.2: Distancia topográfica (s)**

*Reducción al horizonte de la distancia inclinada ( $d$ ) y su proyección al horizonte ( $s$ )*

La distancia topográfica o distancia reducida al horizonte ( $s$ ), cuando el ángulo de inclinación es “ $\beta$ ”, se calcula:

$$\cos \beta = s / d \rightarrow \boxed{s = d * \cos \beta}$$

La utilización del odómetro requiere que la superficie de rodamiento sea lisa, recta, y no se produzca patinaje, ya que, si así ocurriese, la medida sería errónea. Es muy útil para mediciones de longitudes de caminos, canales de riego, etc.

### Método del paso regular

Consiste en determinar la distancia mediante el conteo de los pasos. El Error relativo ( $E_r$ ) es de 1/100 aproximadamente, dependiendo del tipo de terreno (arena, compacto, quebrado, llano, etc.), la pendiente y el sentido en que se la recorre. En general se estima que un hombre recorre una longitud igual a su altura, cada 2 pasos. No obstante, es conveniente calibrar el paso mediante la repetición de la operación.

Ejemplo (Tabla 3.1): se desea calibrar el paso utilizando una distancia, previamente medida con un instrumento preciso ( $d = 128\text{m}$ ); se efectúan 6 repeticiones de la medición con pasos, 3 de ida y 3 de vuelta.

**Tabla 3.1: Calibración de paso**

| Repetición                                      | Cantidad de pasos (p) |
|---|-----------------------|
| 1   | 166                   |
| 2   | 167                   |
| 3   | 166                   |
| 4   | 165                   |
| 5   | 167                   |
| 6   | 165                   |
| <b>Total</b>                                    | 996                   |
| <b>Promedio de pasos = Total / repeticiones</b> | 166                   |

*Planilla de calibración de longitud de paso*

$$\text{Medida del paso regular} = \text{Distancia medida} / \text{Promedio de pasos} = 128\text{m} / 166\text{p} = 0,77 \text{ m/paso}$$

$$\text{N}^\circ \text{ de pasos c/10m} = \text{Promedio de pasos} \times 10 / \text{Distancia medida} = 166\text{p} \times 10 / 128\text{m} = 13 \text{ pasos/10m}$$

### Métodos precisos

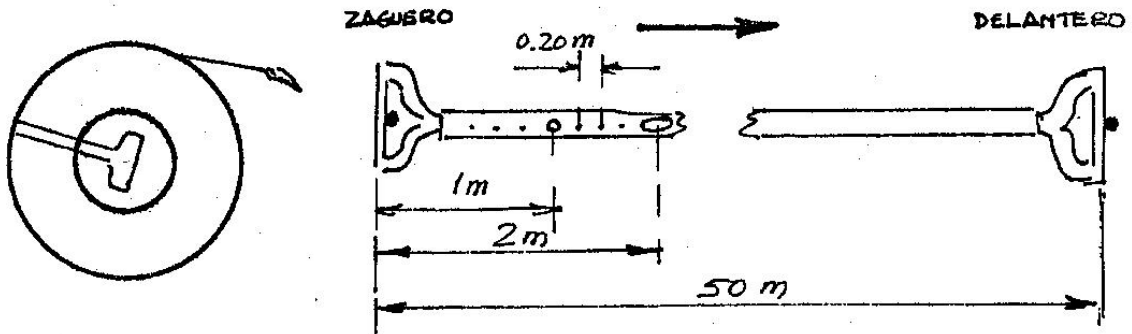
En general, en topografía agrícola se requiere precisión mayor que la alcanzable con los métodos anteriores, debido a las Escalas (1/100 a 1/20.000) empleadas. Por eso se recurre a cintas o alambres de invar, ruletas (cintas métricas de 25 a 30 m), o cintas de agrimensor auxiliándose con jalones y fichas.

### Cinta de agrimensor

La cinta de agrimensor (Figura 3.3) es un fleje de acero de 50m de longitud. Lleva marcas, que permiten la medición. Cada 2m hay una chapita elíptica, en la cual figura la distancia en

metros desde ambos extremos de la cinta. Además, hay 1 remache circular grande cada metro, y un remache chico cada 20cm.

Figura 3.3. Cinta de agrimensor



Cinta de agrimensor de 50m enrollada (izquierda) y desplegada (derecha) mostrando sus partes constitutivas (manijas, chapitas y remaches de posición)

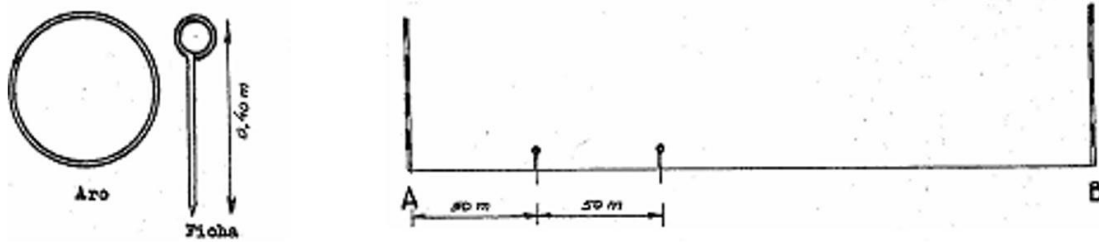
En cada extremo, la cinta posee una manija, siendo la longitud total la existente entre los ejes o bordes de tales manijas.

#### Ejecución de la medición:

Sean 2 puntos A y B, entre los cuales se desea conocer la distancia (Figura 3.4).

- Primero se materializa la **alineación**, y luego se procede al trabajo, integrado por 2 operadores (**zaguero y delantero**), que cuentan con una cinta de agrimensor y un juego de 11 **fichas** y 2 **aros** (Figura 3.4).
- Inicia la operación el zaguero, quien clava una ficha en el extremo A.
- El delantero se dirige en dirección hacia B, guiado desde A por el zaguero, que lo alinea. El delantero clava 1 ficha (de las 10, que tenía en el aro), y avanza nuevamente hacia B.
- El zaguero acompaña el desplazamiento, con la cinta extendida, recoge la ficha, insertándola en el aro, y se desplaza hacia la próxima ficha.
- La secuencia se repite hasta que al delantero no le quedan más fichas. Ahí espera al zaguero, e intercambian los aros. En ese momento han recorrido 1 "**tiro**" (500m para cintas de 50m de longitud).

La distancia resulta el N° de tiros, más el N° de fichas del zaguero (multiplicada por la longitud de la cinta), más la fracción desde la última ficha clavada.

**Figura 3.4. Medición con cinta de agrimensor**

*Aro y ficha utilizados en la medición directa con cinta (izquierda); medición con cinta de la longitud AB, materializada con jalones en sus extremos (derecha)*

### Errores en la medición con cintas:

#### Errores sistemáticos (Es)

- Error por falta de contraste
- Error por falta de alineación
- Error por catenaria
- Error por tracción
- Error por temperatura (el más importante).

Los errores por tracción y por catenaria, además de su menor incidencia, tienden a compensarse entre sí.

A los efectos de contrastar una cinta métrica, se deben estandarizar las condiciones de medición. En Argentina se consideran 20°C de Temperatura y 5 kg de fuerza de Tracción, como condiciones Standard para el contraste.

La **corrección por Temperatura** requiere el auxilio de medición con un termómetro de la misma, en el lugar y momento de la medición.

Sean:

- Longitud de contraste (figura en el folleto, que acompaña a la cinta):  $L_0$
- Temperatura de contraste (figura en el folleto, que acompaña a la cinta):  $T_0$
- Temperatura a la cual se realiza la medición:  $T(^{\circ}\text{C})$
- Módulo de dilatación:  $\alpha$

La diferencia de temperatura entre la de medición y la de contraste:

$$\Delta T = T(^{\circ}\text{C}) - T_0$$

La longitud de la cinta en el momento de la medición  $L_T$  será:

$$L_T = L_0 * (1 + \alpha . \Delta T)$$

**Errores accidentales (Ea)**

- Falta de coincidencia entre extremos de 2 cintadas sucesivas
- Error en la lectura (apreciación)...
- Clavado inclinado de las fechas...etc...

La suma de los errores accidentales es:

$$\boxed{Ea = e_a \sqrt{n}}$$

Donde  $e_a$ : error accidental en una cintada;  $n$ : número de cintadas con las cuales se midió la longitud "L". Por lo tanto  $\rightarrow n = L / l$

El **Error Medio Total (Em<sub>T</sub>)** en la medición de la longitud "L" es:

$$Em_T = \sqrt{Ea^2 + Es^2}$$

$$\text{siendo } Es = es * n \quad \text{y} \quad Ea = ea * \sqrt{n}$$

$$\rightarrow Em_T = \sqrt{e_a^2 \cdot n + e_s^2 \cdot n^2} \quad \rightarrow \quad Em_T = \sqrt{\frac{e_a^2 \cdot L}{l} + \frac{e_s^2 \cdot L^2}{l^2}}$$

considerando que  $e_a^2 / l = A$  y  $e_s^2 / l^2 = B$  se determinan empíricamente, queda:

$$\boxed{Em_T = \sqrt{A \cdot L + B \cdot L^2}}$$

**Tolerancias en la medición con cintas métricas**

En general, las Tolerancias varían de acuerdo a la precisión requerida, la zona y las condiciones de medición. Se puede expresar:

$$T = K \cdot \sqrt{A \cdot L + B \cdot L^2}$$

Donde T y L se expresan en metros (m); K varía entre 0,01 y 0,03; A varía entre 0,3 y 1,5; B varía entre 0,0005 y 0,003

En general para mediciones en topografía agrícola se puede tomar:

$$\boxed{T(m) = 0,01 \cdot \sqrt{1,5 \cdot L + 0,003 \cdot L^2}}$$



## Medición indirecta de distancias

La necesidad de conocer magnitudes que no se pueden medir en forma directa, siempre está presente en todo trabajo topográfico, ya sea este de relevamiento o de replanteo.

Muchas veces la topografía del terreno, la vegetación, obras de arte o cualquier otro obstáculo se interponen en la línea de medición o no permite acceder a alguno o algunos de los puntos que se quieren determinar.

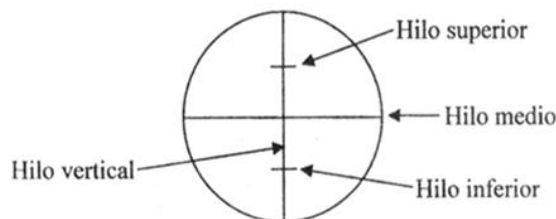
Se desarrollan a continuación algunos ejemplos que se presentan más a menudo en los trabajos de campo. En todos los procedimientos de medición indirecta (excepto en los electrónicos que se verán más adelante) intervienen magnitudes y se realizan más operaciones que si se midieran directamente. Por este motivo se deben tener en cuenta que los errores producidos en cada una de ellas tendrán su influencia conjunta en el resultado final, según la ley de propagación de errores.

En síntesis, cuantas más operaciones se realizan para determinar una magnitud, menos exacto será el valor determinado de esta.

### Estadimetría

Se emplea en general un nivel de anteojo, que cuenta con un anteojo astronómico, el cual lleva en su interior una lente, donde se han marcado con un diamante una línea vertical y 3 líneas horizontales, llamado **retículo** (Figura 3.5).

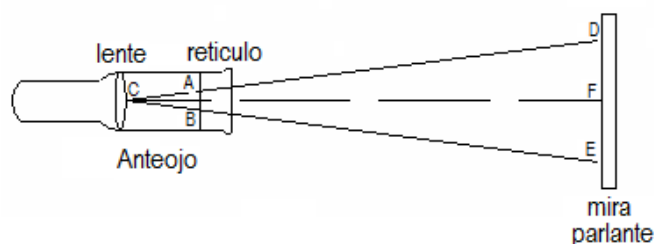
**Figura 3.5: Retículo con hilos estadimétricos**



Los hilos superior e inferior se llaman hilos estadimétricos o distanciométricos, y realizando la diferencia entre ellos, multiplicándola por una constante K, que generalmente es 100, se obtiene la distancia entre el aparato y la mira.

$$d = (h_s - h_i) \cdot K$$

**Figura 3.6: Medición estadimétrica de distancia**



De acuerdo con las leyes de semejanzas entre los triángulos CAB y CDE:

$$\frac{CD}{CF} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow CF = \frac{CD}{AB} * DE$$

Donde CF es la distancia que separa al instrumento de la mira.

La magnitud DE se obtiene de la diferencia de lecturas de hilo superior menos hilo inferior de la mira, mientras que la magnitud AB sea constante por fabricación del aparato. En los instrumentos más modernos los fabricantes hacen que la relación entre CO y AB sea igual a 100 por lo que nuestra expresión se reduce a:

$$\boxed{CF = DE * 100}$$

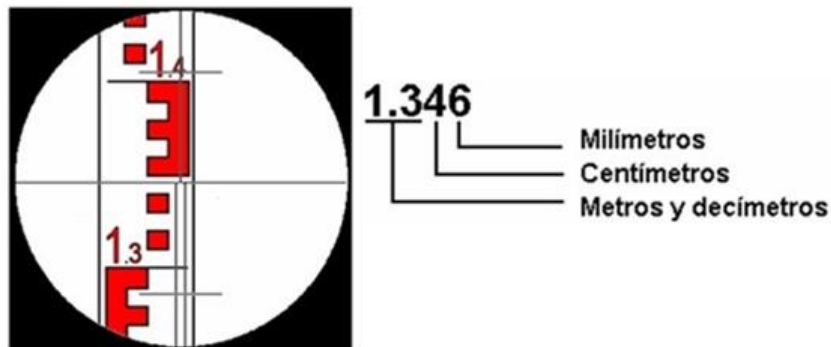
En la práctica se leen los tres hilos (hs, hi, hm) y se controla que el hm leído no difiera en más de 11/2 mm con el hm calculado (promedio de hs y hi). Si eso se cumple, se toma como válida la lectura, caso contrario, si supera el 11/2 mm, la lectura se efectuará nuevamente:

$$hm = (hs + hi) / 2 \quad ; \quad d = (hs - hi) \times K$$

$$d = (hs - hi) \times 100$$

Las lecturas directas se efectúan “al centímetro” (tercera cifra significativa), y se aprecia el “milímetro” (cuarta cifra significativa).

**Figura 3.7: Lecturas de hilos estadimétricos en la mira**



*Lecturas de mira vistas desde el anteojo*

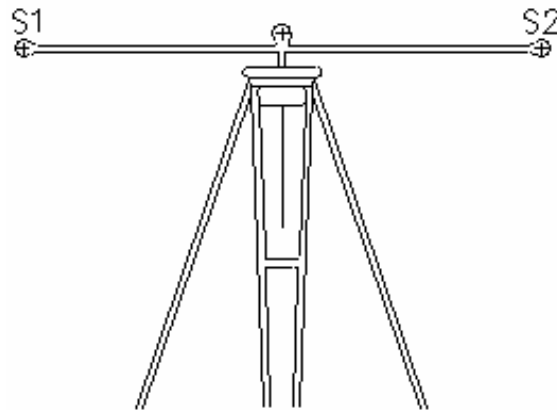
Sean:  $hs = 1,404$   $hm = 1,346$  y  $hi = 1,288 \rightarrow$  la distancia aparato - mira resulta  $\rightarrow d = 11,6$  m

**Estadía horizontal de invar**

En este método se emplea un teodolito para la medida del ángulo paraláctico, y una mira, también conocida como “mira base” o “paraláctica” (Figura 3.8). Esta mira consta de un tubo,

en cuyo interior va incorporada una varilla de invar (aleación de Fe-Ni), que tiene la propiedad de no dilatarse con la temperatura (muy bajo coeficiente de dilatación). En los dos extremos de esta varilla se encuentran las señales, a las cuales se apunta con un teodolito. La mira o estadía va sujeta a un trípode, que permite la centración sobre el punto a medir, como así también consta de un nivel para verificar su horizontalidad, y un sistema de mira para lograr la perpendicularidad. La longitud de las miras, en la generalidad de los casos, es un entero de metro que puede variar de 1, 2 o 3 metros.

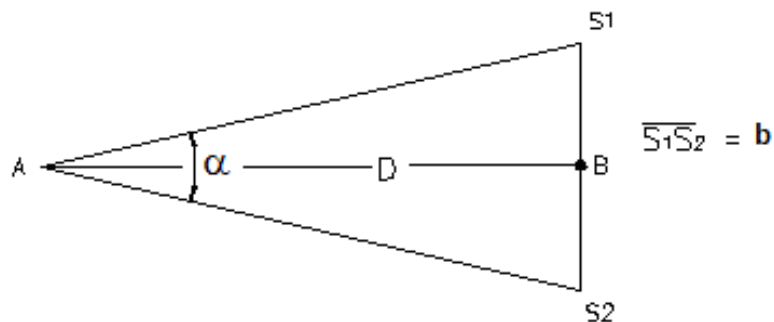
**Figura 3.8: Estadía de invar**



*Representación gráfica de una estadía de invar o mira paraláctica*

Para determinar la longitud "D" entre los puntos AB (A es la estación del teodolito y B es la posición de la mira paraláctica), se emplean un teodolito y la estadía con sus correspondientes trípodes.

**Figura 3.9: Distancia horizontal con estadía de invar**



*Vista en planta de distancia horizontal AB con estadía de invar, mira base o mira paraláctica*

Se estacionan el teodolito en A y la mira en B. Seguidamente se bisectan<sup>1</sup> S1 y S2 y se hacen las correspondientes lecturas, determinándose así el ángulo  $\alpha$  "paraláctico". Cabe señalar que  $\alpha$  es un ángulo diedro, entre 2 planos verticales, uno que contiene a la línea A-S1, y otro con la línea A-S2.

<sup>1</sup> En Topografía el término "bisección" se utiliza para indicar el punto donde se realiza la visual o puntería.

Entonces la distancia buscada  $D$  estará dada por la expresión:

$$D = b / 2 \cdot \cotg \alpha / 2$$

De la expresión surge que el valor de  $D$  depende directamente del valor del ángulo  $\alpha$ . Por consiguiente, se debe tener el mayor cuidado en la medición angular. Es conveniente para lograr buenos resultados utilizar un teodolito de lectura de segundo ( $1''$ ).

### Medición electrónica de distancias

A mediados del siglo pasado se hizo posible la medición de distancias mediante “ondas”. Esta medición de ondas, ya sean de luz, electromagnéticas o de rayos láser ha hecho posible la fabricación de instrumentos electrónicos, los cuales, mediante un dispositivo permiten medir distancias.

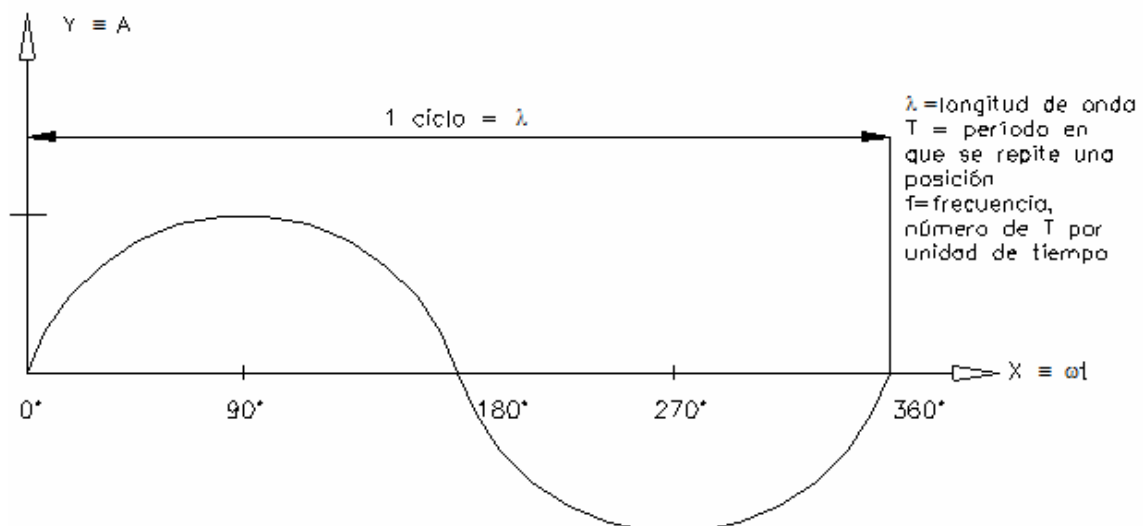
El primero de estos aparatos surgió de unos de los tantos intentos para mejorar la medición de la velocidad de la luz, fue presentado por el físico sueco Erik Bergstrand en el año 1948 y se denominó **Geodímetro**. Este aparato podía medir con precisión distancias de hasta 40 kilómetros, y transmitía una radiación visible, por lo que podía ser utilizada durante la noche.

A partir de este primer distanciómetro se han sucedido una innumerable cantidad de dispositivos electrónicos cada vez más precisos, de menor costo y tamaño, pero básicamente el principio de todos es la medición de ondas.

### Fundamento de los distanciómetros

Para poder comprender el funcionamiento básico de estos aparatos, primeramente, se debe conocer cómo se comportan las ondas (Figura 3.10).

**Figura 3.10: Ciclo de onda**



*Ciclo de una onda sinusoidal simple, donde:  $A$  (amplitud) es constante e igual a la distancia vertical entre una cresta o valle y el punto de equilibrio de la onda,  $\lambda$  (longitud de onda) es la distancia entre el mismo punto de dos ondulaciones consecutivas;  $T$  (período) es el tiempo en el que se completa  $\lambda$ ;  $f$  (frecuencia) es el número de períodos por unidad de tiempo, y  $\omega t$  es el producto entre la frecuencia angular ( $\omega$ ) y el tiempo ( $t$ ).*

Si se considera que la posición de la onda está dada por la ecuación:

$$Y = A \cdot \text{sen } \omega t$$

Y que cuando transcurre un intervalo de tiempo adicional ( $\Delta t$ ), la onda se desplaza a la posición:

$$Y_1 = A \cdot \text{sen } \omega(t + \Delta t)$$

Cuando se emite una onda, esta seguirá la siguiente de ecuación:

$$e_{\text{emitida}} = A \cdot \text{sen } \omega t$$

Esta misma onda, al llegar hasta un punto, es reflejada nuevamente hasta el punto origen y es recibida por un sistema electrónico. Indudablemente, la onda ha demorado un cierto tiempo ( $\Delta t$ ) en recorrer el trayecto de ida y vuelta, por lo que tendrá la siguiente expresión:

$$e_{\text{recibida}} = A \cdot \text{sen } \omega(t + \Delta t)$$

Dado que una perturbación de onda simple varía tanto en el tiempo ( $t$ ) como en la distancia ( $x$ ), y esta última es función de su frecuencia angular ( $\omega$ ). Si se compara la onda emitida con la recibida se habrá producido una diferencia de fase ( $\Delta\phi$ ), entendiendo a la fase como una situación instantánea en el ciclo, donde:

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t$$

Como  $\Delta t$  es función de la longitud que separa el emisor y el reflector ( $D$ ) y de la velocidad a la que viajó ( $c = 300.000 \text{ km/s}$ ), entonces:

$$\Delta t = 2 D/c$$

Si se reemplaza en la fórmula del desfasaje, se tiene que:

$$\Delta\phi = \omega \cdot 2D/c$$

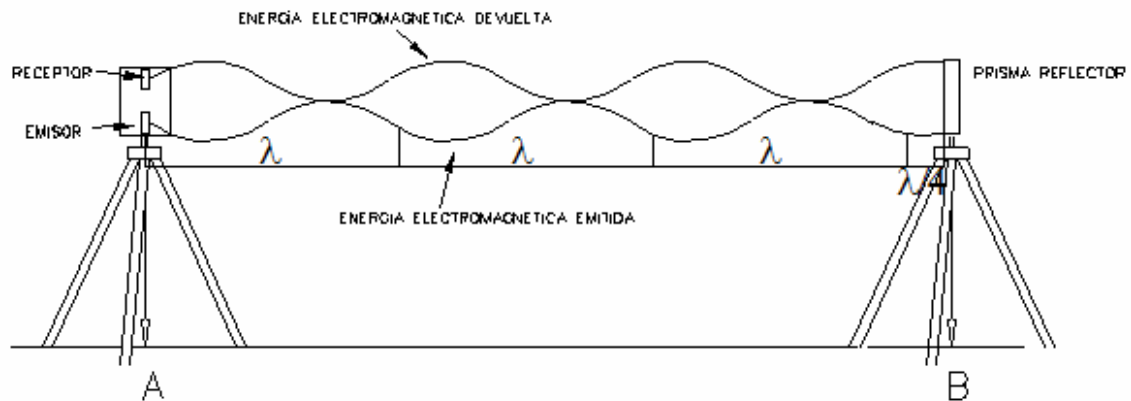
Finalmente, como:  $\omega = 2\pi \cdot f$ , y  $f = c/\lambda$ , la distancia  $D$  será función de la longitud de onda del aparato emisor y el desfasaje de la misma al regresar:

$$\boxed{D = \Delta\phi \cdot \lambda / 4\pi}$$

### Aplicación a instrumentos de medición

En general los dispositivos de medición electrónica de distancias emiten una longitud de onda conocida, esta es reflejada por un prisma reflector que devuelve la señal al sistema receptor del aparato. Nótese, en la (Figura 3.11), que la distancia recorrida por la onda es exactamente el doble de la que separa al emisor del receptor y que la energía experimenta un cambio de fase de  $90^\circ$ , es decir de  $\lambda/4$ . Este cambio de fase es recibido en el sistema receptor, el cual compara la onda emitida con la recibida.

**Figura 3.11: Distanciómetro electrónico**



Por lo tanto, siguiendo el ejemplo gráfico (Figura 3.11), la distancia AB estará dada por 3 longitudes de onda completas, más 1/4 longitud de onda. Pero, como el camino AB fue recorrido en ida y vuelta, el sistema receptor del aparato registrará:

$$\overline{AB} = (3\lambda + \lambda/4) + (3\lambda + \lambda/4) \Rightarrow \overline{AB} = (6\lambda + \lambda/2) / 2$$

Generalizando la expresión:

$$\text{Distancia} = \frac{(n\lambda + \Delta\lambda)}{2}$$

Los aparatos registran los desfases de longitud de onda, pero no los números enteros de onda o los desfases de una longitud de onda completa ( $360^\circ$ ). Por este motivo, los aparatos envían señales adicionales combinando diferentes frecuencias y longitudes para eliminar esta ambigüedad.

Lo descrito precedentemente es el principio básico, dándose en la realidad otras especificaciones y características técnicas de cada tipo de aparato y fabricante. Existen sistemas de medición donde ambos sistemas funcionan alternativamente como emisor – receptor, aunque los topográficos generalmente utilizan el sistema descrito.

## Medición angular

Para la medición de ángulos se utilizan instrumentos denominados **goniómetros** (medidores de ángulos), los cuales se clasifican en:

- Goniómetros de **ángulo fijo**: son aquellos que permiten determinar un ángulo específico como  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  o  $180^\circ$  (escuadras ópticas)
- Goniómetros de **ángulo variable**: permiten determinar ángulos que pueden variar de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  (brújula forestal, sextante, teodolito, nivel taquímetro).

### Medición angular expeditiva

La medición angular expeditiva tiene un gran campo de aplicaciones dentro de las diversas ciencias (geología, hidrología, agronomía, etc.), ya que en numerosos casos no se requiere una precisión geométrica muy rigurosa. En el caso de las tareas agronómicas, se pueden citar algunos ejemplos:

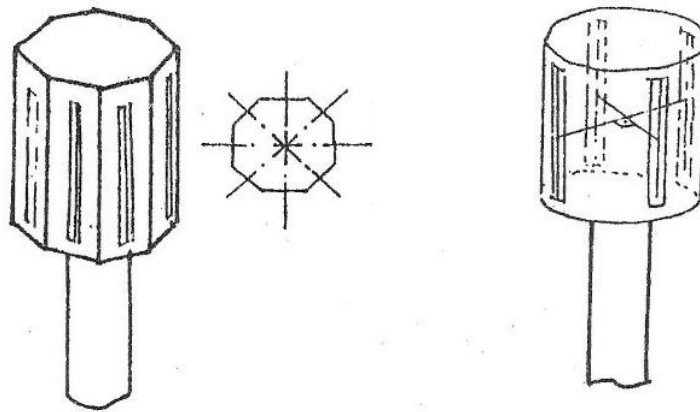
- Delimitación planimétrica de zonas inundables, bosques, etc.
- Determinación de alturas de árboles, silos, etc.
- Mapeo de usos de suelos, vegetación espontánea, etc.
- Ubicación de macizos umbrosos, plantaciones o construcciones (galpones para criaderos, viveros, etc.) que requieran orientación respecto al Norte.
- Ubicación de embarcaciones en cursos de agua para aforo con fines de aprovechamiento para riego.

### Escuadras ópticas

La Escuadra Óptica es un Goniómetro, que permite el levantamiento de direcciones perpendiculares. Su funcionamiento se basa en las leyes de la reflexión y de refracción, dando origen a diversos tipos de escuadras, entre las cuales se pueden nombrar tres tipos principales:

- **Escuadra de agrimensor** (Figura 3.12a): es un tubo de sección cilíndrica u octogonal que se apoya en un soporte y permite determinar ángulos de  $45^\circ$  y  $90^\circ$  con una precisión máxima de  $15'$ .
- **Escuadra de espejos**: se fundamenta en la reflexión de la luz en dos espejos permitiendo levantar y bajar perpendiculares ( $90^\circ$ ). No requiere soporte (se sostiene a mano alzada y posee una plomada que indica la dirección vertical) siendo su error de aproximadamente  $10'$
- **Escuadra de prismas**: se fundamenta en la refracción de la luz al pasar por prismas. Son las más precisas ( $1-2'$ ) y las del tipo pentaprisma doble (Figura 3.12b), permiten alinearse (determinar ángulos llanos) y levantar o bajar perpendiculares.

**Figura 3.12: a: Escuadra de Agrimensor**

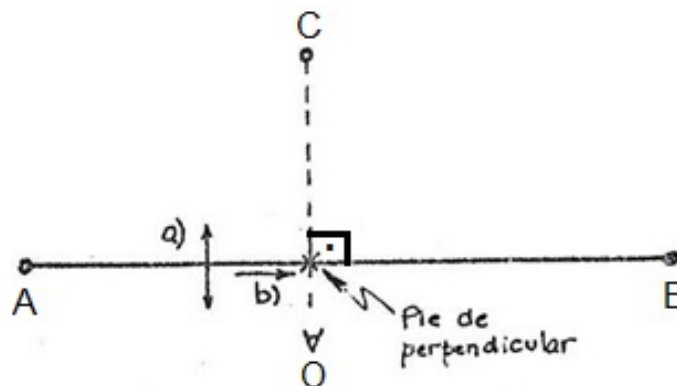


**Figura 3.12: b: Pentaprisma Doble**



La operación es sencilla, debiendo el operador ("O") hacer uso de una alineación con jalones para determinar las direcciones "A", "B", o "C", según la Figura 3.13.

**Figura 3.13: Operación con escuadra óptica**





Se puede emplear para realizar diversos tipos de levantamientos, los cuales se desarrollarán en los Capítulos 4 (levantamiento por coordenadas rectangulares) y 5 (Nivelación areal por cuadrícula).

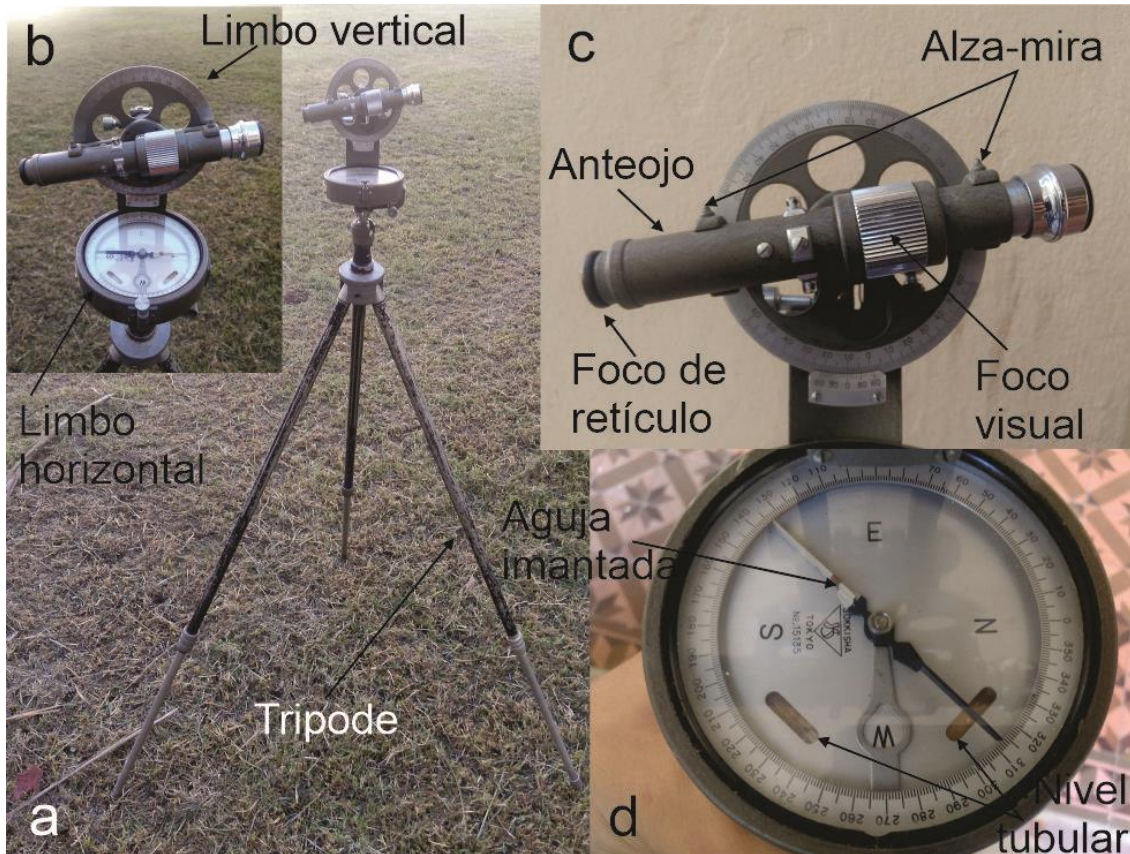
### Brújula

La Brújula es un goniómetro, cuya característica es la de permitir determinar direcciones con respecto al Polo Norte Magnético.

Es un instrumento muy utilizado para trabajos forestales, picadas, y posicionamiento en general. Hay diversos tipos de brújulas, pero básicamente consisten en una aguja imantada apoyada en un pivote, y contenida en una caja, que posee el borde graduado.

La precisión alcanzable depende del tipo de brújula, logrando valores de apreciación de 15' a 30' en las más precisas, que son aquellas que vienen provistas de un anteojo móvil, que permite la medición de ángulos horizontales y verticales (Figura 3.14).

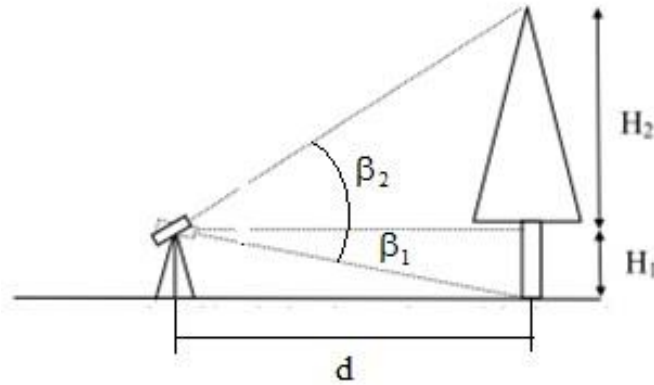
**Figura 3.14: Brújula forestal**



*a. brújula forestal en posición de trabajo sobre su trípode; b. detalle de brújula mostrando limbo vertical solidario al anteojo astronómico, perpendicular al limbo horizontal; c. Limbo vertical, solidario al anteojo astronómico, que se encuentra parcialmente graduado en grados sexagesimales y permite determinar los ángulos de elevación (o de depresión) respecto al horizonte para una determinada visual; d. limbo horizontal graduado en grados sexagesimales, aguja imantada que actúa de índice sobre el limbo graduado móvil y se alinea respecto a los Polos Norte y Sur Magnéticos, dos niveles tubulares dispuestos a 90° para horizontalizar el instrumento y freno de agujas para trasporte.*

Al medir los ángulos verticales y la distancia que separa a la brújula de un determinado objeto, puede determinarse la altura del objeto (Figura 3.15). Esta aplicación es utilizada por los Ingenieros Forestales para cubicar recursos forestales, o sea estimar los  $m^3$  de madera que puede brindar un bosque, monte o plantación forestal. Conociendo la altura de los ejemplares, su diámetro y el número de individuos por hectárea se puede estimar el volumen (en  $m^3/Ha$ ) de madera que puede brindar el recurso. Debido a esto al instrumento se lo denomina “**Brújula Forestal**”.

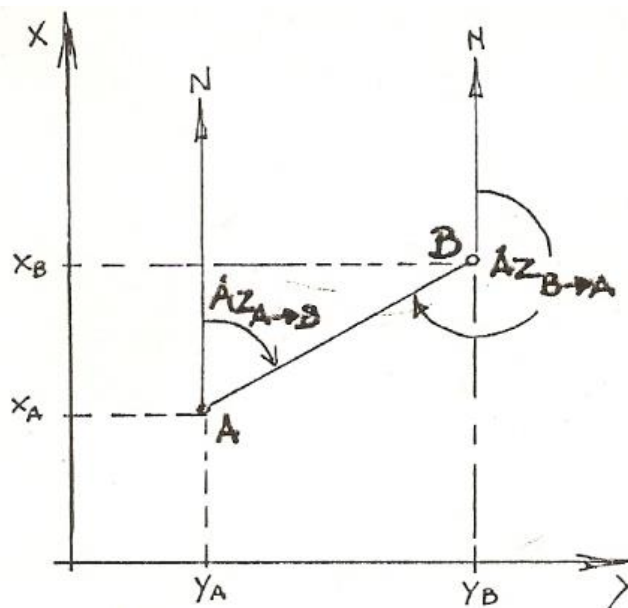
**Figura 3.15: Determinación de la altura de un árbol con la Brújula Forestal**



$$H = H_1 + H_2 = d \cdot \operatorname{tg} \beta_1 + d \cdot \operatorname{tg} \beta_2 = d (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2)$$

La lectura sobre el **limbo horizontal** de la brújula permite conocer el ángulo que forma una determinada dirección con la dirección del Norte magnético medido en sentido horario. A dicho ángulo se lo denomina **Azimut** o Acimut y se lo simboliza con las letras Az (Figura 3.16). El Azimut de una dirección permite conocer la orientación de un lado de un determinado lote o polígono con respecto al Norte.

**Figura 3.16: Acimutes de las direcciones AB y BA**



$Az_{A \rightarrow B}$  se lee como “Azimut de A hacia B”. Nótese que es imprescindible mencionar el sentido con el orden de las letras (por ejemplo,  $A \rightarrow B$ ). Al inverso se lo llama Azimut recíproco del lado  $A \rightarrow B$ , o bien azimut  $B \rightarrow A$  ( $Az_{B \rightarrow A}$ ). De la Figura 3.16, se obtiene la siguiente expresión:

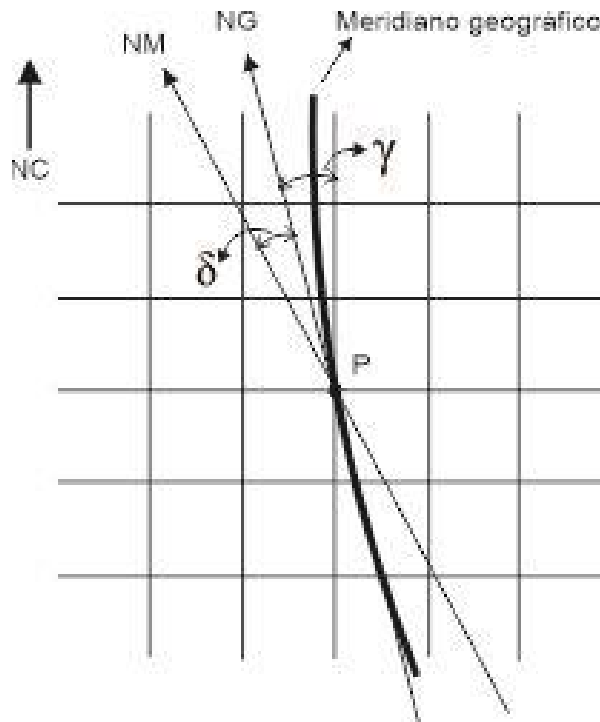
$$Az_{A \rightarrow B} = \arctg \frac{\Delta y}{\Delta x} = \arctg \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)}$$

Por lo tanto, con la Brújula se mide el ángulo que forma una determinada dirección respecto al Norte Magnético (NM), el cual se encuentra próximo al Polo Norte Geográfico, pero no coincidente con él. Como la posición del NM no es fija, el Azimut Magnético tampoco lo es y debe sufrir una transformación para obtener el Azimut Verdadero o Geográfico, que no varía en el tiempo y el espacio.

### Convergencia de meridianos

Cuando se trabaja con Cartas Topográficas, además del Norte Geográfico (NG) y el Norte Magnético (NM), es posible distinguir un tercer norte, el Norte de Cuadrícula (NC). En virtud de los distintos Nortes, es posible definir a la Convergencia de Meridianos ( $\gamma$ ) como el ángulo formado entre las direcciones del NG y NC para un punto determinado (P). Puede adoptar valores positivos si el NC se encuentra a la derecha del NG ( $+\gamma$ ) o negativos si se encuentra a la izquierda ( $-\gamma$ ) (Figura 3.17).

**Figura 3.17: Tres Nortes**



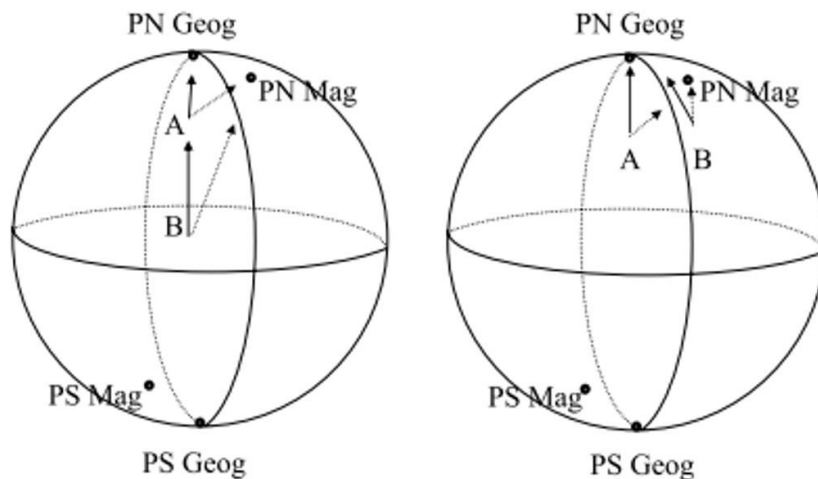
*Porción de Carta Topográfica con una línea gruesa y curva que representa el meridiano geográfico que pasa por el punto P. La línea tangente a P simboliza el NG. El NM se define mediante la dirección de una aguja imantada situada en P.*

### Declinación Magnética

Los Polos Norte y Sur Magnéticos del planeta no coinciden con los polos Norte y Sur Geográficos (que son los polos definidos por el eje a través del cual la Tierra realiza su movimiento de rotación). Además, los polos magnéticos varían su posición a lo largo del tiempo. Al ángulo que se forma entre el Polo Norte Geográfico y el Polo Norte Magnético en un determinado lugar se lo denomina **declinación magnética** del lugar y se lo representa con la letra griega  $\delta$  (Figura 3.17).

El valor de la declinación magnética varía con el tiempo (recuérdese que los polos Norte y Sur magnéticos se está desplazando constantemente) y también varía en el espacio para un mismo momento. En la (Figura 3.18) se han representado los polos geográficos (PN Geog) y magnéticos (PN Mag) en el planeta para un momento dado. Se observa que la declinación magnética varía con la latitud para dos puntos ubicados sobre un mismo meridiano terrestre ( $\delta_A > \delta_B$ ), mientras que cuando los puntos se ubican sobre un mismo paralelo, la declinación varía con la longitud ( $\delta_A > \delta_B$ ).

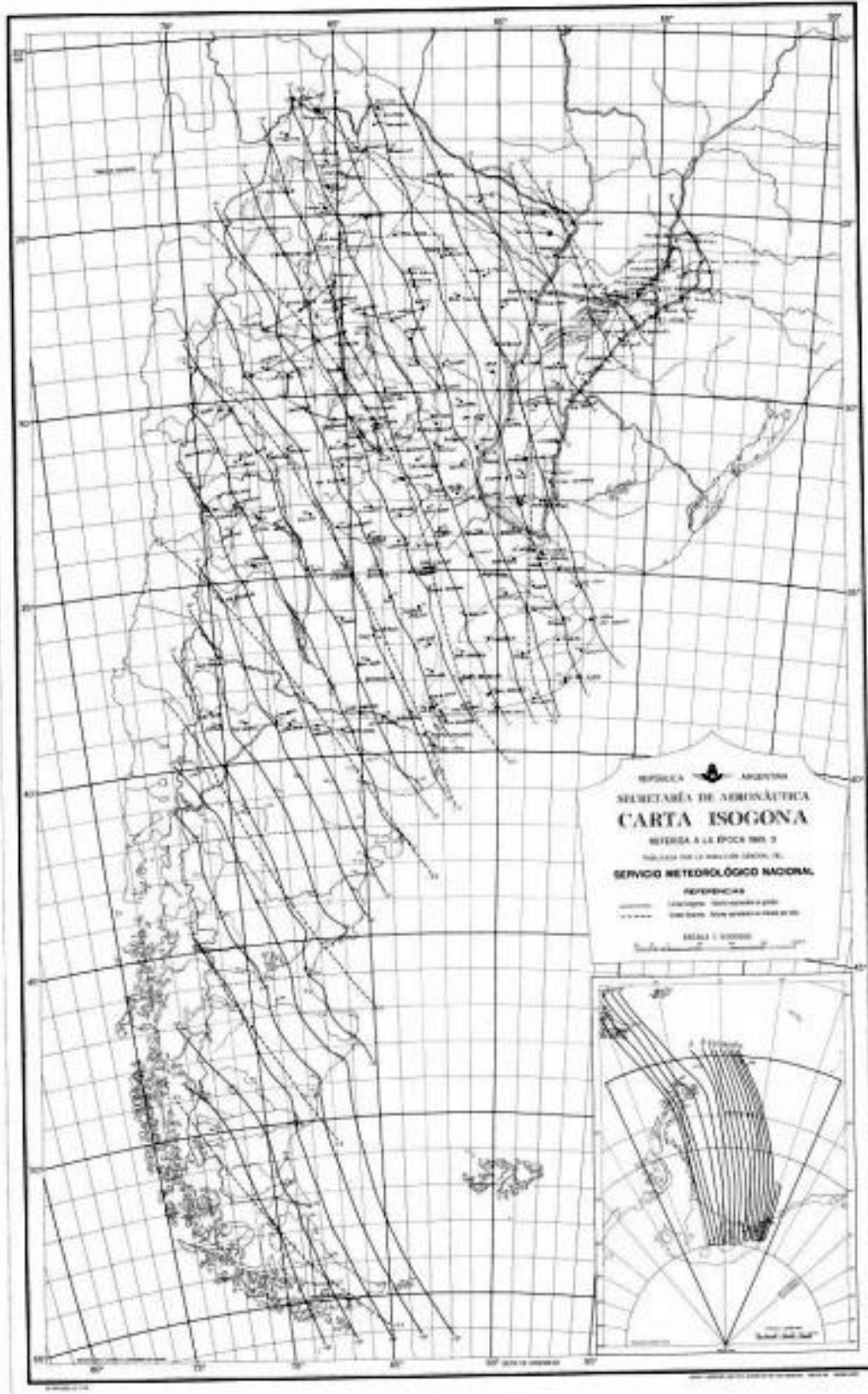
**Figura 3.18: Variación espacial y temporal de  $\delta$**



La variación de  $\delta$  a lo largo del tiempo sigue parámetros seculares, anuales, mensuales y diarios. La variación secular se debería a una rotación continua y uniforme del eje magnético alrededor del geográfico que demanda un período de 740 años siguiendo una ley sinusoidal. Las variaciones anuales tendrían relación con el número de manchas solares. La variación diaria no es constante siendo mayor en verano que en invierno. También existen variaciones locales debidas a la presencia de yacimientos ferromagnéticos en las proximidades o elementos metálicos como construcciones de hierro, torres de alta tensión, columnas de alumbrado eléctrico e inclusive elementos metálicos pequeños que puede portar el operador como anillos y llaves. Para conocer la declinación magnética de un lugar y debido a que los polos magnéticos están constantemente en movimiento se elaboran periódicamente (cada 5 años, en los años terminados en 0 y 5) **Cartas Isógonas**, en las cuales se presentan 2 familias de isolíneas: a) líneas que unen puntos con la misma declinación magnética, denominadas “**isógonas**” y se las representa con trazo continuo; líneas que unen puntos con igual variación anual de la declinación, llamadas “**isóporas**”, representadas con trazo

discontinuo. Con la ayuda de estas cartas es posible determinar la declinación magnética en un determinado lugar y para una determinada fecha (Figura 3.19).

**Figura 3.19: Carta Isógona para la República Argentina**



Para determinar la  $\delta$  en un lugar y tiempo determinado, se debe interpolar los valores de las curvas isógonas e isóporas. Obtenida de esta forma el valor de  $\delta$ , se podrá calcular el **Acimut Geográfico** para un punto determinado de la superficie terrestre como el producto de la suma algebraica entre la declinación magnética obtenida y el acimut magnético medido con brújula. El valor del Acimut Geográfico, también conocido como Azimut Verdadero, permanecerá invariable en el tiempo.

Dado que la variación diurna de la declinación magnética puede llegar a ser de 15' para un mismo punto, su apreciación es de ese orden (15' a 30').

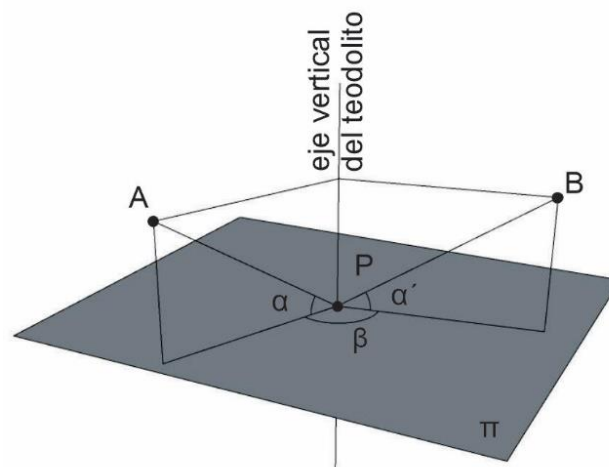
## Medición angular con teodolito

El teodolito es propiamente un goniómetro capaz de medir **ángulos verticales** (nadirales, cenitales, ascendentes o descendentes) y **ángulos horizontales** (o acimutales), como así también **distancias** por estadimetría.

Etimológicamente hablando, el termino Teodolito adquiere distintas traducciones. La más extendida es que deriva de los vocablos griegos *théan* (mirar, contemplar), *hodós* (camino) y *litós* (suave, liso, llano), algo así como "mirar el camino llano", aunque no se corresponde completamente con la funcionalidad de este instrumento y suele asociárselo también a los vocablos *tópos* (lugar) y *graphia* (escribir).

En la Figura 3.20 se grafican ángulos verticales y horizontales cuando el instrumento se encuentra estacionado en el punto P. Los ángulos verticales  $\alpha$  son **ángulos planos**, que se encuentran en los planos verticales, que resultan ortogonales al plano horizontal  $\pi$ . El ángulo horizontal  $\beta$  es un **ángulo diedro**, y se mide en el plano  $\pi$ .

Figura 3.20: Planos que contienen al vértice P

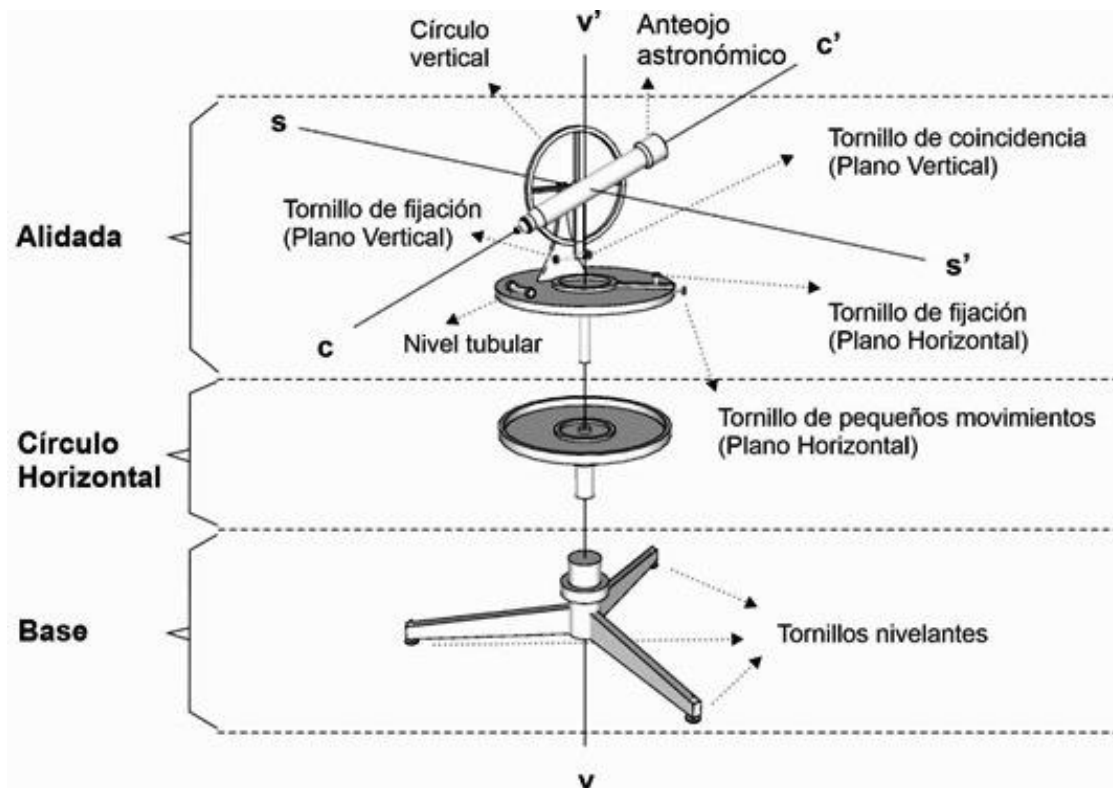


Los ángulos verticales  $\alpha$  y  $\alpha'$  (ángulos verticales ascendentes) serán los formados entre las direcciones inclinadas PA y PB respecto al plano horizontal que contiene a P ( $\pi$ ), mientras que el ángulo horizontal  $\beta$ , será el formado entre las líneas de intersección de los planos verticales que pasan por PA y PB y el plano horizontal  $\pi$ .

En su constitución básica, el teodolito se compone de 4 partes principales (Figura 3.21):

- **Alidada:** Parte móvil que gira sobre el círculo horizontal, alrededor del eje vertical de rotación ( $vv'$ ). Lleva los índices de lectura del teodolito y el nivel tubular del círculo horizontal. Su fijación se realiza mediante el tornillo de fijación y los movimientos de colimación por el tornillo de coincidencia o pequeños movimientos.
- **Círculo horizontal:** Círculo graduado fijo acimutal que posibilita la medición de ángulos horizontales. En los teodolitos, el círculo horizontal gira sobre el eje vertical ( $vv'$ ), y posee un tornillo de presión para su fijación y uno de pequeños movimientos para colimar.
- **Base:** Plataforma compuesta de 3 tornillos nivelantes que permiten su horizontalización. Ésta apoya directamente sobre el trípode, situado en el punto de estación desde el que se realizarán las visuales y mediciones.
- **Anteojo.** Se trata de un anteojo astronómico montado sobre la *Alidada*, solidario a un *círculo vertical* (círculo cenital, de alturas o eclímetro) que define el plano sobre el cual se mueve. El movimiento en el plano vertical, junto al propio de la alidada, permiten apuntar (colimar) a cualquier punto en el espacio. La fijación del anteojo se realiza mediante el tornillo de fijación en el plano vertical, mientras que los pequeños movimientos de colimación se realizan con el *tornillo de coincidencia*.

Figura 3.21: Partes de un Teodolito

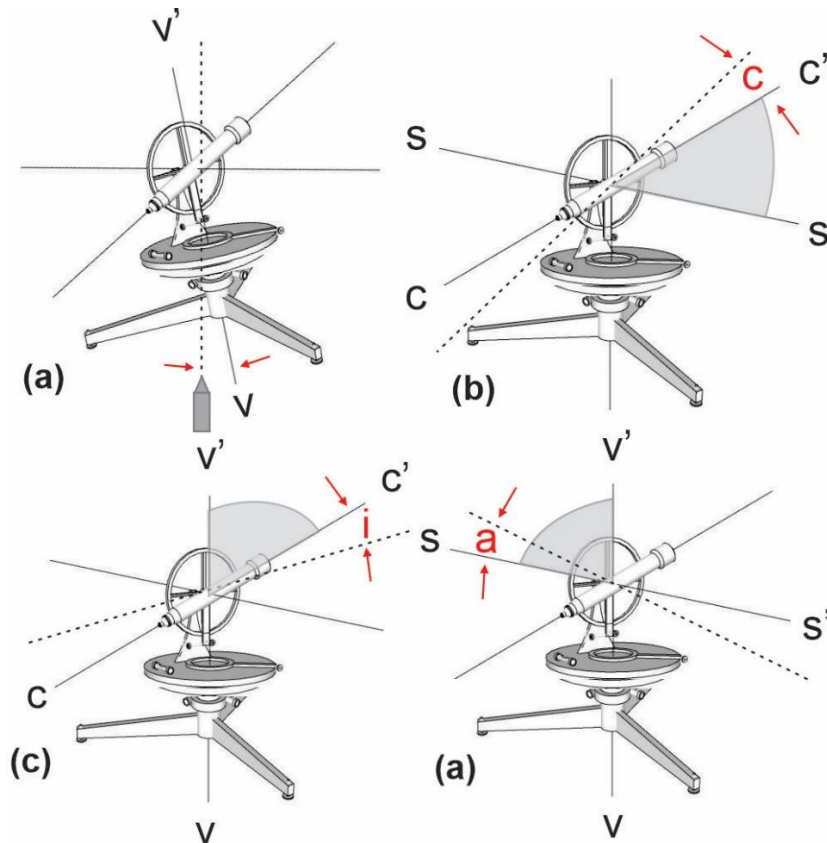


### Condiciones de funcionamiento y errores asociados

Como cualquier goniómetro, el teodolito requiere la verificación de una serie de requisitos para su correcta utilización. De no verificarse estas condiciones, se incurriría a una serie de errores instrumentales (Figura 3.22):

- El eje vertical debe ser absolutamente vertical ( $v-v'$ ). La no verificación de este requisito provoca el error de inclinación del eje vertical, el cual no puede ser corregido por el operario, siendo consecuencia de algún golpe en el instrumento.
- El eje de puntería o colimación ( $c-c'$ ) debe ser perpendicular a la dirección del eje horizontal o secundario ( $s-s'$ ). Esta condición se asocia al error de colimación ( $c$ )
- El eje horizontal ( $s-s'$ ) debe ser perpendicular al eje vertical ( $v-v'$ ). De no verificarse, tiene lugar el error de eje secundario o de inclinación ( $a$ )
- El círculo vertical debe marcar cero al apuntar al cenit (en teodolitos cenitales). Si esto no se cumple estamos en presencia de un error de índice vertical ( $i$ )

Figura 3.22: Errores en Teodolito



*a: error de eje vertical, b: error de colimación (c); c: error de índice vertical (i);  
d: error de eje secundario o de inclinación (a)*

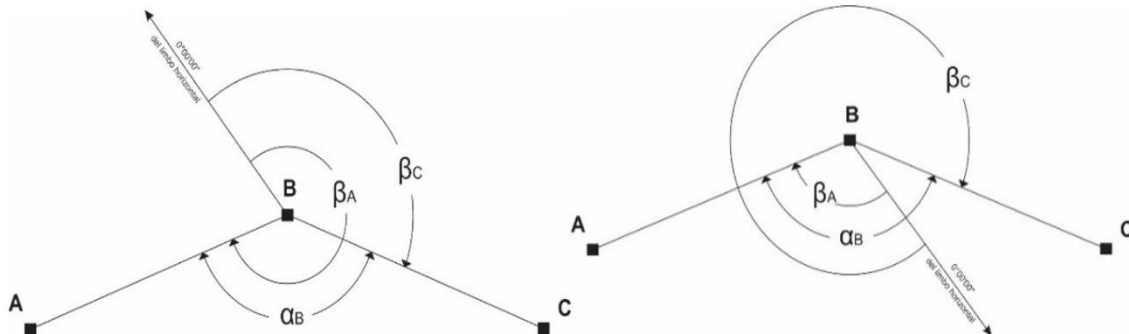
### Método simple

Si se desea establecer el ángulo horizontal entre dos direcciones (por ejemplo, ángulo  $\alpha$ ), el método de aplicación más sencillo es el llamado método simple que consiste en dirigir visuales



en ambas direcciones (BC y BA) y restar los valores angulares de ambas lecturas para obtener el ángulo buscado (Figura 3.23).

**Figura 3.23: Método Simple**



*El valor cero del limbo vertical puede estar por fuera del ángulo buscado ( $\alpha_B = \beta_A - \beta_C$ )  
o por fuera ( $\alpha_B = \beta_A - \beta_C + 360^\circ$ )*

El método establece que una vez estacionado el Teodolito en un punto cualquiera B, si se desea determinar el ángulo ( $\alpha$ ) ubicado entre las direcciones BC y BA, debemos ubicar señales en los extremos de estas direcciones (1 jalón en A y otro en C). Luego, se bisecta al jalón ubicado más a la izquierda (el C), apuntado a su parte inferior visible para evitar el error de falta de verticalidad de la señal, y se lee el valor angular de la dirección BC. Se realiza una segunda visual y lectura en la dirección BA (bisectando el jalón ubicado en A) y, finalmente, se restan ambas lecturas para obtener el ángulo buscado ( $\alpha_B$ ).

El método simple presenta como ventaja su rapidez, pero tiene la desventaja de que no elimina las influencias de los errores instrumentales (excentricidad, inclinación, colimación), y además no pone de manifiesto los posibles errores groseros del operador

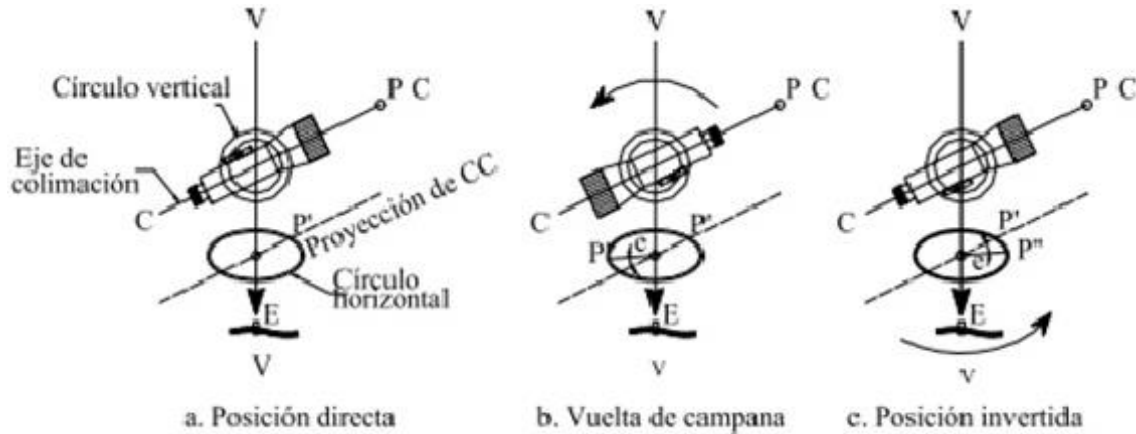
### Método de Bessel

El método o regla de Bessel consiste en leer cada dirección en las dos posiciones del instrumento, obteniéndose el ángulo final por diferencia de promedio en las mediciones. Básicamente, es el método simple aplicado 2 veces, una con círculo vertical a la izquierda del anteojo (se llama círculo vertical izquierda a la posición del limbo vertical respecto al lente) y la otra con el círculo vertical a la derecha de este.

La operación se inicia con el círculo vertical en posición izquierda, leyendo el valor angular referido a la dirección BC (Figura 3.24). Cabe consignar que se puede provocar en el limbo un valor angular cercano al 0 (tanto en teodolitos repetidores como reiteradores). A continuación, se girará el anteojo hasta buscar la señal en B y se leerá el valor angular correspondiente a la dirección BA, ambos valores serán las lecturas de Círculo Izquierda (CI). Se proseguirá efectuando la maniobra de vuelta de campana (Figura 3.24), es decir, se girará el anteojo alrededor del eje secundario de forma que el círculo vertical quede a la derecha del anteojo. En estas condiciones, se bisectará nuevamente el jalón en A y luego en B, registrando las lecturas correspondientes como lecturas de Círculo Derecha (CD). Finalmente, por cada dirección se tendrán

ahora dos lecturas, que diferirán entre ellas en 180°, debido a la vuelta de campana, y se admitirá además una discrepancia máxima de 2' (dos minutos) entre ambas. En caso de existir estas diferencias entre lecturas, se promediará entre ambas direcciones de tal forma que la diferencia de dichos valores corregidos arroje exactamente 180°. El ángulo deducido para el vértice B, surgirá como la diferencia entre las lecturas promedio.

**Figura 3.24: Maniobra de vuelta de campana**



*Maniobra de vuelta de campana, adaptado de M. Casanova (2002).*

A continuación, se indica una planilla tipo para la obtención de ángulo interno en B por el Método de Bessel (Tabla 3.2).

**Tabla 3.2: Planilla de levantamiento por método de Bessel**

| Punto Estación | Punto Visado | Lecturas |          | Promedio Lecturas | Ángulo Deducido | Ángulo Corregido |
|----------------|--------------|----------|----------|-------------------|-----------------|------------------|
|                |              | C.I.     | C.D.     |                   |                 |                  |
| B              | C            | 01° 12'  | 181° 21' | 01° 21'           | 21° 08'         |                  |
|                | A            | 22° 30'  | 202° 28' | 22° 29'           |                 |                  |

En el caso de trabajar con un polígono cerrado de “n” lados, la sumatoria de los ángulos corregidos ( $\alpha_i$ ) deberá verificar la condición de cierre angular:

$$\sum \alpha_i = \pi (n - 2) = 180^\circ (n - 2)$$

La verificación de esta misma condición para los Ángulos Deducidos es lo que nos permite hallar el error total de la medición (E). Por ejemplo, el cierre angular para un polígono de 4 lados es de  $360^\circ = 180^\circ * (4-2)$ . Si la sumatoria de los ángulos deducidos fuera igual a  $359^\circ 59' 50''$ , el error total será de  $-10''$  (segundos). Este error, se deberá comparar con la tolerancia angular, que dependerá de la precisión del instrumento utilizado (a) y el número de lados del polígono (n), según:

$$T = 3 * a \sqrt{n}$$

Luego, verificada la condición  $E \leq T$ , la corrección total será de la misma magnitud del error pero con signo contrario. Esta corrección ( $c$ ), dividida por el número de lados del polígono ( $n$ ), se aplicará a cada ángulo deducido para obtener los Ángulos Corregidos o definitivos.

$$c = -E / n$$

Se concluye que con la aplicación del método de Bessel se compensan los errores axiales de inclinación de eje de colimación y de eje secundario, así como el de excentricidad de la alidada. A la vez, permite eliminar errores groseros (equivocaciones) del operador y posible error de arrastre del limbo.

## Medición de desniveles

Aunque existen diversos instrumentos para medición de desniveles, aquí se describe el clásico Nivel de Anteojo.

### Nivel de anteojo

El **Nivel de Anteojo** o **Equialtímetro** consta de un anteojo astronómico, similar al del teodolito, vinculado a un nivel tubular.

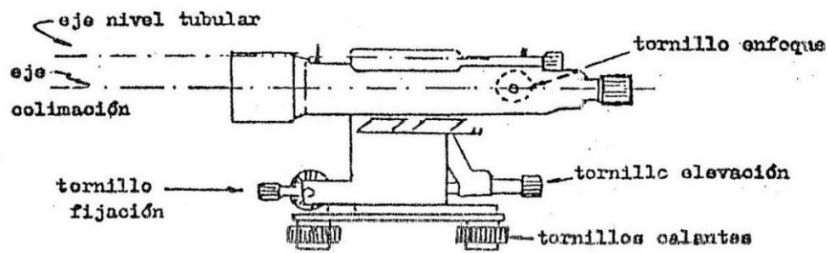
El conjunto Nivel-Anteojo se apoya sobre un trípode, cuya platina se puede horizontalizar mediante tornillos calantes (Figura 3.25). También cuenta con tornillos de fijación y de pequeños movimientos en el sentido horizontal.

El "Tornillo de elevación" le permite realizar pequeños ajustes verticales del conjunto anteojo-nivel, operación denominada "calaje del nivel".

Durante su operación, el anteojo describe un plano horizontal mediante su visual, llamado "Plano Visual".

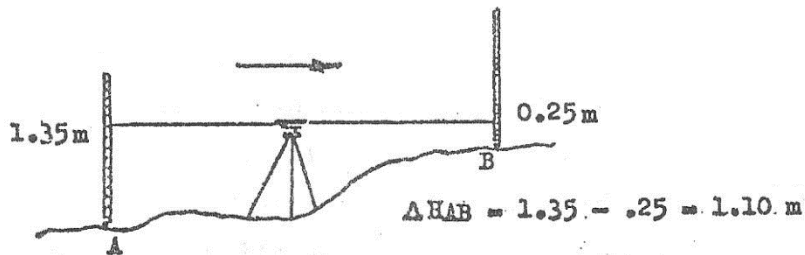
La intersección de la visual con las miras brinda la posibilidad de efectuar lecturas sobre ellas, destinadas a la obtención de los Desniveles.

**Figura 3.25: Nivel de Anteojo**



El desnivel se obtiene como diferencia entre las lecturas realizadas entre el "Hilo Medio" de la Mira Atrás (considerando el sentido de avance de la nivelación) y el correspondiente de la Mira Adelante:

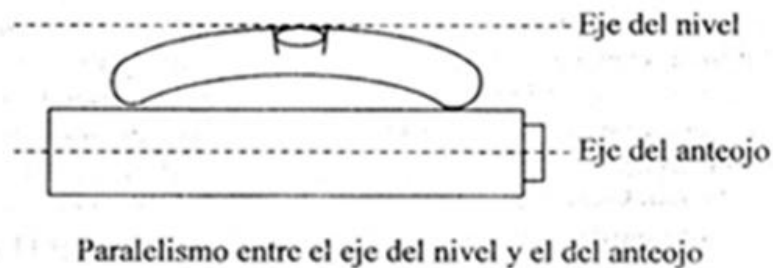
**Figura 3.26: Desnivel entre 2 puntos A y B ( $\Delta H_{AB}$ )**



En los niveles se pueden distinguir tres ejes:

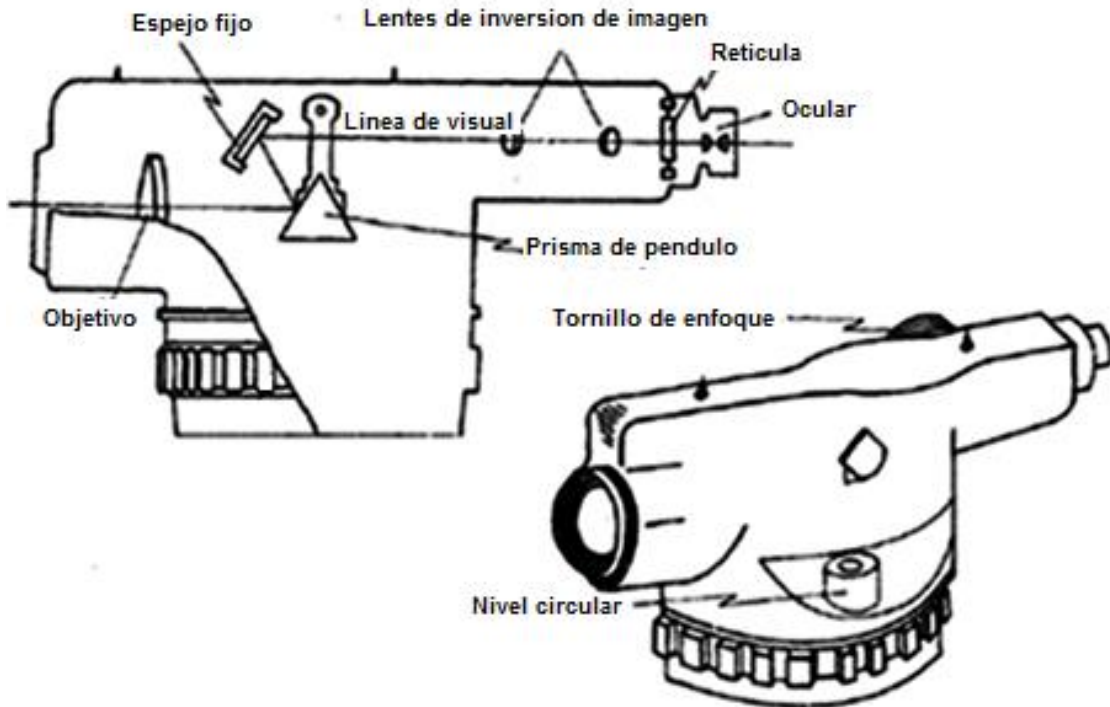
- Eje de rotación del aparato, es un eje alrededor del cual gira el aparato, debe estar en posición vertical. Esto se logra con el calado de nivel esférico. Es un eje material.
- Eje de la visual, o eje de la colimación, es un eje óptico determinado por el centro óptico de la lente objetiva y el centro óptico de la lente ocular y pasa por el centro del retículo.
- Eje del nivel, es una tangente a la burbuja del nivel tubular y cuando dicha burbuja está calada, la tangente es horizontal. La condición que debe cumplirse es que el eje del anteojo y el eje del nivel, en la posición de trabajo del instrumento, sean paralelos (Fig.3.27).

**Figura 3.27: Ejes de colimación y del nivel tubular**



Actualmente casi todos los niveles son de tipo **Automáticos**, en los cuales el eje del anteojo o de colimación se horizontaliza automáticamente mediante un compensador óptico suspendido como un péndulo, que se interpone en el camino de la visual a través del anteojo. Lo que se logra en definitiva es la horizontalización de la visual (Fig. 3.28).

**Figura 3.28: Sistema de horizontalización automática, de tipo pendular**



Este sistema constituido generalmente por espejos y prismas, para que pueda funcionar, es necesario que se encuentre centrada la burbuja de un nivel esférico ubicado en la base del instrumento, puesto que esto garantiza una horizontalidad mínima como para evitar que el péndulo toque o roce contra alguna pared interna del nivel. Estos niveles automáticos no poseen nivel tubular, por lo tanto se cala una única vez la burbuja del nivel esférico para cada estación del instrumento, ganando así precisión y un importante tiempo de operación.

## Miras

Las miras son reglas graduadas sobre las cuales se efectúan las lecturas con el nivel. Se fabrican en madera o metálicas (aleación de aluminio). Estas últimas, las metálicas, han desplazado a las de madera, por ser más livianas, resistentes y durables. Generalmente son telescópicas, es decir, se introducen los tramos que la constituyen unos dentro del otro, siendo fáciles de transportar.

Su longitud varía entre los 3 y 5 metros y están graduadas en centímetros. Las hay milimetradas, las cuales se utilizan para nivelaciones de gran precisión.

El esquema de graduación de las miras tradicionales es a través de una letra E cada 5 cm, representando cada pata de la letra 1 cm, se encuentran numeradas cada decímetro (10 cm). Por lo general alternan cada metro el color de las letras entre el rojo y el negro. La graduación comienza desde el cero que siempre se encuentra en la parte inferior de la mira (apoyo sobre el suelo).

En los trabajos de nivelación se suele tomar las lecturas al milímetro, esto se logra estimando la décima del centímetro.

**Figura 3.29: Miras**



*Miras de visual directa.*

A estas miras se les puede adosar un nivel esférico para garantizar la verticalidad de las mismas (Figura 3.29).

Cuando se quiere lograr una mayor precisión en el trabajo, las miras por lo general no se apoyan sobre el terreno natural, sino sobre una pequeña plataforma metálica llamada “Sapo” (Figura 3.30), el cual posee tres pequeñas patas que se clavan en el terreno.

**Figura 3.30: Sapo o base de apoyo de mira**

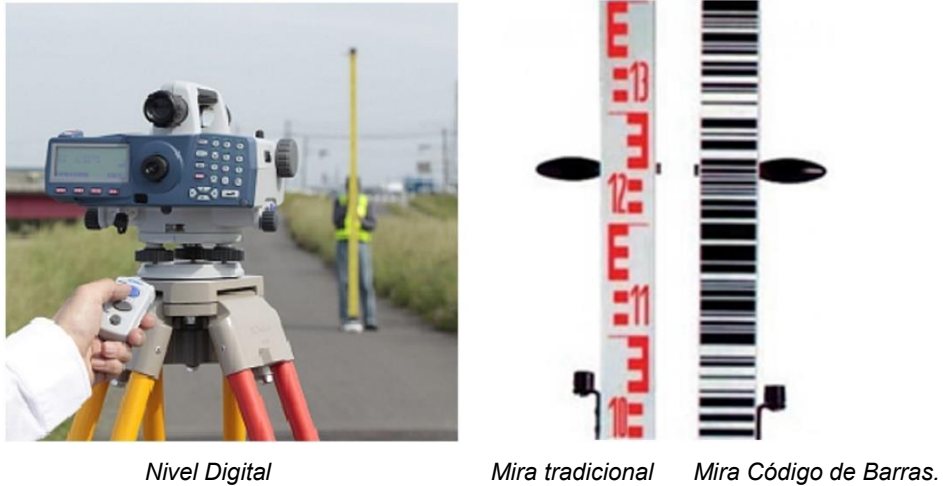


En la parte superior el sapo presenta una saliente sobre la cual se apoya la mira y permite girarla cuando se pasa de lectura adelante a lectura atrás (se verá más adelante). El uso del sapo evita que se produzcan hundimientos de la mira en el terreno.

En la actualidad existen Niveles Automáticos de tipo **Digital** en donde las lecturas se visualizan en una pantalla (Figura 3.31). Estos aparatos poseen una memoria que permite ir almacenando datos del levantamiento.

Las miras utilizadas están grabadas con un código de barras.

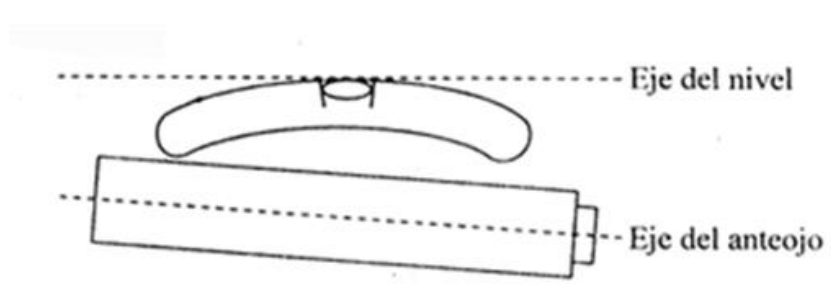
**Figura 3.31: Nivel Digital y miras**



## Errores instrumentales

Los errores sistemáticos son: error de colimación o error principal del nivel, error de cruce, error por falta de verticalidad de las miras, error por hundimiento progresivo de las miras.

**Figura 3.32: Error de colimación**



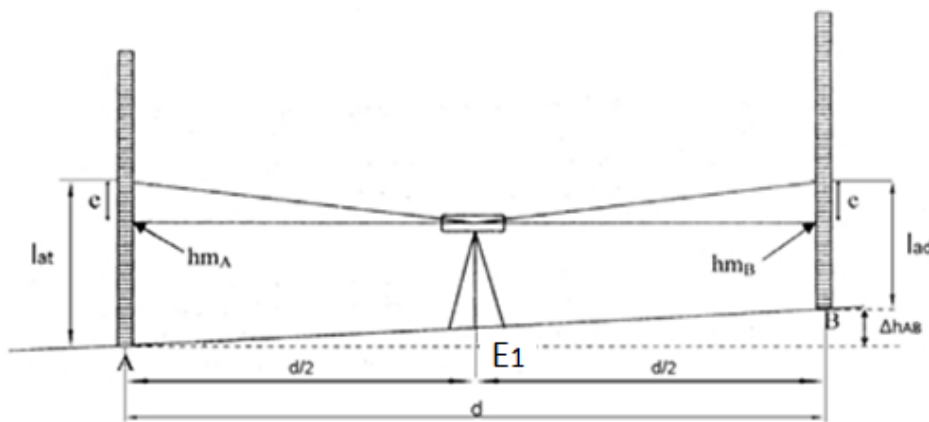
- **El Error de colimación:** consiste en la falta de paralelismo entre el eje del nivel y el eje del anteojo considerando una proyección sobre un plano “vertical”, es el principal error a tener en cuenta.
- **El Error de cruce:** es la falta de paralelismo entre el eje de nivel y el eje de anteojo, pero considerando ahora una proyección sobre un plano “horizontal”. No es un error de importancia en las nivelaciones topográficas.

- **El Error por falta de verticalidad de las miras:** se puede evitar si adicionamos a las mismas un nivel esférico que garantice la verticalidad de dichas miras.
- **El Error de hundimiento progresivo de las miras:** se puede minimizar con el uso del sapo.

**Determinación del error de colimación**

Para poder determinar la existencia de este error, se marca una distancia “d” sobre el terreno, de 40 a 50 m medida con cinta. Equidistante de ambos puntos A y B, se estaciona el nivel de anteojo, en E1, se efectúan lecturas de hm sobre miras ubicadas en A y B respectivamente. Si el aparato tiene un error de colimación, el mismo se manifiesta en igual magnitud sobre ambas posiciones de miras, como se ve en la siguiente figura:

**Figura 3.33: Determinación del error de colimación, paso 1**

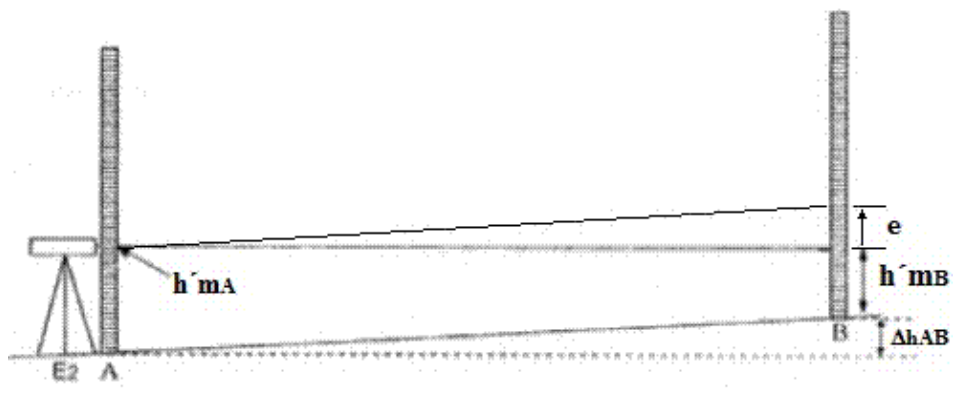


$$\Delta h_{AB} = lat - lad = (hm_A + e) - (hm_B + e) \rightarrow \Delta h_{AB} = hm_A - hm_B$$

De esta manera, se demuestra que realizando la nivelación desde el punto medio, se compensa el error de colimación y el desnivel hallado es el correcto.

El paso siguiente consiste en ubicar el nivel en uno de los extremos lo más próximo posible a una de las posiciones de mira E2 (Figura 3.34):

**Figura 3.34: Determinación del error de colimación, paso 2**





Se supone que, si existe error, este se manifiesta en su totalidad en la posición B de mira.

Calculando  $\Delta h'_{AB}$ :

$$\Delta h'_{AB} = h'_{mA} - (h'_{mB} + e)$$

$$\Delta h'_{AB} = h'_{mA} - h'_{mB} - e$$

Si  $\Delta h'_{AB} \neq \Delta h_{AB} \rightarrow$  existe error de colimación

Si no existiera error “e” el desnivel obtenido sería igual al calculado desde el punto medio, por lo tanto en este caso:  $\Delta h'_{AB} = \Delta h_{AB}$

$$\Delta h'_{AB} = \underbrace{h'_{mA} - h'_{mB}}_{\Delta h_{AB}} - e$$

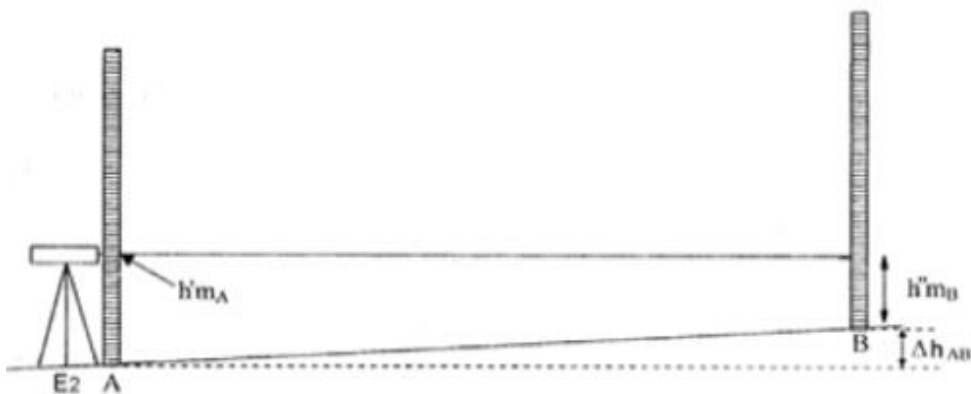
$$\Delta h'_{AB} = \Delta h_{AB} - e$$

$$e = \Delta h_{AB} - \Delta h'_{AB} \quad \Rightarrow \quad \text{Error de Colimación}$$

Conocido el valor del error de colimación puede corregirse el aparato modificando la posición del nivel tubular. Se debe calcular que lectura de  $h_{mB}$  debería tenerse en la mira para que  $e = 0$ .

En la posición del extremo de ubicación del aparato (estación E2) se calcula el valor de hilo medio sobre la mira en B. Llamamos a este valor  $h''_{mB}$ .

**Figura 3.35: Corrección del error de colimación**



Por lo tanto, se tenía:  $\Delta h'_{AB} = h'_{mA} - h'_{mB} - e$

, ahora  $e$  debe ser cero ( $e = 0$ ) por tanto:  $\Delta h'_{AB} = h'_{mA} - h'_{mB}$

$$\Delta h'_{AB} = \Delta h_{AB}$$

Entonces:  $\Delta h_{AB} = h'_{mA} - h'_{mB}$

Donde  $h'_{mB}$  es ahora incógnita y la llamaremos  $h''_{mB}$

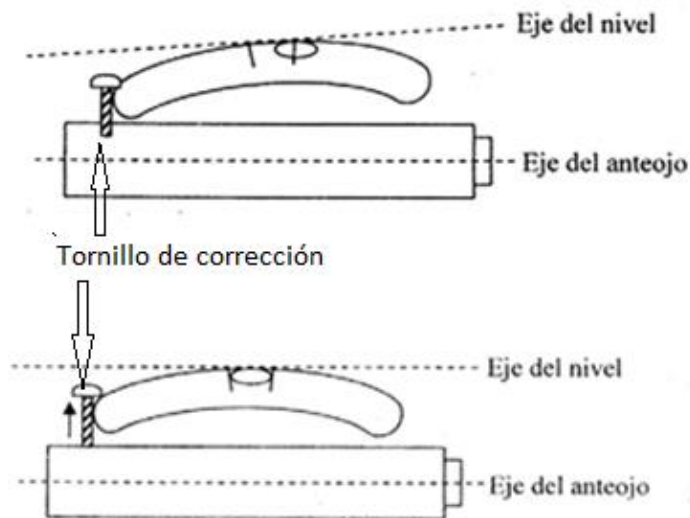
$$h''_{mB} = h'_{mA} - \Delta h_{AB}$$

Valor de  $h_m$  sobre la mira ubicada en B para que el error de colimación sea nulo.

### Corrección de niveles mecánicos y automáticos

Con el tornillo basculante del nivel, se provoca en la mira la lectura  $h''_{mB}$ , ahora la visual es horizontal, pero el nivel tubular se ha descorregido, la burbuja ya no está centrada, para lograr el centrado de la misma se mueve un tornillo de corrección que sujeta al nivel tubular hasta que la burbuja vuelva a quedar centrada.

Figura 3.36: Operación con tornillo de corrección



De esta manera se puede corregir el error de colimación o error principal del nivel de anteojo en niveles **Mecánicos** (con nivel de burbuja).

En la actualidad casi todos los niveles son de tipo **Automáticos** (no poseen nivel tubular). En este caso el error de colimación se corrige a través del movimiento del retículo. Ver imágenes siguientes:

**Figura 3.37: Corrección de error de colimación en niveles automáticos**

Los tornillos indicados como A y B en la figura anterior son los que, al destornillarlos, permiten el desplazamiento vertical de la lente reticular, para provocar la lectura correcta.

Cualquiera de estas operaciones debe hacerse con precisión y es por eso que se aconseja que las mismas sean realizadas por un técnico en instrumental en un gabinete óptico.

## Referencias

Casanova, Leonardo M. (2002). Topografía Plana. Mérida. ULA, Venezuela.

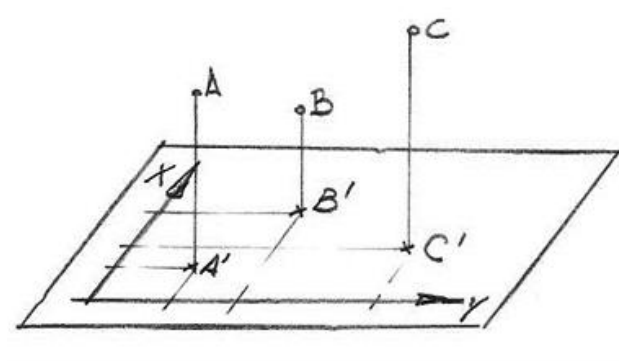
# CAPÍTULO 4

## Métodos planimétricos

*Sebastián I. Besteiro y Héctor A. Salgado*

La **Planimetría** aborda la determinación de la posición relativa de las proyecciones de los puntos del terreno (A; B; C) sobre un plano horizontal de referencia (A'; B'; C'), sobre el cual se proyectan los mismos (Figura 4.1).

**Figura 4.1: Planimetría**



Comprende los métodos aplicables para la determinación de las coordenadas planas (X; Y) de los puntos.

### Métodos basados en medición de ángulos

Son aquellos procedimientos, en los cuales, a partir de puntos con coordenadas planas conocidas y de medición de ángulos horizontales, se determinan las coordenadas del punto incógnita (P). Son empleados para densificar la red de puntos de apoyo de levantamientos topográficos, control de proyectos de manejo de suelos y aguas, sistematización para sistemas de control de erosión hídrica, riego gravitacional, parquización y obras de paisajismo, etc.

## Intersección directa

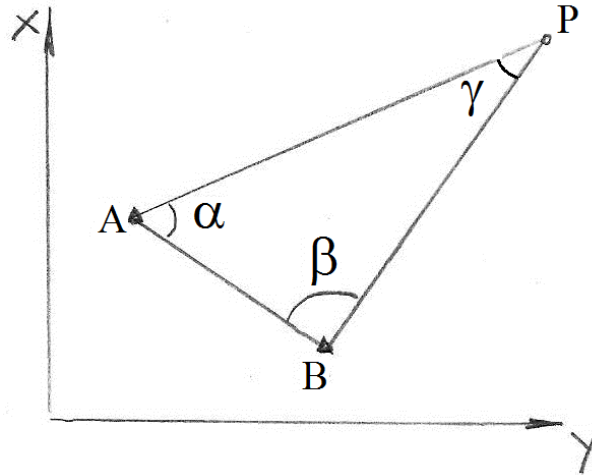
Son datos las coordenadas de 2 puntos (A y B); se miden 2 ángulos ( $\alpha$  y  $\beta$ ). Mediante cálculos trigonométricos se determinan las coordenadas del punto incógnita "P" (Figura 4.2)

DATOS:  $X_A; Y_A$      $X_B; Y_B$

MEDICIONES:  $\alpha$  ;  $\beta$

RESULTADO:  $X_P; Y_P$

Figura 4.2: Intersección Directa o "Hacia Adelante"



- **Cálculo de la distancia AB:**

$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

donde  $\Delta x = x_B - x_A$

y

$\Delta y = y_B - y_A$

- **Cálculo de azimutes:**

$$\text{Azimut } A \rightarrow B: \text{Az}_{A \rightarrow B} = \text{arc tg} (\Delta y / \Delta x)$$

$$\text{Azimut } B \rightarrow A: \text{Az}_{B \rightarrow A} = \text{Az}_{A \rightarrow B} \pm 180^\circ$$

- **Cálculo de ángulo  $\gamma$ :**

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

- **Aplicando el Teorema del Seno:**

$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen } \alpha} = \frac{\overline{AP}}{\text{sen } \beta} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen } \gamma}$$

$$\overline{AP} = \overline{AB} \cdot \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \gamma}$$

Por consiguiente

Cálculo del azimut  $AZ_{AP}$  →  $AZ_{AP} = AZ_{AB} - \alpha$

Con  $AZ_{AP}$  y  $AP$  se calculan las coordenadas de P:

$$X_P = X_A + AP \cdot \cos Az_{AP}$$

$$Y_P = Y_A + AP \cdot \sen Az_{AP}$$

Del mismo modo, se pueden calcular las coordenadas  $X_p$  y  $Y_p$  a partir del Punto B, debiendo obtenerse el mismo resultado, si se consideran suficientes cifras decimales para las funciones trigonométricas.

**Aplicación:** cuando se dispone de 2 puntos dato, en los cuales se puede hacer estación con un goniómetro (por ej. teodolito), y dirigir visuales hacia el punto P, que puede ser inaccesible (por ej. cruz de iglesia, mástil de monumento, palo o señal de embarcación, etc.)

## Intersección lateral

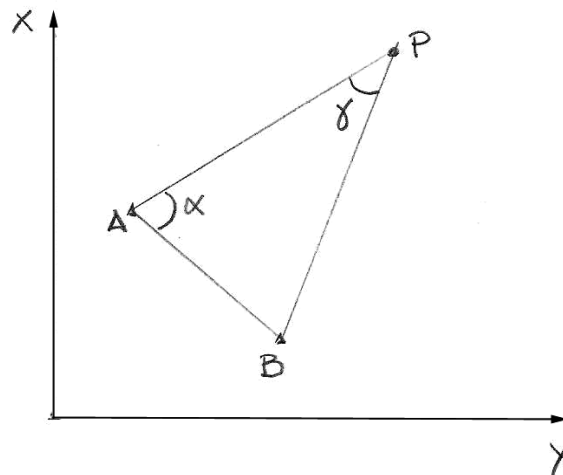
Los datos son los mismos que en el caso anterior (A y B), pero aquí uno de los ángulos medidos corresponde al vértice incógnita (P) En la Figura 4.3 se indican datos y medidas:

DATOS:  $X_A$ ;  $Y_A$      $X_B$ ;  $Y_B$

MEDICIONES:  $\alpha$ ;  $\gamma$

RESULTADO:  $X_P$ ;  $Y_P$

Figura 4.3: Intersección Lateral



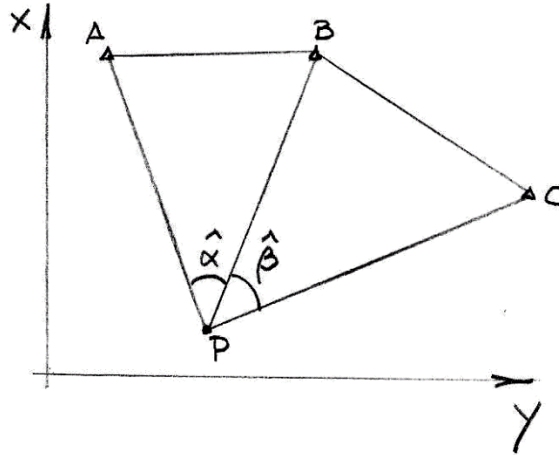
**Aplicación:** cuando uno de los puntos Dato es inaccesible, por ejemplo, una antena, torre de molino, poste de luz o teléfono, etc.).

## Intersección inversa (o Problema de *Pothenot*)

En este método se requieren las coordenadas de 3 puntos dato (A, B, C), y la medición de 2 ángulos ( $\alpha$  ;  $\beta$ ), tomados desde el punto incógnita (P) (Figura 4.4)

DATOS:  $X_A$ ;  $Y_A$     $X_B$ ;  $Y_B$     $X_C$ ;  $Y_C$       MEDICIONES:  $\alpha$  ;  $\beta$       RESULTADO:  $X_P$ ;  $Y_P$

Figura 4.4: Intersección Inversa o *Pothenot*



**Aplicación:** para determinar coordenadas mediante una sola estación de goniómetro, en la cual se miden los 2 ángulos formados hacia los 3 puntos de coordenadas conocidas. Usado para posicionarse en un campo, contando con la visual a 3 puntos Dato (por ej. vértices esquineros, en los cuales se levantaron señales con banderas).

## Métodos basados en la medición de distancias

Se fundamentan en la determinación de las coordenadas del punto (P) a partir de mediciones lineales solamente. En la actualidad han tomado mayor difusión debido al importante desarrollo tecnológico en materia de distanciómetros electrónicos, de gran precisión en la medición de distancias, lo cual permite el cálculo de las coordenadas del punto P de modo rápido y preciso.

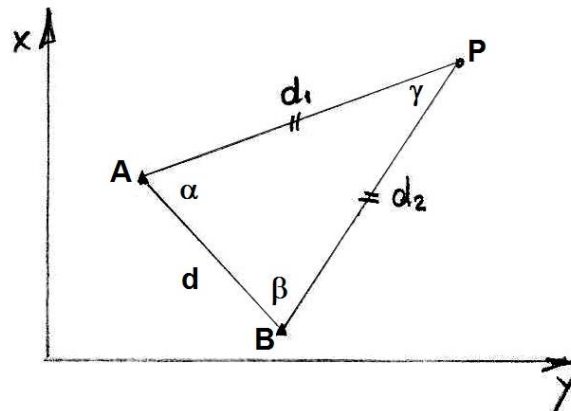
La clave está en la medición de lados de polígonos, los cuales se resuelven con procedimientos trigonométricos. El caso más frecuente es la formación de triángulos, llamado **trilateración**.

### Trilateración

A partir de las coordenadas de 2 puntos conocidos (A y B), y la medición de 2 distancias ( $d_1$  y  $d_2$ ), se calculan las coordenadas del punto incógnita P. (Figura 4.5)

DATOS:  $X_A; Y_A$     $X_B; Y_B$ MEDICIONES:  $d_1; d_2$ RESULTADO:  $X_P; Y_P$ 

Figura 4.5: Trilateración



En el triángulo APB, los ángulos internos son:  $\alpha$  en A;  $\beta$  en B;  $\gamma$  en P

Por el teorema del Coseno  $\rightarrow d^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2 \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \cos \gamma$

$$\gamma = \arccos \left( \frac{d_1^2 + d_2^2 - d^2}{2 \cdot d_1 \cdot d_2} \right)$$

Por el teorema del Seno  $\rightarrow d / \sin \gamma = d_2 / \sin \alpha \rightarrow \alpha = \arcsin \left( \frac{d_2}{d} \cdot \sin \gamma \right)$

$$AZ_{AP} = AZ_{AB} - \alpha$$

Finalmente, con  $AZ_{AP}$  y  $d_1$  se calculan las coordenadas de P:

$$X_P = X_A + d_1 \cdot \cos AZ_{AP}$$

$$Y_P = Y_A + d_1 \cdot \sin AZ_{AP}$$

**Aplicación:** es el método más sencillo cuando se dispone de un distanciómetro electrónico, y condiciones ambientales (tiempo, calor, visibilidad, etc.) favorables.

## Métodos combinados

En estos métodos se miden tanto ángulos como distancias para la obtención de un conjunto de puntos. Se pueden clasificar en aquellos que usan ángulos rectos (fijos) y en los que miden los ángulos en cada vértice (poligonales).

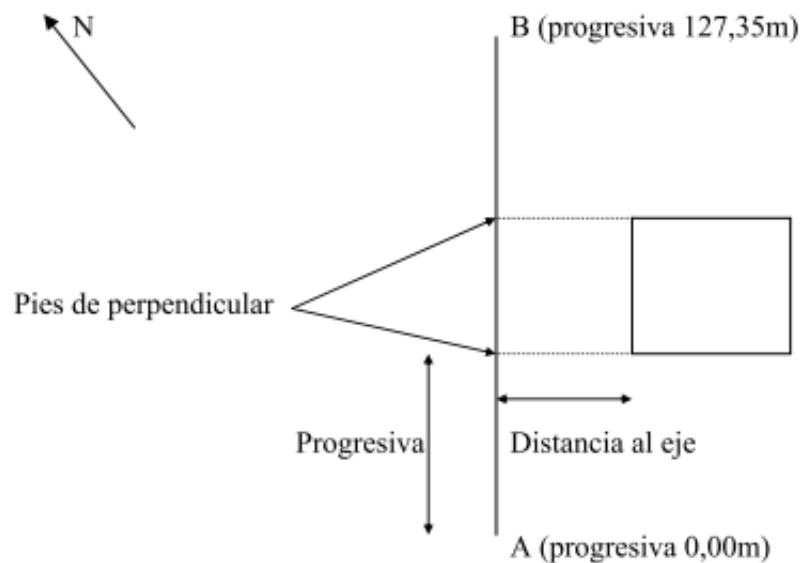


## Levantamiento por coordenadas rectangulares

Es aquel procedimiento, en el cual, a partir de una dirección determinada, con medición de distancias desde un origen y distancias ortogonales a esa dirección, se determinan las coordenadas de puntos incógnita (Figura 4.6).

Dada una dirección AB, considerada **eje de levantamiento**, se miden las distancias que existen desde los distintos puntos o detalles que se desean levantar al lado en cuestión. Como distancias desde un punto a una recta hay infinitas, la distancia que se toma es la menor que por geometría es la distancia tomada sobre la perpendicular al eje que pasa por el punto. Esa distancia es llamada distancia al eje. La distancia puede ser a la derecha o izquierda del lado, cuestión que queda clarificada con un croquis del levantamiento. Para terminar de definir la ubicación de un punto en cuestión, conocida su distancia al eje, queda definir la distancia que existe entre el pie de la perpendicular (punto intersección entre el eje de levantamiento y la perpendicular que pasa por el punto) y el origen de la progresiva. A esta distancia se la denomina **progresiva** del punto. Se emplean escuadras ópticas, las cuales se posicionan sobre el eje, en los pies de perpendicular.

**Figura 4.6: Levantamiento por coordenadas rectangulares**



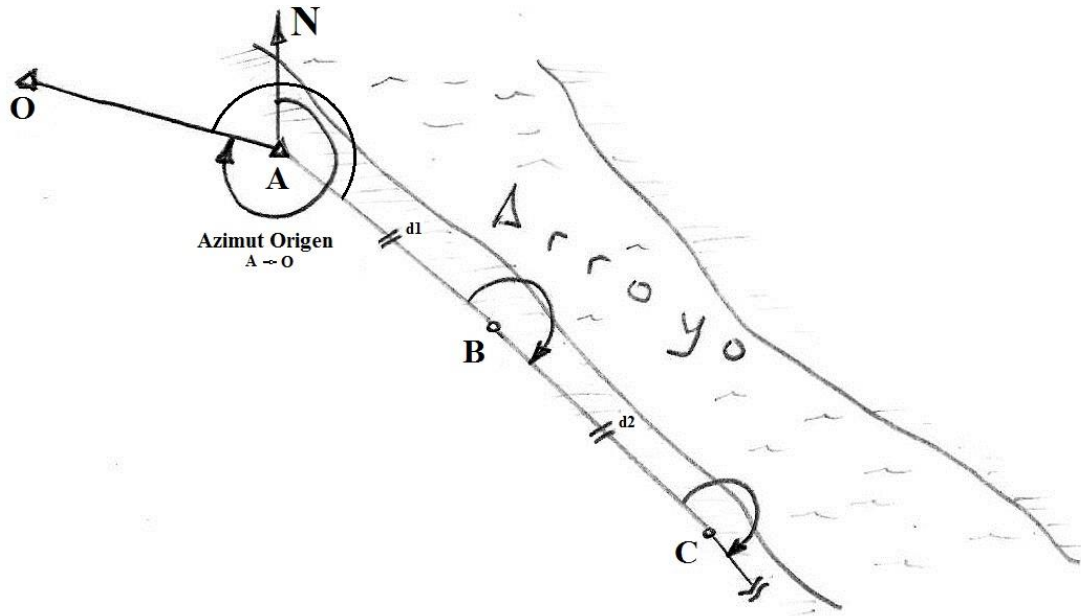
## Poligonal

La Poligonal o Itinerario es un método adecuado para calcular las coordenadas de una serie de puntos ligados entre sí por una sucesión de ángulos y distancias medidas ( $d_i$ ).

Requiere, para su cálculo, partir de las coordenadas planas (convencionales) de un punto conocido ( $X_A$ ;  $Y_A$ ) y un Azimut de Arranque u Origen ( $Az$ ), o bien las coordenadas de 2 puntos (Base de arranque). En la Figura 4.7 la Base de Partida u Origen es la conformada por los puntos A y O.

Se aplica para mediciones de lotes, perímetros de parcelas forestales, redes de apoyo para levantamientos topográficos, levantamiento de puntos a lo largo de una línea de ribera, etc. (Figura 4.7).

**Figura 4.7: Poligonal a lo largo de la ribera de un arroyo**



Las coordenadas de los puntos B, C, etc. se calculan sucesivamente en cada vértice mediante las expresiones:

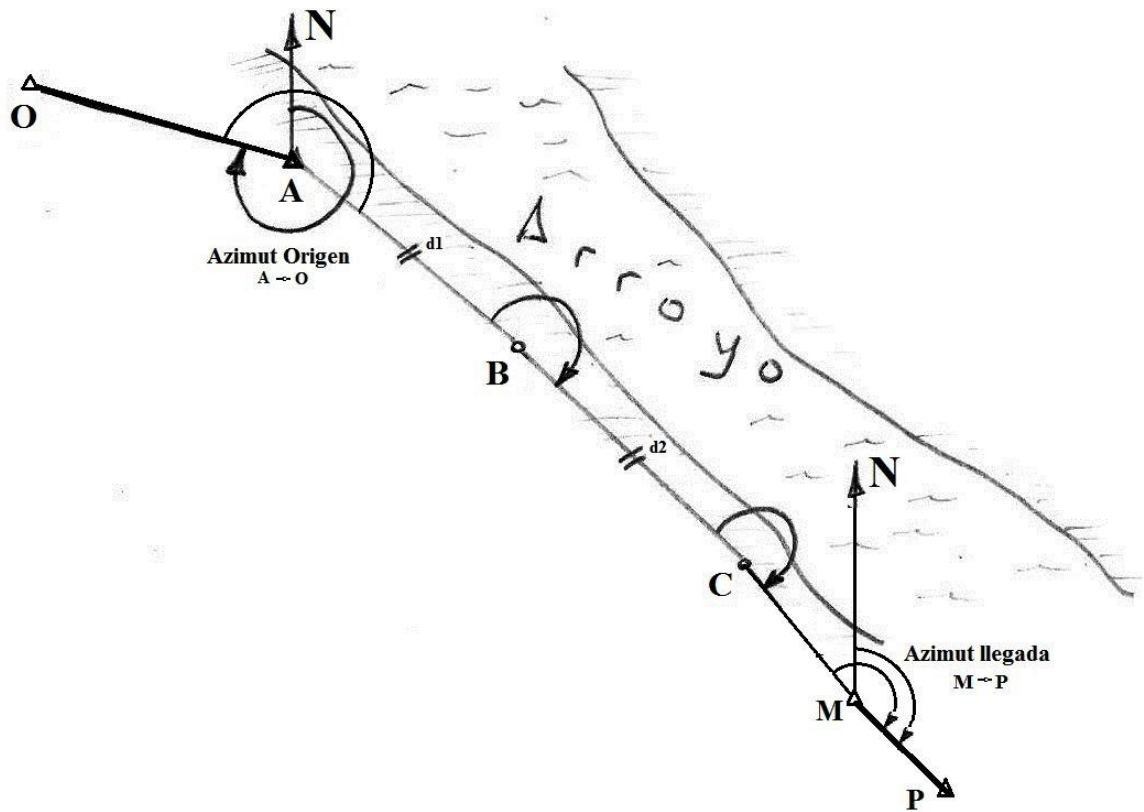
$$X_B = X_A + d_1 \cdot \cos Az \quad \text{y} \quad Y_B = Y_A + d_1 \cdot \sin Az$$

$$\text{donde} \quad Az = \arctg (\Delta Y / \Delta X) \quad \text{y} \quad d_1: \text{distancia A-B}$$

$$\text{a su vez} \quad \Delta X = X_B - X_A \quad \text{y} \quad \Delta Y = Y_B - Y_A$$

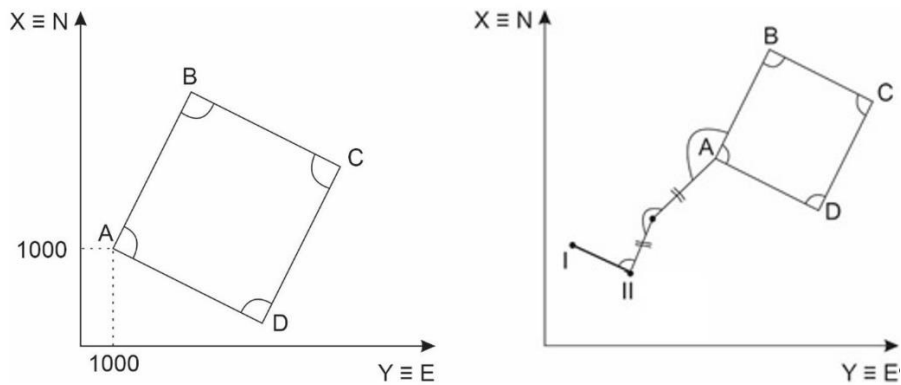
Este caso se trata de una **poligonal abierta geoméricamente**, y sin posibilidad de comprobar errores de medición (**sin “cierre”**). Es decir, si la medición de alguno de los lados o ángulos estuviera afectada por un error grosero, no podría detectárselo. Tampoco pueden evaluarse los errores accidentales. Para poder compensar los errores accidentales, habría que **“cerrar la poligonal”**, lo cual puede ejecutarse arribando al final de la misma a una **“base de llegada”**, conformada por un par de puntos con coordenadas conocidas. Por ejemplo, los puntos M y P en la Figura 4.8, donde se presenta una poligonal abierta geoméricamente, pero cerrada en cuanto a compensación de errores.

Figura 4.8: Poligonal con “cierre” en base MP



Si se define un **sistema de coordenadas local**, tanto las coordenadas de partida como el azimut de arranque se eligen con una disposición conveniente, procurando que la poligonal se desarrolle en el primer cuadrante de los ejes cartesianos (Figura 4.9). Si, en cambio, se debe referir el trabajo a un **sistema determinado** (por ejemplo, el *Gauss-Krueger*), se debe tener las coordenadas de por lo menos 2 puntos en dicho sistema y realizar su vinculación al polígono de estudio mediante una **poligonal de enlace**.

Figura 4.9: Sistema de referencia planimétrico

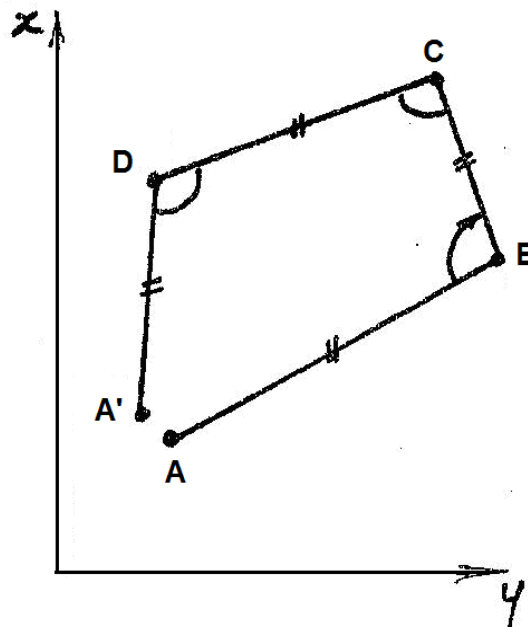


## Poligonal compensada

En los casos anteriores se presentaron poligonales abiertas geoméricamente. Ahora se verá el caso de polígonos cerrados (por ejemplo, el cuadrilátero ABCD), en los cuales se miden lados y ángulos, de manera de poder efectuar el cierre del polígono, o sea la compensación de los errores accidentales (Figura 4.10).

Aunque a campo se mide todo el perímetro cuidadosamente, al efectuar el cálculo de las coordenadas de los puntos, no se arriba a las mismas coordenadas de partida (del Pto. A). Esto se debe a que, al efectuar las mediciones angulares y lineales, se cometen errores accidentales, que se trasladan de punto en punto, llegando a coordenadas distintas (en el Pto. A') a las de partida (Figura 4.10).

Figura 4.10: Error de Cierre de la poligonal



La diferencia entre ambos puntos constituye el error de cierre, el cual, si es menor a la Tolerancia, se distribuye mediante el proceso de compensación.

### Compensación

La compensación se realiza distribuyendo los errores accidentales, de modo de lograr el cierre del polígono.

Existen numerosos métodos para compensar poligonales. Aquí se trata uno sencillo, consistente en 2 compensaciones sucesivas: angular y lineal.

### Compensación angular

Dado que es un polígono cerrado, se debe cumplir que la suma de ángulos internos  $\sum \alpha_i$  sea igual a:

$$\sum \alpha_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

Para un cuadrilátero  $\rightarrow n = 4$  por consiguiente:  $\sum \alpha_i = 360^\circ$

El **Error de Cierre Angular** resulta:  $E\alpha = \sum \alpha_i - 360^\circ$

Y la **Tolerancia Angular**  $T\alpha = k \cdot (n)^{1/2}$

Donde k es un valor entre 15" y 1', y n = número de vértices (o ángulos)

Se comparan Error y Tolerancia. Si  $E\alpha < T\alpha$  se procede a compensar. Si  $E\alpha > T\alpha$  se debe repetir parcial o totalmente el trabajo.

El  $E\alpha$  se distribuye equitativamente en todos los ángulos medidos. O sea, hay 4 ángulos, y corresponde una **Corrección Angular**  $c\alpha = -E / n$ .

### Compensación lineal

Dado que se trata de un polígono cerrado, al final del itinerario se llega al punto de partida, por lo cual la suma de los incrementos  $\Delta x$  y  $\Delta y$  debe ser cero. Eso difícilmente ocurre, y en general se produce un **Error de Cierre Lineal** o **Flecha de Error "f"**.

$$f = \sqrt{Ex^2 + Ey^2}$$

Donde Ex y Ey son las proyecciones de f sobre los ejes x e y respectivamente.

En este caso, un polígono cerrado, Ex y Ey se obtienen de la sumatoria de los incrementos en x y en y respectivamente.

El error f se compara con la **Tolerancia Lineal**  $T_L$  adoptada.

$$T_L = \pm 0,015 \sqrt{0,3 * P + 0,0005 * P^2}$$

Donde P es la suma de los lados (perímetro)

Si  $f < T_L$  se procede a calcular las correcciones a aplicar en los incrementos. En este método de compensación las correcciones ( $C_x$  y  $C_y$ ) son proporcionales a las longitudes de los lados (L):

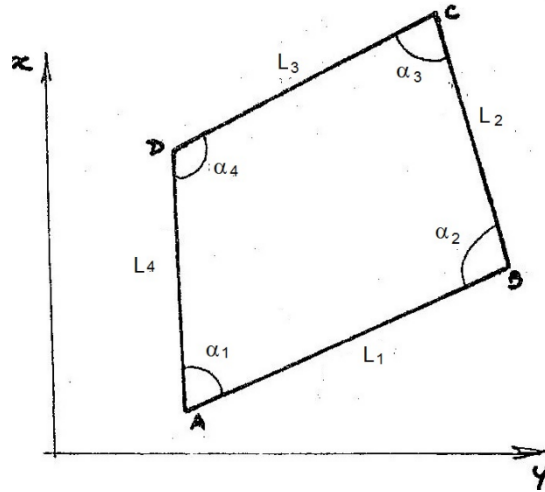
$$C_x = - (\sum \Delta x * Lado) / P$$

$$C_y = - (\sum \Delta y * Lado) / P$$

Cabe resaltar que las Correcciones, tanto angular ( $c\alpha$ ) como lineal ( $C_x$  y  $C_y$ ), tienen signo inverso al del Error, que corrigen.

Finalmente, se corrigen los incrementos, y se verifica que se arribe a las coordenadas del mismo punto de partida.

**Figura 4.11: Polígono compensado angular y linealmente**



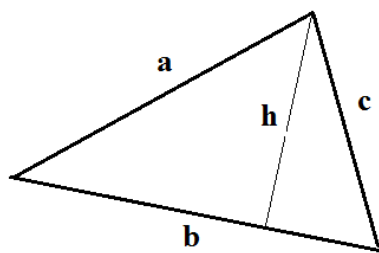
## Cálculo y determinación de superficies

### Superficie de polígonos

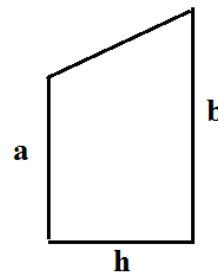
#### Descomposición en triángulos y trapecios

Consiste en descomponer el polígono en un conjunto de triángulos y/o trapecios, y luego sumar las áreas de los componentes. Las formulas básicas para el cálculo son (Figura 4.12):

**Figura 4.12: Áreas de triángulos y trapecios**



$$\text{Sup.} = \frac{b \cdot h}{2}$$



$$\text{Sup.} = \frac{(a + b)}{2} \cdot h$$

Las áreas de los triángulos también pueden calcularse a partir de la longitud de sus 3 lados por la Formula de Heron:

$$S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

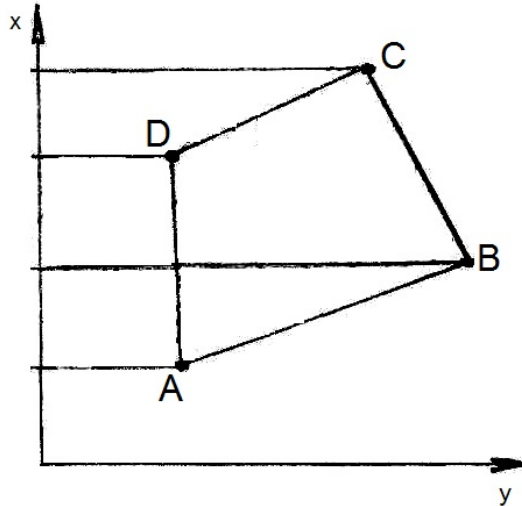
Donde p es el semiperímetro del triángulo

**Método de los trapecios**

El **Método de los Trapecios** se aplica para el cálculo de la superficie de un polígono, cuyos vértices tienen coordenadas conocidas.

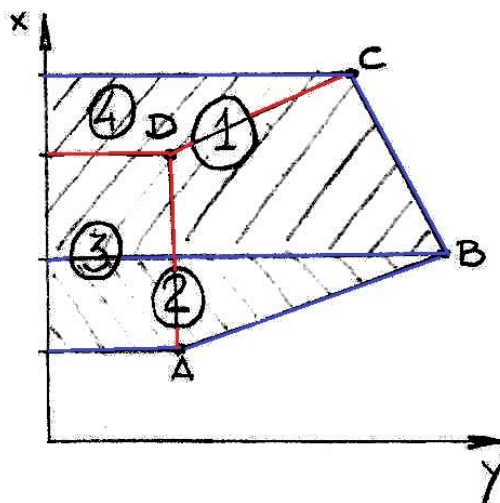
Consiste en reducir el polígono a una serie de trapecios, que se forman entre sus lados, los ejes y las rectas proyectantes de los vértices sobre dichos ejes. Por ejemplo, en la Figura 4.13 se presenta el polígono ABCD.

**Figura 4.13: Polígono ABCD proyectado sobre eje de ordenadas “x”**



Proyectando los vértices del polígono ABCD sobre el eje de ordenadas X, se distinguen 4 trapecios (1 al 4). La Superficie del polígono = suma de los trapecios **1+2** menos los trapecios **3+4**. (Figura 4.14)

**Figura 4.14: Calculo del área del polígono en base a las proyecciones de sus vértices sobre los ejes cartesianos**



La expresión general para la superficie del polígono ABCD es:

$$S_x = [(Y_n + Y_{n+1}) * (X_{n+1} - X_n)] / 2 \quad \text{o bien} \quad S_y = [(X_n + X_{n+1}) * (Y_{n+1} - Y_n)] / 2$$

Donde  $S_x$  es la superficie del trapecio, calculada en base a su proyección sobre el eje de ordenadas “x”, y  $S_y$  la respectiva calculada sobre la proyección sobre el eje “y”. Ambas deben ser iguales.

### Superficie de áreas de límites curvos

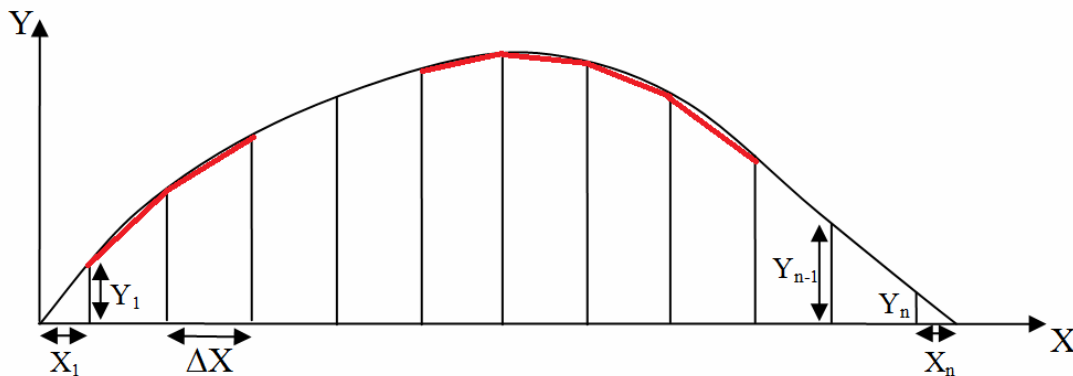
En el caso de superficies de bordes curvos, se puede calcular su área por distintos métodos, entre los cuales se presentan los de Bezout, Simpson y Poncelet.

#### Bezout

Se divide la proyección de la curva en intervalos ( $\Delta x$ ). La intersección de la curva con las proyecciones, se unen mediante las cuerdas, siendo reemplazada la figura curva original por un polígono (de color rojo en Figura 4.15).

La suma del área de cada uno de los trapecios más los 2 triángulos de ambos extremos da el área total (S).

Figura 4.15: Superficie bajo la curva, aproximada por intervalos  $\Delta x$



La superficie bajo la curva (S):

$$S = \frac{X_1 \cdot Y_1}{2} + \Delta X \cdot \frac{Y_1 + Y_2}{2} + \Delta X \cdot \frac{Y_2 + Y_3}{2} + \dots + \Delta X \cdot \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2} + \frac{X_n \cdot Y_n}{2}$$

Agrupando, y sacando factor común, queda:

$$S = \frac{X_1 \cdot Y_1 + X_n \cdot Y_n}{2} + \Delta X \cdot \left[ \frac{Y_1 + Y_n}{2} + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \dots + Y_{n-1} \right]$$



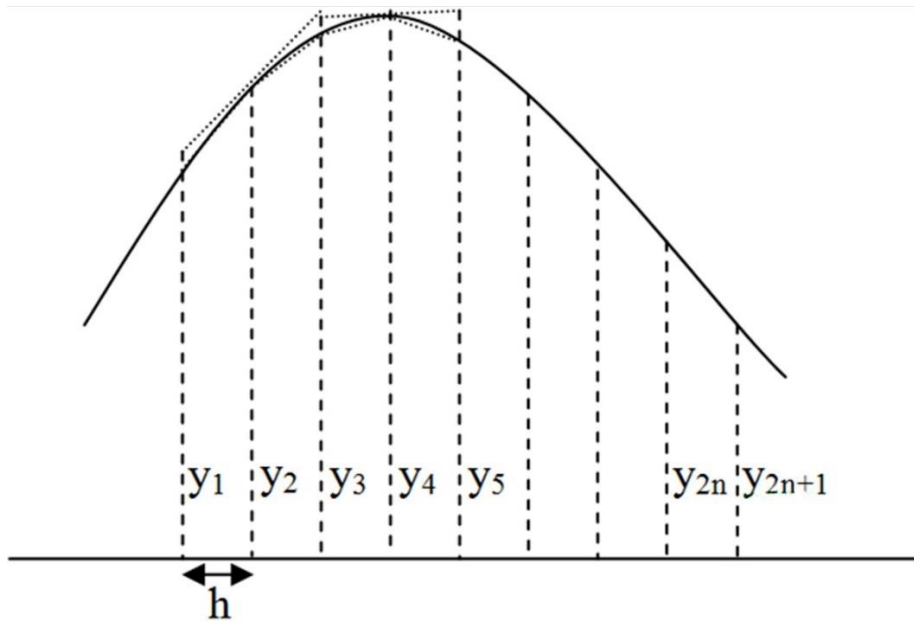
Dado que se consideran rectos los segmentos del borde de la superficie, el cálculo de  $S$  conduce a errores por defecto cuando la curva es convexa, y por exceso cuando es cóncava.

### Simpson

Se divide la proyección de la curva en un número par de intervalos ( $h$ ). La intersección de la curva con las proyecciones, se unen mediante las cuerdas (igual que con el método de Bezout).

La suma del área de cada uno de los trapecios da el área por defecto (para curvas convexas) “ $s$ ” (Figura 4.16).

**Figura 4.16: Curva real (negro), bajo las tangentes (azul) y bajo las cuerdas (rojo)**



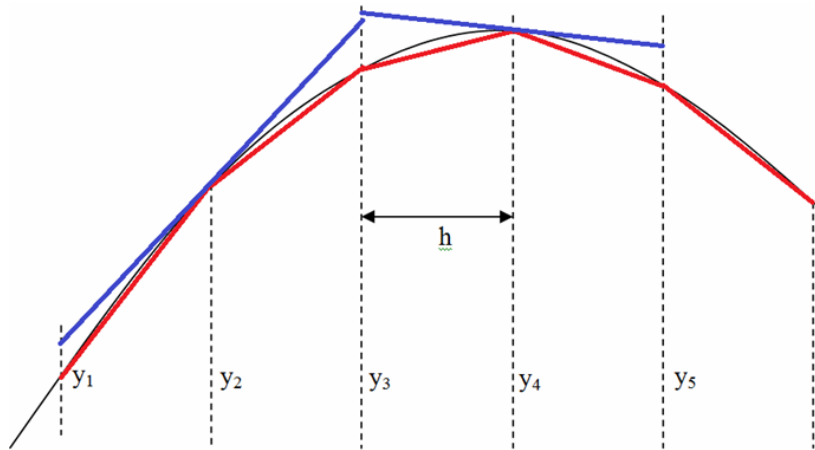
Se trazan las tangentes a la curva en los extremos de las ordenadas pares, y éstos son limitados por las prolongaciones de las ordenadas impares contiguas.

El área de estos trapecios sobreestima a la real en las curvas convexas (trapecios circunscritos), y se la denomina “ $S$ ”. El área real “ $A$ ” será  $<“S”$  y  $>“s”$ .

Simpson considera que el valor más cercano al área real proviene de agregarle  $1/3$  de  $S-s$  al valor de “ $s$ ”.

$$A = s + \frac{S - s}{3}$$

**Figura 4.17: Detalle de trapecios circunscriptos (con tangentes) e interiores (con cuerdas)**



El error “e” se puede acotar variando “h” por iteraciones  $\rightarrow e \leq \frac{2}{3}(S - s)$

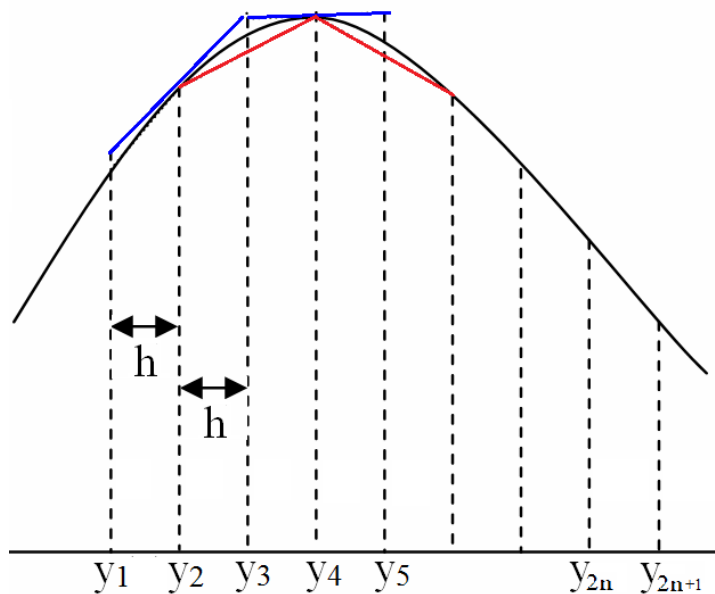
**Poncelet**

A igual que en el método de Simpson, el área es dividida en un número par de segmentos.

La superficie “S”, calculada por exceso, formada por trapecios, obtenidos por tangentes a las ordenadas pares y limitados por las prolongaciones de las ordenadas impares adyacentes (igual que en el método de Simpson).

La superficie por defecto “s” (trapecios inscriptos) se obtiene como la cuerda que une la intersección de la curva con las ordenadas adyacentes (para el primer y último trapecio) y por la cuerda que une las intersecciones de las pares para el resto de la superficie (Figura 4.18).

**Figura 4.18: Tangentes y cuerdas en el método de Poncelet**



El valor del área bajo la curva “A” se calcula como la media entre las dos superficies

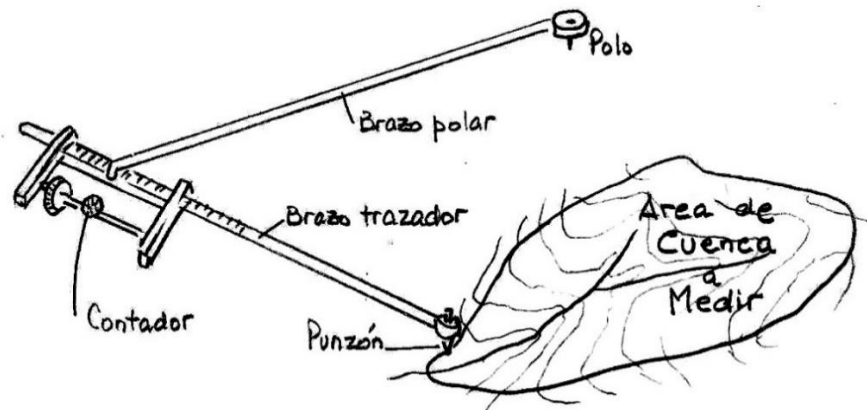
$$A = \frac{S + s}{2}$$

## Superficies de contornos irregulares

La determinación de superficies es una actividad muy frecuente e importante para el Ingeniero Agrónomo o Forestal. Ya sea en el cálculo de áreas de masas boscosas, suelos, mapas de vegetación natural, cuencas hídricas, superficies dañadas de cultivos u hojas (área foliar), las superficies de contorno irregular pueden ser cuantificadas por métodos analógicos o analíticos.

El **planímetro polar** es un instrumento de gabinete (Figura 4.19), que permite, deslizando un punzón o lupa sobre el perímetro del área, obtener *analógicamente* la superficie.

Figura 19: Planímetro Polar

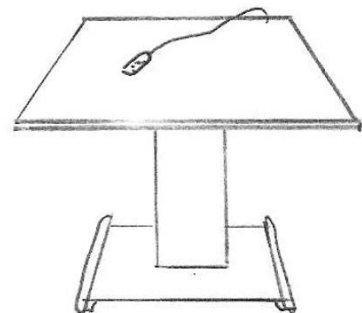


La operación es sencilla y requiere la lectura en rueditas graduadas, que están calibradas y correlacionadas con el área envuelta por el recorrido del punzón.

La precisión es del orden de 1 %.

También las superficies se pueden determinar analíticamente mediante **Planímetros digitales** (Figura 4.20a) o mediante **Tabletas o Mesas Digitalizadoras** (Figura 4.20b), que permiten alcanzar mayor precisión y la ventaja de operar con archivos digitales de puntos.

Figura 4.20: a) Planímetro a rodillos (Izq.) y b) Mesa Digitalizadora (Der.)



# CAPÍTULO 5

## Métodos altimétricos

*Sebastián I. Besteiro, Carlos A. Orsetti y Héctor A. Salgado*

### Conceptos generales

Como fue mencionado en el Capítulo 1, la **altimetría** es la rama de la topografía que se encarga de la determinación de las alturas relativas de distintos objetos en el terreno respecto a una superficie de referencia arbitraria.

La nivelación tiene por objeto determinar la **Altura** de puntos característicos del terreno, con respecto a una superficie de referencia o de comparación. La distancia vertical medida entre dicha superficie de comparación y un punto determinado, se denomina **Cota del punto**.

Esta superficie de comparación a la que se le asigna **Cota cero**, es para la República Argentina el nivel medio de las aguas del mar (determinados a través de estadística de observaciones realizadas en el mareógrafo de Mar del Plata).

A partir de esta **Cota cero** y realizando una nivelación de alta precisión se le dio cota al punto de nivelación principal o fundamental del país que se encuentra en el Parque Independencia de la ciudad de Tandil. Se eligió este lugar por ser una formación rocosa muy estable y una de las más antiguas del planeta y además por estar relativamente próxima a Mar del Plata.

En todo trabajo altimétrico, se parte de un punto origen, de cota conocida o la que se le asigne. En este caso será cota arbitraria y se determinan los desniveles entre los distintos puntos que se quieren relevar.

Se entiende por **Desnivel** entre dos puntos, a la diferencia de cota que existe entre ellos. El desnivel, entonces, sumado algebraicamente a la cota del primer punto (punto origen), nos proporciona la cota del segundo, la que nos permitirá determinar la de un tercer punto y así sucesivamente. De esta forma podemos hallar la cota de n puntos, operación que se designa con el nombre de **Transporte de cotas**.

El transporte de cotas, por lo tanto, consiste en tomar un **punto de cota conocida** y transportar ésta a otros puntos cuya cota se desea conocer, calculando los desniveles parciales de uno con respecto al otro.

En síntesis, los desniveles entre puntos se obtienen por procedimientos llamados **Nivelaciones**. Existen diversos tipos de nivelaciones de acuerdo al instrumental y método utilizados (Tabla

5.1). En orden creciente de precisión son: **nivelación barométrica**, **nivelación trigonométrica** y **nivelación geométrica**.

**Tabla 5.1: Características distintivas de los distintos procedimientos de nivelación**

| Tipos          | Instrumental      | Precisión | Relieve      |
|----------------|-------------------|-----------|--------------|
| Barométrica    | Barómetro         | metro     | Muy quebrado |
| Trigonométrica | Teodolito y miras | cm        | Quebrado     |
| Geométrica     | Nivel y miras     | milímetro | Llano        |

## Nivelación barométrica

El aire que compone la atmósfera terrestre posee un peso, dicho peso ejerce sobre la superficie terrestre una presión llamada **Presión atmosférica**. Cuando ascendemos, esta presión disminuye ya que existe un menor peso de la columna de aire que se encuentra por encima del punto donde estamos ubicados.

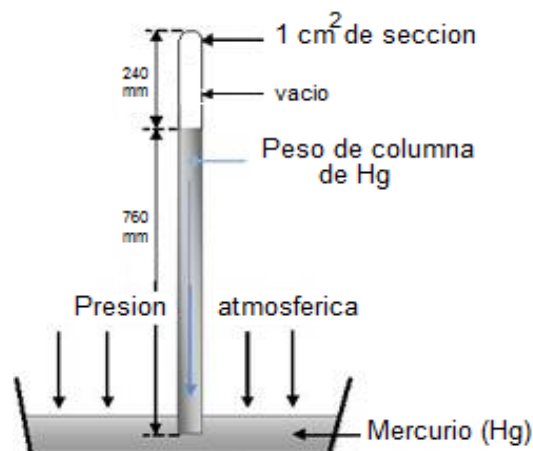
El fundamento de esta nivelación es que la presión atmosférica varía con la altura. La **nivelación barométrica**, determina desniveles por diferencia de presión, debiéndose conocer además la temperatura del aire y la latitud del lugar.

Para medir la presión atmosférica, el instrumento utilizado es el **Barómetro**. Hay dos tipos de barómetros.

### Barómetros de Mercurio

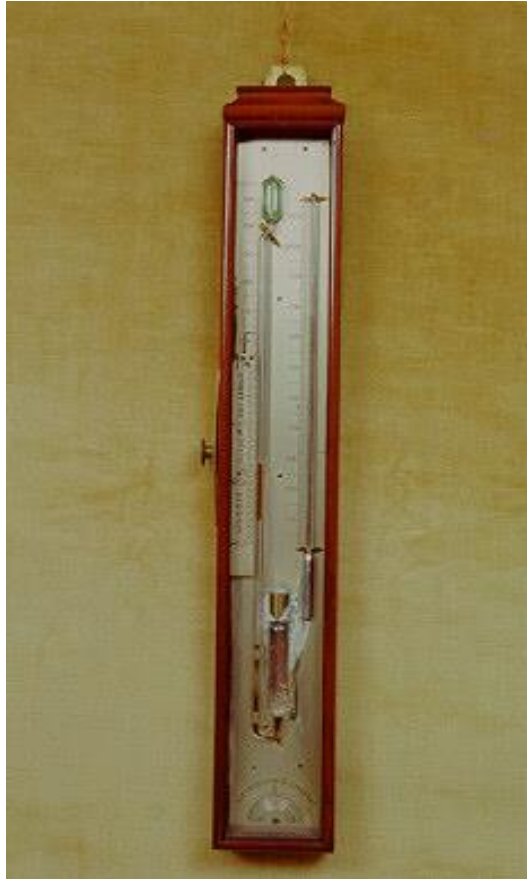
Conocidos también como barómetros líquidos, basados en el experimento de Torricelli, donde se mide la altura que alcanza el mercurio contenido en una cubeta, en un tubo de vidrio (Figura 5.1).

**Figura 5.1: Experimento de Torricelli**



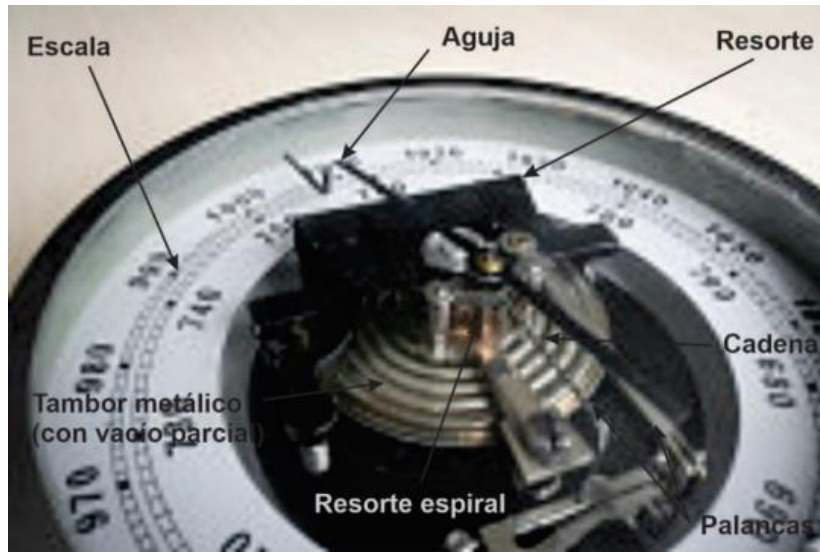
Dentro de este grupo, el más conocido es el **barómetro de Fortin** (Figura 5.2). Este tipo de barómetro es de gran precisión, pero es difícil de transportar y se descalibra fácilmente. Por este motivo se utiliza en los observatorios meteorológicos (estaciones meteorológicas). Sirven también para controlar o calibrar a los barómetros Aneroides.

**Figura 5.2: Barómetro de Fortín**



## Barómetros Aneroides

También conocidos como barómetros de deformación de sólidos o barómetros elásticos, porque utilizan la deformación producida en un material por la presión del aire sobre un elemento elástico. Este tipo de barómetro no contiene líquido (mercurio) y está formado por una cápsula metálica flexible, cerrada en forma hermética, en el interior de la cual se ha hecho vacío. Esta cápsula tiene paredes metálicas muy delgadas que se contraen o se dilatan de acuerdo a las variaciones de la presión atmosférica. Estos movimientos se amplifican por un sistema de engranajes y palancas conectados a un sistema de agujas que permiten hacer una lectura sobre una escala graduada (Figura 5.3).

**Figura 5.3. Barómetro Aneroida**

Este tipo de barómetros es mucho más práctico y cómodo y casi es tan preciso como el de mercurio. Es el utilizado en las nivelaciones barométricas.

Para determinar el desnivel entre dos puntos las lecturas deben ser corregidas teniendo en cuenta los factores que pueden influir sobre las mismas. Estos factores son fundamentalmente la temperatura, que modifica la densidad del aire, y la latitud, que provoca variaciones en la atracción gravitacional.

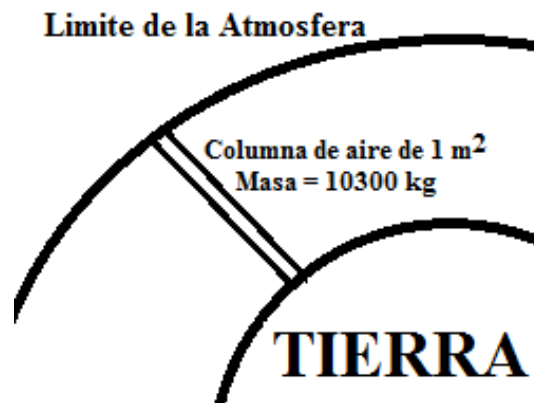
La **nivelación barométrica** es la menos precisa y la más expeditiva de todas. Se utiliza cuando se deben determinar grandes desniveles (zonas montañosas). La **precisión** lograda en este tipo de nivelación se encuentra en el orden del **metro**.

### Métodos para la nivelación barométrica

La posibilidad de obtener desniveles mediante la medición de la presión atmosférica se basa en que la atmósfera se halla compuesta por gases, con densidad creciente cuanto más cerca de la Tierra, que ejercen una presión en función de la columna de aire considerada. Así, la masa de la columna de aire (de aprox. 10300 kg) hasta el tope de la atmósfera (aprox. 30 km) produce una presión sobre la unidad de superficie (1 m<sup>2</sup>) de aproximadamente 101 kP, de acuerdo a:

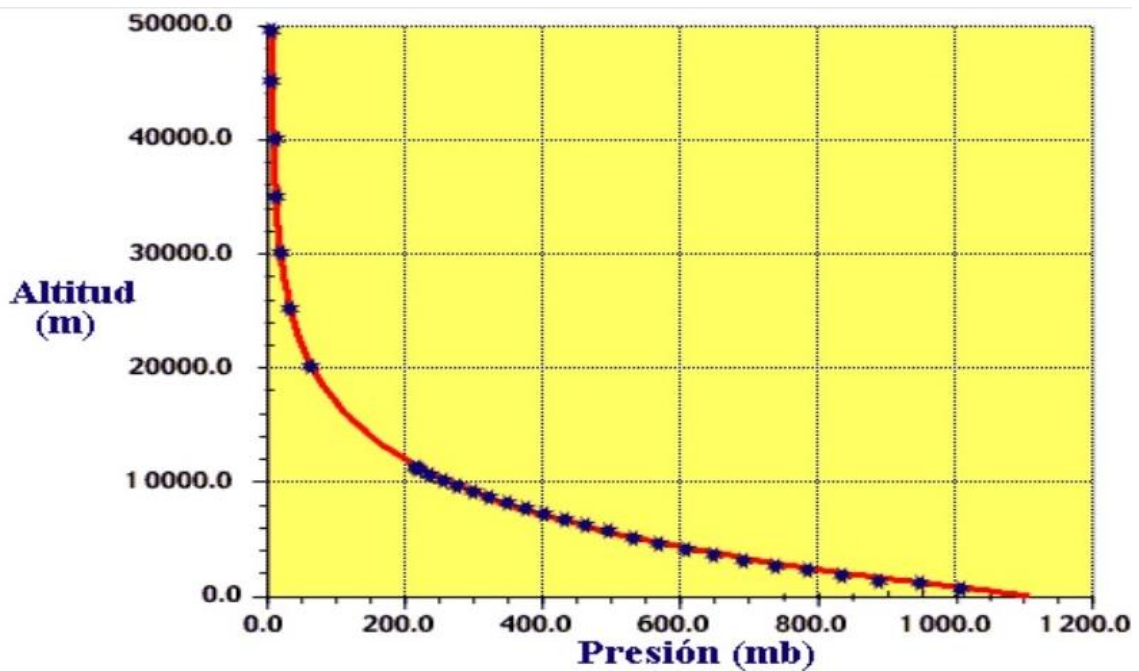
$$P = \frac{F}{\text{sup}} = \frac{10300\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2}{1\text{m}^2} = 101043\text{N/m}^2 = 101\text{kP}$$

Figura 5.4. Presión atmosférica



Se puede considerar que la presión atmosférica a nivel del mar es de 1 Atmósfera (atm), equivalente a 1 bar, 760 mmHg o bien 101 kP. La presión disminuye al aumentar la altitud (desnivel respecto al nivel del mar), por disminuir la columna de aire considerada. A medida que aumenta la altitud linealmente, la presión disminuye geoméricamente.

Figura 5.5: Relación altitud vs presión



Para la zona más cercana a la Tierra, se puede aceptar una variación de 1 mmHg cada 10,5 m de desnivel. Por ejemplo, una variación de presión de 5 mmHg, medida con un barómetro, corresponde a un desnivel de 52,5 m (a  $0^\circ \text{ C}$ ).

Para el cálculo del desnivel se pueden emplear distintas fórmulas; las de Babinet y Laplace figuran entre las más difundidas.



**Fórmula de Babinet**

Considera la influencia de la temperatura (°C) para el cálculo del desnivel entre dos puntos ( $\Delta z$ ):

$$\Delta z = 16000 \cdot \{(B_1 - B_2) / (B_1 + B_2)\} \cdot \{1 + 0,004 (T_1 + T_2) / 2\}$$

Donde:

$B_1$  y  $B_2$  son las lecturas barométricas (en mmHg) en los puntos 1 y 2 respectivamente

$T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas (en °C) en los puntos 1 y 2 respectivamente

**Fórmula de Laplace**

Considera la influencia de la temperatura (°C) y la relación logarítmica entre las lecturas barométricas para el cálculo de  $\Delta z$ :

$$\Delta z = 18400 \cdot (\log B_1 - \log B_2) \cdot \{1 + 0,004 (T_1 + T_2) / 2\}$$

Donde:

$B_1$  y  $B_2$  son las lecturas barométricas (en mmHg) en los puntos 1 y 2 respectivamente

$T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas (en °C) en los puntos 1 y 2 respectivamente

Ejemplo:

Calcular el desnivel  $\Delta z$  entre los puntos 1 y 2, en base a las mediciones de presión y temperatura en ellos.

| Punto | Presión (mmHg) | Temperatura (°C) |
|-------|----------------|------------------|
| 1     | 640            | 16               |
| 2     | 596            | 11               |

En una primera aproximación, se puede considerar que, a 0°C, 1 mmHg equivale a 10,5m. Por lo tanto  $\Delta p = 640 - 596 = 44$  mmHg, que corresponden a un  $\Delta z = 462$  m

Considerando la influencia de la temperatura, ya sea lineal (Babinet), así como logarítmica (Laplace), se obtienen los siguientes valores:

Según Babinet:

$$\Delta z = 16000 \cdot \{(640 - 596) / (640 + 596)\} \cdot \{1 + 0,004 (16 + 11) / 2\}$$

$$\Delta z = 600,337 \text{ m}$$

Según Laplace:

$$\Delta z = 18400 \cdot (\log 640 - \log 596) \cdot \{1 + 0,004 (16 + 11) / 2\}$$

$$\Delta z = 599,92 \text{ m}$$

O sea, se puede expresar que el valor del desnivel es de 600 m aproximadamente.

## Nivelación trigonométrica

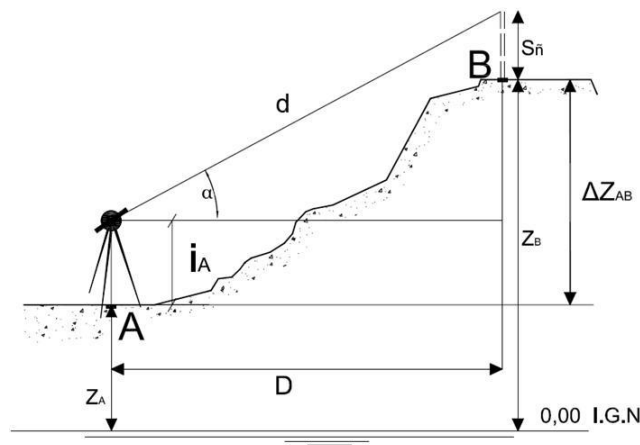
Este tipo de nivelación se utiliza en terrenos quebrados, con fuertes variaciones de pendiente, y en grandes distancias. Se emplea el Teodolito, más precisamente el círculo vertical de este instrumento y así poder dirigir visuales inclinadas (Figura 5.6).

**Figura 5.6: Nivelación trigonometría entre vértices de triangulación de montaña (Uspallata, Mendoza)**



El fundamento de esta nivelación consiste en dirigir visuales a puntos, cuya cota se desea determinar, sobre los cuales se colocan señales, cuya altura ( $S_n$ ) es dato (Figura 5.7).

**Figura 5.7: Nivelación trigonométrica**



Dónde:  $Z_A$ : cota del punto A  
 $Z_B$ : cota del punto B  
 $\Delta Z_{AB}$ : desnivel entre A y B  
 $i_A$ : altura del instrumento (Teodolito) en A.  
 $\alpha$ : ángulo de inclinación de la visual (ángulo de altura)  
 $Sñ$ : señal de altura conocida  
 $D$ : distancia topográfica (horizontal) entre A y B

Si se conoce la cota de A, puede plantearse:

$$Z_B = Z_A + i_A + D \cdot \text{tg } \alpha - Sñ$$

O bien, si se desea calcular el desnivel:

$$\Delta Z_{AB} = Z_B - Z_A = i_A + D \cdot \text{tg } \alpha - Sñ$$

La distancia se mide por lo general en forma inclinada, acompañando el terreno ( $d$ ). Luego deberá hacerse la reducción al horizonte obteniéndose así “ $D$ ” ( $D = d \cdot \cos \alpha$ ). El uso de distanciómetros en la determinación de  $d$ , simplifica considerablemente la operación, pues no debe olvidarse que medir distancias en terrenos quebrados con cinta no resulta una tarea sencilla.

Hay que tener en cuenta que la nivelación trigonométrica se efectúa también para grandes distancias ( $D = 10\text{km}$  o más). Por lo tanto, cuando las distancias son importantes, debe considerarse el efecto de la curvatura terrestre, como también el de la refracción, que tiende a curvar la visual, según lo detallado en el Capítulo 1.

Teniendo en cuenta el efecto de curvatura y refracción terrestres ( $Cr$ ), la expresión para el cálculo de la cota de un punto por Nivelación Trigonométrica quedará:

$$Z_B = Z_A + i_A + D \cdot \text{tg } \alpha - Sñ + \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

De esta expresión se puede determinar también la cota del punto estación,  $Z_A$ , en base a la cota  $Z_B$  del punto B, teniendo:

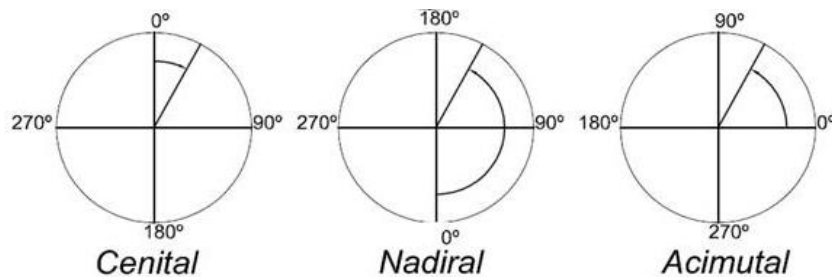
$$Z_A = Z_B - i_A - D \cdot \text{tg } \alpha + Sñ - \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

## Error de Índice

De acuerdo a la forma en que se encuentran graduados los distintos tipos de limbos de círculos verticales es posible clasificar los teodolitos en:

- Cenitales: el origen de la graduación se encuentra sobre la vertical, estando el cero grado en la parte superior.
- Nadirales: el origen de la graduación se encuentra sobre la vertical, estando el cero grado en la parte inferior.
- Acimutales: el cero grado se encuentra sobre el horizonte.

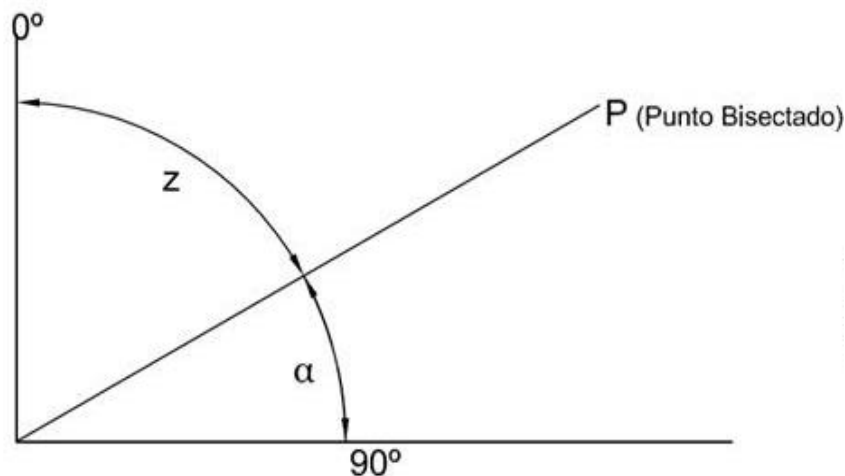
**Figura 5.8: Diferentes tipos de origen de graduación de círculos verticales**



Se trate de un tipo u otro de instrumento, siempre en la nivelación trigonométrica interesa conocer el ángulo de altura “ $\alpha$ ” (Figura 5.9). Por tal motivo, en caso de no contar con un teodolito acimutal (el cual da directamente el ángulo de altura), se deberá deducir dicho ángulo como complemento del ángulo medido. Por ejemplo, si se supone que el teodolito es cenital, donde  $z$  es la distancia cenital o ángulo cenital, el ángulo de altura  $\alpha$  se obtendrá como:

$$\alpha = 90^\circ - z$$

**Figura 5.9: Ángulo cenital ( $z$ ) y de altura ( $\alpha$ )**



Un procedimiento análogo se debe seguir para calcular  $\alpha$  en un teodolito nadiral.

Ahora bien, ya sea lo que se mida con el instrumento, ángulos de altura, distancias cenitales o nadirales, dichos valores quedan determinados a partir de un ángulo de referencia.

Ese cero lo da el índice que es fijo y es condición fundamental que el índice sea horizontal en los instrumentos acimutales, debiendo ser vertical en los instrumentos cenitales y nadirales.

Al calar la burbuja del nivel tubular o nivel testigo, se está poniendo en posición horizontal ese índice ya que, por construcción, el nivel testigo tiene su eje paralelo a la línea de los ceros cuando la burbuja está calada.

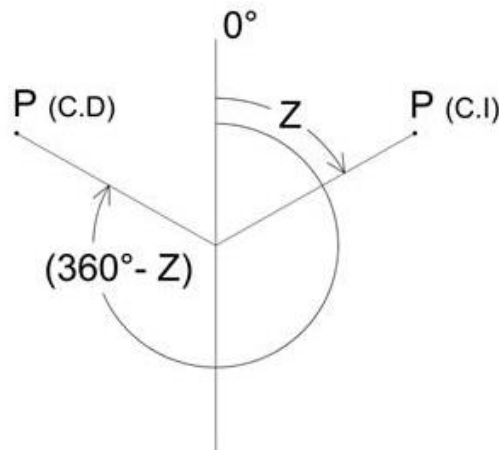
Por lo tanto, **no puede medirse un ángulo con el círculo vertical si previamente no se ha calado la burbuja del nivel testigo.**

“Se supone” que al calar la burbuja de dicho nivel testigo, la línea de los ceros está horizontal o vertical según el tipo de aparato, pero estos instrumentos son sistemas mecánicos y como tales sufren con el uso desgaste adquiriendo de esta manera errores.

El error que en este caso interesa es el llamado “**Error de Índice**” y se da cuando al estar calada la burbuja del nivel testigo, el eje del nivel no es paralelo a la línea de los ceros, o en otras palabras cuando no existe coincidencia exacta entre el cero de la graduación del círculo vertical y el cero del nonio director.

Suponiendo tener un instrumento que mide ángulos cenitales, bisectando un punto P elevado (previamente calada la burbuja del nivel testigo), el ángulo leído será Z (Figura 5.10) en la posición I (Círculo Vertical Izquierda). Luego haciendo vuelta de campana, en posición II, el ángulo será  $360^\circ - Z$ .

**Figura 5.10: Angulo cenital z**



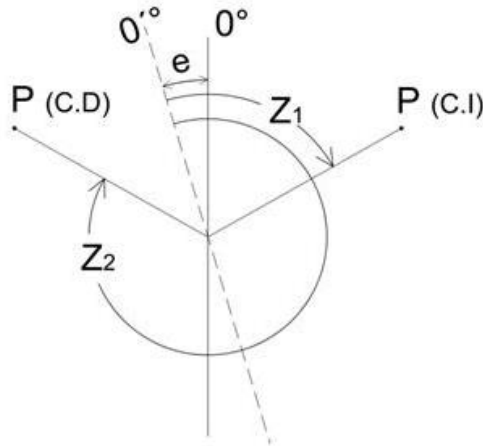
Sumando los valores de la posición I y II, se tiene:

$$Z + 360^\circ - Z = 360^\circ$$

con lo cual no hay error de índice “e”.

Si el instrumento posee error de índice, sucederá que al medir en la posición I el ángulo leído será  $Z_1$  y al dar vuelta campana el ángulo será  $Z_2$  (Figura 5.11)

**Figura 5.11: Lectura de ángulos con error de índice**



Entonces se tiene:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z + e \\ Z_2 &= 360^\circ - Z + e \end{aligned} \right\} Z_1 + Z_2 = 360^\circ + 2e$$

Por lo tanto, el error será:

$$e = \frac{Z_1 + Z_2 - 360^\circ}{2}$$

Esta es la forma de determinar el error de Índice del instrumento con su signo, si la suma  $Z_1 + Z_2$  es mayor que  $360^\circ$ , el error será negativo.

Luego la corrección "c", será con su signo contrario al error:

$$c = -e$$

Se puede demostrar también que midiendo en los dos círculos (esto es posición I y II) se elimina el error de Índice.

Restando las lecturas se tiene:

$$Z_1 - Z_2 = 2Z - 360^\circ$$

Por lo tanto:

$$Z = (360^\circ - (Z_2 - Z_1)) / 2$$

Se ha eliminado el error.

En la práctica se puede determinar si un instrumento tiene error de la siguiente manera: se bisecta un punto lo más elevado posible, una vez calada la burbuja del nivel testigo, se efectúa la lectura en posición I, se hace vuelta de campana, se vuelve a bisectar el mismo punto elevado

teniendo otra lectura ahora correspondiente a la posición II. Los valores se vuelcan en una planilla (Tabla 5.1).

**Tabla 5.1**

| Posición Circulo | Lectura de Nonios |
|------------------|-------------------|
| I                | 64° 44' 00"       |
| II               | 295° 17' 00"      |
| $\Sigma =$       | 360° 01' 00"      |

Como la sumatoria de I+II es distinta de 360°, hay error de Índice (e).

$$360^{\circ}01'00'' - 360^{\circ}00'00'' = 2e = 00^{\circ}01'00''$$

Por lo tanto:

$$e = 00^{\circ}00'30''$$

Luego, como el error es positivo, la corrección será negativa:

$$c = - 00^{\circ}00'30''$$

De esta manera cuando se mide un ángulo con círculo vertical utilizando solamente la posición I (Círculo Izquierda) y el aparato tiene error, a la lectura efectuada se le deberá afectar de la corrección. Como ya se vio, si se mide un ángulo en las dos posiciones I y II, entonces puede eliminarse la influencia del error.

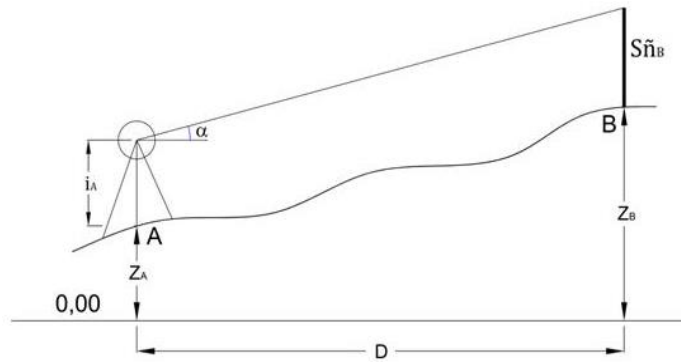
**Importante:** Cuando se cuenta con teodolitos cenitales o nadirales donde el ángulo de altura no se lee directamente si no se deduce, se suele cometer un error bastante común y grave por cierto, que consiste en afectar de la corrección al valor angular deducido (es decir al ángulo de altura). Esto lo único que origina es multiplicar el error debiéndose primeramente corregir el valor angular leído y luego deducir el ángulo de altura.

## Nivelación trigonométrica recíproca y simultánea

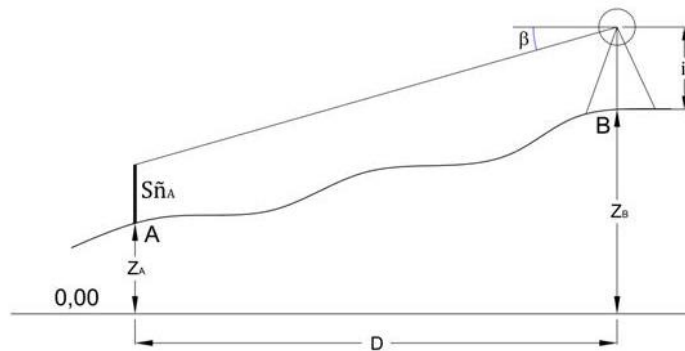
Si al mismo tiempo dos operadores observan, uno midiendo un ángulo vertical  $\alpha$  desde A hacia B (Figura 5.12a) y el otro un ángulo vertical  $\beta$ , desde B hacia A (Figura 5.12b), y si admitimos que la refracción en los puntos A y B es aproximadamente la misma por pasar los rayos de luz que emanan de B y A aproximadamente por las mismas capas de aire, puede obtenerse un valor más exacto para el desnivel  $\Delta Z$  entre ambos puntos.

**Figura 5.12a: Nivelación trigonométrica recíproca y simultánea**

**a. Estación en A**



**a. Estación en B**



Se puede plantear:

$$Z_B = Z_A + i_A + D \cdot \text{tg } \alpha - Sñ_A + \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

$$Z_A = Z_B + i_B + D \cdot \text{tg } \beta - Sñ_B + \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

Restando ambas expresiones se obtiene:

$$Z_B - Z_A = Z_A - Z_B + i_A - i_B + D \cdot \text{tg } \alpha - D \cdot \text{tg } \beta - Sñ_A + Sñ_B$$

$$2(Z_B - Z_A) = i_A - i_B + D(\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta) - Sñ_A + Sñ_B$$

$$2\Delta Z_{AB} = i_A - i_B + D(\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta) - Sñ_A + Sñ_B$$

$$\Delta Z_{AB} = \frac{i_A - i_B + D(\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta) - Sñ_A + Sñ_B}{2}$$



Así se puede calcular el desnivel entre los puntos A y B sin tener en cuenta el efecto de curvatura y refracción terrestres.

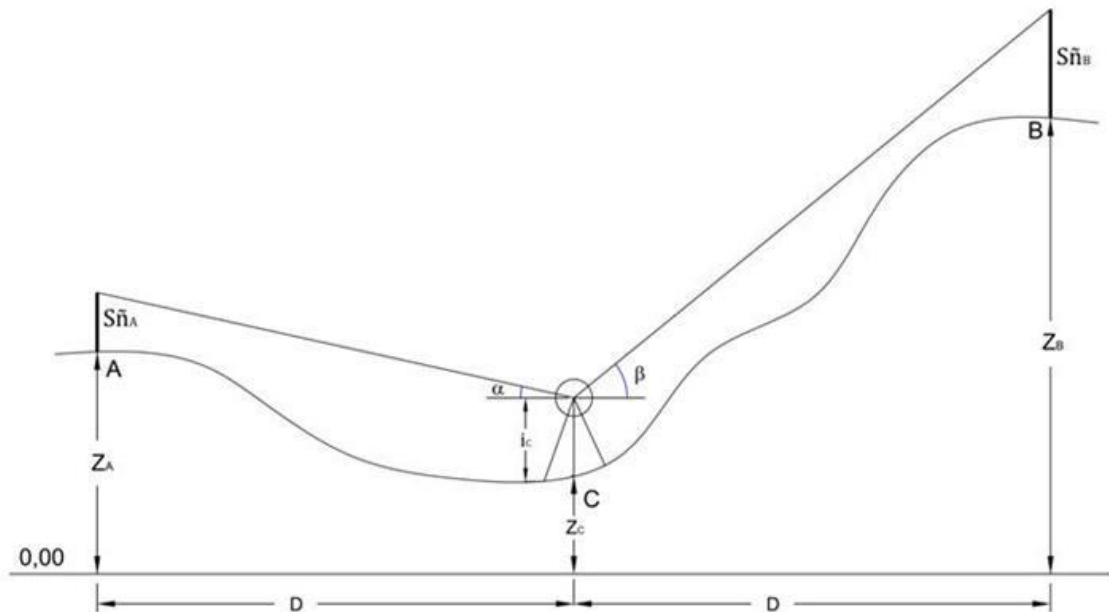
Cabe aclarar que desde las 10:00 de la mañana y hasta las 15:00 hs el coeficiente de refracción  $k$  prácticamente no sufre variaciones. Por consiguiente, dos observaciones recíprocas, pueden ser consideradas como simultáneas si ambas se realizan en horarios próximos al mediodía siempre que no varíen las condiciones meteorológicas.

### Nivelación trigonométrica desde el medio

Otra forma de nivelación se presenta cuando nos colocamos con el teodolito en un punto intermedio C, ya sea para obtener un mejor rendimiento de trabajo o visualizar con mayor precisión las señales colocadas en A y B.

Las influencias de la curvatura y refracción terrestres quedan casi completamente eliminadas en la nivelación trigonométrica cuando se estaciona el teodolito en un punto C ubicado aproximadamente equidistante de A y B.

**Figura 5.13: Nivelación trigonométrica desde el medio**



$$Z_B = Z_C + i_C + D \cdot \operatorname{tg} \beta - Sñ_B + \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

$$Z_A = Z_C + i_C + D \cdot \operatorname{tg} \alpha - Sñ_A + \frac{D^2}{2R} (1 - k)$$

Restando  $Z_B - Z_A$  se obtiene el desnivel  $\Delta Z_{AB}$

$$Z_B - Z_A = Z_C + i_C + D \cdot \text{tg } \beta - S\tilde{n}_B + \frac{D^2}{2R} (1 - k) - \left[ Z_C + i_C + D \cdot \text{tg } \alpha - S\tilde{n}_A + \frac{D^2}{2R} (1 - k) \right]$$

Quedando:  $\Delta Z_{AB} = D \cdot (\text{tg } \beta - \text{tg } \alpha) - S\tilde{n}_B + S\tilde{n}_A$

Al estacionar el instrumento en el medio, quedan anuladas las influencias de curvatura y refracción.

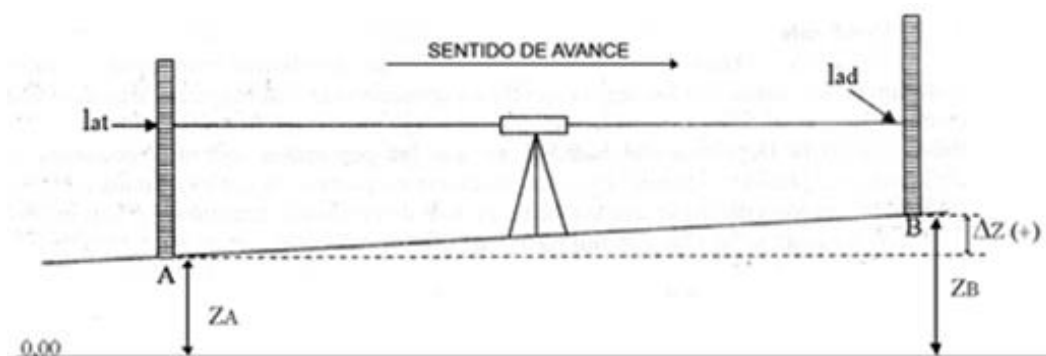
## Nivelación geométrica

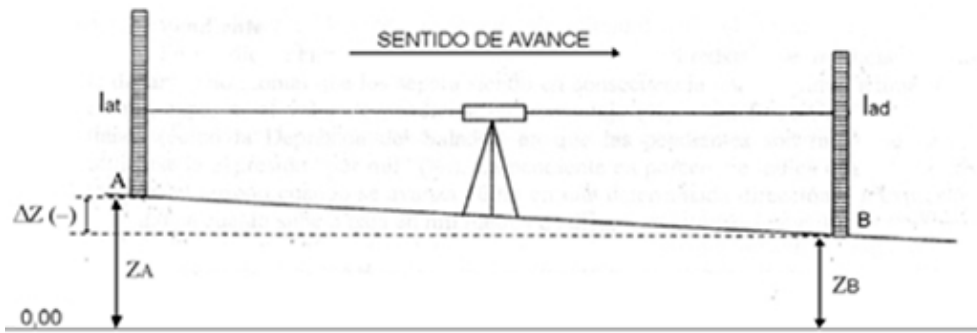
La nivelación geométrica consiste en dirigir visuales horizontales con el equaltímetro a reglas o miras verticales, colocadas en los puntos, entre los cuales se quiere determinar el desnivel. Una vez definido un sentido de avance, el desnivel  $\Delta Z$  se obtiene por diferencia de lecturas entre las miras, respondiendo a la siguiente expresión:

$$\Delta Z = I_{\text{atrás}} - I_{\text{adelante}}$$

Cuando el desnivel es positivo (lectura atrás mayor que la lectura adelante), el terreno va subiendo (pendiente positiva). En caso contrario, lectura adelante mayor que lectura atrás, el terreno va bajando (pendiente negativa).

**Figura 5.14a: Desnivel positivo**



**Figura 5.14b: Desnivel negativo**

Por consiguiente, se puede calcular la cota de un punto, conocida la cota de otro y el desnivel entre ambos:

$$ZB = ZA + \Delta Z$$

Dónde:      ZA: Cota del punto A conocida  
               ZB: Cota del punto B a calcular  
                $\Delta Z$ : Desnivel entre A y B conocido (con su signo, si es (+) suma, si es (-) resta)

### Transporte de cotas

Es la operación por la cual se calculan cotas de determinados puntos a partir de la cota de un punto, identificado como Nivel de Referencia (NR). En general el NR reúne condiciones de estabilidad a lo largo del tiempo (estructura de cemento, protegida, etc.). Puede estar materializado por mojones de hormigón, base de puente, etc. (Figura 5.15).

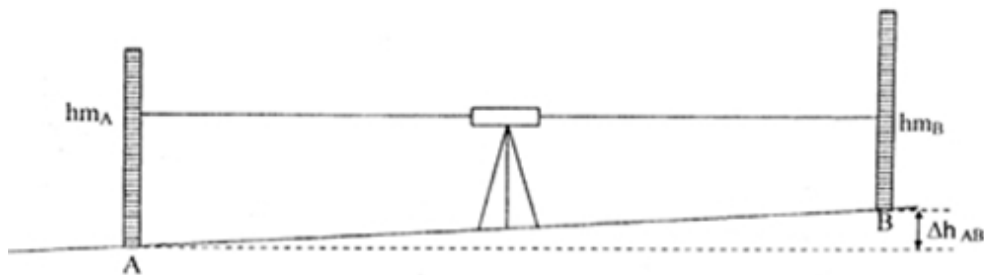
**Figura 5.15: NR en base de mástil en Campo *Hirschhorn* (La Plata, Buenos Aires)**

Conceptualmente, se parte de un punto de cota conocida A y se dará cota a otro punto B de cota hasta ahora desconocida. Según la distancia a la que se encuentran separados A y B, se definen dos modalidades de trabajo: nivelación simple o compuesta.

### Nivelación simple

Consiste en la nivelación entre 2 puntos A y B en donde su separación no requiere efectuar más de una estación del nivel. Por ejemplo, para un aumento del anteojo  $A = 25$ , si A y B están separados 150m o menos, se efectuará una sola estación de nivel (Figura 5.16).

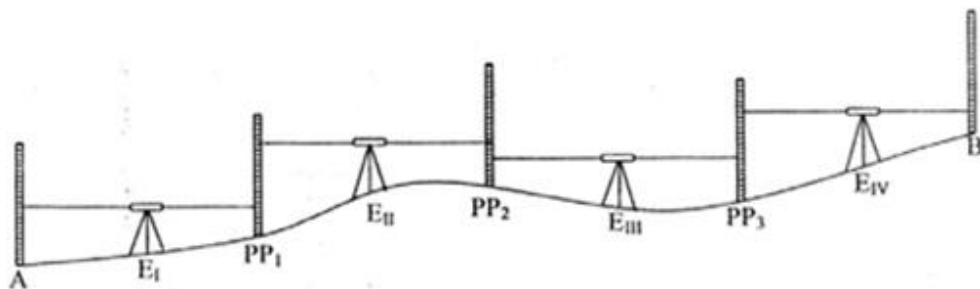
**Figura 5.16: Nivelación geométrica simple**



### Nivelación compuesta

Consiste en una sucesión de nivelaciones simples y esto se produce cuando la distancia entre los puntos A y B es tal que no puede resolverse con una sola estación de nivel. Si se toma el ejemplo anterior, aumento = 25, sería cuando entre A y B existe más de 150m. En este tipo de nivelación se suele determinar la cota de puntos intermedios, entre A y B, llamados "puntos de paso" (PP<sub>n</sub>).

**Figura 5.17: Nivelación Geométrica Compuesta**



### Tolerancia

Todo itinerario de nivelación deberá ser verificado volviendo al punto de arranque (ida y vuelta) o vinculándolo a otro punto fijo de cota conocida.

En el primer caso debe cumplirse que la cota recalculada del punto de arranque debe ser igual al de la cota de partida. En el segundo caso, la cota calculada del punto fijo al que se arriba debe coincidir con la verdadera cota del mismo. Si esto no se cumple estamos en presencia de un error de cierre. Como todo error debe ser comparado con la tolerancia (error máximo admitido).

Si el error es menor o igual a la tolerancia,  $e \leq T$ , la nivelación se considera válida y el error se debe compensar, caso contrario si  $e > T$  se debe repetir nuevamente la nivelación.

La tolerancia altimétrica  $T$  viene dada por la expresión:

$$T = \pm m * \sqrt{D \text{ [Km]}}$$

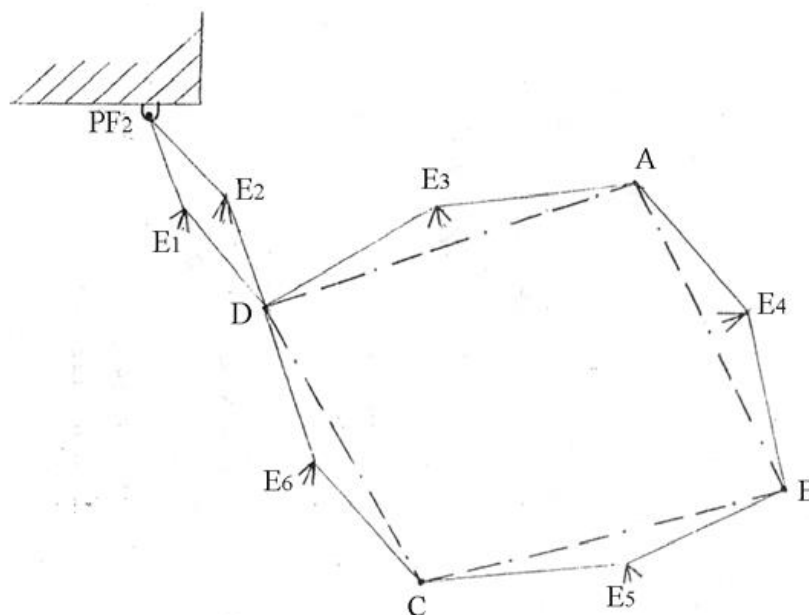
Donde  $D$  es la distancia total recorrida (ida y vuelta) expresada en Kilómetros. El factor “ $m$ ” asume valores entre 10 y 30. Tomando estos valores, la unidad de  $T$  estará dada en milímetros.  $T = [\text{mm}]$ .

Debe aclararse que  $D$  se calcula por estadimetría y no midiendo con cinta. Recordar que  $d = (h_s - h_i) \times 100$  la suma de las distancias parciales  $d$  nos dará la distancia  $D$  total del recorrido.

## Planilla de registro de nivelación geométrica

Para orden y facilidad del cálculo se adoptan planillas en las cuales se consignan las lecturas realizadas. En el siguiente ejemplo se ve cómo resolver primeramente una planilla que permite transportar la cota de un punto fijo  $PF$  de cota conocida a un punto  $A$ , vértice de un polígono. Paso seguido, se resuelve una segunda planilla de donde se obtienen las cotas de los vértices restantes del polígono.

**Figura 5.18: Circuito de nivelación**



A continuación, se resuelven dichas planillas con un ejemplo numérico como guía. Cabe aclarar que las lecturas de mira han sido tomadas con un nivel de visual invertida, dando esto como resultado que el hilo superior tenga mayor valor absoluto que el hilo inferior, no modificándose por ello la resolución de la planilla (Tabla 5.2):

**Tabla 5.2: Planilla de nivelación de enlace**

| Estación | Ptos Visados | Distancia [m] | Lecturas de Nivel |       |                |       | Desnivel<br>(+/- ΔZ) | Cotas Provisionarias | Dist. Acum.<br>en [m] | Corrección | COTAS DEFINITIVA [m] |
|----------|--------------|---------------|-------------------|-------|----------------|-------|----------------------|----------------------|-----------------------|------------|----------------------|
|          |              |               | Atrás             |       | Adelante       |       |                      |                      |                       |            |                      |
|          |              |               | Hsup.             | Hmed. | Hsup.          | Hmed. |                      |                      |                       |            |                      |
|          |              |               | Hinf.             |       | Hinf.          |       |                      |                      |                       |            |                      |
| E1       | PF2          | 70,0          | 0,609<br>1,309    | 0,959 |                |       | -0,193               | 16,211               | ---                   | ---        | 16,211               |
|          | D            | 71,2          |                   |       | 0,796<br>1,508 | 1,152 |                      | 16,018               | 141,2                 | -0,002     | 16,016               |
| E2       | D            | 73,1          | 0,962<br>1,693    | 1,327 |                |       | +0,197               | 16,215               | 287,1                 | -0,004     | 16,211               |
|          | PF2          | 72,8          |                   |       | 0,766<br>1,494 | 1,130 |                      |                      |                       |            |                      |

$D = 287,1m$

$\Sigma\Delta z = 0,004 = e$

$E = +0,004 m$

$T = \pm 15 (D km)^{1/2} = \pm 0,008 m$

Se obtuvo la cota del punto D, ZD= +16,016. La misma se utilizará ahora como cota de arranque de la planilla siguiente, correspondiente al circuito de rodeo (Tabla 5.3):

**Tabla 5.3: Planilla de nivelación por rodeo**

| EST. | P. V. | DIST. | LECTURAS DE MIRAS |       |                |       | DESNI-<br>VEL<br>(+/- ΔZ) | COTA<br>PROVISO-<br>RIA | CÁLCULO DE CO-<br>RRECCIONES |               | COTAS DEFI-<br>NITIVA |
|------|-------|-------|-------------------|-------|----------------|-------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|---------------|-----------------------|
|      |       |       | ATRÁS             |       | ADELANTE       |       |                           |                         | Dist.<br>Acum.               | Corr.<br>(mm) |                       |
|      |       |       | hs =<br>hi =      | hm =  | hs =<br>hi =   | hm =  |                           |                         |                              |               |                       |
| E3   | D     | 32,2  | 1,610<br>1,932    | 1,772 | --             | --    | + 0,565                   | 16,016                  | ---                          | ---           | 16,016                |
|      | A     | 71,2  | --                | --    | 1,041<br>1,372 | 1,207 |                           | 16,581                  | 65,3                         | - 1,1         | 16,580                |
| E4   | A     | 73,1  | 1,628<br>2,119    | 1,873 | --             | --    | + 0,749                   | 16,330                  | 164,3                        | - 3,0         | 17,327                |
|      | B     | 72,8  | --                | --    | 0,875<br>1,374 | 1,124 |                           | 16,699                  | 289,1                        | - 4,2         | 16,694                |
| E5   | B     |       | 0,708<br>1,409    | 1,095 | --             | --    | - 0,631                   | 16,023                  | 380,2                        | - 7,0         | 16,016                |
|      | C     |       | --                | --    | 1,416<br>2,035 | 1,726 |                           |                         |                              |               |                       |
| E6   | C     |       | 0,976<br>1,427    | 1,201 | --             | --    | - 0,676                   |                         |                              |               |                       |
|      | D     |       | --                | --    | 1,646<br>2,106 | 1,877 |                           |                         |                              |               |                       |

$D = 380,2 m$

$\Sigma\Delta z = 0,007 = e$

$T (mm) = \pm 15 (D [km])^{1/2} = \pm 9 mm$

$e = + 7 mm$

$e < T$

En ambas planillas se calcula el error de cierre. Este se obtiene sumando algebraicamente los desniveles ± ΔZ. La suma total de los mismos debería dar cero puesto que se vuelve al punto de partida. Si dicha suma no da cero, se está en presencia de un **error de cierre “e”**.

Si el error de cierre resulta ser menor o igual a la tolerancia, se deben compensar las cotas. Para esta compensación se empleará la expresión.

$$c = - e \cdot (\sum d) / D$$

Donde  $\sum d$  = distancia acumulada hasta el punto.

Debe tenerse presente el signo; siempre debe cumplirse que la corrección tenga signo contrario al error.

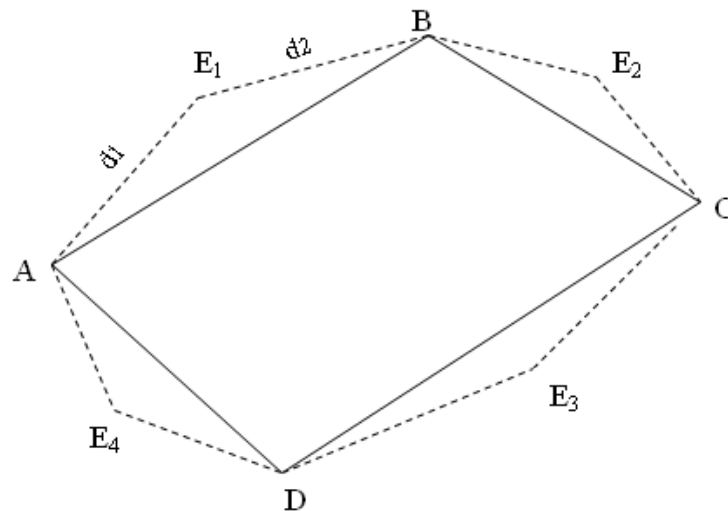
$$C = - e$$

Sumando esta corrección (con su signo) a la cota provisoria se obtiene la cota definitiva.

Como ya se vio anteriormente el punto estación E del nivel debe ubicarse aproximadamente equidistante entre las dos posiciones de mira (atrás y adelante), para compensar el posible error de colimación del instrumento. Una pequeña diferencia en la ubicación de dicho punto E, no afecta en absoluto la precisión de la nivelación, puesto que, aunque exista dicho error de colimación, este resulta insignificante. En la práctica se considera que E debe estar ubicado en un entorno de aproximadamente 5 metros con respecto al centro de la distancia a nivelar. Es por esta razón que para determinar su ubicación la distancia es medida a pasos y no con una cinta.

Otra consideración a tener en cuenta es que el punto E no necesariamente tiene que estar sobre la alineación del lado a nivelar (Figura 5.19).

**Figura 5.19: Circuito de nivelación, con los puntos estación de nivel (E)**



Las estaciones E pueden estar fuera de los lados y debe cumplirse que las distancias d instrumento-mira difieran entre sí como máximo 5m.

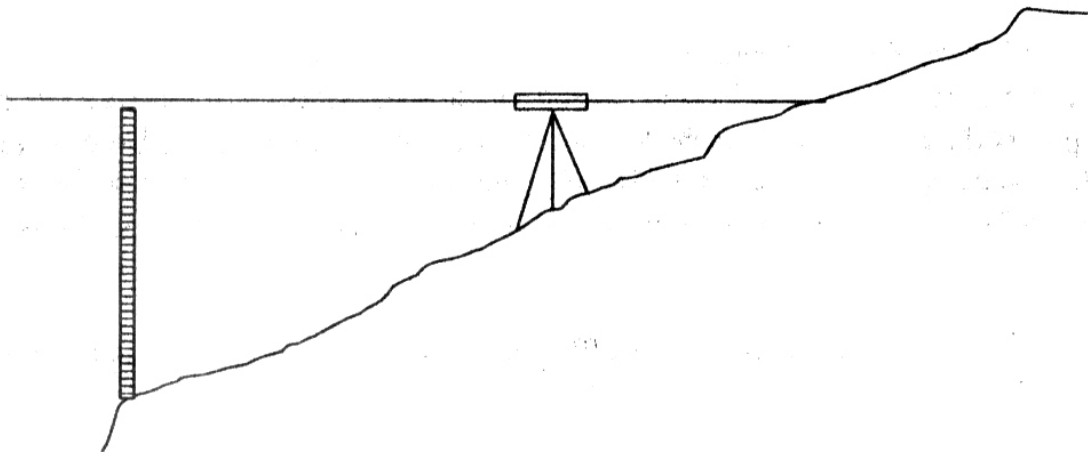
$$d1 = d2 \pm 5m$$

## Ventajas y desventajas de la nivelación geométrica

Presenta como principal ventaja que es la más precisa de todas las nivelaciones: siempre que se requiera una buena precisión en el trabajo final deberá recurrirse a este tipo de nivelación.

Presenta como principal desventaja que no es demasiado práctica para ser usada en terrenos quebrados o de fuerte pendiente ya que las visuales se ven limitadas por el suelo o por la longitud de las miras (Figura 5.20).

**Figura 5.20: Visual limitada por el relieve y restricción dada por el largo de mira.**



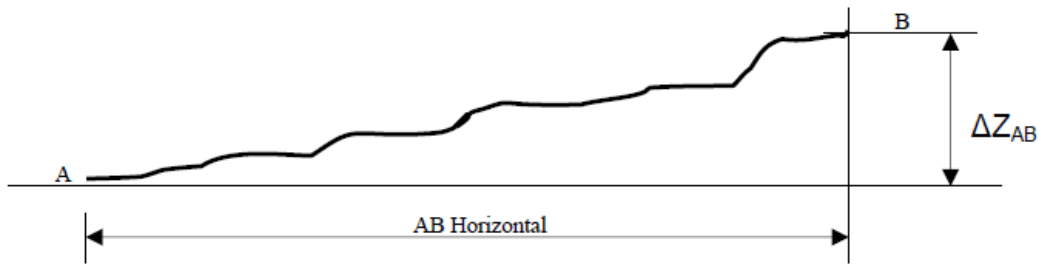
Dentro de esta nivelación se pueden realizar tres modalidades de trabajo:

- **Nivelación de puntos:** es el transporte de cotas, donde como ya se vio se determina la cota de ciertos puntos del terreno que luego servirán de apoyo a otros trabajos de nivelación.
- **Nivelación de Líneas:** A este tipo de levantamientos se los denomina perfiles y es posible conocer el relieve del terreno a lo largo de toda una alineación.
- **Nivelación de Áreas:** aquí el objetivo es conocer el relieve de toda una superficie de terreno. A este tipo de levantamiento de lo denomina nivelación areal.

## Pendiente

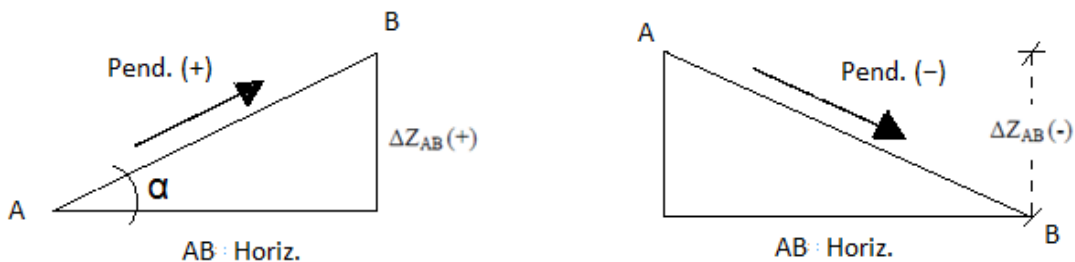
Habiendo visto ya los tres tipos de nivelación (barométrica, trigonométrica y geométrica), y que por aplicación de algunas de ellas podemos calcular desniveles, definiremos el concepto de pendiente diciendo que la pendiente entre dos puntos es la relación entre el desnivel existente entre ambos con la distancia horizontal que los separa (Figura 5.21).



**Figura 5.21: pendiente entre A y B**

$$\text{Pendiente AB (\%)} = (\Delta Z_{AB} / AB_{HORIZ}) \times 100$$

Por ser este un término adimensional, se suele multiplicar por 100 y expresarlo en porcentaje (%). La pendiente en por ciento indica cuantos metros sube o baja el terreno por cada 100m medidos en horizontal. La pendiente es positiva cuando en el sentido de marcha, el terreno sube (B tiene mayor cota que A). Por el contrario, será negativa cuando en el sentido de marcha, el terreno baja (cota de B menor que cota de A).

**Figura 5.22: significado del signo de la pendiente**

Si se considera  $\alpha$ , el ángulo de la inclinación del terreno natural con respecto al horizonte, resulta que la pendiente es la tangente del ángulo  $\alpha$ .

$$\text{Tg}\alpha = \Delta Z_{AB} / AB_{HORIZ} = \text{Pend. AB}$$

## Perfiles

El levantamiento de perfiles se realiza previamente a la construcción de una obra de tipo lineal. Se llama así a ciertas obras donde su ancho es muy pequeño comparado con la longitud de las mismas (Ejemplo: canales, caminos, etc).

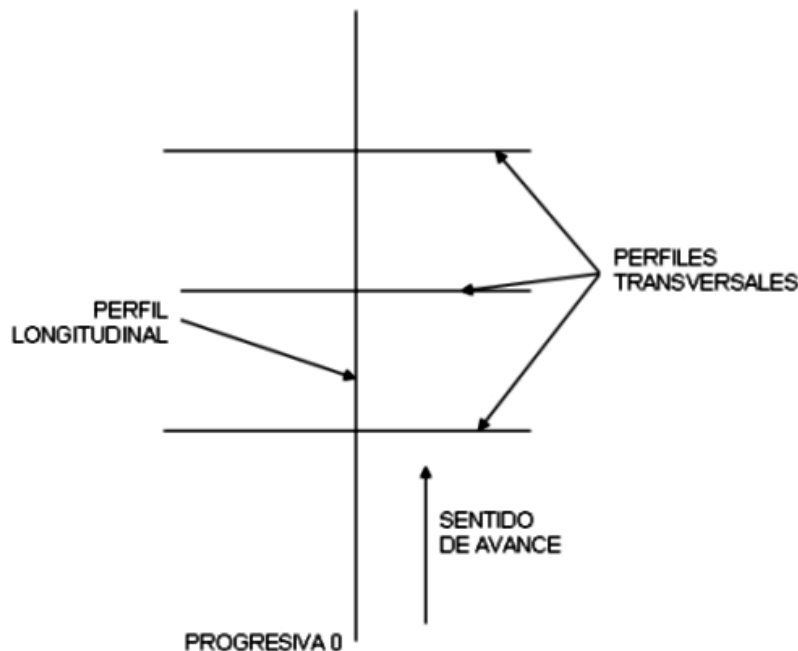
Mediante el levantamiento de perfiles, es posible conocer la forma y dimensiones del terreno en el que se requiere realizar la obra, compararlo con el proyecto de ejecutar y así poder calcular los volúmenes de suelo a mover (excavaciones y rellenos).

El objetivo en un levantamiento de perfiles es llegar a representar en el plano, lo más fielmente posible, el relieve del terreno a lo largo de una franja que contendrá a la obra.

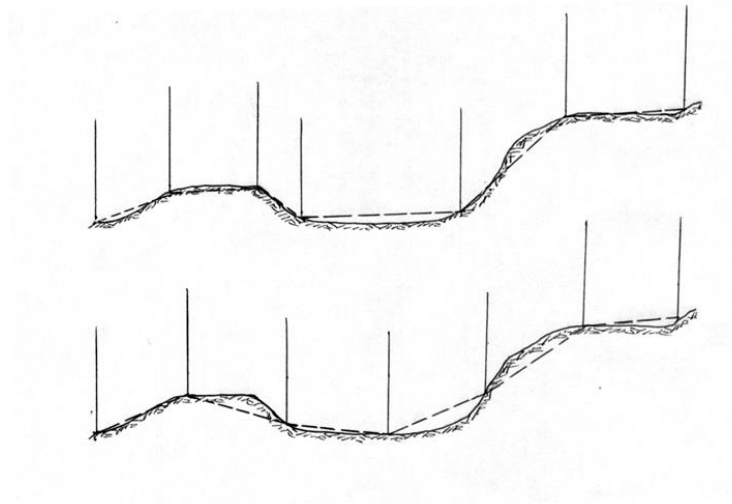
Para esto se realizan los levantamientos a lo largo del eje de la futura obra, obteniendo Cotas de puntos que sean representativos del terreno, es decir, aquellos en donde aparezca un cambio en la pendiente. El perfil que se va obteniendo con esta metodología se lo llama longitudinal. Al mismo tiempo se efectúan relevamientos transversales que permiten conocer cómo será la forma del terreno a ambos lados del eje central. Estos levantamientos perpendiculares al longitudinal se los llama perfil transversal.

A la distancia recorrida durante el levantamiento de los perfiles se la denomina **progresiva**, tomando esta el valor cero en el origen del levantamiento y aumentando en el sentido de avance. Dicha progresiva se va midiendo con cinta y sirve además para determinar la ubicación de los perfiles transversales.

**Figura 5.23: Perfiles y progresivas**



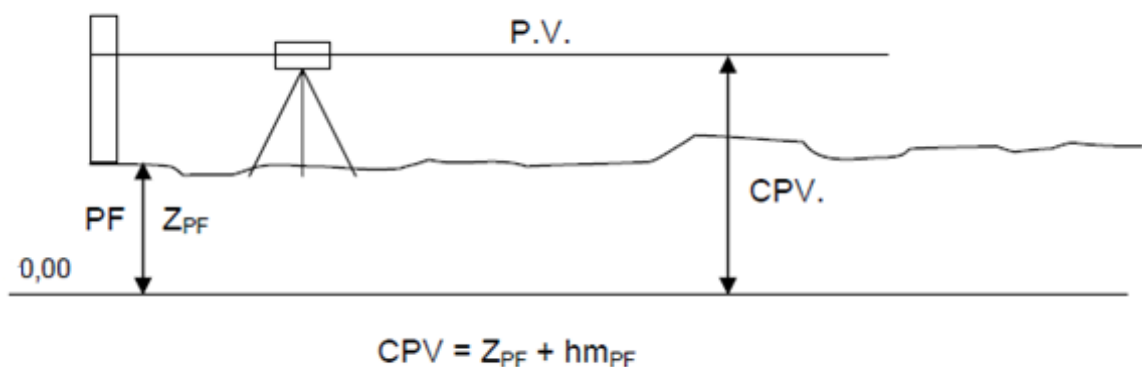
Representar exactamente el relieve del terreno es una operación prácticamente imposible, dado que habría que calcular la cota de innumerables puntos ubicados uno a continuación de otros. Es por esto que en perfiles se realiza una simplificación y que consiste en tomar la cota de puntos representativos del terreno, es decir, aquellos en que existe un cambio importante en la pendiente y suponer que la variación del relieve entre puntos es lineal.

**Figura 5.24: Perfiles levantados con distinta ubicación de las miras**

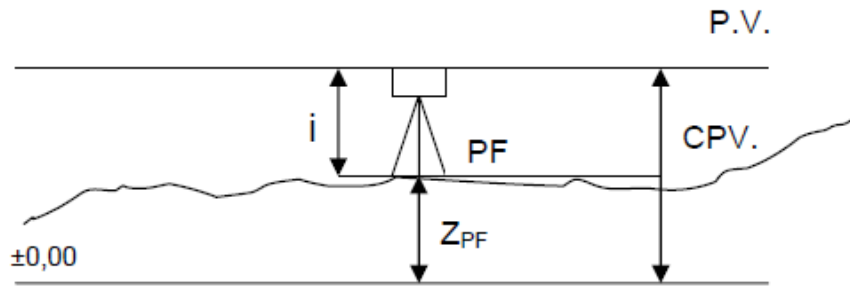
En la Figura 5.24 se ve como el mismo perfil levantado con miras ubicadas en puntos representativos del terreno (figura de arriba) logra mayor correspondencia con la realidad que el levantamiento ubicando miras a una distancia fija (figura de abajo).

### Cota del plano visual

Las cotas de los puntos se calculan determinando primeramente la cota de la visual. A dicha cota se la denomina: Cota del Plano Visual “CPV”. Esta CPV es la cota del plano horizontal que pasa por el centro del anteojo, a la altura del hilo medio y se obtiene realizando lectura de  $hm$  sobre un punto de cota conocida.

**Figura 5.25: Cota del Plano Visual “CPV” utilizando 1 mira**

Otra posibilidad de calcular la CPV sería estacionando el nivel sobre un punto de cota conocida PF y tomar la altura del instrumento (i).

**Figura 5.26: Cota del Plano Visual “CPV” utilizando la altura del instrumento “i”**

$$CPV = Z_{PF} + i$$

Siendo  $i$  = Altura del Instrumento: distancia desde la cabeza de la estaca que materializa a PF hasta el centro del anteojo.

Una vez obtenida la CPV, se procede a calcular la cota de los puntos del perfil restando a la CPV las lecturas del hm en cada punto. De esta manera se levantan puntos mientras se tenga visual sobre la mira. En el momento en que ya no se puede leer (ya sea por exceso de distancia o porque la visual cae fuera de la mira) se corre el nivel a una nueva estación considerando ahora el último punto que se calculó su cota como punto para determinar un nuevo CPV y se repite la operación anterior.

Es común en perfiles tomar las lecturas de mira al centímetro. Mayor precisión no se justifica porque, debemos recordar, el objetivo final de este trabajo es el movimiento de suelos.

Los perfiles se representan a escala. Se fija una escala horizontal para representar las progresivas y distancias horizontales (en el perfil transversal) y una escala vertical, por lo general mayor que la horizontal, para representar las cotas. Esto es a los efectos de resaltar las diferencias de altura.

También se establece un plano de comparación, PC, para no tener gráficos de perfiles excesivamente “altos” que pudieran salir por fuera de la hoja de dibujo.

## Ejemplo de aplicación

A continuación, se resuelve un ejemplo de perfil longitudinal de un tramo de un proyecto de un canal de riego. La longitud del mismo es de 2500m, pero se toma para el ejemplo solo una estación de nivel (estación II) entre progresivas 150m y 300m. Se representan además los perfiles transversales correspondientes a las progresivas 180m y 240m.

**Tabla 5.4: Planillas del Perfil Longitudinal**

| ESTACIÓN | PROGRESIVAS | HILO MEDIO<br>Hm. | CPV   | COTA DEL PUNTO |
|----------|-------------|-------------------|-------|----------------|
| II       | 150         | 1,30              | 19,80 | + 18,50        |
|          | 180         | 1,63              |       | + 18,17        |
|          | 240         | 1,98              |       | + 17,82        |
|          | 300         | 2,23              |       | + 17,57        |

**Tabla 5.5: Planilla del Perfil Transversal, Progresiva 180m**

| DISTANCIA DEL EJE | hm   | CPV     | COTA DEL PUNTO |
|-------------------|------|---------|----------------|
| 0.00              | 1,63 | + 19,80 | + 18,17        |
| 3.00              | 1,75 |         | + 18,05        |
| 6.00              | 1,87 |         | + 17,93        |
| 9.00              | 1,99 |         | + 17,81        |
| - 3,00            | 1,79 |         | + 18,01        |
| - 6,00            | 1,61 |         | + 18,19        |
| - 9,00            | 1,47 |         | + 18,33        |

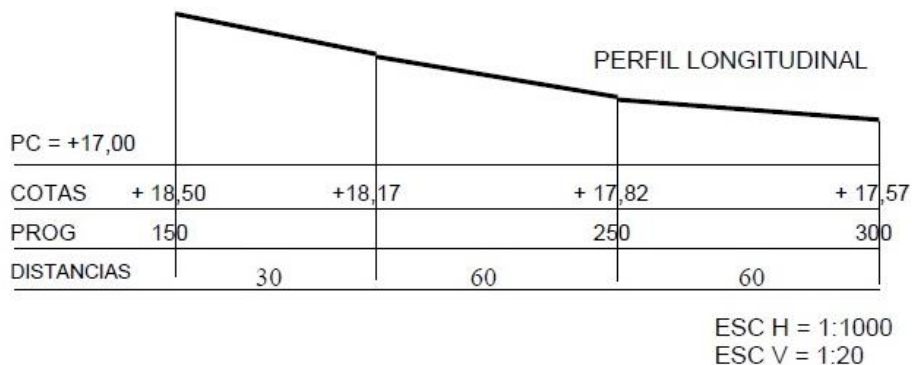
**Tabla 5.6: Planilla del Perfil Transversal, Progresiva 240m**

| DISTANCIA DEL EJE | hm   | CPV     | COTA DEL PUNTO |
|-------------------|------|---------|----------------|
| 0,00              | 1,98 | + 19,80 | + 17,85        |
| 3,00              | 1,87 |         | + 17,93        |
| 6,00              | 1,71 |         | + 18,09        |
| 9,00              | 1,55 |         | + 18,25        |
| - 3,00            | 1,81 |         | + 17,99        |
| - 6,00            | 1,72 |         | + 18,08        |
| - 9,00            | 1,65 |         | + 18,15        |

### Representación de los perfiles

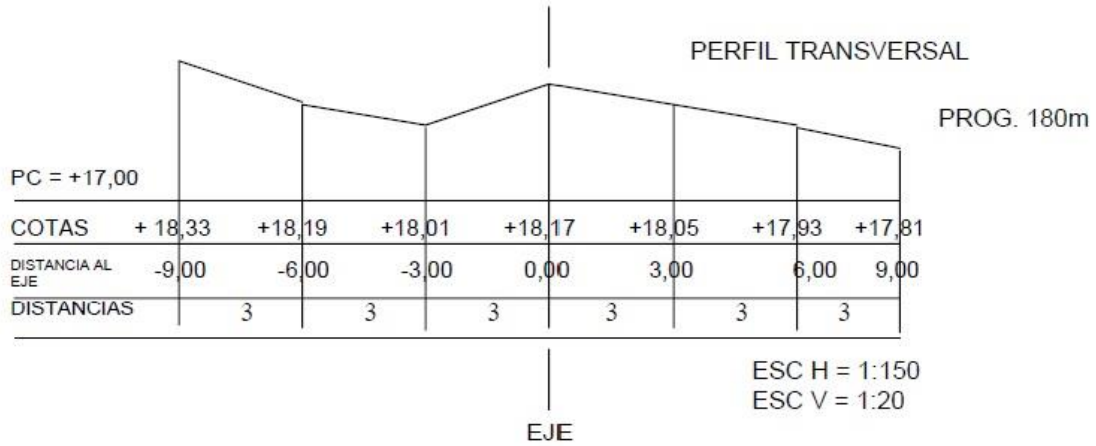
A través del proceso de los datos obtenidos a campo, se obtienen las cotas de los puntos, que se representan de acuerdo con una Escala Horizontal (E = 1:1000 en la Figura 5.27) y Escala Vertical E= 1:20. Nótese que la Escala Vertical es mucho mayor, lo cual permite resaltar los detalles del relieve.

**Figura 5.27: Representación del Perfil Longitudinal**

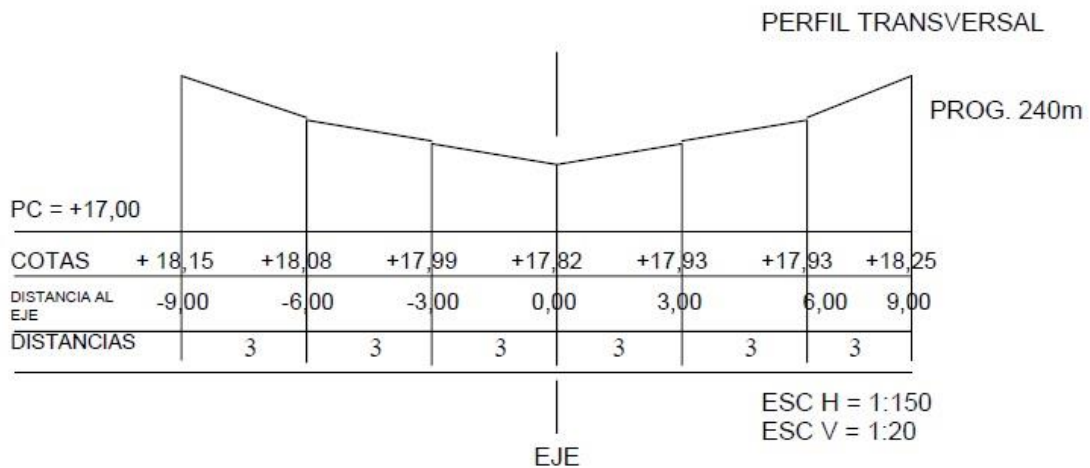


Análogamente se procede para los perfiles transversales, eligiendo una Escala Horizontal mayor que la empleada para la representación del perfil longitudinal (Figura 5.28 y Figura 5.29).

**Figura 5.28: Representación del Perfil Transversal en la Progresiva 180m**



**Figura 5.29: Representación del Perfil Transversal en la Progresiva 240m**



## Aplicaciones

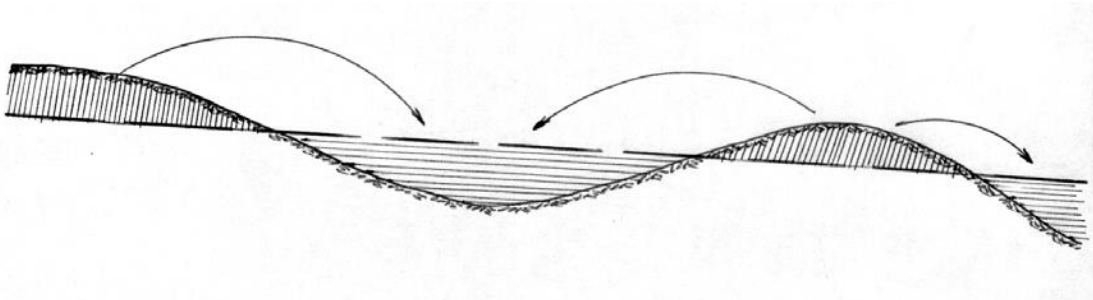
Se recurre al levantamiento de perfiles en:

- Construcción de canales de desagües o colectores
- Redes de drenaje
- Construcción de Caminos
- Construcción de Ductos

Siempre que se deba realizar este tipo de obras, será necesario conocer previamente el relieve del terreno y así minimizar el movimiento de suelo. En lo posible se tratará de equilibrar los

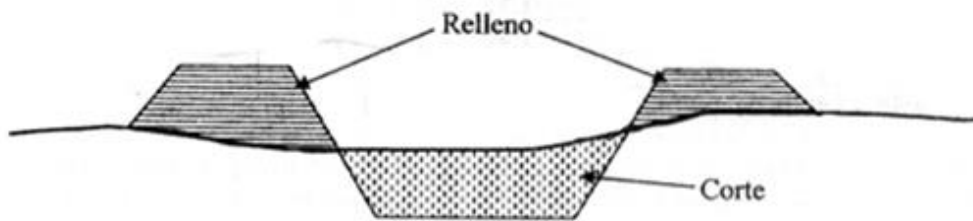
Volúmenes de desmonte y relleno. Es decir, el suelo que se extrae de determinadas zonas elevadas sea suficiente para rellenar otras zonas bajas.

**Figura 5.30: Equilibrio de corte y relleno**

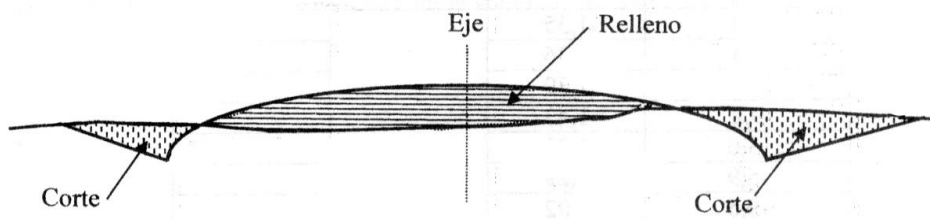


En línea de trazos se representa el recorrido del futuro canal o camino y puede verse como el exceso de suelo en determinadas zonas es utilizado para rellenar las partes bajas del terreno. En las Figuras siguientes se puede ver el corte transversal de un canal y un camino rural. En ambos aparece en línea más gruesa el relieve del terreno.

**Figura 5.31: Perfil transversal de un canal de riego**



**Figura 5.32: Perfil transversal de un camino rural**



# CAPÍTULO 6

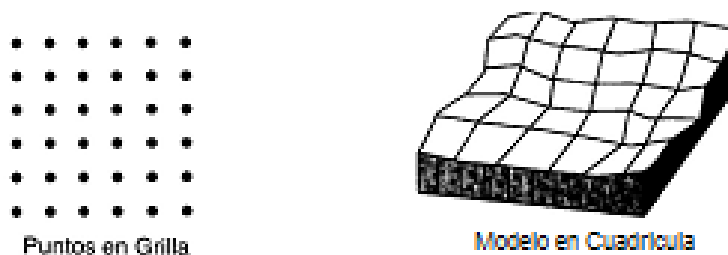
## Métodos planialtimétricos

*Sebastián I. Besteiro, José M. Etchegoin,  
Fernando A. Latorre y Héctor A. Salgado*

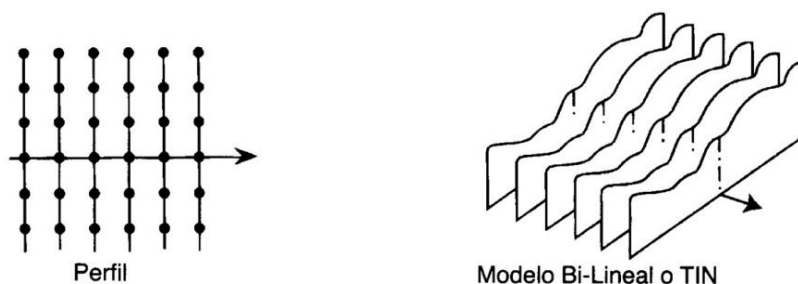
La **Planialtimetría** aborda la definición de la posición espacial 3D (x, y, z) de puntos, los cuales se emplean para la modelización de una determinada superficie del terreno. El resultado es el **Levantamiento Planialtimétrico**, y su representación gráfica es el **Plano de Puntos Acotados**.

La elección de la distribución espacial de los puntos del terreno a levantar es función del **objetivo del Levantamiento**, y se puede realizar de distintas formas, originando distintos **modelos del terreno**. Cuando la distribución de puntos se dispone como una grilla regular, se obtiene un modelo en cuadrícula (Figura 6.1a); cuando los puntos a levantar se disponen sobre una alineación, obtenemos perfiles (Figura 6.1b), y cuando se levantan puntos de distribución irregular, se generan modelos de grillas triangulares irregulares llamadas TIM (Figura 6.1c):

**Figura 6.1a: Distribución de puntos en cuadrícula o grilla regular**



**Figura 6.1b: Distribución de puntos en líneas o perfiles**





**Figura 6.1c: Distribución de puntos singulares (irregularmente distribuidos)**

## Nivelación geométrica areal en cuadrícula

Consiste en la determinación de las cotas de puntos uniformemente distribuidos sobre el terreno, formando una **grilla, cuadrícula o matriz**, y generalmente identificados con **estacas**.

Esta operación tiene por objetivo la representación de la topografía de la parcela, en la cual se estudiará la necesidad o conveniencia de efectuar un movimiento de tierras para adecuarlas a un determinado uso agrícola, como por ejemplo riego gravitacional. Las estacas proveen la referencia para el cálculo y ejecución del movimiento de suelo.

Se lleva a cabo con el siguiente instrumental topográfico:

- Nivel de Anteojo
- Miras centimetradas
- Cinta métrica
- Señales (jalones con banderas)
- Estacas y estacones (cañas)

El procedimiento contempla la secuencia siguiente.

### Reconocimiento del terreno

Se trata de una visita técnica, en la cual se detecta el micro-relieve, estado del terreno, obstáculos visuales, etc., y se determina la necesidad o no de desmonte y limpieza, confeccionando un esquema del campo y planificando la tarea.

### Demarcación de la Cuadrícula (Grilla, Matriz, Malla, etc.)

El terreno se divide en una cuadrícula de dimensión regular. Se trazan líneas paralelas y perpendiculares a una línea original “maestra”, y en la intersección de ellas se colocan estacas.

La distancia entre estacas depende de varios factores (finalidad del proyecto, tipo de relieve, etc.). Por ejemplo, cuanto más irregular es el terreno, más cerca deben colocarse las estacas. En general, la distancia varía entre 10 y 50 metros.

Para implementar la cuadrícula se siguen los pasos:

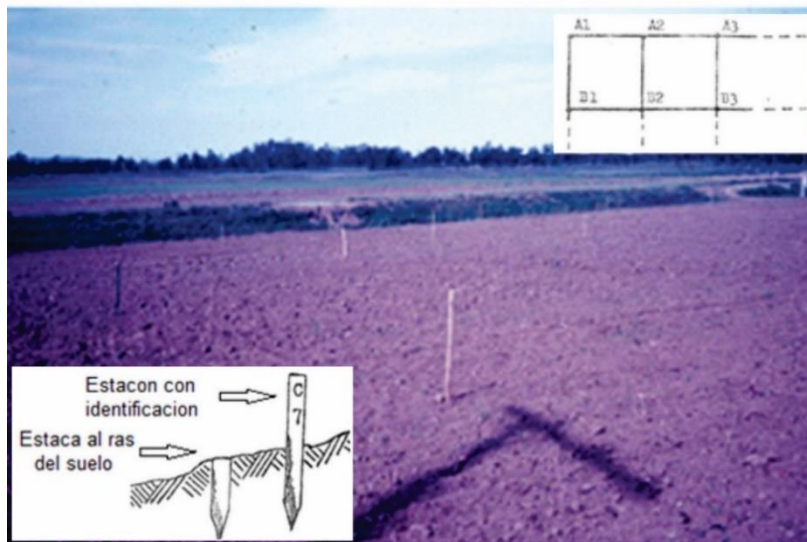
- Fijar una **línea maestra**, en general en el sentido del lado más largo.

- **Estaquear** según la distancia prefijada, midiendo con la cinta métrica. Las estacas se hincan en el terreno con una maza, de modo de su cabeza (tope) quede a nivel del terreno. Esto es importante, dado que, posteriormente, la mira se apoyará sobre el tope de la estaca, y éste debe ser representativo de la cota del terreno natural.
- Colocar el nivel de anteojo en la primera estaca para determinar **otra línea maestra perpendicular a la primera**. Esta operación también puede hacerse con escuadra óptica. Luego se debe estaquear la 2° línea maestra.

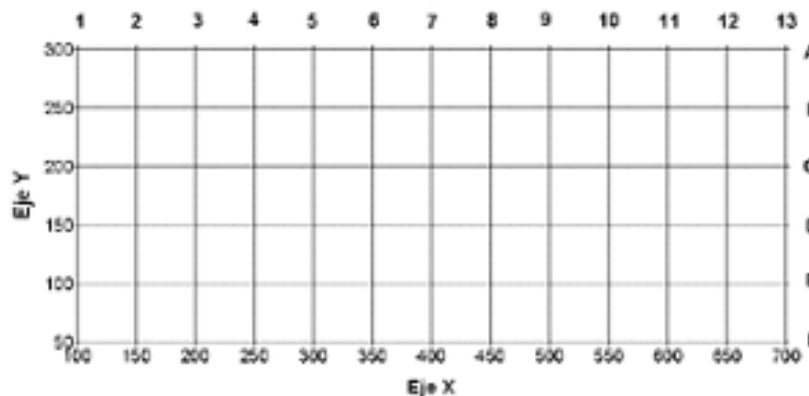
Con el nivel estacionado en cada extremo (coincidente con estacas), se trazan paralelas a la 2° línea maestra, y sobre ellas se colocan estacas (valiéndose de cinta o de una sogá con nudos a la distancia fijada).

Se colocan estacones a los costados de las estacas, a los fines de una fácil ubicación en el campo. Se les asigna una nomenclatura, por ejemplo: **Letras** para las filas y **Números** a las columnas (Figura 6.4 y 6.5).

**Figura 6.4: Estacas distribuidas en cuadrícula o matriz**



**Figura 6.5: Estacas y estacones en cuadrícula**

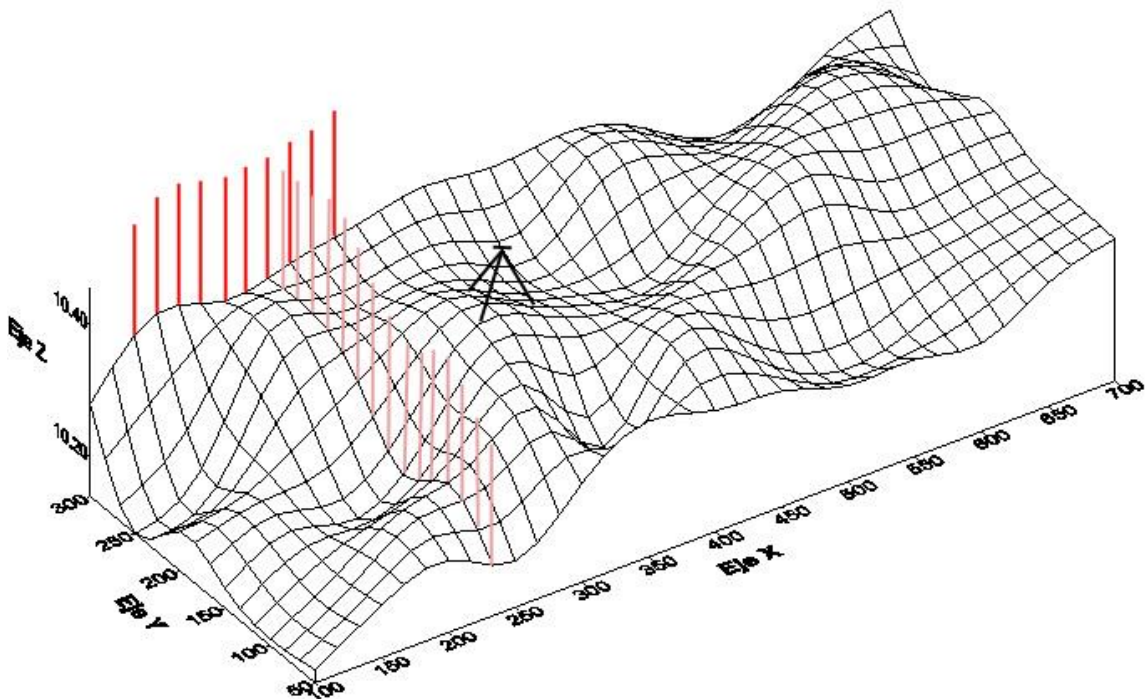


- **Complementariamente**, se colocan **estacas** (y sus respectivos estacones) **en otros lugares de interés** (por ejemplo, bajos o lomas del micro-relieve). También se procede a la localización de **factores no topográficos**, pero muy importantes para el potencial proyecto de manejo de aguas superficiales: alcantarillas, puentes, calles, drenajes existentes, afloramientos rocosos, etc.

### Nivelación de las estacas

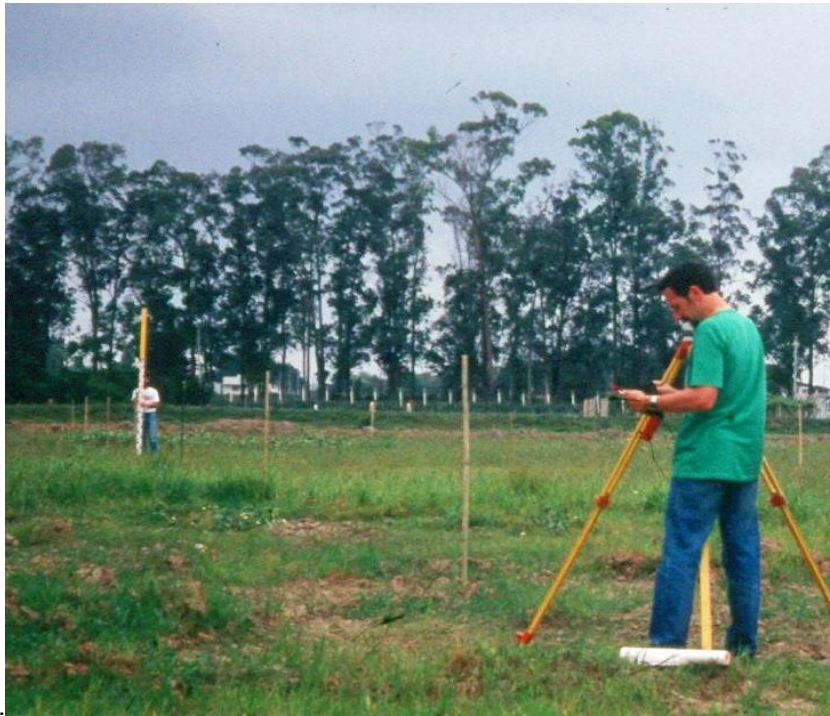
Se efectúa con el **nivel de anteojo** y las **miras**, las cuales son apoyadas en las estacas. El nivel se posiciona en el lote de modo de poder abarcar la mayor área posible, limitada por el alcance del mismo.

**Figura 6.6: Representación 3D de la posición del Nivel de Anteojo y las miras**



Para relacionar las cotas con respecto a un Plano de Referencia Arbitrario, la 1° lectura se efectúa sobre un punto físicamente materializado sobre el terreno (por ej. con un mojón de hierro o cemento), cuya cota es conocida (dato). Se trata de un **Punto Fijo**, que recibe el nombre de “**Nivel de Referencia**” (NR).

Se realizan lecturas sobre las miras, en sus sucesivas posiciones. Se anotan en la Planilla de nivelación areal (Figura 6.7).

**Figura 6.7: Registro de lecturas a campo en proyecto de arroceras**

### Procesamiento de Datos

El cálculo de las cotas de las estacas se realiza directamente en la Planilla, a partir de la Cota Inicial y las Lecturas "Atrás" y "Adelante":

$$\text{Cota Estaca } xy = \text{Cota NR} + L_{\text{ATRÁS}} - L_{\text{ADELANTE}}$$

Dónde: NR = Nivel de Referencia

$L_{\text{ATRÁS}}$  = Lectura del Hilo Medio en mira sobre NR

$L_{\text{ADELANTE}}$  = Lectura del Hilo Medio en mira sobre la estaca en la posición "xy"

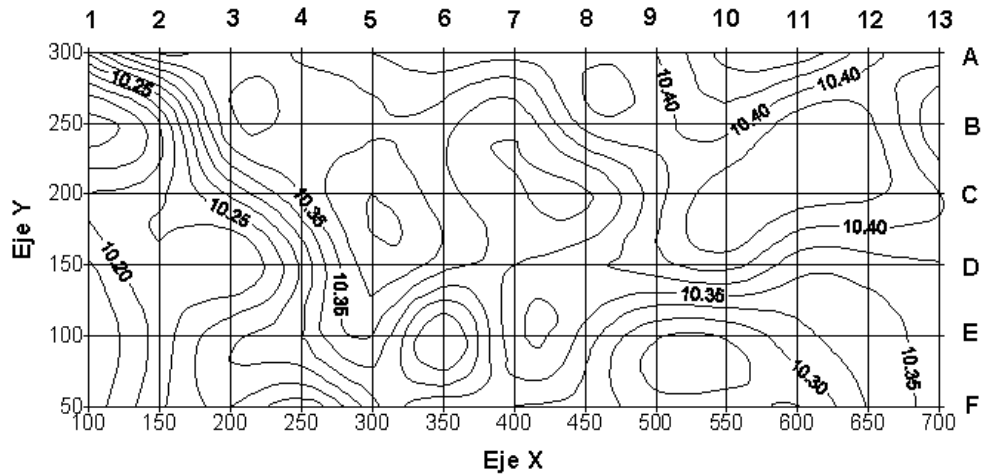
Cabe recordar, como se indicó en el Capítulo 5, que la suma "Cota de NR + 'Lectura Atrás'" es constante para una dada estación de nivel, y se denomina "**Cota del Plano Visual**"(CPV).

### Representación del relieve

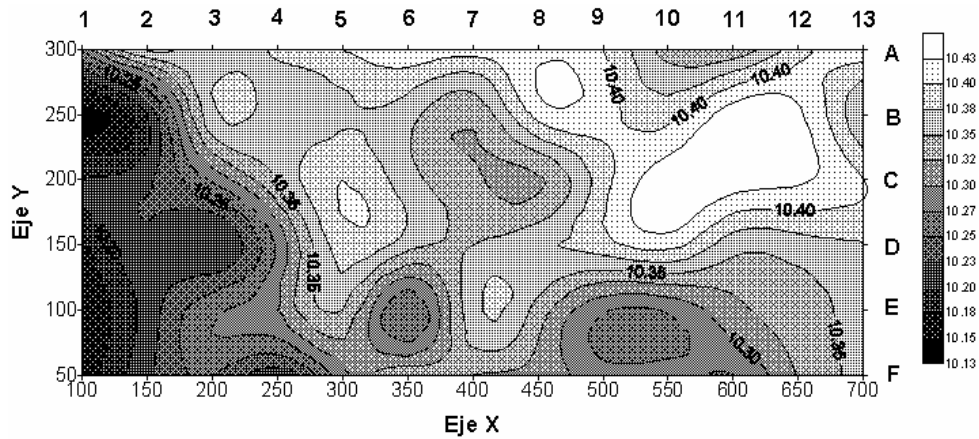
La representación planialtimétrica se logra mediante el dibujo del **Plano con Curvas de Nivel**, determinadas por interpolación lineal a partir de las cotas del terreno en la cuadrícula.

La selección de la **Equidistancia "e"** (diferencia de cotas entre curvas sucesivas) depende de varios factores; en general varía entre 0,025 y 0,25 m. El relieve también puede representarse mediante una escala de colores o grises.

**Figura 6.8a: Levantamiento de la parcela con curvas de nivel**



**Figura 6.8b: Levantamiento de la parcela con escala de grises**



## Taquimetría

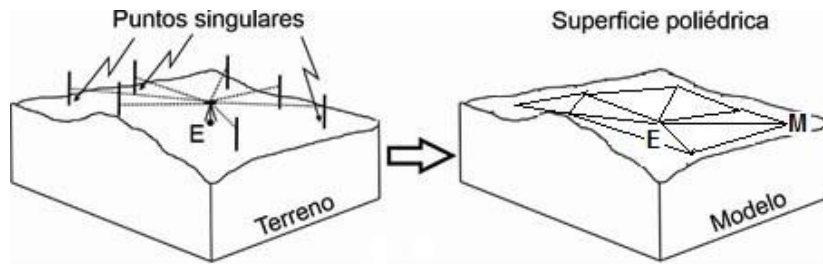
La Taquimetría aborda los métodos de levantamiento, que permiten la determinación simultánea de la posición planimétrica y altimétrica de los puntos del terreno. Puede ejecutarse con Nivel de Anteojo o con Teodolito (o Estación Total actualmente).

### Taquimetría con nivel

La taquimetría con nivel de anteojo (también llamada **nivelación areal**) se emplea en general en áreas llanas, en las cuales se alcanza la mayor precisión planialtimétrica.

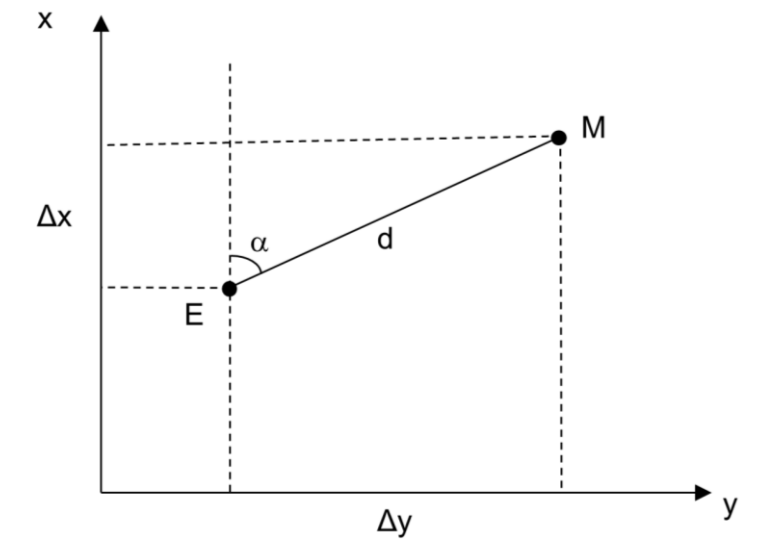
La nivelación areal por radiación, así como la realizada por cuadrícula, permite el levantamiento planialtimétrico de un terreno. Esto implica que se determinan las coordenadas (x, y, z) de puntos singulares del terreno, los cuales son los vértices de la superficie poliédrica que constituye el modelo del terreno (Figura 6.9).

**Figura 6.9: Representación de puntos x, y, z por taquimetría**



Las coordenadas de los puntos singulares, como el M, se calculan en base a las medidas: de  $d$ ,  $\alpha$  y  $hm$  (Figura 6.10 y 6.11).

**Figura 6.10: Obtención de coordenadas planimétricas  $x_M, y_M$**



$$x_M = x_E + \Delta x$$

$$\therefore x_M = x_E + d * \cos\alpha$$

$$y_M = y_E + \Delta y$$

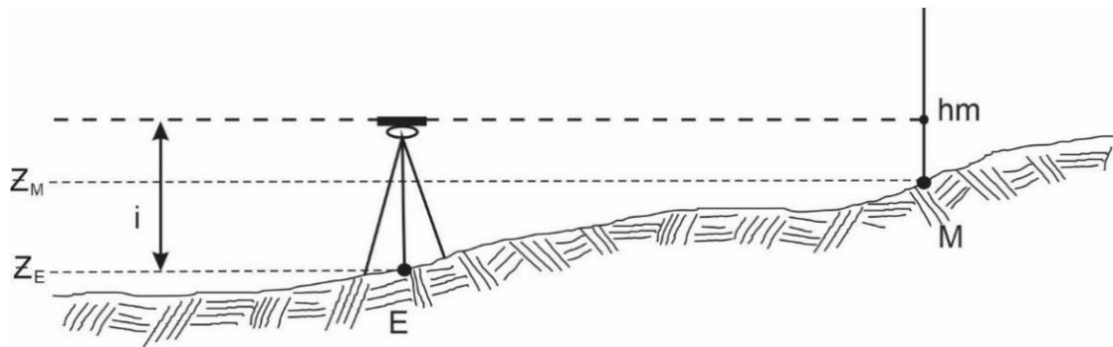
$$\therefore y_M = y_E + d * \text{sen}\alpha$$

Dónde:  $d$  = distancia desde estación de nivel al punto M.  
 $\hat{\alpha}$  = ángulo o azimut.  
 $hm$  = lectura del hilo medio estadimétrico sobre la mira.

En altimetría, la cota de M surge de:

$$z_M = z_E + i - hm$$

donde  $i$  = altura del instrumento

**Figura 6.11: Obtención de coordenada  $z_M$** 

Es evidente que en este caso resulta necesario un nivel que tenga limbo horizontal (**Nivel Taquimétrico**) para poder efectuar las mediciones angulares correspondientes. Debe ponerse especial cuidado en la influencia del **error de colimación**, ya que aquí no se eliminan efectuando lecturas adelante y atrás como en la nivelación geométrica. También debe planificarse el levantamiento mediante una poligonal de apoyo que vincule los puntos de estación de nivel, de modo que la distancia instrumento-mira no supere la máxima.

$$D_{\text{máx}} \text{ (m)} = 3 \cdot A$$

Donde A = aumento del anteojo.

Por ejemplo, si el aumento del anteojo fuera  $A=20x$ , la Distancia Máxima Instrumento-Mira no debería exceder los 60m.

## Taquimetría con teodolito

El teodolito permite efectuar el levantamiento en lugares tales que, por su **relieve más ondulado o quebrado**, el uso del nivel se torna limitado. Es así ya que con el teodolito se lee, además, el **ángulo vertical**. Resulta adecuado para levantamientos en campos en zonas serranas de pedemonte (ladera de sierras), proyectos de sistematización para control de erosión hídrica (construcción de terrazas, cultivos en curvas de nivel, etc.), proyectos de campos deportivos (golf por ej.) y parquización, cultivo de espárragos (Figura 6.12).





$$D = d * \cos\alpha$$

$$\text{de donde: } D = m * k * \cos^2\alpha$$

El desnivel  $\Delta H$  resulta de considerar la altura del aparato ( $i_a$ ) y la lectura del hilo medio ( $hm$ ):

$$\Delta H = i_a + d * \text{sen}\alpha - hm$$

Si se toman ambos valores como iguales ( $i_a = hm$ ):

$$\Delta H = d * \text{sen}\alpha = n * k * \cos\alpha * \text{sen}\alpha$$

$$\Delta H = m * k * \frac{\text{sen } 2\alpha}{2}$$

El conjunto de fórmulas es aplicable al empleo de una **Estación Total (ET)**, con la simplificación del hecho que no se efectúa la lectura en una mira, sino que se bisecta un bastón con un espejo reflector en su extremo (Fig. 6.14). El procesador de la ET se encarga de calcular las coordenadas planialtimétricas ( $x,y,z$ ) de cada punto, mostrarlas en un visor y almacenarlas en su memoria. Luego, en gabinete se descarga el archivo de puntos acotados y continuar con el graficado de los mismos.

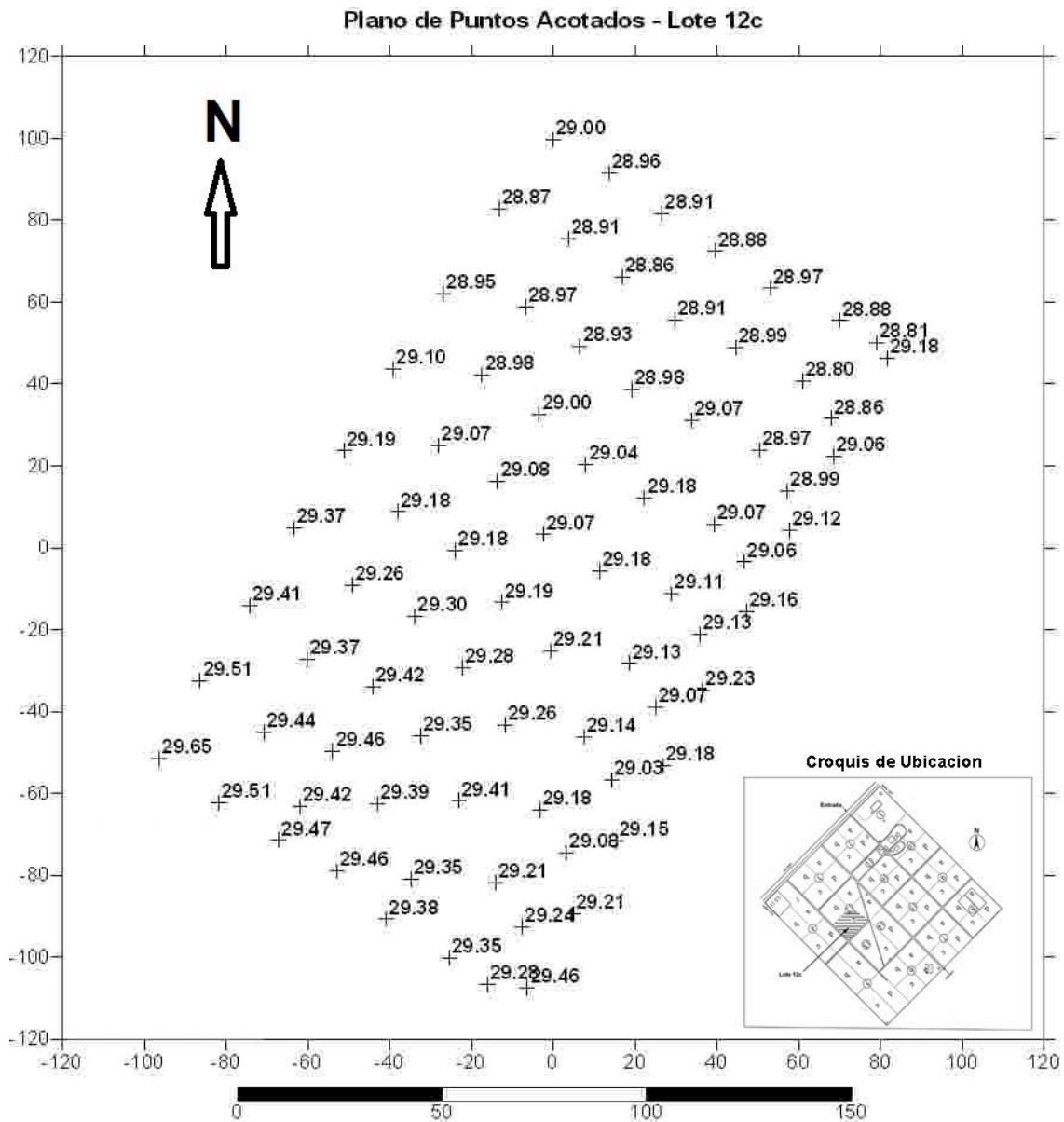
**Figura 6.14: Levantamiento con Estación Total de lote para riego por surcos (Los Hornos, Buenos Aires)**



### Plano del levantamiento

El conjunto de puntos singulares levantados se representa (con su cota) en un plano, constituyendo el **Plano de Puntos Acotados**. Por ejemplo, el Plano de un lote con el fin de emplearlo para el cultivo de una especie hortícola bajo riego por surco (Fig.6.15).

Figura 6.15: Levantamiento de puntos singulares del lote



El Plano de Puntos Acotados, en general, no resulta totalmente satisfactorio para la modelización del terreno. Para lograr una representación adecuada, se debe transformar un conjunto discreto de puntos en una superficie continua, lo cual puede conseguirse con el dibujo de las líneas que unen puntos de igual cota, denominadas “**curvas de nivel**”.

Se elige la **equidistancia (e)** que corresponda para representar el relieve del lote. Desde el punto de vista general cartográfico, dado que se trata de una superficie llana, será suficiente:

$$e (m) = M / 2$$

Donde M = número de miles del denominador de la escala del plano

Por ejemplo, si la escala es  $E = 1:4000$ , el denominador de escala ( $D$ ) = 4000, y  $M = 4$

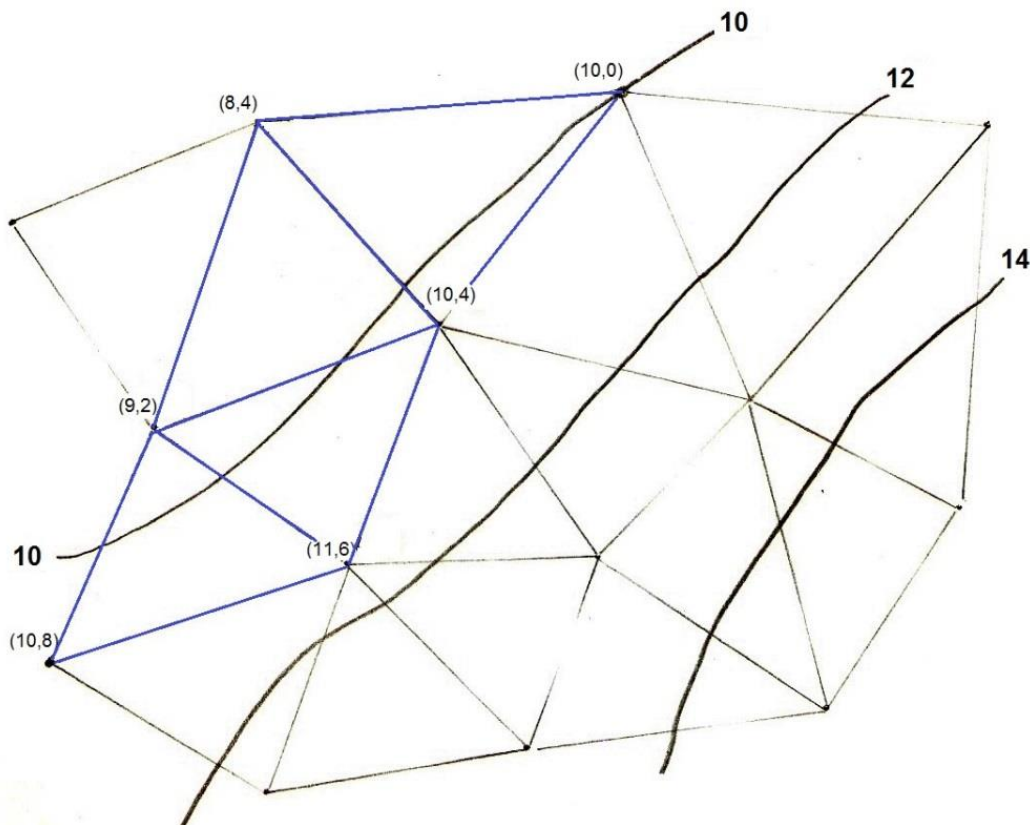
Por lo tanto:

$$e = 4 / 2 = 2 \text{ m}$$

El **trazado de las curvas de nivel** (Fig.6.16) sigue las siguientes premisas:

- Las curvas de nivel se obtienen por interpolación (en general lineal) entre las cotas de los puntos singulares del terreno.
- Los puntos singulares del terreno son los necesarios para lograr la adecuada definición del terreno. Deben ubicarse de manera tal que, uniéndolos con líneas rectas configuren una superficie poliédrica representativa del terreno, con la precisión y detalle requeridos por el proyecto.
- La interpolación se realiza entre cada punto y sus vecinos, dado que se plantea "linealidad" entre ellos. Se auxilia en una "malla" de triángulos, cuyos vértices son los puntos acotados, independientemente de los valores de sus cotas. Por consiguiente, se interpola a lo largo de los lados de los triángulos. La configuración de la triangulación requiere que los triángulos sean los más cercanos a los equiláteros, según el Criterio de Delauney.
- Las curvas de nivel no se pueden interceptar entre sí, dado que eso implicaría que un mismo punto podría llegar a tener 2 cotas, lo cual en general es un error. Podrían existir excepciones si se trabaja en zonas de acantilados o de cárcavas recientes.

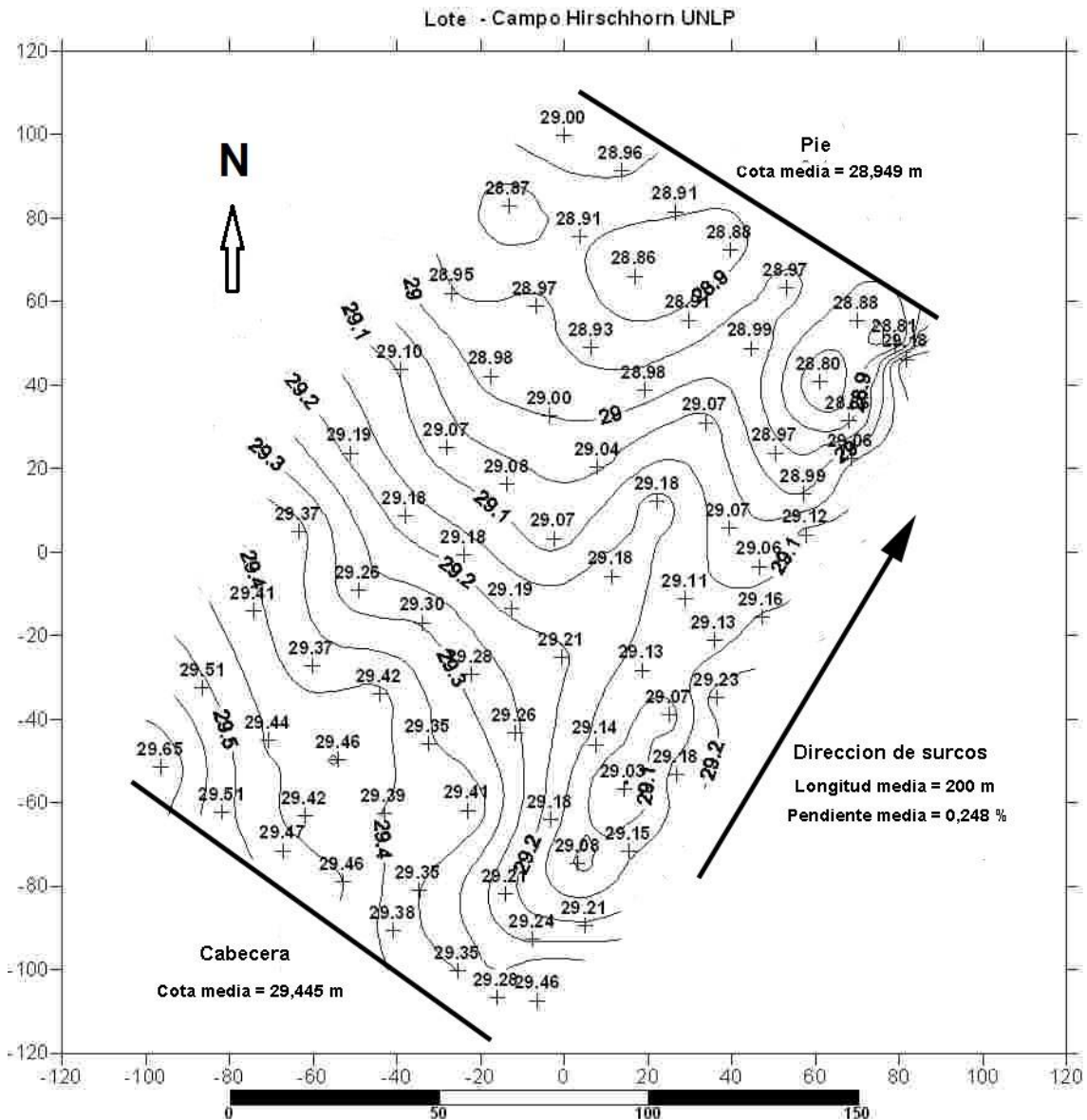
**Figura 6.16: Trazado de curvas de nivel a partir de triangulación de los puntos singulares**



En la precedente Fig.6.16 se presenta un ejemplo con puntos acotados (con valor de cota entre paréntesis), la triangulación resaltada en azul, para curvas con equidistancia  $e = 2\text{m}$ .

Para el caso del lote destinado a cultivo bajo riego se definió una  $e = 0,2\text{m}$  para satisfacer la precisión del proyecto de riego. También se plantearon la determinación de la dirección y sentido de los surcos, así como la pendiente longitudinal, lo cual se presenta en la Fig. 6.17.

**Figura 6.17: Plano con Curvas de Nivel y detalles para el Proyecto de riego por surcos**



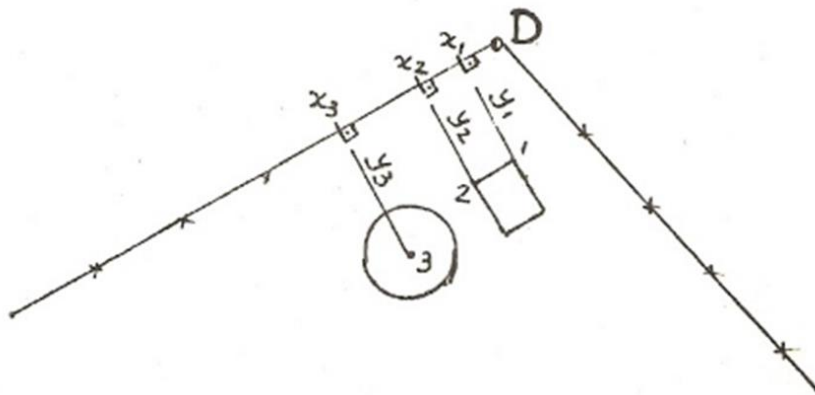
Del análisis de los resultados, surge que, para este lote, las cotas mayores se encuentran en el sector SW, mientras que las menores están en el NE. Por consiguiente, esa será la dirección de los surcos del cultivo a regar, quedando la cabecera de los surcos en sector SW y el pie de los mismos en el NE. La Cota media resulta del promedio a lo largo de la cabecera y del pie respectivamente. La pendiente surge de la relación entre la diferencia de cotas medias y la longitud media. Los valores se presentan en la Fig. 6.17.

## Replanteo

El replanteo es la operación inversa al levantamiento. O sea, ubicar en el terreno los elementos, que figuran en el plano del levantamiento. Esto requiere partir de puntos, cuyas coordenadas sean conocidas. Dichos puntos en general son aquellos, que han sido puntos de apoyo para el levantamiento topográfico, los cuales han quedado materializados (con estacas, mojones, etc.) en el terreno.

Sea, por ejemplo, ubicar una aguada que está proyectada en un plano del establecimiento (Figura 6.18).

**Figura 6.18: Levantamiento y replanteo de detalles (puntos 1, 2 y 3)**



Se utiliza un sistema de coordenadas planas rectangulares. Se debe elegir una línea arbitrariamente a partir de la cual se tomarán las distancias ( $y$ ) en forma perpendicular. También se toman las distancias a lo largo de una línea arbitraria ( $x$ ) a partir de un origen (por ejemplo, el punto D en Figura 6.19).

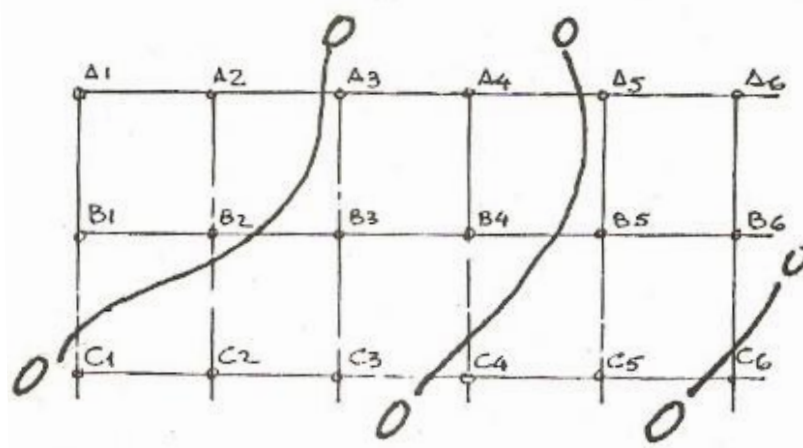
En el terreno se miden las distancias ( $x_i$ ) a partir de D con cinta. La perpendicularidad se logra con escuadra óptica. A partir de los pies de perpendiculares (I, II) se miden las distancias ( $y_i$ ). De idéntico modo se obra para cualquier otro punto (esquineros de corrales, caminos, etc.).

## Replanteos de curvas de nivel

En el caso más general, cuando se desea acondicionar (sistematizar) un terreno para agricultura en zonas con pendientes  $>5\%$ , con el objetivo de controlar la posible erosión hídrica.

Se parte de un plano en el cual están ubicadas las estacas (distribuidas regularmente) y las curvas de nivel, cuyas cotas provienen de la interpolación entre los valores registrados en cada estaca.

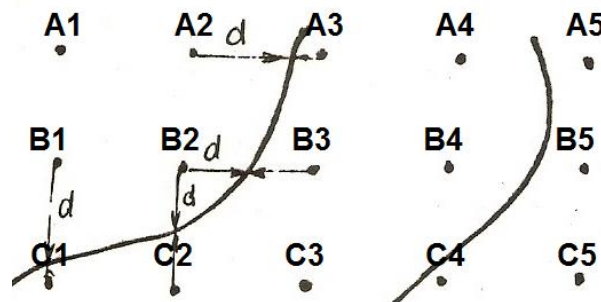
Para efectuar el replanteo, primero se eligen un par de ejes ortogonales arbitrarios, por ejemplo, el eje  $x$  coincide con las filas (letras) y el eje  $y$  con las columnas (números). Se define un origen, por ejemplo, el A1 (Figura 6.19).

**Figura 6.19: Replanteo de curvas de nivel a partir de cuadrícula**

Se divide cada curva en tantos tramos como fuera necesario, de modo que se pueda aproximar a una poligonal sin que la flecha de error supere a la tolerancia. En los vértices de esta poligonal se colocan estacas que materializan en el terreno la curva de nivel.

Luego se calculan las distancias ( $d_i$ ) desde cada estaca de la curva a las estacas más cercanas de la cuadrícula (Figura 6.20).

En el terreno, el trabajo se realiza con cinta métrica y escuadra óptica.

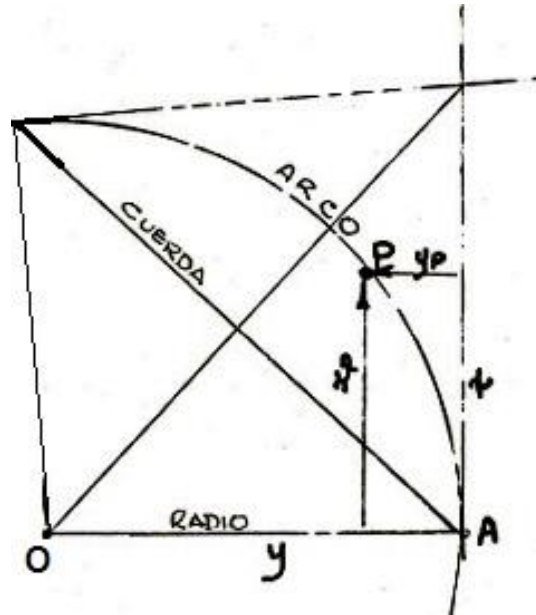
**Figura 6.20: Medición de las distancias  $d_i$  de las estacas a las curvas**

### Replanteo de curva circular

El replanteo de arcos de circunferencias es muy empleado en casos de empalmes de sectores rectos de canales, caminos de acceso, diseño de cancheros, paisajismo, etc.

Cualquier punto  $P$  del arco de circunferencia se puede ubicar en base a sus coordenadas planas cartesianas ( $x_P$ ;  $y_P$ ) definiendo un par de ejes ortogonales tal que: el eje de las abscisas ( $x$ ) sea coincidente con la dirección de la tangente de la circunferencia en el punto origen de la curva (por ejemplo,  $A$  de la Figura 6.21), y que el eje de ordenadas ( $y$ ) sea coincidente con la dirección del radio.

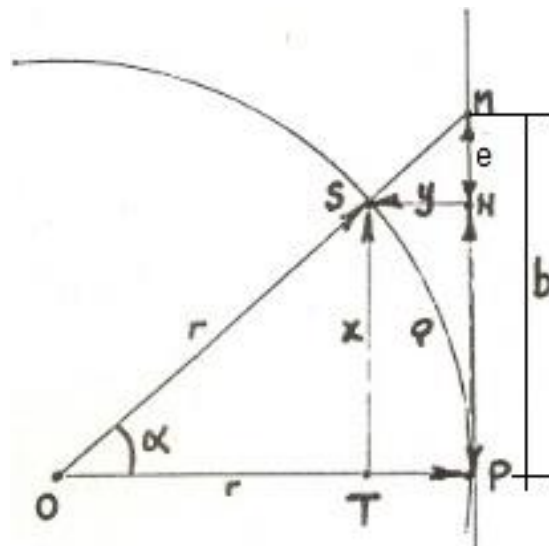
**Figura 6.21: Elementos de una curva circular**



Para el replanteo propiamente dicho, se definen primeramente inicio y fin de la curva y su radio (radio de curvatura). El replanteo se ejecuta a campo mediante coordenadas rectangulares (igual que en casos anteriores), usando cinta y prismas. Por lo tanto, se resuelve estaqueando sucesivos puntos que integran el arco de circunferencia buscado.

Sea, por ejemplo, replantear un punto cualquiera "S" del arco de radio "r", centro "O", y origen de coordenadas en el punto de tangencia "P" (Figura 6.22):

**Figura 6.22: Replanteo del punto "S" a partir de sus coordenadas  $x_s$  ;  $y_s$**



Para la circunferencia, por semejanza:

$$\frac{2 \pi r}{a} = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

Despejando  $\alpha$ :

$$\hat{\alpha} = \frac{360^\circ a}{2 \pi r} \quad (1)$$

En el triángulo OST, por el teorema del seno:

$$\text{sen } \alpha = \frac{x}{r}$$

Despejando  $x$ , y reemplazando por (1), se obtiene la coordenada  $x_s$ :

$$x = r * \text{sen } \frac{360^\circ}{2 \pi r} * a$$

En el triángulo SMN, por teorema de tangente:

$$y = \frac{e}{\text{tg } \alpha} \quad (2)$$

En el triángulo OMP, por teorema de Tangente:

$$b = r * \text{tg } \alpha \quad (3)$$

A su vez, (1) se puede expresar:

$$e = b - x \quad (4)$$

Reemplazando con (3) y (4) en (2):

$$y = \frac{r * \text{tg } \alpha - x}{\text{tg } \alpha}$$

Finalmente, simplificando, se obtiene la coordenada  $y_s$ :

$$y = r - \frac{x}{\text{tg } \alpha}$$



# CAPÍTULO 7

## Cartografía

*Leandro V. Soto y Héctor A. Salgado*

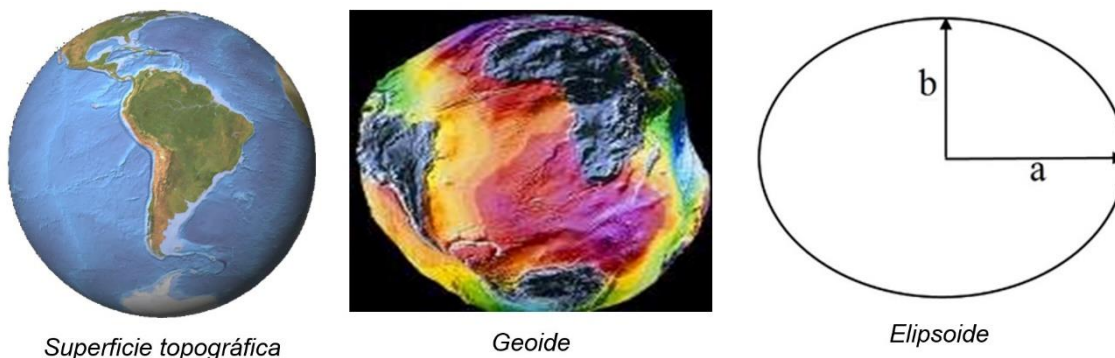
La Cartografía (del griego χάρτης, chartēs = mapa y γραφειν, graphein = escrito, gráfico) es la ciencia dedicada a los métodos y sistemas para representar en un plano una parte (por ej. Carta Topográfica) o la totalidad de la superficie terrestre (por ej., planisferio). También puede definirse como el arte de dibujar cartas geográficas.

Una carta o mapa es una representación geométrica, plana, simplificada y convencional de una parte o la totalidad de la superficie terrestre con una relación métrica de similitud denominada escala.

### Formas de la tierra

La superficie de la Tierra sobre la cual vivimos y nos desplazamos, o bien la **superficie topográfica**, es compleja e irregular. En cartografía se utilizan aproximaciones, como son el Geoide y el Elipsoide, para lograr la proyección de la superficie terrestre sobre el plano.

**Figura 7.1: Formas de la Tierra**



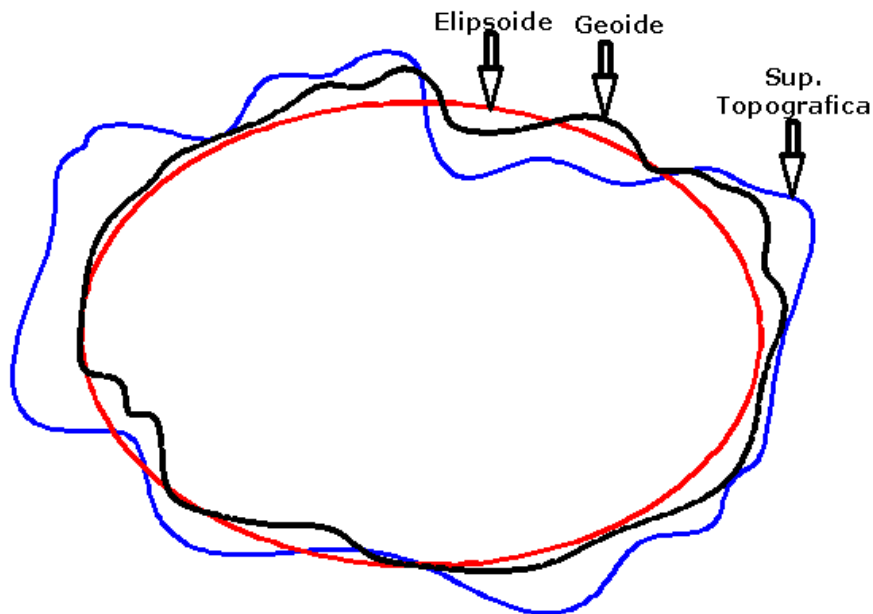
El **Geoide** es una superficie geofísica, correspondiente con la posición del mar en estado de reposo, prolongado hipotéticamente por debajo de los continentes. Es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre, y constituye la aproximación más cercana a la verdadera forma de la Tierra. El geoide correspondería a la superficie de los mares en calma prolongada por

debajo de los continentes y libre de la acción de vientos y mareas. Es una superficie equipotencial e irregular, por lo que no tiene una ecuación matemática que lo represente integralmente. Se trata de una superficie de referencia útil, ya que define la horizontal en todas partes y la fuerza de gravedad es ortogonal a ella. Los instrumentos topográficos utilizan una plomada, la cual señala la vertical o perpendicular al geoide.

El **Elipsoide** se genera por la rotación de una elipse alrededor de uno de sus ejes. En el caso del Elipsoide Terrestre, la elipse rota alrededor de su semieje menor “b”, es una figura geométrica, por lo cual responde a una ecuación matemática. La elipse de revolución está caracterizada por sus dos semiejes y el achatamiento o aplastamiento polar: un semieje menor “b” de 6357 Km y un semieje mayor “a”) de 6378 Km.

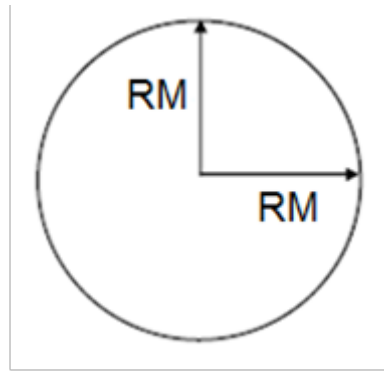
Tanto el Geoide como el Elipsoide se emplean en **Geodesia** (ciencia que estudia la verdadera forma y dimensiones de la Tierra) como superficies de referencia. Métodos geodésicos brindan puntos de apoyo, que son tomados como puntos de arranque para los levantamientos plani-altimétricos.

**Figura 7.2: Comparación de las diferentes superficies representativas de la Tierra**

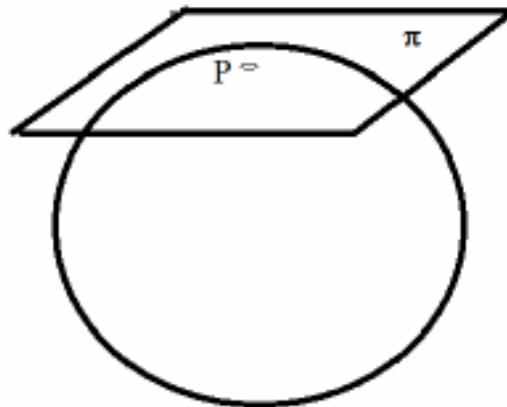


Una forma más simplificada de la Tierra es la de una **Esfera de Radio Medio “RM”** (aproximadamente 6370 km). Dicha esfera responde a una ecuación matemática sencilla.

$$RM = \sqrt{a \cdot b}$$

**Figura 7.3: Tierra de Radio Medio RM**

El plano tangente en el Punto P a la esfera de radio medio RM es utilizado en Topografía para la proyección de la superficie terrestre.

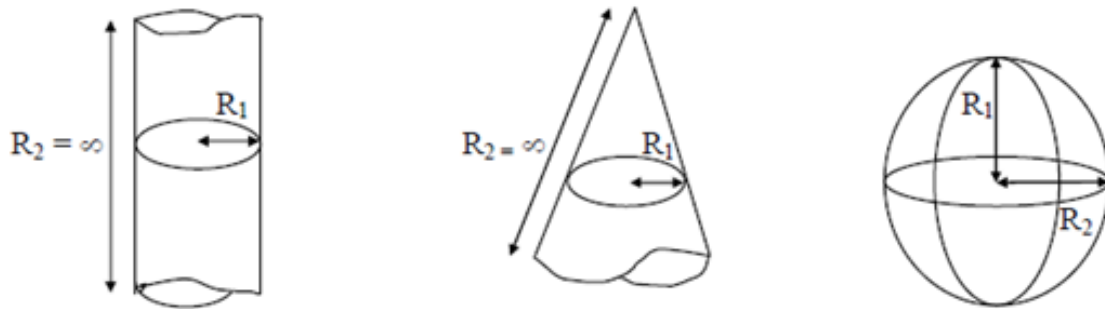
**Figura 7.4: Plano tangente a la esfera en el punto P**

## Superficies desarrollables

Debido a la esfericidad de la Tierra, no es posible representarla en un plano sin que se produzcan deformaciones y diferencias entre las magnitudes reales (en el terreno) y las representadas a escala. Por lo tanto, para poder proyectarla en un plano se recurre a figuras geométricas auxiliares desarrollables en un plano. Las superficies desarrollables son, de acuerdo a Gauss, aquéllas en las que el producto de sus curvaturas es nulo, siendo la curvatura el valor inverso del radio:

$$C = 1 / R$$

Donde  $C =$  Curvatura y  $R =$  radio

**Figura 7.5: Radios de 3 superficies (cilindro, cono y esfera/elipsoide)**

Tanto en el cilindro como en el cono uno de los radios es infinito “ $\infty$ ”, por lo que una de las curvaturas es nula y el producto de las curvaturas también lo es, siendo las superficies de ambas figuras desarrollables en un plano. A su vez, en la esfera ninguno de los radios es  $\infty$ , por lo que ninguna de las curvaturas es nula, constituyendo una figura cuya superficie no es desarrollable en un plano.

## Proyección cartográfica

La proyección cartográfica o proyección geográfica es un sistema de representación gráfica que establece una relación ordenada entre los puntos de la superficie de la Tierra y los de la superficie plana (mapa). Estos puntos se localizan mediante una malla de meridianos y paralelos, en forma de marco, denominado “canevas”. La única forma de evitar las distorsiones de esta proyección sería usando un mapa esférico (Globo Terráqueo).

En un sistema de coordenadas proyectadas, los puntos se identifican por las coordenadas cartesianas (x e y) en una malla cuyo origen depende de los casos. Este tipo de coordenadas se obtienen matemáticamente a partir de las coordenadas geográficas (longitud y latitud).

## Propiedades

Las proyecciones cartográficas se pueden clasificar en función de su principal propiedad; el tipo de superficie sobre la que se realiza la proyección: cenital (un plano), cilíndrica (un cilindro) o cónica (un cono); así como la disposición relativa entre la superficie terrestre y la superficie de proyección (plano, cilindro o cono) pudiendo ser tangente, secante u oblicua.

Según la propiedad que posea una proyección puede distinguirse entre:

- proyecciones equidistantes o automecóicas, si conservan la relación en las distancias.
- proyecciones equivalentes o equiareas, si conservan la relación en las superficies.
- proyecciones conformes o isogónicas, si conservan las formas (o sea, los ángulos).

No es posible tener las tres propiedades anteriores a la vez, por lo que es necesario optar por soluciones de compromiso, que dependerán de la utilidad a la que sea destinado el mapa.

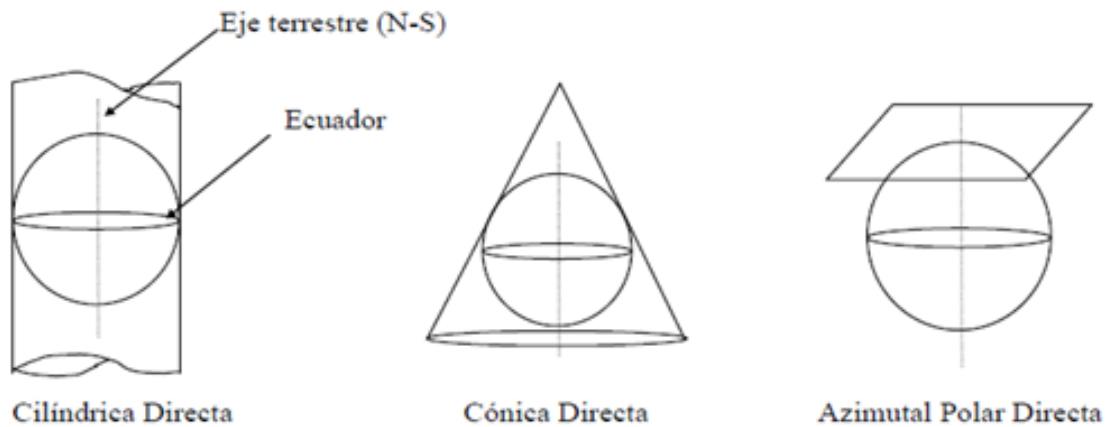
Según la posición que adoptan con relación al eje terrestre se clasifican en:

- Directa: el eje de revolución coincide con el eje terrestre.
- Transversa: el eje de revolución está contenido en el plano ecuatorial.
- Oblicua: el eje de revolución en otra posición que las definidas anteriormente.

Según la figura auxiliar, se clasifican en:

- Cilíndrica: cuando la Tierra se proyecta contra un cilindro.
- Cónica: cuando se proyecta contra un cono.
- Azimutal: cuando se proyecta contra un plano tangente.

**Figura 7.6: Proyecciones, según sus figuras auxiliares**

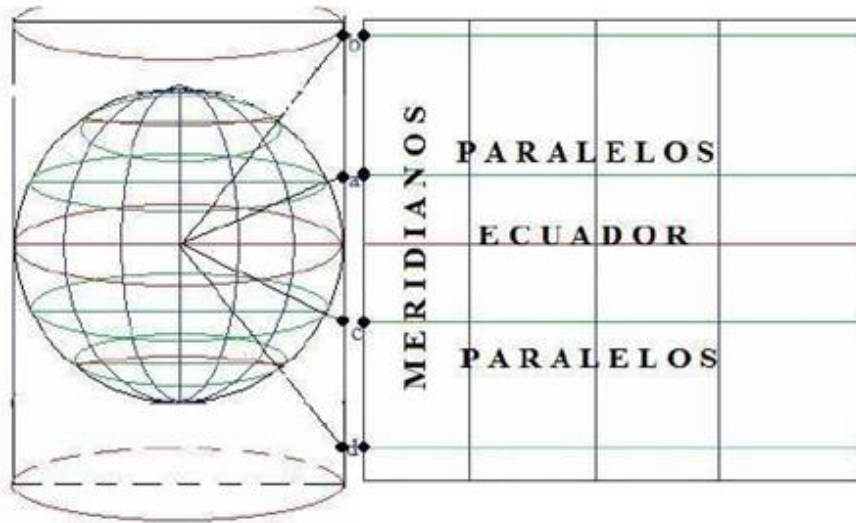


## Proyección Mercator

La proyección Mercator (G.Mercator, 1569) es muy utilizada (desde el siglo XVIII) para cartas náuticas porque permite trazar las rutas de rumbo constante (loxodrómicas) como líneas rectas e ininterrumpidas, a diferencia de otras proyecciones más precisas.

Es un tipo de proyección cilíndrica directa, tangente al Ecuador (o secante a lo largo de un paralelo). O sea, deforma las distancias entre los meridianos en líneas paralelas, aumentando su ancho real cada vez más a medida que se acerca a los Polos (Figura 7.7).

Esta proyección tampoco respeta las distancias reales entre los paralelos, la amplía en largo, cada vez más a medida que se acerca a los Polos, distorsionando las áreas cercanas a los Polos aún más.

**Figura 7.7: Proyección Mercator**

## Proyección UTM

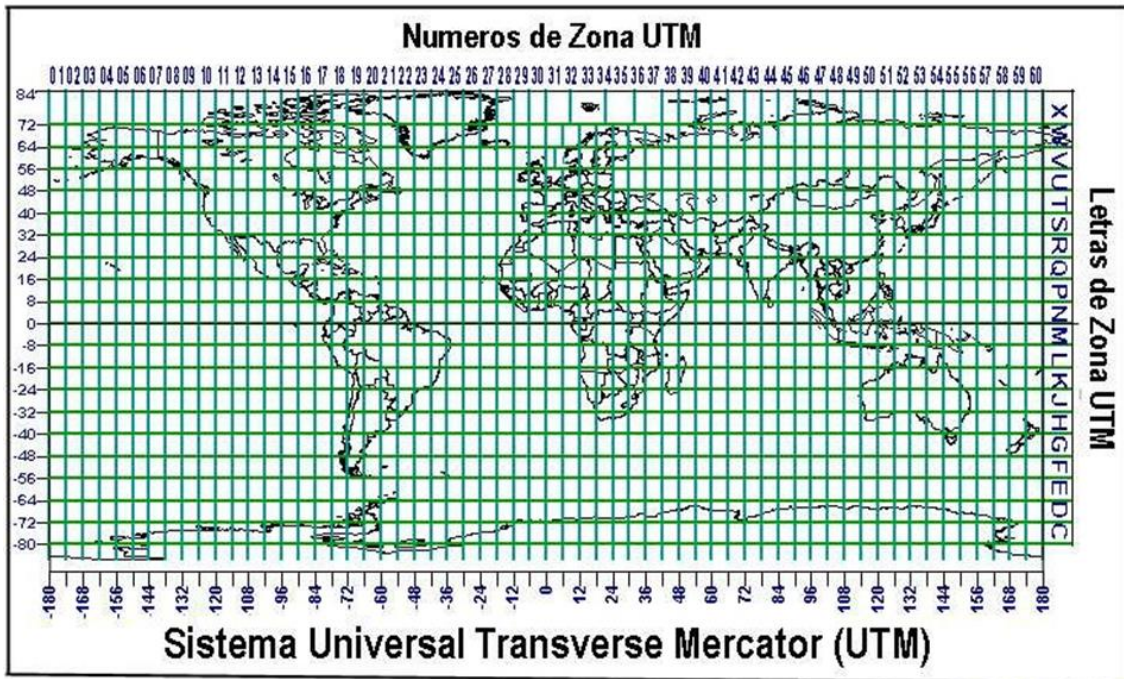
La proyección Universal Transverse Mercator (UTM), desarrollada por el Ejército de Estados Unidos de Norteamérica (USA) a finales de los 1940, se ha difundido como una proyección standard mundial para los levantamientos topográficos. La UTM es una proyección cilíndrica, transversa y conforme, con un ancho de faja de meridianos de  $6^\circ$ , es decir  $3^\circ$  a ambos lados del meridiano central.

La proyección UTM se pensó para la cobertura del mundo entre latitudes de  $80^\circ$ .

El mundo es dividido en 60 zonas de  $6^\circ$  de longitud en ancho, numeradas de W a E de 1 a 60, y  $8^\circ$  de latitud, designadas con letras. Por ejemplo, la ciudad de Buenos Aires, Argentina, se encuentra en la zona 21H (Figura 7.8).

Es una proyección plana, con un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales. Las ordenadas "N" tienen su origen en el Ecuador o Polo Sur, según los hemisferios N o S, y abscisas "E" con origen en cada zona (con valor asignado 500.000m), ambas con unidad de medida el metro.

Figura 7.8: Nomenclatura del Sistema UTM



Adaptado de: Peter H. Dana 9/7/94

Las condiciones que se imponen en esta proyección son:

- Debe conservar los ángulos, es decir, debe ser conforme.
- El meridiano central es automecico, es decir, no puede tener deformación lineal.
- El Ecuador y el meridiano central de cada huso se representan por líneas rectas.
- Los orígenes de coordenadas son, para la "x", el Ecuador (para hemisferio N) y el Polo S (para hemisferio S), y para las "y", el meridiano central del huso.
- Los casquetes polares no se suelen representar en UTM, quedando limitado su empleo a latitudes menores de 80°.
- A partir de la intersección del meridiano central del huso y del Polo S (o el Ecuador), se construye una cuadrícula, de forma que un punto en la superficie terrestre queda representado en el mapa con unas coordenadas planas universales.

En todos los mapas con coordenadas UTM, al igual que en los de Gauss-Krüger (que se tratan a continuación), tienen tres referencias: Norte magnético, Norte geográfico y Norte de la cuadrícula UTM.

El ángulo entre el Norte de la cuadrícula y el Norte geográfico se llama convergencia de meridianos.

El ángulo entre el Norte magnético y el Norte geográfico se llama declinación magnética, que puede ser:

- Positiva si el Norte magnético está al Este del Norte geográfico.
- Negativa si el Norte magnético está al Oeste del Norte geográfico.

El Norte magnético es variable en su posición, por lo que es importante indicar la fecha de realización del mapa y su variación anual. La corrección a aplicar se obtiene de la carta isógona del lugar.

## Proyección Gauss-Krüger

El Instituto Geográfico Nacional IGN (ex Instituto Geográfico Militar IGM) tiene a su cargo, de acuerdo a la Ley de la Carta, la confección de la cartografía topográfica de nuestro país. Se adoptó, para ese fin, la proyección cartográfica *Gauss-Krueger* o Sistema *Gauss-Krüger* (GK).

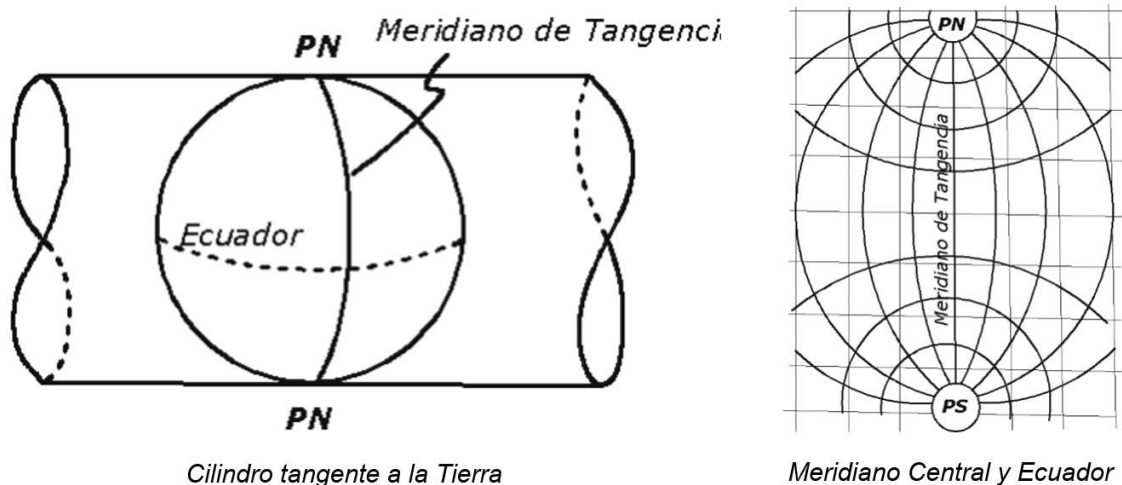
Como todo sistema de proyección cartográfica, establece una correspondencia biunívoca entre cada punto de la superficie terrestre (caracterizado por sus coordenadas geográficas latitud  $\varphi$  y longitud  $\omega$ , y su homólogo en el plano (definido por sus coordenadas planas cartesianas  $x$  e  $y$ ).

GK es un sistema desarrollado sobre un cilindro recto tangente a la Tierra según un meridiano (Figura 7.8). En la proyección GK las figuras mantienen su forma y sus ángulos (“conforme”), pero resultan agrandadas en función de su alojamiento al meridiano de tangencia (Figura 7.9), el cual resulta la única línea automecica, (en la cual se conserva perfectamente la relación de escala). A medida que se alejan del meridiano de tangencia, las figuras se agrandan de acuerdo a un módulo de agrandamiento ( $m$ ).

$$m = 1 + \frac{y'^2}{2R^2}$$

Donde  $y'$  es la distancia desde la figura hasta el meridiano de tangencia y  $R$  el radio medio de la Tierra.

**Figura 7.9: Cilindro tangente a lo largo de un meridiano en Proyección GK**



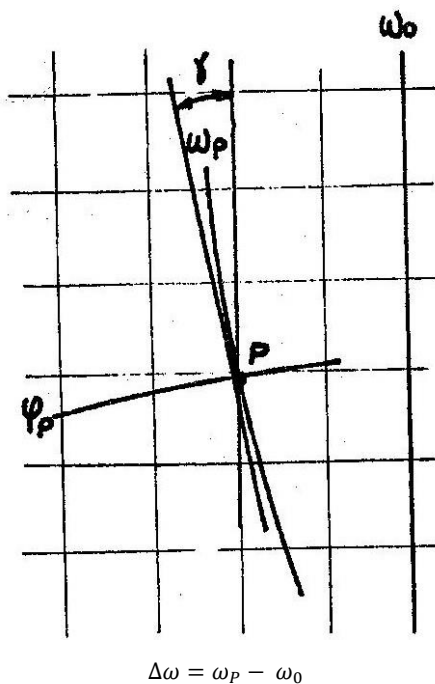


Los paralelos resultan curvos con concavidad hacia el Polo elevado correspondiente, y el Ecuador es una recta perpendicular al meridiano de tangencia. Los demás meridianos presentan curvatura hacia el meridiano de tangencia (Figura 7.9). La curvatura se expresa a través de la **convergencia de meridianos**, que es función de la latitud ( $\varphi$ ) y de la diferencia de longitud  $\Delta\omega$  entre el punto considerado y el meridiano central (de tangencia) (Figura 7.10).

$$\gamma = \Delta\omega \cdot \text{Sen} \varphi$$

El rango de valores de  $\gamma$  va desde 0 (nula) en el Ecuador, hasta  $1^\circ 30'$  en el Polo Sur (para el Hemisferio Sur).

**Figura 7.10: Convergencia de Meridianos ( $\gamma$ ) en el punto P ( $\varphi_P$ ;  $\omega_P$ )**

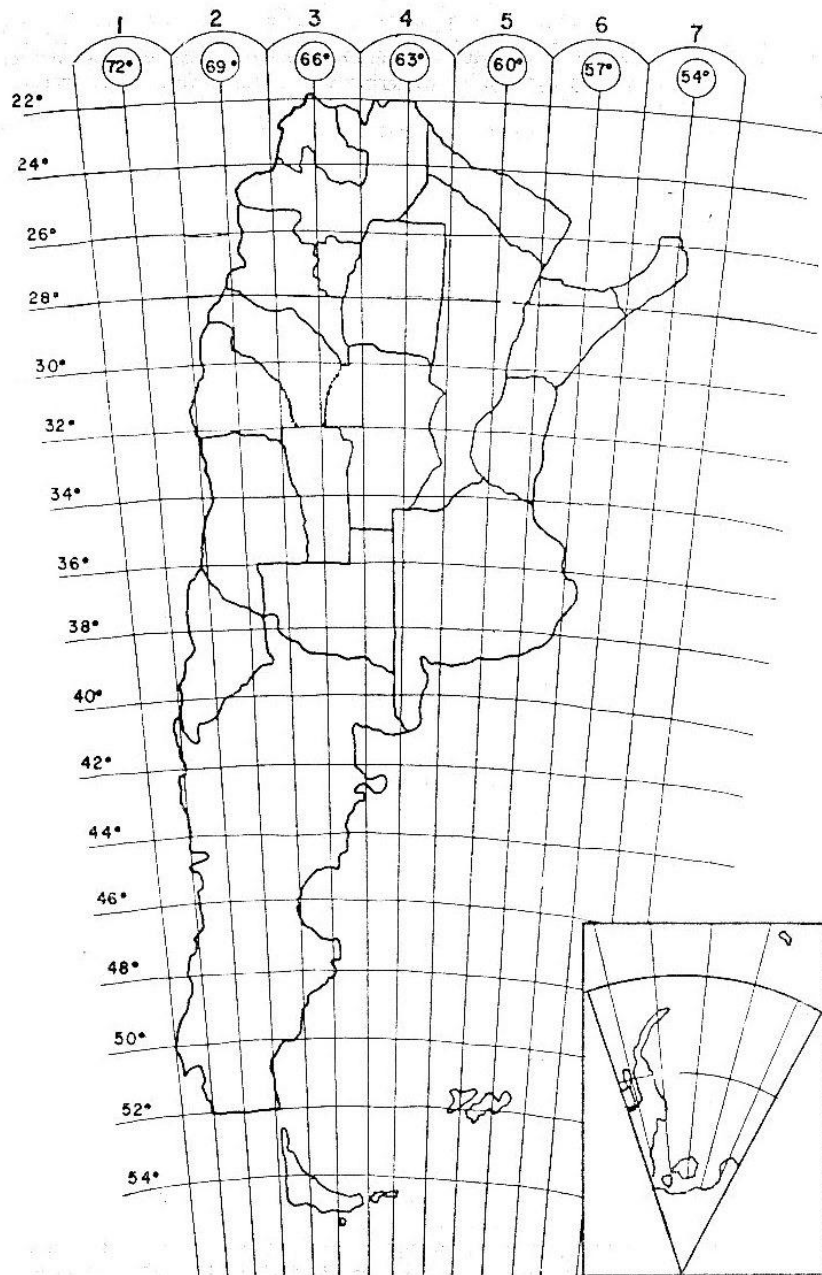


Debido al agrandamiento de las figuras en función del alejamiento del meridiano de tangencia, resulta conveniente la elección de éste en las cercanías de la figura (según Krüger, un ancho de  $3^\circ$ ), o sea un alejamiento máximo de  $1^\circ 30'$  a cada lado del meridiano central es suficiente para reducir las deformaciones a valores compatibles para los usos cartográficos. Significa que tales deformaciones no son perceptibles a simple vista a la escala de la carta.

Se dividió a la República Argentina en fajas de  $3^\circ$  de amplitud en longitud, siendo el meridiano de tangencia en cada caso, el meridiano central de faja (ver Figura 7.11). Son 7 fajas, ordenadas de W a E, cuyo N° de orden es la característica (K) de cada faja.

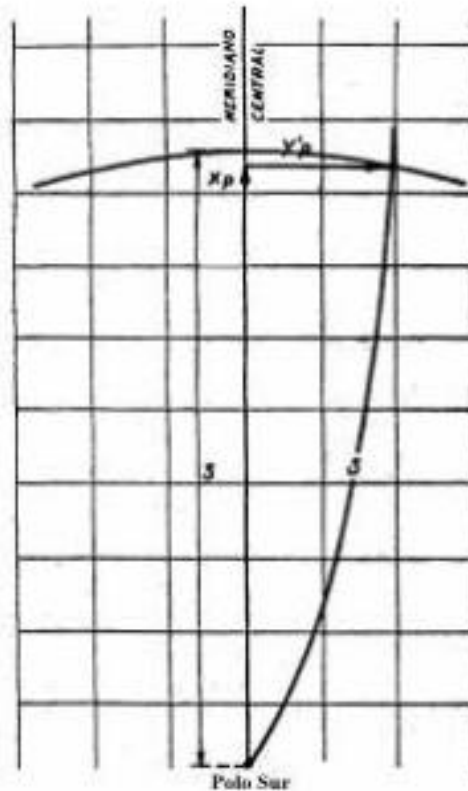
|                     |             |             |             |             |             |             |             |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Meridiano Central:  | $-72^\circ$ | $-69^\circ$ | $-66^\circ$ | $-63^\circ$ | $-60^\circ$ | $-57^\circ$ | $-54^\circ$ |
| Característica (K): | 1           | 2           | 3           | 4           | 5           | 6           | 7           |

Figura 7.11: Fajas del sistema GK



Cada faja forma un sistema de coordenadas independiente. En cada uno, el meridiano central es el eje de las "x", y a partir de él, ortogonalmente, se miden las "y". Existen 2 orígenes para las abscisas (x): el Ecuador para el hemisferio N y el Polo Sur para el hemisferio S.

Para un punto P (Figura 7.12), la abscisa  $X_p$  expresa la distancia desde el origen hasta la proyección ortogonal del punto P sobre el meridiano central.

**Figura 7.12: Coordenadas planas GK del punto P**

A fin de evitar valores negativos para las ordenadas ( $y$ ) y también individualizar el meridiano central, se atribuye a su ordenada el valor:

$$y_0 = K \cdot 10^6 + 500.000$$

La ordenada  $Y_p$  se obtiene sumando a la ordenada del meridiano central, la distancia entre  $Y'_p$  entre éste y el pto. P. Las  $y'$  son + al E del meridiano central y - al W.

### Cálculo de coordenadas planas Gauss-Krüger

Para obtener las coordenadas planas Gauss-Krüger de un punto P a partir de sus coordenadas geográficas latitud  $\varphi$  y longitud  $\omega$  se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$Y = K \cdot 10^6 + 500.000 + \Delta\omega \cdot \cos \varphi \cdot N + \frac{(\Delta\omega \cdot \cos \varphi)^3}{3!} \cdot N \cdot (1 - t^2 + \eta^2) + \dots$$

$$X = S + \frac{(\Delta\omega \cdot \cos \varphi)^2}{2!} \cdot N \cdot t + \frac{(\Delta\omega \cdot \cos \varphi)^4}{4!} \cdot N \cdot t \cdot (5 - t^2 + 9 \cdot \eta^2) + \dots$$

en las que:  $\Delta\omega = \omega_p - \omega_0$  ;  $t = \tan \varphi$

$N$  = radio de curvatura de la sección normal que pasa por P en el elipsoide de Hayford

$$\eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 \varphi \quad (\text{donde } e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \text{ segunda excentricidad del elipsoide})$$

S = longitud del arco de meridiano entre el Polo Sur y el punto P

N,  $e'^2$  y S se obtienen de las tablas del Elipsoide de Hayford

En las ecuaciones anteriores se han tomado los dos primeros términos del desarrollo en serie que las origina, con lo que las coordenadas calculadas resultan con una vacilación del orden del centímetro.

## Carta topográfica

La Carta Topográfica es un documento cartográfico con información planialtimétrica, susceptible de ser representada a diferentes escalas. Por su carácter documental, permite su empleo en mediciones lineales y angulares.

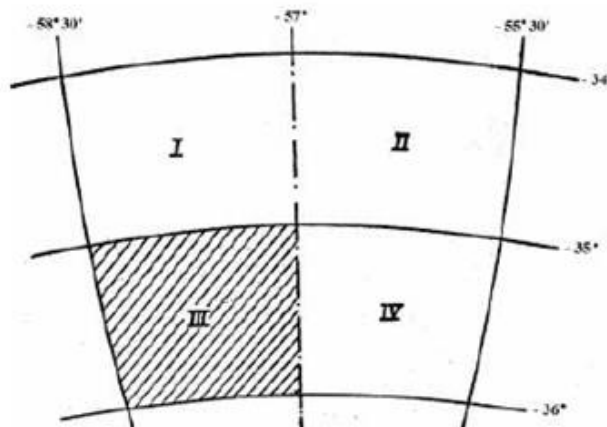
### Nomenclatura de la Carta Topográfica del IGN

Las cartas del IGN se publican a las escalas: 1:500.000, 1:250.000, 1:100.000, 1:50.000 y 1:25.000, fraccionadas en hojas denominadas "planchetas", las cuales se individualizan con un nombre y un código numérico, que está relacionado con la posición geográfica, en función de la Escala:

**E=1:500.000:** Cada hoja abarca 3° de amplitud en longitud, y 2° en latitud (ver Figura 7.13). Su N° identificador está compuesto por 4 cifras; las dos primeras corresponden al paralelo central de la hoja (Número impar); las otras 2 al meridiano central. Por ejemplo, en la Figura 7.13:

$$3557 \left\{ \begin{array}{l} \text{paralelo central } 35^\circ \\ \text{meridiano central } 57^\circ \end{array} \right.$$

Figura 7.13: Hoja 3557



**E= 1:250.000:** es la cuarta parte de una hoja E=1:500.000, (Figura 7.13), identificándose con un número romano. Su extensión es de 1°30' en longitud y 1° en latitud. Por Ej., la hoja sombreada en la Figura 7.13:

3557 – III

**E= 1:100.000:** es la 36 ava parte de una carta E=1:500.000. Abarca 30' en longitud y 20' en latitud. (Figura 7.14). Por Ejemplo, en la Figura 7.14 se indica la:

3557 – 14

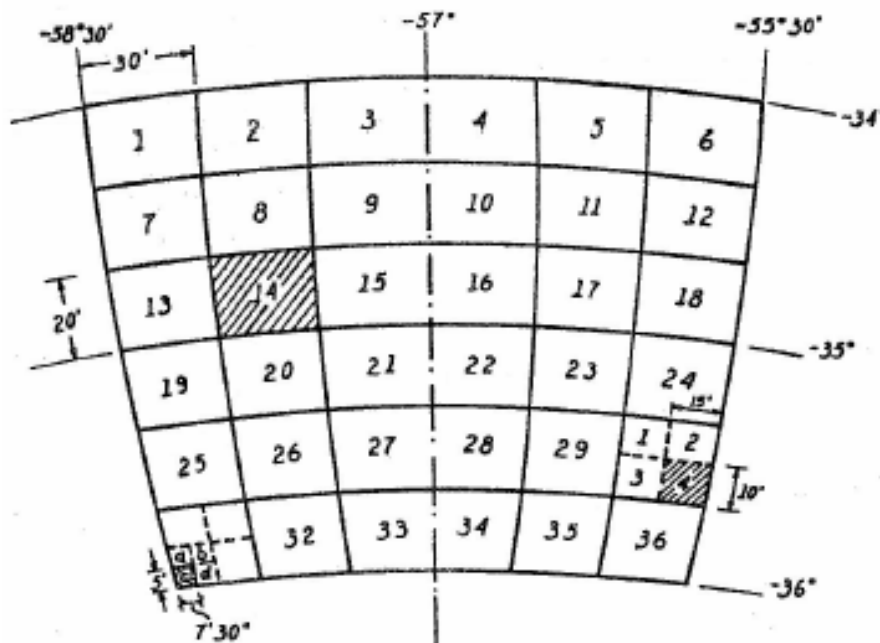
**E= 1:50.000:** es la cuarta parte de una hoja E=1:100.000. Abarca 15' de longitud y 10' de latitud. Por Ej., en la Figura 7.14 se marca rayada:

3557 – 30 – 4

**E= 1:25.000:** es la cuarta parte de una hoja E= 1:50.000. Abarca 7' 30" en longitud y 5' en latitud. Para su denominación se usan letras minúsculas: a, b, c, d. Por Ej. en la Figura 7.14 se señala:

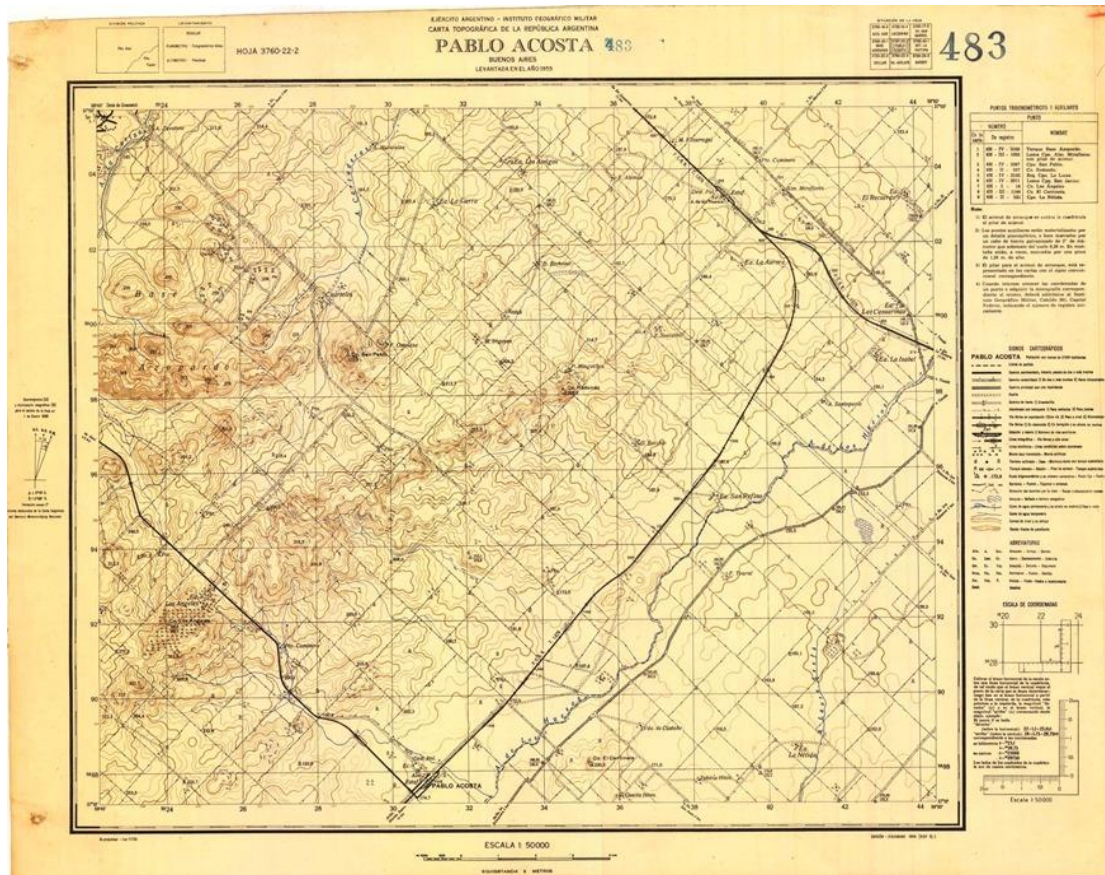
3557 – 31 – 3 – c

**Figura 7.14: Divisiones de la Hoja madre 3557**



A modo de ejemplo, se presenta la Carta Topográfica 3760-22-2 Pablo Acosta, correspondiente a la localidad homónima, ubicada en zona serrana del Partido de Azul, Provincia de Buenos Aires (Figura 7.15).

Figura 7.15: Hoja 3760-22-2 Pablo Acosta



## Interpretación

La interpretación de una carta topográfica requiere la identificación, conocimiento y comprensión de todos los elementos alfabéticos, numéricos, símbolos y gráficos a los fines de la formación del modelo del terreno para aplicarlo a un objetivo determinado. Entre los elementos componentes de una plancheta se tiene:

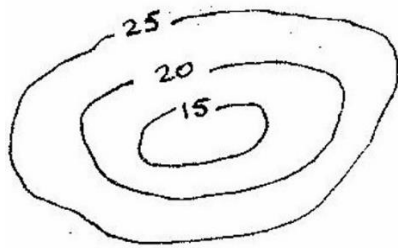
- **Escala:** relación entre las magnitudes lineales en el plano y el terreno (abajo en el centro). También cuenta con una escala gráfica simple.
- **Croquis de situación de la hoja:** para relacionar la plancheta con las vecinas (arriba a la derecha).
- **Nómina de puntos trigonométricos y auxiliares:** útiles para relacionar cualquier trabajo topográfico a la red fundamental del país.
- **Convergencia de meridianos y declinación magnética** (para el centro de la carta y fecha fija, por ej. 1° de enero de 1958) en el margen izquierdo.
- **Signos cartográficos** más frecuentes, indispensable para la interpretación de la simbología de la plancheta.
- **Curvas de nivel:** las líneas que unen puntos de igual altitud, o sea desnivel con respecto al Nivel medio del Mar. Resultan fundamentales para la interpretación de la altimetría del

terreno. La equidistancia, (que también figura abajo, junto a la escala) es el desnivel que separa dos curvas de nivel consecutivas. El análisis de las curvas de nivel permite la identificación de las formas del relieve. Entre las formas topográficas más comunes:

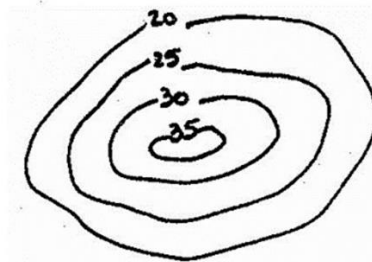
– **Hoyas y lomas**

Las zonas bajas presentan en general curvas de mayor cota rodeando a curvas de cota menor. Lo contrario ocurre en zonas altas, donde las curvas de menor cota rodean a las de mayor cota (Figura 7.16 a y b).

**Figura 7.16: Hoyas y lomas**



a: Hoya, bajo o depresión



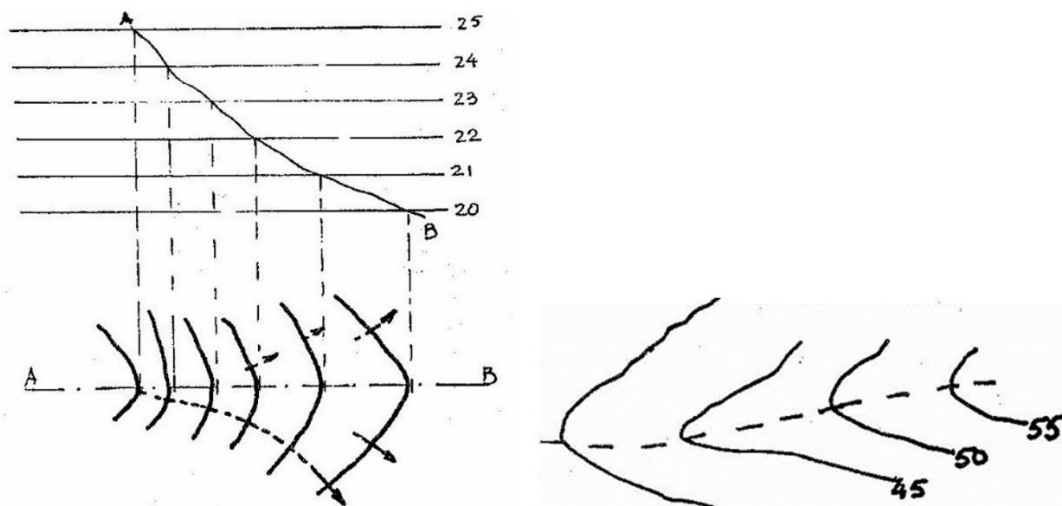
b: Cerro, morro, loma

– **Laderas con líneas de máxima pendiente**

A los fines de manejo de suelos y aguas para objetivos conservacionistas, de riego o de estudio de cuencas hídricas en general es particularmente necesario la identificación de: **divisoria de aguas**, que delimitan superficialmente una cuenca hídrica. En toda loma, dorsal, sierra, etc., existe una línea directriz que une los puntos de mayor cota de las sucesivas secciones transversales, llamada “divisoria de aguas”, pues es la línea intersección de 2 laderas a partir de la cual las aguas superficiales escurren en sentido opuesto (Figura 7.17).

Las aguas escurren en general siguiendo líneas de máxima pendiente, que son perpendiculares a las curvas de nivel.

**Figura 7.17: Divisoria de aguas y líneas de máxima pendiente (flechas)**



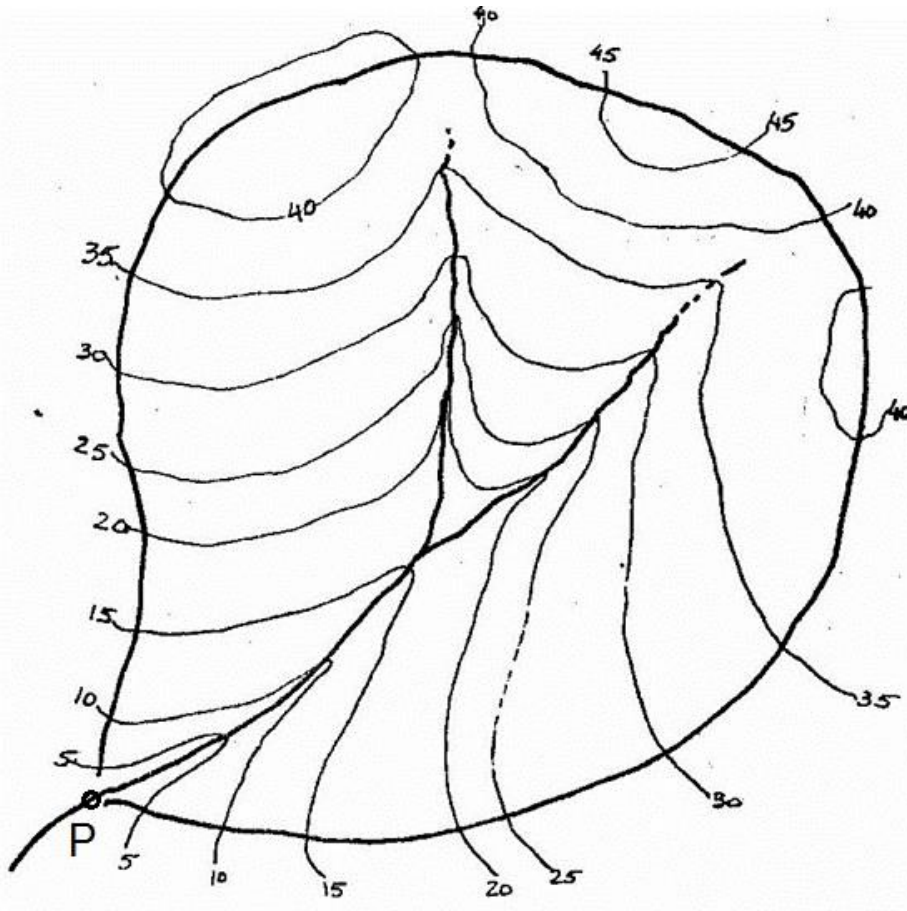
El escurrimiento en los bajos se lleva a cabo por las líneas directrices que unen los puntos de menor cota de las sucesivas secciones transversales, llamadas **vaguadas** (Figura 7.18).

**Figura 7.18: Vaguada o cauce (flecha)**



La interpretación del relieve a través de las geformas descritas permite delimitar áreas, donde el escurrimiento superficial converge hacia un punto P de un cauce o vaguada. Es decir, por P pasa toda el agua de escorrentía captada (por ej., proveniente de lluvia). Vale aclarar que pueden elegirse diferentes puntos de un cauce, originando cada uno un área diferente propia (Figura 7.19). Esta tarea es aplicable en proyectos de embalses, vertederos, obras de control de erosión hídrica, etc.

**Figura 7.19: Delimitación topográfica de área de aporte superficial en P**



## Carta de Imagen



Se entiende por Carta de Imagen al resultado del procesamiento de imágenes satelitales, de modo de obtener un producto gráfico o digital, sobre el cual puedan realizarse medidas de distancias, ángulos y superficies, como en la tradicional Carta Topográfica de Línea.

Se trata de un documento cartográfico que tiene como base una o más imágenes satelitales, con el agregado de datos y toponimia propios de cartas convencionales.

No tiene superpuestas las curvas de nivel, razón por la cual no pueden realizarse mediciones altimétricas (pendientes, delimitación de cuencas hídricas, geoformas, etc.). Por otra parte, se identifican claramente los diversos tipos de uso y cobertura del suelo (forestal, agrícola, infraestructura vial y urbana, etc.).

La **confección de la carta** de imagen requiere una serie de etapas (Figura 7.20).

- Captura de imágenes (LANDSAT y SPOT en general)
- Apoyo de campo
- Proceso de imágenes, correcciones geométricas y radiométricas, georreferenciación, mosaico, etc.
- Generación de originales
- Impresión

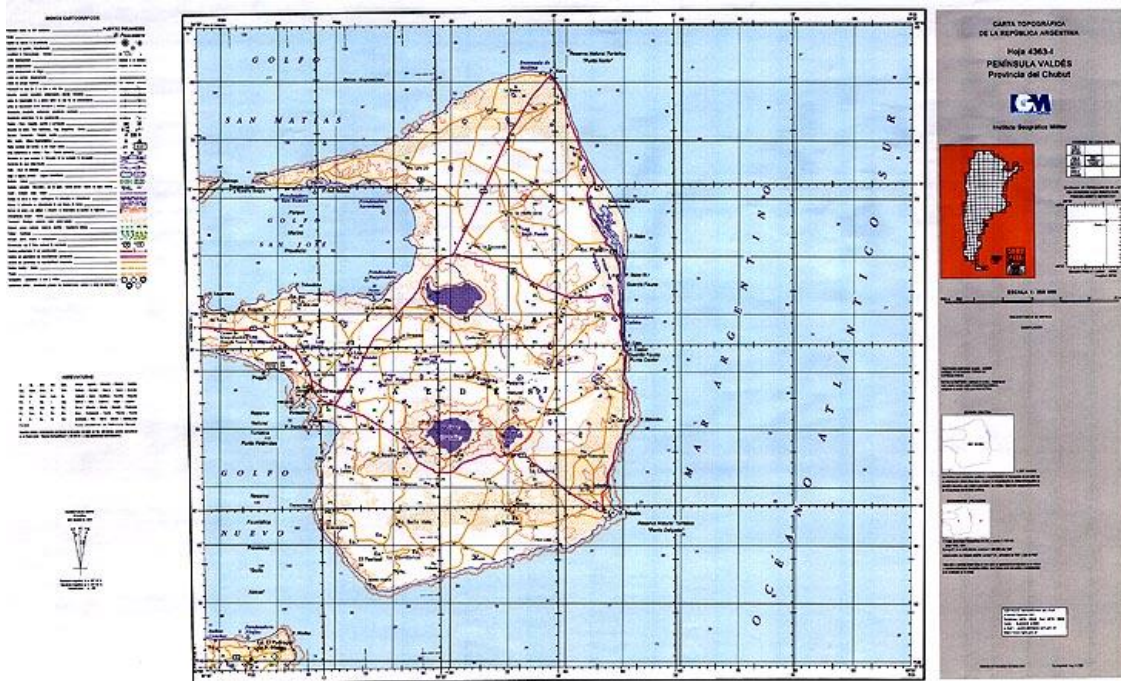
Figura 7.20: Proceso de la Carta de Imagen (Fuente: IGM)



En la República Argentina, paralelamente a la clásica carta topográfica de línea, el IGM ha desarrollado la correspondiente carta de imagen. Se ha mantenido el mismo esquema y

nomenclatura, de manera que, para una misma zona, se puede tener información topográfica tradicional e información actualizada (a la fecha de confección de la Carta de Imagen), si se dispone de ambas Cartas (Figuras 7.21 y 7.22).

**Figura 7.21: Carta topográfica**



**Figura 7.22: Carta de imagen**



En las Figuras anteriores se presentan las Cartas de la Península Valdés (Provincia de Chubut) a escala E= 1:250.000, ambas con el mismo canevas geográfico.

La Carta de Imagen (Figura 7.22) presenta lateralmente información sobre el satélite empleado, características del sensor (bandas, etc.) y fecha de adquisición. También una Leyenda con las principales coberturas correspondientes. Toda esta información es fundamental para interpretación y aprovechamiento de la Carta.

La Carta de Imagen no tiene graficadas las curvas de nivel, ni los símbolos cartográficos, como la de Línea. Por otra parte, muestra una visión integrada y actual del medio ambiente (uso del suelo, riberas de cuerpos de agua, estado de desarrollo urbano y rural, etc.). Resulta una herramienta muy útil para estudios dinámicos temporalmente, por ejemplo, inundaciones en zonas bajas, desplazamientos en masa en zonas de montañas, crecimiento urbano, etc.

En conclusión, ambos tipos de Cartas presentan información complementaria, brindando datos de suma utilidad para estudios y proyectos a distintas escalas y necesidades.

## Referencias

Dana, Peter H. (1994). Coordinate Systems Overview, The Geographer's Craft Project. Department of Geography, University of Texas at Austin.

IGN (2021). Manual de Símbolos cartográficos 2010. Disponible en Internet en: <https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/ProduccionCartografica/documentacion-tecnica>

# CAPÍTULO 8

## Nociones generales de geomática

*Mariano H. Barragán, Leandro V. Soto y Héctor A. Salgado*

**Geomática** es un término científico moderno (derivado del francés science geomatique), referido a la aproximación integrada de la medición, análisis, manejo, almacenamiento y visualización de datos terrestres, frecuentemente denominados datos o variables espaciales.

En los casos donde se formulan las preguntas ¿Qué es?, ¿Dónde está? y ¿Cuánto hay?, la Geomática provee la respuesta. Todas las decisiones llevadas a cabo por los planificadores, ingenieros y, en general, los responsables de las mismas, relativas a la Tierra, su entorno y recursos, requieren estudios y análisis de modelos de la Tierra en forma de mapas, planos, imágenes terrestres e información digital.

En la geomática se integran ciencias, disciplinas y tecnologías innovadoras como la teledetección, la cartografía, la topografía y geodesia, la modelización, el análisis espacial, los sistemas de información geográfica, los sistemas de posicionamiento y las comunicaciones. En todas sus facetas, la geomática se halla en una etapa de fuerte desarrollo y expansión.

El campo de aplicaciones de la información georreferenciada es muy amplio y diverso, tanto en procesos de investigación, planificación, gestión, como en la toma de decisiones sobre medio ambiente y desarrollo sostenible, sector agropecuario, recursos naturales, procesos de planificación y ordenamiento territorial, comercio, catastro urbano y rural, entre otros.

En el ámbito agropecuario el rango de aplicaciones se muestra tanto a escala regional como a escala de cuencas hídricas, e inclusive de propiedad individual. Hay desarrollos para el monitoreo hidrológico de cuencas hídricas, relevamiento de recursos, manejo de sistemas de riego y drenaje, administración forestal, agricultura de precisión (manejo sitio-específico de insumos y productos), planificación y administración de fincas, etc.

### **Sistemas de Información Geográfica (SIG)**

En las últimas cuatro décadas se han desarrollado los Sistemas de Información Geográfica (SIG) como una respuesta al requerimiento de una solución para el almacenamiento, análisis y manejo de datos ambientales georreferenciados.

Los **SIG** (*Geographic Information Systems* **GIS** en lengua inglesa) son un conjunto de herramientas informáticas para capturar, almacenar, buscar, transformar y desplegar datos espaciales del mundo real para unos determinados objetivos (Burrough, 1986)

## Conceptos básicos

Se puede desglosar la sigla SIG en sus componentes para lograr una mejor comprensión de su significado:

**Sistema:** se refiere a la integración de usuario y ordenador (computadora) para proveer información para apoyar operaciones, manejo, análisis y toma de decisiones en una organización. Por ejemplo, un mapa de suelos describe entidades espaciales complejas, y es un documento, pero no un sistema. El sistema incluye el proceso digital de imágenes, herramientas de análisis geoespacial, bases de datos y su manejo, y tablas con posibilidades de cálculo, como las de una planilla de cálculo. Sin estas capacidades, el sistema sería muy limitado en sus aplicaciones.

**Información:** son los datos, con información adicional, producto del proceso de los mismos.

**Geográfica:** se refiere a que son datos espaciales, con una referencia geográfica determinada, y que pueden ser desplegados en forma de mapa o carta.

Un SIG es un sistema integrado de equipamiento informático (*hardware*), programas de computación (*software*) y datos para manejar, analizar y presentar la información de acuerdo a su posición espacial, de tal manera que la exploración e investigación de los mismos, transforma los datos en información efectiva.

Mediante los SIG se gestionan grandes cantidades de datos, tanto gráficos como alfanuméricos. La capacidad de manejar ambos tipos de datos a la vez proporciona la gran ventaja de poder trabajar con información descriptiva de objetos o fenómenos y conocer dónde se ubica dicha información, su posición sobre un mapa y a que objetos del mapa se refiere. Esta propiedad hace que, con el uso de SIG, se puedan resolver problemas territoriales muy difíciles de una manera sencilla y, por este motivo, sean la herramienta actual más potente en la gestión y análisis territorial.

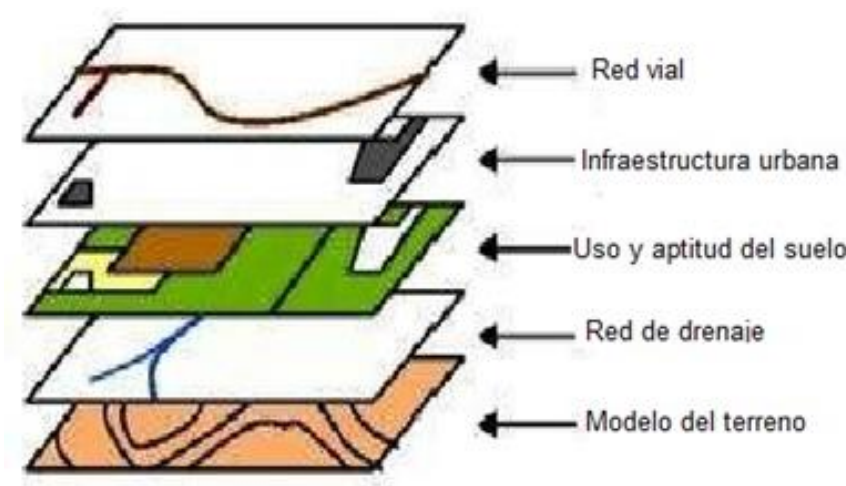
Las funciones básicas de un SIG son:

- adquisición de datos y su preproceso.
- manejo, almacenamiento y recuperación de datos.
- manipulación y análisis.
- generación de productos.

El SIG funciona como una base de datos con información geográfica (datos alfanuméricos) que se encuentra asociada por un identificador común a los objetos gráficos de un mapa digital (ID). De esta forma, señalando un objeto se conocen sus atributos e, inversamente, preguntando por un registro de la base de datos se puede saber su localización en la cartografía.

La razón fundamental para utilizar un SIG es el análisis y la gestión información espacial. El sistema permite separar la información en diferentes capas temáticas (Figura 8.1), con una misma referencia geográfica, y las almacena independientemente, permitiendo trabajar con ellas de manera rápida y sencilla, efectuando cálculos y operaciones aritméticas y lógicas, facilitando al profesional la posibilidad de relacionar la información existente a través de la topología de los objetos y la referencia geográfica, con el fin de generar otra nueva que no podríamos obtener de otra forma.

**Figura 8.1: Capas temáticas de un SIG**



## SIG IGN

El Instituto Geográfico Nacional IGN (anteriormente Instituto Geográfico Militar IGM), confeccionó un SIG, accesible también a través de Internet (<http://www.sig.igm.gov.ar>), el cual presenta las siguientes particularidades:

- Es el único de cobertura continua nacional.
- La escala de captura es 1:250.000; su origen fue la Carta Topográfica (227 hojas).
- La información almacenada está en coordenadas geográficas en el Sistema WGS 84, Marco de Referencia POSGAR 94.
- Cada objeto posee un identificador único, lo cual permite una actualización personalizada.

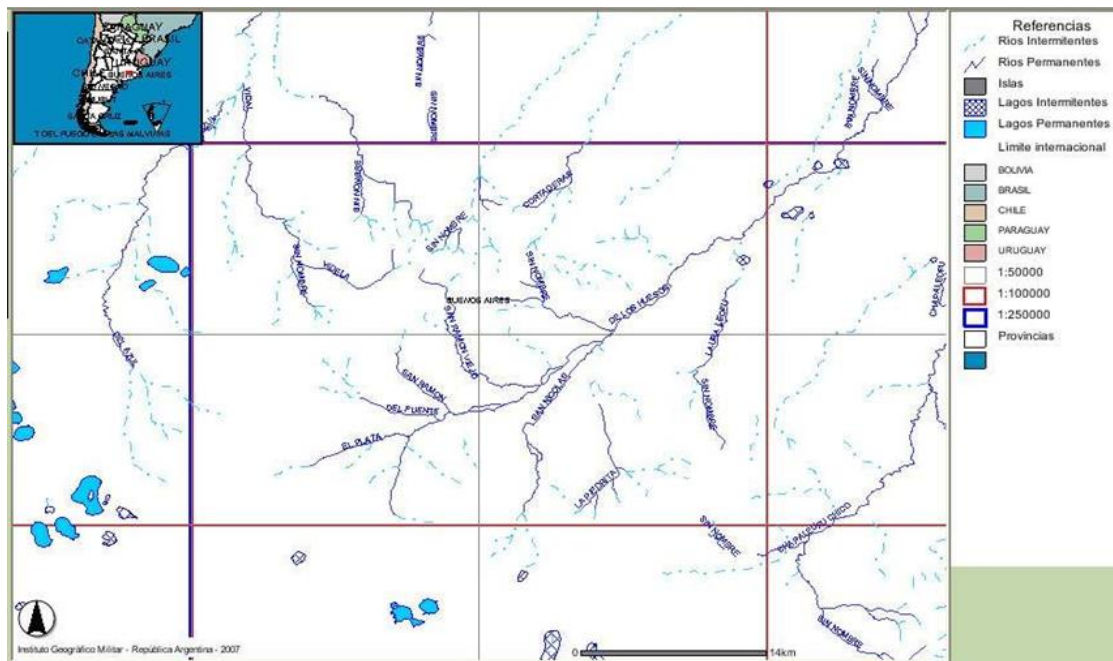
La actualización de la información se realiza periódicamente mediante la recepción de datos provenientes, entre otras fuentes, de los trabajos de campo de la División Geodesia del IGM (levantamientos GPS y actualización de datos in situ), y/o mediante los datos procedentes de organismos e instituciones con los cuales el IGM tiene convenios de cooperación.

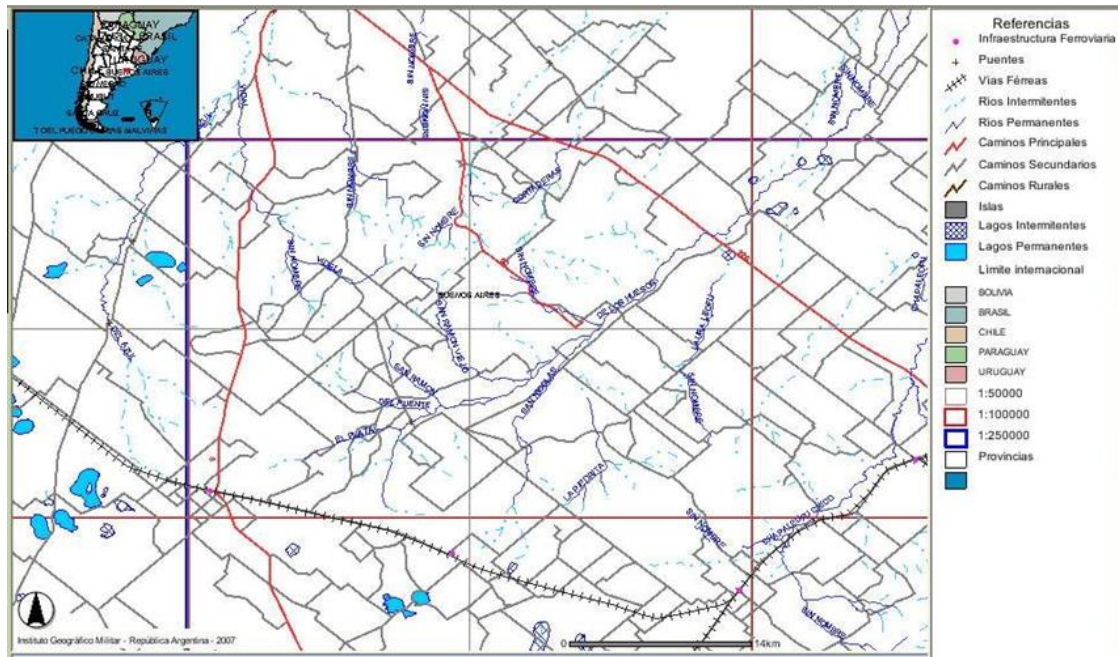
La información contenida en el SIG-IGM se encuentra distribuida en múltiples capas temáticas, entre las cuales figuran:

- Hidrografía
- Vías de comunicación
- Actividades humanas.
- Accidentes geográficos.
- Límites catastrales y fronteras.
- Hidrografía.
- Usos del suelo.
- Altimetría (Curvas de nivel y MDT).
- Infraestructura urbana.
- Imagen satelital.
- Redes Geodésicas.

Como ejemplo, para un sector del centro de la Provincia de Buenos Aires, se muestra en la Figura 8.2, la capa hidrográfica, que presenta los cuerpos de agua superficiales (lagos, lagunas, bañados, etc.), ríos y arroyos permanentes e intermitentes, de los cuales puede consultarse la tabla de información asociada (nombre, etc.). En la parte central pueden verse un conjunto de ríos y arroyos, con dirección SW-NE (entre ellos, el Arroyo de Los Huesos), que se originan en las Sierras del Tandil y desembocan finalmente en la Bahía de Samborombón. En la Figura 8.3 se anexó la capa de información catastral y correspondiente a la infraestructura vial (caminos rurales, rutas nacionales, vías férreas, puentes, etc.).

**Figura 8.2: Capa hidrográfica del SIG IGN**



**Figura 8.3: Ídem anterior, con el agregado de capa vial y catastral**

Asimismo, organismos públicos y algunas empresas privadas ofrecen información en la Web, que puede ser consultada a través de SIG por intermedio de algunos de programas de procesamiento (ej: QGis, ArcGis, etc.) Un ejemplo de estas ofertas son las cartas de suelos, mapas de cultivos, etc. ofrecidos por el Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria INTA (a través de su plataforma GEOINTA (<http://www.geointa.inta.gob.ar/>)).

## Geoposicionamiento satelital

Desde hace 3 décadas aproximadamente se vienen desarrollando sistemas que permiten obtener la posición geográfica (latitud, longitud y altitud) a partir de datos proporcionados por satélites, que orbitan la Tierra. Actualmente están el GALILEO (de Europa), el GLONASS (de Rusia) y el GPS (de EEUU), que en conjunto conforman el Sistema Satelital de Navegación Global (Global Navigation Satellite System GNSS). Dado que hay similitud en lo conceptual y que el GPS es el más difundido en Argentina, a continuación se desarrolla este último.

### Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

GPS es la sigla de “*Global Positioning System*”, o sea “Sistema de Posicionamiento Global”. Fue desarrollado por el Departamento de Defensa estadounidense con el fin de ubicar precisamente el emplazamiento de objetivos militares.



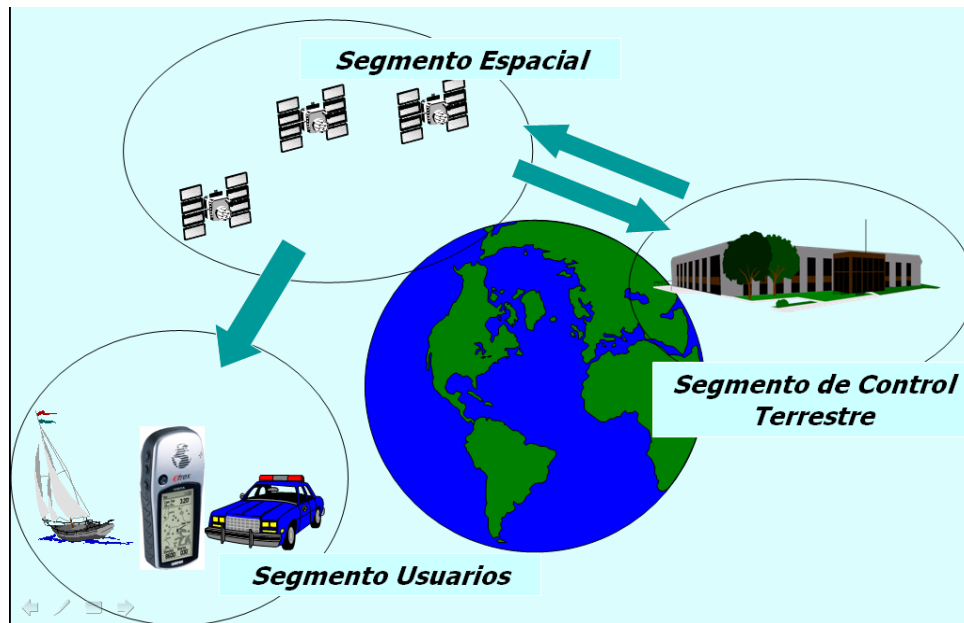
“Posicionamiento” se refiere a la ubicación en el espacio (3 dimensiones) de un objeto determinado mediante sus coordenadas (latitud, longitud y altitud), o bien a la posición exacta de un punto en cualquier parte del globo terráqueo o del espacio circundante.

### Elementos fundamentales del GPS

Posee tres elementos básicos:

- **Módulos en el espacio:** compuestos por 24 satélites, en 6 órbitas circulares, con 4 satélites por órbita. Hay 4 a 10 satélites visibles en todo momento en cualquier parte de la Tierra. El período orbital es de aproximadamente 12 hs (11 hs 58 ') lo que se llama Día Sidéreo. Estos módulos se encuentran a una altitud de aproximadamente 20.200 Km. y transmiten las 24 hs del día.
- **Módulos de control en Tierra:** Son las estaciones terrestres que monitorean la posición de todos los satélites GPS y transmiten distintos datos, tales como efemérides actualizadas, error de reloj, correcciones, estado de los satélites, etc.
- **Módulo de usuarios:** Son los receptores. Estos deben ser capaces como mínimo de recibir las señales radiales necesarias, calcular su posición y presentar la información obtenida.

Figura 8.4: Componentes del sistema GPS



### Principios elementales

**Intersección:** Es el fundamento del sistema. La posición se determina a partir de las distancias desde los satélites a puntos sobre la superficie de la Tierra. De manera muy simplificada, los satélites son puntos de coordenadas conocidas en el espacio. Para determinar esta intersección, los receptores miden las distancias al satélite usando el tiempo que tarda en llegar un mensaje de radio enviado por el satélite.

**Error de reloj:** El sistema requiere para determinar el desplazamiento de la onda de radio de relojes de alta precisión, atómicos en los satélites y de moderada precisión en los receptores (por

su costo). El asincronismo entre estos dos tipos de relojes es lo que se llama “Error de reloj”, del cual se tratará más adelante.

**Efemérides del satélite:** Es la posición del satélite para el momento en que se produce la medición de la distancia al satélite.

**Error ionosférico:** Es el error que se produce en la determinación de la distancia al satélite por el paso de la onda de radio a través de la ionósfera y atmósfera, que retardan dicha señal.

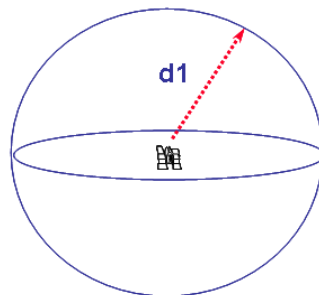
Bases para la determinación de posición (*ranging*)

- La posición es calculada mediante la medición de distancia a los satélites.
- Matemáticamente, se requieren 4 mediciones para determinar la posición exacta.
- Serían suficientes tres mediciones, si se tuviera un método para eliminar la respuesta absurda; pero en realidad, por razones técnicas se requieren otras mediciones.

### Explicación

Si se conoce una sola distancia ( $d_1$ ), sólo se sabe que la posición corresponde a una esfera cuyo centro es el satélite y el radio es la distancia al mismo.

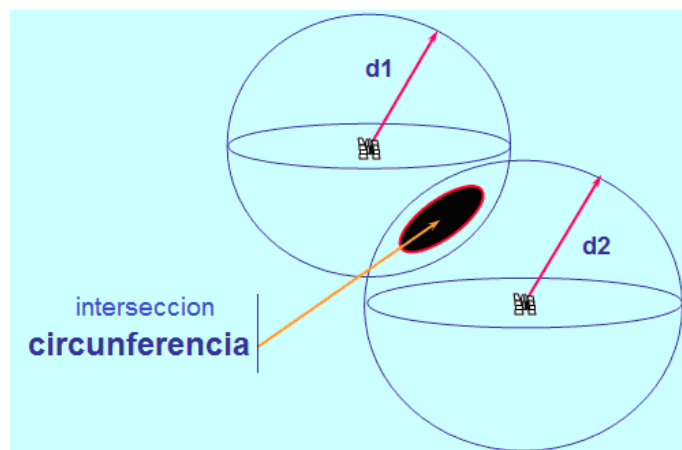
**Figura 8.5: Esfera con puntos equidistantes de 1 satélite**



Todos los puntos de esta esfera cumplen con la condición de estar a una distancia  $d_1$  del satélite.

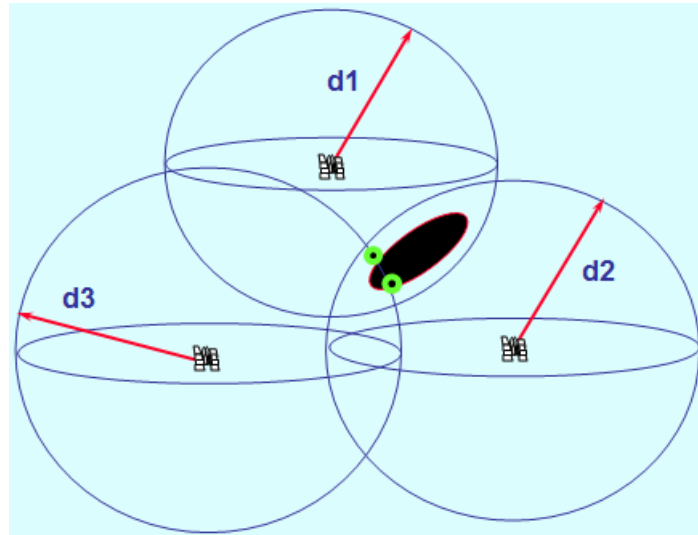
Si son conocidas las distancias a 2 satélites ( $d_1$  y  $d_2$ ), la posición sería la circunferencia generada por la intersección de las dos superficies esféricas generadas por los 2 satélites.

**Figura 8.6: Circunferencia con puntos equidistantes a 2 satélites**



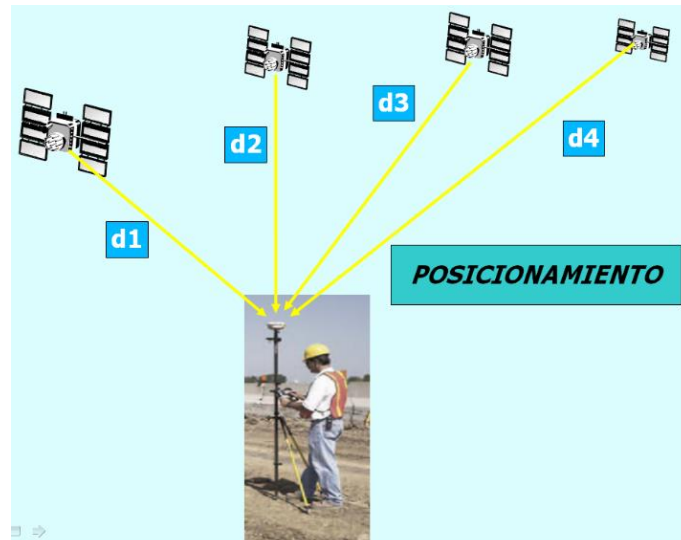
Conociendo la distancia a 3 satélites ( $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ ) ya se logra una ubicación puntual, dado que habría sólo dos puntos posibles en el espacio, que son los que están determinados por la intersección de las tres superficies esféricas generadas por el radio medio de cada uno de esos satélites.

**Figura 8.7: Dos puntos equidistantes desde 3 satélites**



Tal ambigüedad puede resolverse mediante una cuarta medida de distancia ( $d_4$ ), dado que una de las mediciones es absurda (por ej. radio fuera de la superficie terrestre).

**Figura 8.8: Intersección de solo 1 punto a partir de contar con más de 3 satélites**



### Medición de la distancia a un satélite

La medición de la distancia se basa en la medida del tiempo, que tarda una onda electromagnética (a la velocidad de la luz 300.000 km/s) en ir del satélite al receptor GPS.

Debe conocerse con precisión el momento exacto en que se emite esta onda y en qué momento se recibe, y se aplica la fórmula:

$$\text{Distancia} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$

Se puede determinar la distancia del receptor al satélite. La medición del tiempo se hace con relojes de alta precisión, con resolución del nanosegundo (1 nanosegundo =  $10^{-9}$  segundo).

Se **sincronizan** todos los satélites y receptores de tal forma que generen el mismo código en el momento exacto. Se cotejan los códigos recibidos de un satélite y se comparan con los del receptor. La diferencia entre uno y otro es el tiempo en que la onda recorrió la distancia. La ventaja de usar un juego de códigos es que se puede efectuar la medición de desfase en el momento que se desee y cuantas veces se quiera, para poder hacer un promedio.

Tanto los satélites como los receptores generan un juego de códigos digitales llamados “pseudo-aleatorios” que pueden ser fácilmente comparados y se repiten en el orden de los milisegundos.

Los satélites van provistos de **relojes atómicos** muy precisos y costosos, en número de 4 por cada satélite para asegurarse que siempre se encuentre uno en funcionamiento. Estos utilizan como generador patrón de reloj a las oscilaciones de un átomo en particular, de ahí su denominación de atómico.

Los receptores pueden utilizar relojes de moderada precisión. Para obviar la imperfección de sincronismo que se pueda presentar, se utiliza una medición de rango a un satélite adicional y así minimizar el desvío de sincronismo de reloj receptor.

Los receptores se encuentran programados de tal manera de autodetectar que algo funciona mal, si no hay respuesta única, y asume que el problema se halla en la sincronización del reloj interno.

### Señales de los satélites

Expresado muy resumidamente, los satélites envían dos tipos de frecuencias portadoras: L1 = 1,5 Ghz y la L2 = 1,2 Ghz. Se utilizan dos frecuencias para eliminar el error ionosférico. Estas señales son las que se modulan con nuestro código pseudo-aleatorio con información de navegación y tiempo.

Así existen dos códigos: C/A y P

Con la portadora se puede medir la distancia entre la antena del receptor y el satélite. Esta es la medición de fase.

Observables: Son cada una de las señales que permiten determinar medición al satélite.

En función de los observables y la precisión, los receptores GPS se clasifican en:

- **Navegadores:** miden pseudodistancias sobre código C/A y precisiones por debajo de los 100 m.
- **Topográficos:** Disponen de gran memoria para almacenar las observaciones de código C/A o directamente posiciones para luego procesar diferencialmente las mismas con respecto a otro receptor fijo para obtener mediciones métricas o submétricas.
- **Geodésicos:** consiguen precisiones de 1 o 2 cm.

Debe señalarse que, por razones de seguridad nacional, el Departamento de Defensa de los EEUU puede distorsionar adrede la transmisión de las señales satelitales, lo que se denomina **Disponibilidad selectiva**, lo cual produce cambios de hasta +/- 90 m en el posicionamiento, no aceptables en la agricultura.

La **corrección diferencial** puede eliminar gran parte del error potencial y permiten aproximaciones de hasta 0,9 m. Tales correcciones son calculadas en Estaciones Base Diferenciales, que tienen las siguientes características: se les conoce las coordenadas X, Y y Z; constan de un receptor GPS, una computadora equipada con el Sistema de Información Geográfica (GIS) y un transmisor de radio.

Por lo tanto, para obtener precisión en GPS, es indispensable utilizar un receptor de corrección diferencial (**DGPS**) formado por un receptor GPS y un receptor de AM o FM que recibe los datos de información diferencial. Cabe aclarar que esta información no es gratuita.

### Métodos de levantamiento por GPS

**GPS estático:** Si se usan las lecturas independientes se logra una precisión de una o varias decenas de metros, lo cual puede ser aceptable para muchas aplicaciones (como la localización de un árbol) pero no es aceptable en trabajos topográficos. Para éstos se describen los métodos siguientes.

**GPS diferencial cinemático:** Se usa una estación fija (base) y otras móviles. Se hacen muchas observaciones desde la fija para determinar muy bien su ubicación. Luego se hacen lecturas más o menos rápidas desde las móviles, a las que se le hacen las mismas correcciones que se determinaron para la base, basados en la gran distancia a la cual se encuentran los satélites. Las correcciones son las mismas para la base que para las móviles dentro de una misma área. Se logra gran precisión si las correcciones para la estación fija se determinan en base a las coordenadas de un punto de control con coordenadas conocidas. Programas complejos (software) calculan las correcciones que deben afectar las lecturas GPS.

**GPS cinemático en tiempo real:** Si las estaciones móviles se conectan por radio con la estación base, se pueden hacer en tiempo real los ajustes a las lecturas GPS en las estaciones móviles, pues por estos enlaces de radio se envían las correcciones necesarias.

### Sistema de coordenadas

Las relaciones de espacios entre los satélites y los puntos terrestres donde se estacionan los receptores GPS se especifican en un sistema tridimensional de coordenadas rectangulares que tiene como origen un foco de la órbita del satélite (el cual coincide con el centro de gravedad de la Tierra, G). Como eje de las X se toma la línea recta que une los dos focos. El eje de las Y está en el plano de órbita y el eje de las Z es perpendicular a dicho plano (el satélite tiene ligeras desviaciones de su órbita en dirección Z).

Estas coordenadas se transforman luego a coordenadas geodésicas o rectangulares geocéntricas. Las geodésicas (longitud, latitud y altura) consideran a la Tierra como un elipsoide de revolución, que es la figura geométrica simple que mejor se ajusta al "geoide". El elipsoide más

conocido es el del sistema geodésico mundial de 1984 (WGS 84), que es del mismo Datum norteamericano de 1983 (NAD 83). También se puede considerar la Tierra como geoide, que idealiza la superficie terrestre como la "continuación de la superficie del mar bajo los continentes".

A partir de las coordenadas geodésicas se pueden calcular las coordenadas rectangulares para cada región específica de la superficie terrestre. Los programas de computación (software) especializados se encargan de estos cálculos para datos obtenidos por GPS.

### **Aplicaciones en el ámbito agropecuario**

El GPS tiene muchas aplicaciones, ya que permite georreferenciar sitios de interés (ubicación de mejoras, muestreos de suelos, zonas con diferentes tipos de relieve, potreros con distintos tipos de cultivos, etc.). Esta información es muy valiosa pues posibilita organizar la información a la hora de planificar las actividades en un establecimiento agropecuario, de manera de considerar la variabilidad intraparcularia, denominada "sitio-específica".

La maquinaria agrícola actual cuenta con sistemas GPS para agilizar y hacer más precisas las labores culturales, movimientos de tierra, siembra, cosecha, pulverizaciones, fertilización, entre otras. Los pilotos automáticos, monitores de rendimientos, mapas de suelos que permiten realizar delimitaciones de ambientes de acuerdo a su potencial productivo, la dosificación variable en las pulverizaciones y en la siembra, etc. Todas estas herramientas se engloban en lo que actualmente se conoce como **Agricultura de Precisión**<sup>2</sup> y es un área en constante crecimiento y desarrollo en cuanto a las tecnologías utilizadas en el agro.

## **Teledetección**

La teledetección es el conjunto de técnicas y conocimientos que permiten obtener información de un objeto sin estar en contacto con él. Aunque por su etimología, la teledetección abarca toda la percepción a distancia, en la actualidad el término quedó restringido a aquella que utiliza la energía electromagnética. Aquí se trata solamente la detección desde el espacio (espacial) y la aérea.

### **Bases físicas**

La energía electromagnética es el medio que permite transmitir la información del objeto a distancia. La misma se define como un conjunto de ondas que tienen ciertas longitudes y frecuencias características.

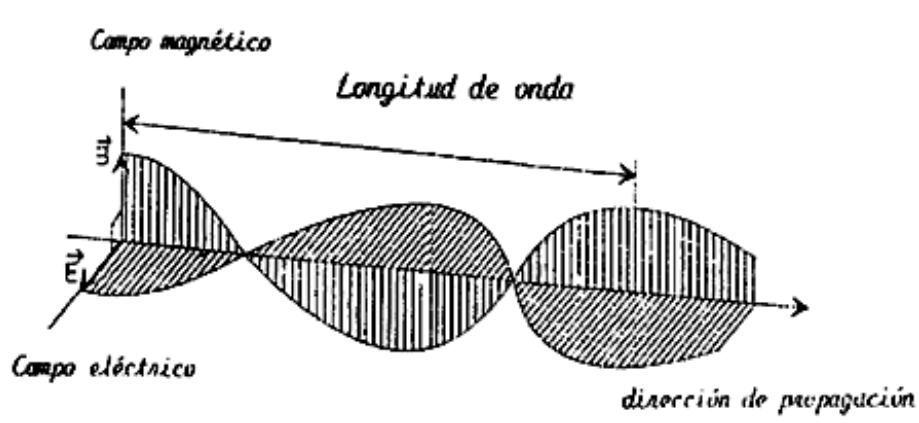
#### **Ondas electromagnéticas**

---

<sup>2</sup>Más información se puede obtener en la página oficial del Proyecto de Agricultura de Precisión del INTA Mandredi (<https://www.argentina.gob.ar/inta>).

Una onda electromagnética es un conjunto de dos vectores ortogonales indisolubles (campo eléctrico y campo magnético) que se propagan en el espacio y cuya amplitud varía periódicamente en forma sinusoidal (Figura 8.9).

**Figura 8.9: Onda electromagnética**



Los parámetros más importantes de una onda son:

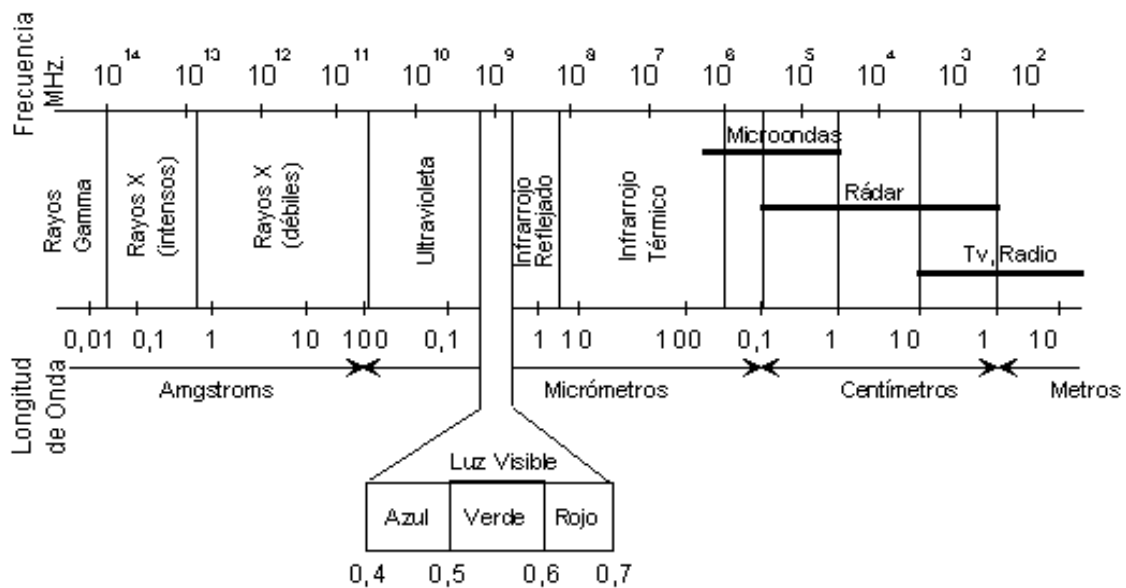
- su **velocidad** de propagación en el vacío ( $c$ ), todas las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz (300.000 km/s).
- la **longitud de onda** ( $\lambda$ ) es la distancia mínima entre dos puntos en el espacio alcanzado por la onda. Existen ondas electromagnéticas de todas las longitudes, desde muy cortas como los rayos cósmicos hasta muy largas como las ondas de radio. La longitud de onda con que emiten los objetos depende de su temperatura. Cuanto mayor es la temperatura, más rápido vibran los electrones y las longitudes de onda de la radiación emitida son más cortas (Ley de Wien).

De las características anteriores se deduce la **frecuencia** ( $f$ ). Al ser la velocidad de propagación de la energía electromagnética ( $c$ ) constante (300.000 km/s), se observa una relación inversa entre longitud de onda ( $\lambda$ ) y frecuencia " $f$ ".

$$f = \frac{c}{\lambda} \text{ (en Hz o s}^{-1}\text{)}$$

### Espectro electromagnético

Existen ondas electromagnéticas visibles por el ojo humano, otras requieren de sensores especiales que permiten registrar y medir la energía. Aunque la sucesión de valores de  $\lambda$  es continua, suele establecerse una serie de bandas en donde la radiación electromagnética tiene un comportamiento similar. La organización de estas bandas se denomina espectro electromagnético (Figura 8.10). Las más utilizadas por la tecnología actual son:

**Figura 8.10: Espectro electromagnético (adaptado de Chuvieco, 1995)**

**Visible** (0.4-0.7  $\mu\text{m}$ ): Es la única radiación electromagnética perceptible por el ojo humano. Coincide con la longitud de onda donde es máxima la radiación solar. Se pueden localizar los colores primarios en las longitudes:

Azul: 0.4 - 0.5 $\mu\text{m}$  Verde: 0.5 - 0.6 $\mu\text{m}$  Rojo: 0.6 - 0.7 $\mu\text{m}$

**Infrarrojo reflejado o cercano** (0.7-1.3  $\mu\text{m}$ ): Es una banda importante para diferenciar vegetación y contenido hídrico.

**Infrarrojo medio** (1.3-8  $\mu\text{m}$ ): En esta región se entremezclan los procesos de reflexión de luz solar y de emisión de la superficie terrestre.

**Infrarrojo lejano o térmico** (8-14  $\mu\text{m}$ ): Es la región del espectro en la que emiten energía los cuerpos de la superficie terrestre.

**Microondas** (desde 1  $\mu\text{m}$ ): Tiene la característica de ser transparente a la nubosidad, pero lleva asociada muy poca energía.

### Influencia de la atmósfera

La energía proveniente del Sol atraviesa la atmósfera antes de alcanzar la superficie de la Tierra. La atmósfera tiene un comportamiento selectivo, lo cual significa que absorbe y emite radiación en ciertas longitudes de onda y es transparente en otras. Los procesos que afectan a la energía electromagnética al atravesar la atmósfera son: absorción, dispersión, emisión, reflexión.

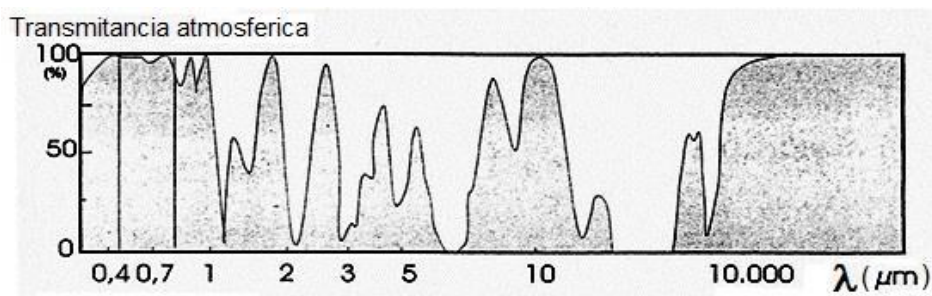
La **absorción**: el oxígeno ( $\text{O}_2$ ) y el ozono ( $\text{O}_3$ ) son los gases más importantes en la absorción de la radiación de onda corta en la parte superior de la atmósfera. Mientras que el vapor de agua y el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) son los principales absorbentes de la radiación de onda larga. Los cuatro gases mencionados anteriormente constituyen las llamadas "**Bandas de Absorción**".



Las zonas del espectro, donde la absorción es mínima, se llaman **Ventanas Atmosféricas** (Figura 8.11). Los sensores se diseñan para que trabajen en esas regiones. Las ventanas empleadas en el rango visible e IR son:

1. 0,3  $\mu\text{m}$  a 1,3  $\mu\text{m}$
2. 1,5  $\mu\text{m}$  a 1,8  $\mu\text{m}$
3. 2,0  $\mu\text{m}$  a 2,6  $\mu\text{m}$
4. 3,0  $\mu\text{m}$  a 3,6  $\mu\text{m}$
5. 4,2  $\mu\text{m}$  a 5,0  $\mu\text{m}$
6. 7,0  $\mu\text{m}$  a 15,0  $\mu\text{m}$

**Figura 8.11: Ventanas atmosféricas**



La **dispersión** (*scattering* en lengua inglesa) es la combinación de reflexión y refracción de la energía por partículas y moléculas (aerosoles, polvo muy fino, moléculas de agua, contaminantes) independientemente de la fuente de energía (Sol o Tierra). La radiación dispersada es desviada dependiendo de la relación de dimensiones entre la  $\lambda$  de la energía y el tamaño de las partículas.

Se distinguen tres tipos de dispersión:

- **Dispersión Rayleigh:** cuando la  $\lambda$  es superior al diámetro de las partículas dispersadas. Esta dispersión es la causa de que el cielo se vea azul, dado que las partículas que la producen son las moléculas de los gases que componen la atmósfera y las radiaciones más dispersadas son las de menor longitud de onda (azul).
- **Dispersión no selectiva:** cuando la partícula es mucho mayor que la  $\lambda$  de la energía.
- **Dispersión Mie:** cuando la  $\lambda$  y el diámetro son del mismo orden de magnitud.

Como consecuencia de los diversos tipos de dispersión de la energía proveniente del Sol, parte es retrodispersada, alejándose de la Tierra, llamada "Luz del Aire", otra parte sufre múltiples choques y desvíos, pudiendo o no llegar a la superficie terrestre, llamándose "Luz difusa o Luz del cielo", y la última parte llega directamente a la superficie.

La **emisión** por parte de la atmósfera se explica porque al tener una temperatura mayor que  $0^\circ\text{K}$ , emite energía (Ley de Planck). Dado que está en equilibrio térmico con su medio, irradia una energía igual a la absorbida.

La **reflexión** es el principal fenómeno de interacción para materiales de la superficie terrestre en el espectro visible. Se mide a través de la **Reflectancia**.

### Características espectrales de las cubiertas terrestres

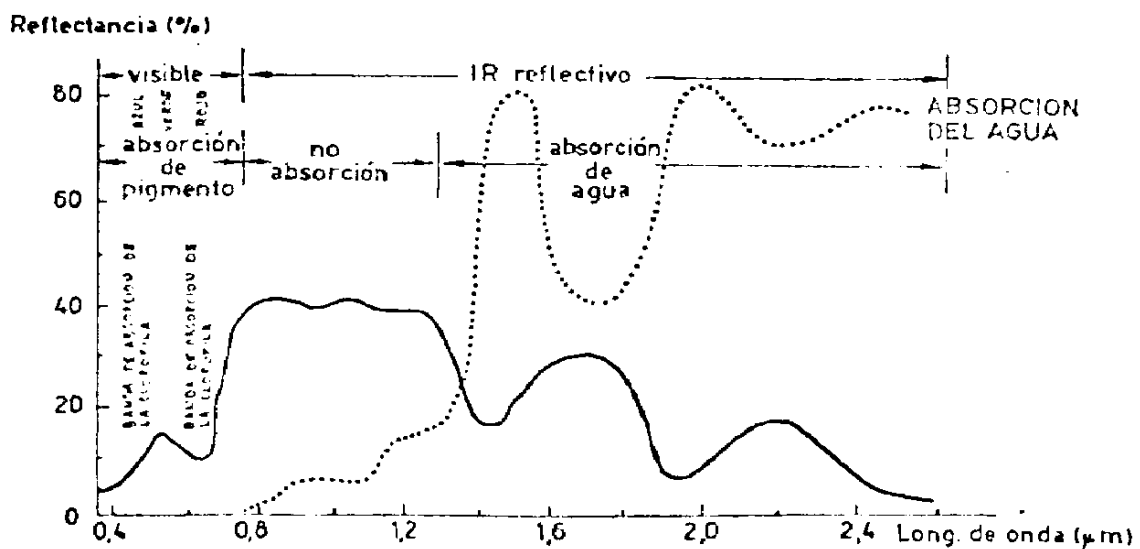
La energía captada por el sensor corresponde a la proveniente del píxel. Por lo tanto es la integración de las respuestas de todos los objetos que lo componen (vegetación herbácea, forestal, suelos, caminos, pueblos, lagunas, etc.). Teniendo presentes estas consideraciones, se presenta la respuesta espectral de 3 elementos: vegetación, suelos y agua.

### Vegetación

La firma espectral típica de la vegetación vigorosa sana se manifiesta a través de su respuesta espectral, que abarca la porción del espectro que va desde los  $0,4 \mu\text{m}$  hasta  $2,5 \mu\text{m}$ . En la curva (Figura 8.12) se distinguen tres zonas:

- **$0,5 \mu\text{m}$  a  $0,75 \mu\text{m}$** , es la zona donde predomina la **influencia de la pigmentación**. Aquí la clorofila absorbe la mayor cantidad de energía, teniendo una mayor reflexión en la zona del verde ( $0,55 \mu\text{m}$ ).
- **$0,75 \mu\text{m}$  a  $1,35 \mu\text{m}$** , zona afectada considerablemente por la **estructura interna de la hoja**, se caracteriza por una alta reflectancia y una baja absorción.
- **$1,35 \mu\text{m}$  a  $2,5 \mu\text{m}$** , la respuesta es función del **contenido de agua en la hoja**, que a su vez está relacionado con el espesor de la hoja. A medida que las hojas envejecen, decrece el contenido de humedad provocando aumentos en la reflectancia en estas bandas.

Figura 8.12: Firma espectral de vegetación sana



En síntesis, las variaciones en la pigmentación, características histológicas y contenido de humedad del follaje, dan origen a diferentes gráficas de reflectancia espectral. Se debe aclarar que las diferentes especies vegetales pueden tener características espectrales similares en una

etapa de crecimiento dada, por lo tanto, es importante estudiar la variación temporal de las distintas especies. Cuando estas propiedades cambian, la respuesta espectral también, permitiendo así el reconocimiento de distintos estados fisiológicos de la vegetación.

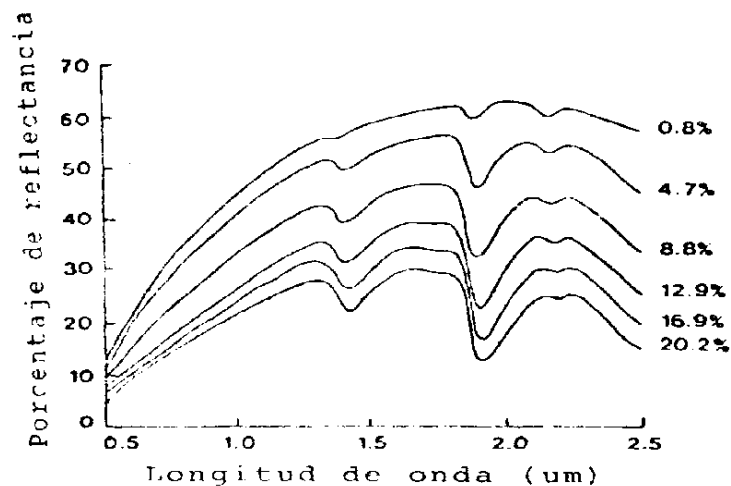
### Suelos

Los suelos tienen una curva de respuesta menos compleja que la vegetación, el rango va desde los 0,4  $\mu\text{m}$  a 2  $\mu\text{m}$ . Las propiedades físicas del suelo están ligadas a la **textura** y a la estructura. La textura es una de las características más permanentes, mientras que la estructura varía con la actividad agrícola, como el laboreo y con los factores ambientales. La reflectancia dependerá de la textura, la estructura, el contenido de materia orgánica, óxidos de hierro y de otras variables como humedad, temperatura, salinidad, etc.

Los suelos de **textura** muy fina, como los arcillosos, tienen alta capacidad de retención de humedad y en ellos las bandas de absorción del agua están bien diferenciadas. En la Figura 8.13 se observa que con altos contenidos de **humedad** las bandas son notables (escotaduras), y su influencia es menor cuando tiene muy baja humedad.

Las condiciones de manejo de los suelos afectarán la respuesta espectral, ya que influyen sobre el contenido de humedad, la rugosidad superficial, el contenido de materia orgánica, etc. Como ejemplo, un suelo arado presenta una menor respuesta en comparación con un suelo no laboreado; a medida que el contenido de materia orgánica disminuye, la reflectancia será mayor.

**Figura 8.13: Reflectancia de suelo arcilloso con distintos grados de humedad (Swain and Davis, 1978)**



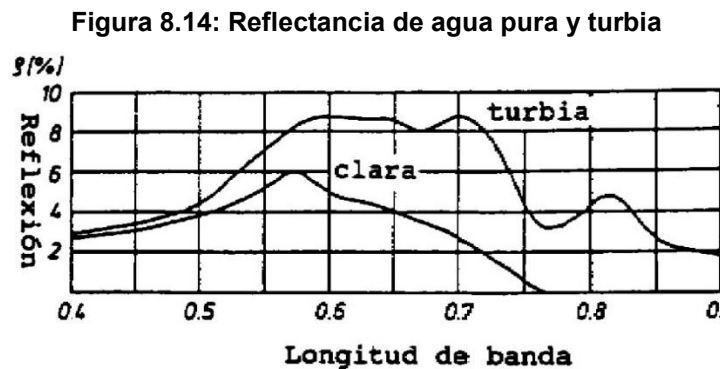
La relación entre porcentaje de **materia orgánica** (MO) y reflectancia no es constante y depende de las condiciones de drenaje, de la región climática e incluso del grado de descomposición de la MO.

La **temperatura** (T°C) del suelo es detectable en la región del IR térmico. Está relacionada con pérdidas de humedad por evapotranspiración, la actividad microbiológica, la descomposición de la MO, la germinación de las semillas, y el crecimiento de los cultivos.

En síntesis, el aumento de reflectancia está altamente correlacionado con una disminución del contenido de humedad, de rugosidad, tamaño de las partículas, contenido de materia orgánica y cantidad de óxido de hierro presente en el suelo. Las zonas del espectro correspondientes al reflectivo y térmico proveen información útil para delinear características de los suelos y así interpretar sus variaciones.

## Agua

El agua en estado líquido se caracteriza por su baja respuesta espectral. En la Figura 8.14 se presenta la reflectancia de cuerpos de agua pura (limpia, translúcida) y turbia.



En general, cuando el agua está limpia y poco profunda, la energía registrada por el sensor es función de la arena, roca o cualquier tipo de sedimento que se encuentre en el fondo. Asimismo, la turbidez causada por sedimentos en suspensión afecta la respuesta. En la Figura 8.14 se observa que el agua turbia tiene mayor reflectancia que el agua pura y su máximo está desplazado hacia longitudes de onda mayores. La máxima diferencia entre las respuestas espectrales del agua turbia y agua clara se observan en el rango 0,6 μm–0,9 μm.

Los contaminantes afectan el color, la turbidez o la temperatura del agua a ser detectada por los sensores remotos. Los cuerpos de agua contienen materiales orgánicos e inorgánicos en suspensión y en el fondo. Estos materiales producen dispersión y absorción de la energía incidente y provocan variaciones significativas en la energía transmitida a través del agua.

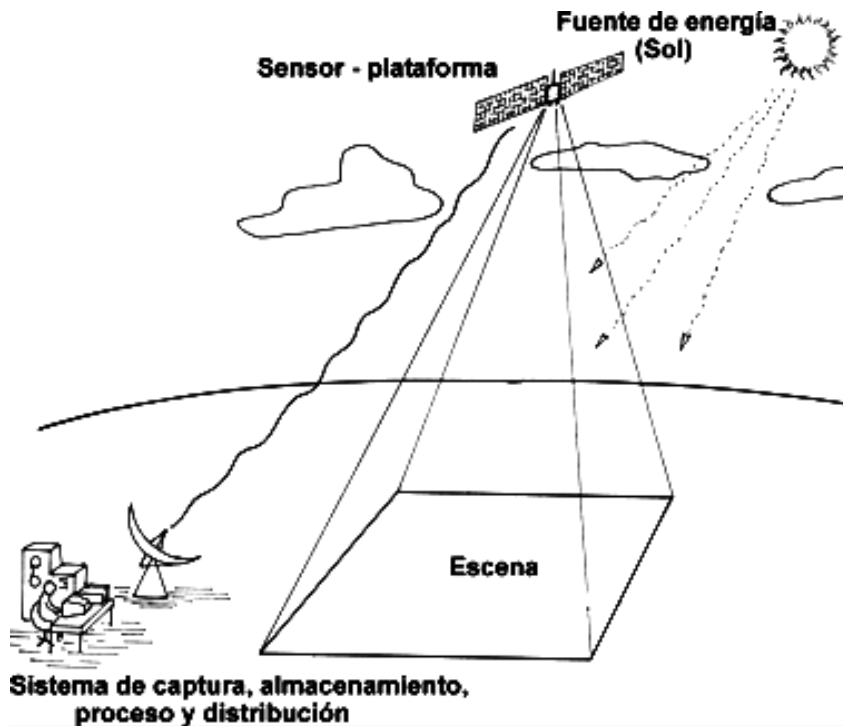
## Sistema de teledetección

Un sistema de teledetección genérico (Figura 8.15) requiere la existencia de:

- **Sistema sensor:** sensor y plataforma, incluyendo el vector que lo transporta hasta su órbita de operación.
- **Escena:** área barrida en cierto tiempo por el sensor.

- **Fuente de energía:** el Sol (para los sensores pasivos) o propia del sensor (para los sensores activos)
- **Sistema de proceso:** incluye las estaciones terrestres capaces de recibir la información del sensor, interpretarla y distribuirla. Las **estaciones de recepción y procesamiento** de las imágenes se encuentran localizadas por todo el mundo.

Figura 8.15: Sistema de teledetección

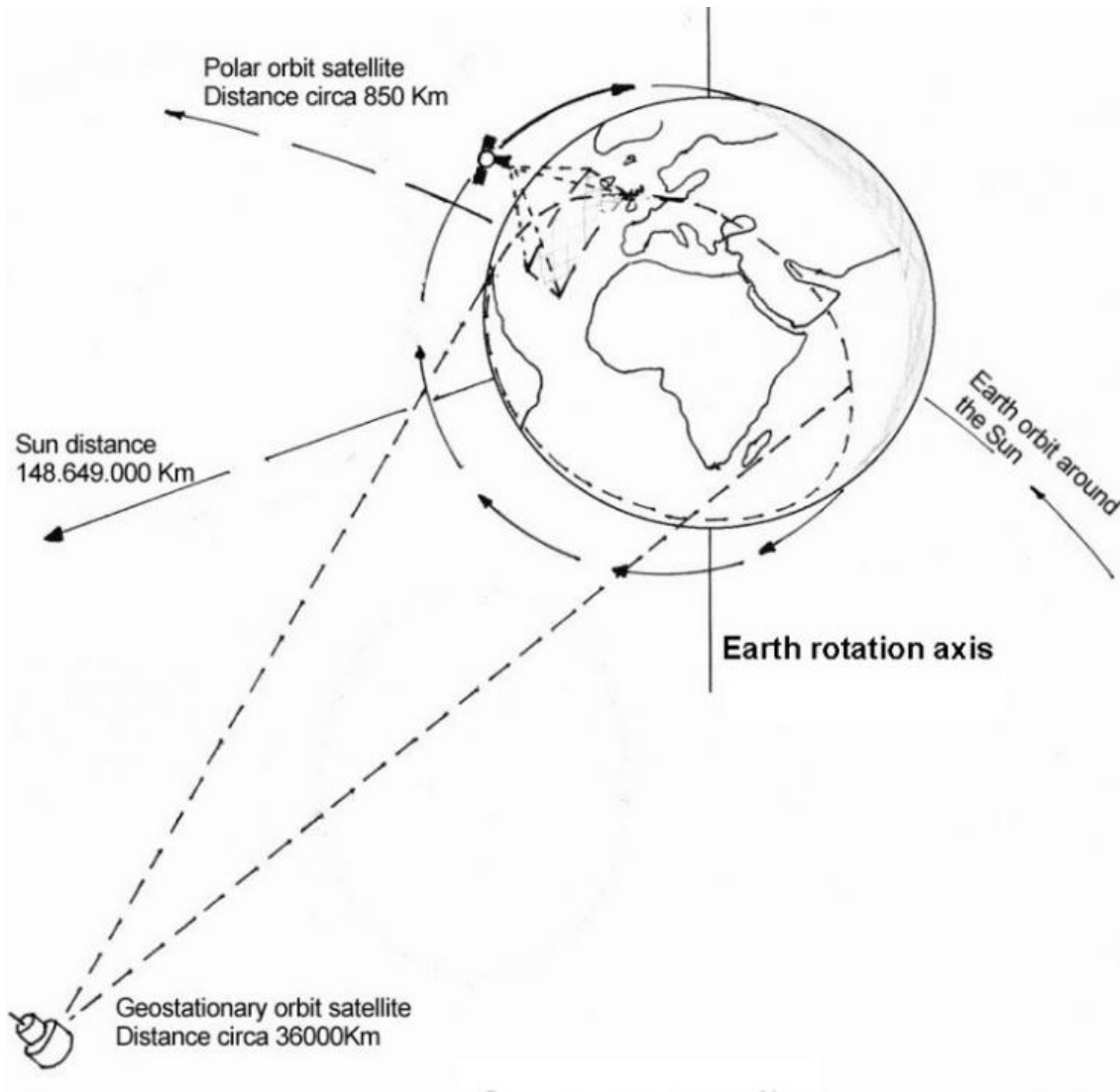


### Clasificación de los satélites

Según el **tipo de órbita** los satélites (Figura 8.16) se pueden clasificar en:

- **De órbita geoestacionaria ecuatorial:** el satélite está a 36000 km de distancia y se encuentra fijo sobre un punto en el Ecuador. Sólo ve una cara de la Tierra de manera permanente. Por ejemplo, los satélites meteorológicos METEOSAT, GOES.
- **De órbita cuasipolar heliosincrónica:** el satélite utiliza orbitas mucho más bajas, entre los 500 a 1200 km, y siempre vuelve a pasar por la vertical de un lugar a la misma hora solar (heliosincronismo). El satélite se desplaza pasando cerca de los polos. Por ejemplo, los satélites SPOT, LANDSAT, NOAA, RADARSAT, SENTINEL, COSMO, SAO-COM, etc.

Figura 8.16: Distintos tipos de órbitas



De acuerdo a su **finalidad** los satélites se pueden clasificar en:

- **Meteorológicos:** están destinados a la observación y predicción meteorológica, su órbita es geoestacionaria, y capturan imágenes de la Tierra cada 30 minutos. Los satélites METEOSAT, NOAA, GOES, METEOR y el GMS, integran el sistema de observación meteorológica mundial.
- **De recursos naturales:** su objetivo es recoger información medioambiental, su órbita es heliosincrónica. Dentro de este tipo de satélites se encuentran el LANDSAT, EO-1, SPOT, IRS, IKONOS, RADARSAT, ERS, SENTINEL, COSMO, SAOCOM, etc.

### Sensores

Pueden clasificarse de acuerdo a diversos criterios. En función de la fuente de energía empleada se dividen en:

- **Pasivos:** La fuente de energía es el Sol. Son instrumentos que recogen la energía radiante proveniente de la escena enfocada.

- **Activos:** La fuente de energía es el mismo sensor. Esto permite obtener imágenes en cualquier condición meteorológica y lumínica independientemente del Sol.

## Sensores pasivos

### Sistemas fotográficos

Basan su funcionamiento en la impresión de la escena sobre películas fotosensibles, con el apoyo de un sistema óptico que permite controlar las condiciones de la exposición. Los cuatro componentes más importantes de este tipo de sensores son:

- **Tipo de película:** el más empleado es el film pancromático, en el cual se recoge todo el espectro visible sobre una sola emulsión. Con el film infrarrojo (IR) se recogen en tonos de gris la radiación correspondiente al infrarrojo cercano.
- **Número de objetivos:** la observación múltiple puede realizarse incorporando varios objetivos –cada uno de ellos con un filtro apropiado- en una sola cámara, lo que permite impresionar la misma imagen en diversas bandas del espectro; o bien ensamblando varias cámaras sobre un mismo soporte, cada una de ellas con filtros y films apropiados.
- **Angulo de observación:** en la fotografía vertical (la más empleada), las imágenes son captadas perpendicularmente al terreno (permitiéndose 5° de desviación) y en la fotografía oblicua con un ángulo de visión inferior a 90° (en estudios del relieve y asentamientos humanos entre otros usos).
- **Altura de observación:** con la cámara métrica RMK 20/30 se obtuvieron unas fotografías estereoscópicas sobre varias regiones del mundo a una escala de 1: 820000 a 250 km de altura, con una resolución aproximada de 20 a 30 m, utilizándose principalmente con fines cartográficos (Chuvieco, 1995).

### Exploradores de barrido (*scanners*)

Sensores óptico-electrónicos, que combinan una óptica semejante a la de la fotografía, con un sistema de detección electrónica que evita la dependencia de una superficie sólida.

Entre estos sensores, los más comunes son los exploradores de barrido (*scanners*), que cuentan con un espejo móvil que oscila perpendicularmente a la dirección de la trayectoria. Esto les permite explorar una franja de terreno a ambos lados de la traza del satélite. La radiancia recibida de este componente óptico se dirige a una serie de detectores, que la amplifican y convierten a una señal eléctrica, que a su vez se transforma en un valor numérico que puede almacenarse a bordo o transmitirse a la red de antenas receptoras. La información recibida se graba para su posterior proceso.

La señal enviada por el equipo óptico a estos detectores se muestrea a intervalos regulares, de tal forma que únicamente se graba un valor numérico cada cierta distancia. Ese intervalo marca el tamaño de la unidad mínima de información adquirida por el sensor, que se denomina **píxel (PICTure ELeMent)**. La señal detectada por cada píxel está en íntima relación con el tipo de cubierta observada. Si la señal proviene de una superficie homogénea, el valor del píxel

definirá correctamente a dicha cubierta; en el caso de ser una superficie heterogénea, el resultado será un promedio de las características espectrales de todas ellas.

En muchos equipos de exploración por barrido, la señal recibida se descompone a bordo en varias longitudes de onda, enviándose cada una a un tipo especial de detectores, sensibles a este tipo de energía, denominándose exploradores de barrido **multiespectral**, pues detectan la misma superficie del terreno en distintas bandas del espectro. El número y el ancho de estas bandas (resolución espectral) están en función del diseño del propio sensor, del número de detectores con que cuenta, de su óptica, etc.

Las diferencias entre los equipos de barrido multiespectral y los sensores fotográficos son:

- Permiten ampliar la banda del espectro detectada a longitudes de onda mayores del visible. Las emulsiones están limitadas al rango 0,4 a 0,9  $\mu\text{m}$ , mientras que los equipos de barrido pueden abarcar de 0,4 a 12,6  $\mu\text{m}$ , incluyendo el infrarrojo medio y el térmico.
- Mayor facilidad en la calibración y en la corrección radiométrica de datos.
- Posibilidad de realizar coberturas sistemáticas y de grandes espacios gracias a su capacidad de transmitir datos en tiempo real.
- Grabación digital de la información, que asegura su fiabilidad y permite su tratamiento asistido por computadora.

Como desventajas se citan su menor resolución espacial y la exigencia de contar con equipos especiales de tratamiento de imágenes.

Ejemplo de este sistema es el Barredor Multiespectral de los satélites LANDSAT.

### **Exploradores de empuje (CCD)**

En esta tecnología se elimina el espejo oscilante, gracias a que dispone de una cadena de detectores que cubre todo el campo de visión del sensor. Estos detectores se van excitando con el movimiento orbital del satélite, explorando en cada momento una línea completa, desplazándose ésta simultáneamente con la plataforma. Los detectores sólidos que forman un explorador por empuje se denominan dispositivos de acoplamiento por carga (*Charge Couple Devices CCD*). Al eliminar la parte móvil, se aumenta la resolución espacial del sistema respecto a los barredores convencionales. Además, no se requiere que los sensores sean interrogados una vez por píxel, sino sólo una vez por línea, lo que agiliza la detección y emisión de datos.

Ejemplos de este sistema son el Alta Resolución Visible (*High Resolution Visible HRV*) del satélite francés SPOT, y los sensores del hindú IRS-1 y del japonés MOS-1.

### **Tubos de Vidicon**

Se trata de un sistema análogo a la cámara de televisión, que puede trabajar en el rango pancromático o multibanda. La imagen es enfocada sobre un foto-conductor, construyéndose una réplica electrónica de la imagen original, que se mantiene en esa superficie hasta que el haz de electrones la barre de nuevo, restaurando así su equilibrio. Ejemplo en el LANDSAT-1.



### Mapeador Temático (Thematic Mapper TM)

Es un sensor de los satélites LANDSAT, diseñado directamente para la cartografía temática, como su nombre lo indica. Al igual que el antecesor MSS, es un sensor multiespectral (7 bandas, una en el IR térmico 10,4 a 12,5  $\mu$ m). Las diferencias con el MSS antecesor, es que aumenta el número de detectores de 24 a 100, reduce el IFOV, aumentan los niveles de codificación y realiza el barrido en las 2 direcciones. Con esto se logra mejorar la resolución espacial, pasando de 80 m a 30 m, la espectral de 4 a 7 bandas, y la radiométrica de 6 a 8 bits.

### Sensores activos

#### Radar

Es un radiómetro activo de microondas, que trabaja en una banda comprendida entre 0,1 cm y 1m. El RADAR (**RA**dio **D**etection **A**nd **R**anging, o sea radioteledetección y telemetría) permite obtener información sobre la escena referente a su topografía, rugosidad, cobertura y humedad. Capta la radiación que él mismo genera. Esta característica le permite ver a través de las nubes, la neblina, la lluvia y durante la noche. Debido a su flexibilidad al poder trabajar en cualquier condición atmosférica es cada vez más utilizado.

En general, cuanto más larga es la longitud de onda ( $\lambda$ ) del radar, mayor será la penetración de la energía dentro del material. La señal de los radares que operan en  $\lambda > 2$  cm casi no se deteriora por la presencia de nubes, mientras que la lluvia representa un factor importante para  $\lambda < 4$  cm.

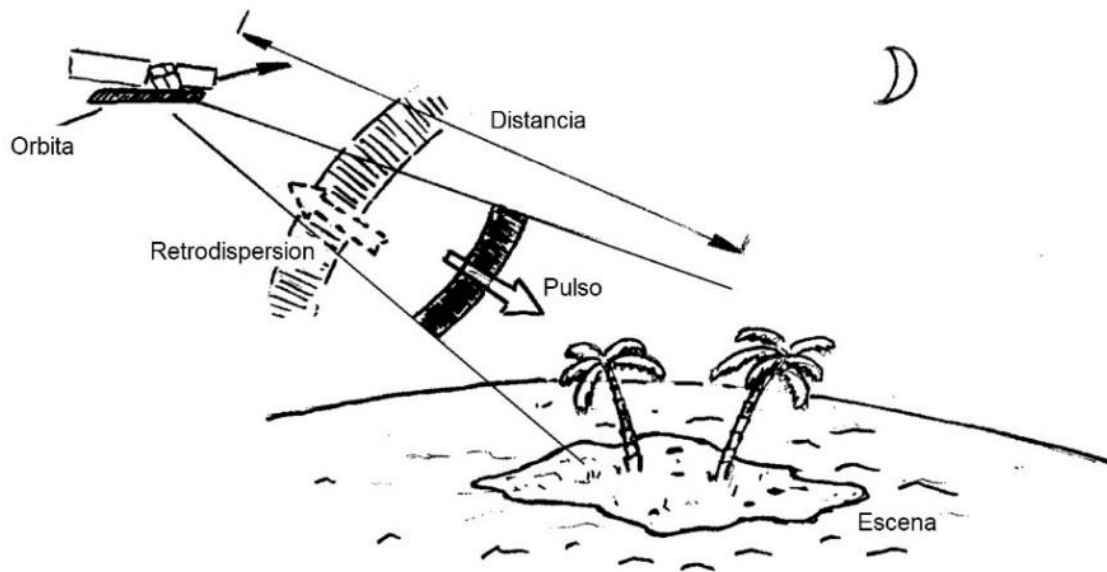
Otras diferencias con respecto a los sensores pasivos responden a la inclinación con la que el radar transmite la señal. Al ser la superficie de la Tierra iluminada en forma oblicua, las imágenes permiten identificar mejor las características asociadas a la rugosidad del terreno, además las “sombras” generadas posibilitan distinguir vegetación con distintas alturas o características estructurales, el hielo, los edificios y las estructuras geológicas. Por otro lado la  $\lambda$  del radar permite registrar mejor la humedad del suelo. Son justamente estas diferencias las que permiten potenciar la información proveniente de los sensores remotos, mediante la combinación de imágenes ópticas con imágenes radar (Salgado, 2012).

La utilización civil del radar comenzó en la década del 70', tuvo amplio desarrollo en los 90' (con ERS y RADARSAT), y actualmente se agregaron los sistemas COSMO y SAOCOM.

Un sistema de radar se basa en tres acciones (Figura 8.17):

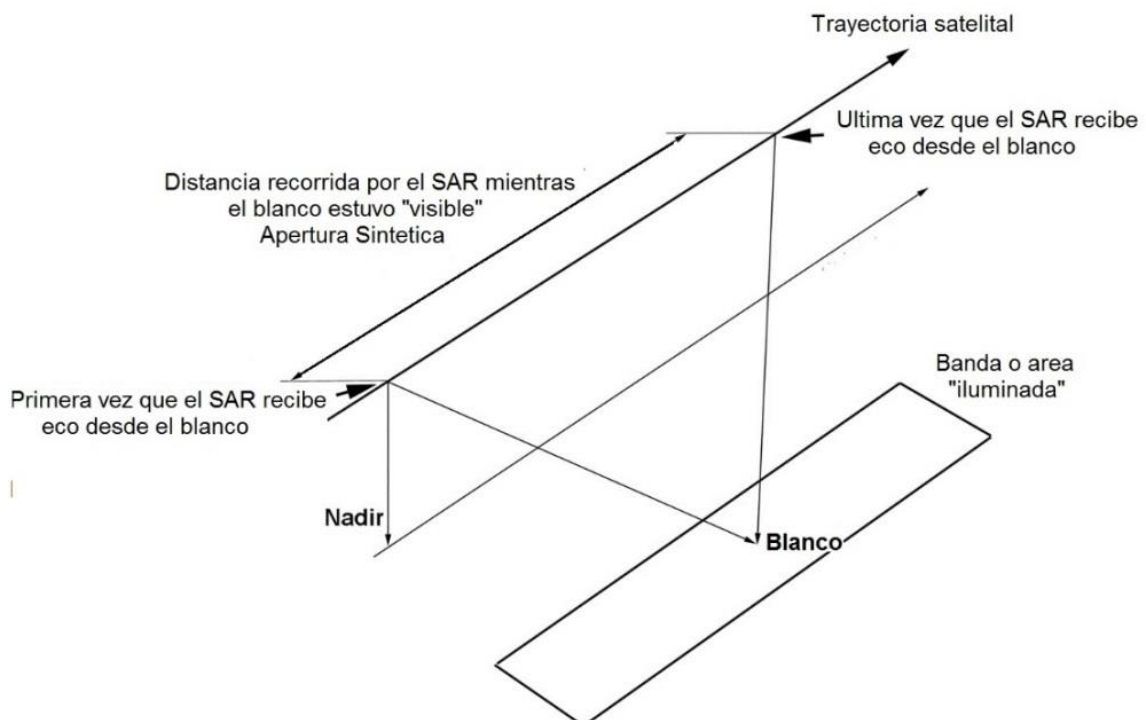
- **Transmite** señales de microondas (radio) hacia una escena
- **Recibe** la porción de la energía transmitida, que es reflejada desde la escena iluminada
- **Mide** la potencia de la señal reflejada (intensidad) y el tiempo necesario para que la señal regrese al sensor (tiempo transcurrido entre emisión y recepción).

**Figura 8.17: RADAR**



El tipo de radar más utilizado es el **radar de apertura sintética (Synthetic Aperture Radar SAR)**. Su principio se basa en el efecto *Doppler*, que afecta la observación realizada cuando existe un movimiento relativo entre objeto y sensor, registrándose los pulsos de un mismo punto de la superficie terrestre en dos momentos distintos de la trayectoria, de manera que la resolución es equivalente a la que se obtendría con una antena de similar longitud a la distancia existente entre ambos puntos (Figura 8.18).

**Figura 8.18: Concepto de apertura sintética**



### Espectro Electromagnético del radar

Los radares trabajan en la porción del espectro electromagnético de las microondas, que tienen frecuencias entre 0,3 y 300 GHz y  $\lambda$  entre 1m - 1mm. La mayoría de los radares de percepción remota operan con señales de  $\lambda$  entre 0,5 cm y 75 cm. La frecuencia de las microondas se clasifica de manera arbitraria en bandas identificadas por letras. Las que se emplean más comúnmente en los radares son:

**Banda- X:** de 2,4 cm a 3,75 cm (12,5 a 8 GHz), se utiliza en el **COSMO-Skymed**.

**Banda- C:** de 3,75 a 7,5 cm (14 a 8 GHz), se utiliza en **RADARSAT** y **Sentinel**.

**Banda- S:** de 7,5 a 15 cm (4 a 2 GHz), utilizada en el **Almaz**.

**Banda- L:** de 15 a 30 cm (2 a 1 GHz), se utiliza en el **SAOCOM**

**Banda- P:** de 30 a 100 cm (1 a 0,3 GHz), utilizada en el **AIRSAR**.

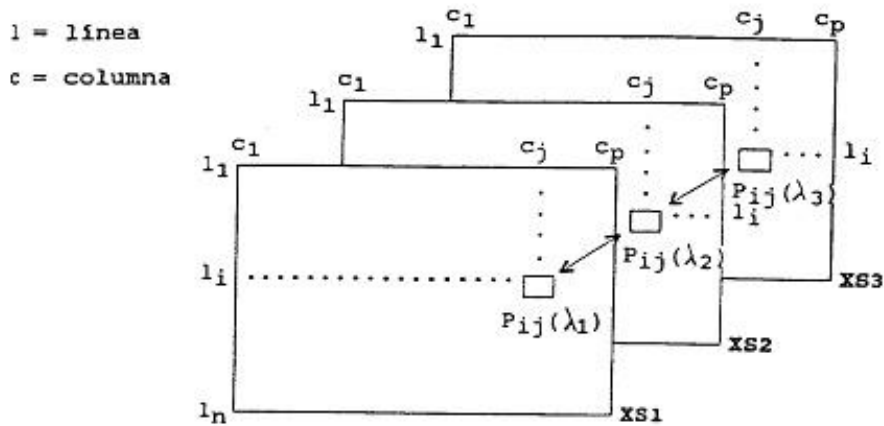
### Imagen satelital

Los datos de la escena, captados por los sensores, se ordenan formando una imagen. La imagen digital es una **matriz** (que se almacena en el disco de la computadora) conformada por unidades llamadas **píxeles** que están alineadas en filas y columnas. En un píxel  $P_{ij}$  se asocian tres valores:

- su coordenada en línea **li**
- su coordenada en columna **cj**
- la medición física realizada por el receptor en ese píxel en un sector de  $\lambda$  dado: **Lij**.

Los sensores que registran esta medición física en varias bandas espectrales son llamados **multiespectrales**. Una imagen multiespectral está constituida de  $k$  matrices llamadas **canales o bandas**. Es decir, el eje  $z$  contiene la cantidad de bandas y la profundidad de la imagen dependerá de estas bandas. Por ejemplo, una imagen SPOT multiespectral (o en modo XS) posee tres canales llamados  $XSk$ , donde  $k = 1,2,3$  (Figura 8.19). El píxel  $P_{ij}$  tiene como coordenadas  $l_j$  y  $c_j$  y tres mediciones físicas asociadas  $XS1_{ij}$ ,  $XS2_{ij}$ ,  $XS3_{ij}$ , llamadas intensidades o valores radiométricos.

**Figura 8.19: Imagen multibanda**



Las intensidades radiométricas de un canal en bruto son recuentos numéricos que pueden alcanzar valores comprendidos entre dos límites extremos que son en general 0 y 255, permitiendo entonces hasta 256 valores posibles, estos valores están codificados en octetos u 8 bits.

**Formato de la imagen**

El formato de la imagen se refiere a un conjunto de especificaciones que permiten restituir la imagen. Cada imagen tiene un archivo de cabecera con los datos de la fecha, hora de obtención, sensor, número de píxeles, de líneas, de bit/píxel y de bandas que puede ser vista en el monitor cuando la imagen lleva una cabecera o cuando el archivo con la información numérica lleva asociado otro que contiene la información.

**Resolución de una imagen**

La resolución se puede definir como la habilidad del sistema sensor para discriminar detalles de un objeto, la resolución la da el conjunto y no cada parte. Se puede hablar de resolución espacial, temporal, radiométrica y espectral.

La **resolución espacial** se vincula al tamaño del objeto más pequeño que se puede distinguir en la imagen, dado por la dimensión del píxel.

**Tabla 8.1: Resolución espacial**

| Sensor       | Pixel |
|--------------|-------|
| MSS LANDSAT  | 80 m  |
| TM LANDSAT   | 30 m  |
| XS HRV SPOT  | 20 m  |
| PAN HRV SPOT | 10 m  |

La **resolución temporal** hace referencia a la periodicidad, con que el sensor puede adquirir una nueva imagen del mismo punto de la Tierra.

**Tabla 8.2: Resolución temporal**

| SATELITE   | METEOSAT   | LANDSAT | SPOT    |
|------------|------------|---------|---------|
| FRECUENCIA | 30 minutos | 16 días | 26 días |

Los satélites geoestacionarios meteorológicos tienen una resolución temporal mayor (30 minutos) que los de recursos naturales, pero su resolución espacial es menor. Ganar en una resolución implica perder en otra.

**Resolución radiométrica** se refiere a la capacidad para discriminar niveles o intensidades de radiancia. Es el rango dinámico, o número de posibles valores que puede tomar cada dato. El ojo humano puede distinguir unos 64 niveles de grises ( $6 \text{ bits} = 2^6$ ); para la interpretación visual alcanza con esa resolución. Por ejemplo, con 8 bits, el rango de valores va de 0 a 255 (o sea,  $2^8$ ).

**Resolución espectral** es la habilidad del sensor de discriminar distintas  $\lambda$  del espectro electromagnético. Por ej., la banda 1 del TM LANDSAT capta la energía reflejada entre 0.45 y 0.52  $\mu\text{m}$  (color azul). Resulta una resolución espectral más fina que la de la banda pancromática del SPOT, cuyo rango va entre 0.51 y 0.73  $\mu\text{m}$  (en espectro visible, desde el azul al rojo). El radar es el que tiene menor resolución espectral, dado que trabaja en 1 sola banda.

### Interpretación de imágenes

Se refiere al conjunto de técnicas destinadas a diferenciar, reconocer e identificar objetos o fenómenos en una imagen e interpretar su significado.

En primer lugar, se debe considerar el **objetivo** del trabajo, a los fines de definir parámetros y métodos a emplear. Como ejemplo de posibles objetivos, se pueden nombrar el mapeo de la cobertura del suelo, red de drenaje, identificación de áreas bajo riego, temperatura y composición de cuerpos de agua, mapeo de humedad del suelo, inventario forestal, etc.

La **escala (E)** es uno de primeros parámetros a definir, y está vinculado al objetivo mencionado. Es la relación entre las dimensiones lineales en la imagen y en el terreno.

$$E = \text{Imagen} / \text{Terreno}$$

La **escala (E)** condiciona la unidad mínima de información que debe considerarse en el mapa, denominada **Mínima Unidad Cartografiable (MIC)**. Se recomienda que la MIC no sea inferior a 4 mm<sup>2</sup> medidos a escala del mapa. De aquí que la escala de trabajo se conecte directamente con el tipo de sensor más idóneo para abordar el mismo. De acuerdo con la Asociación Cartográfica Internacional son:

**Tabla 8.3: Escalas límite más idóneas para los distintos sensores**

|         |       |               |
|---------|-------|---------------|
| NOAA    | AVHRR | 1 : 2.000.000 |
| LANDSAT | MSS   | 1 : 200.000   |
| LANDSAT | TM    | 1 : 100.000   |
| SPOT    | HRV   | 1 : 50.000    |

Los **elementos visuales** en los que se basa la interpretación de una imagen son los siguientes:

- **Tono:** se refiere a las diferencias de color o brillo que presentan los objetos. El tono está relacionado con la intensidad de energía recibida por el sensor para una determinada banda del espectro. El tono se relaciona estrechamente con el comportamiento espectral de las distintas cubiertas, para la banda particular del espectro sobre la que se trabaje.
- **Textura:** se refiere al patrón de variaciones espaciales del tono, depende de la uniformidad espacial de los objetivos de la escena, puede clasificarse en textura fina, media y gruesa. Un objetivo espacialmente uniforme, como un cultivo, tendrá una textura más fina; por el contrario un objetivo espacialmente no uniforme como un bosque, tendrá una textura más gruesa. La textura es uno de los principales elementos en la interpretación de las imágenes radar, en este caso la textura de la escena se multiplica por el moteado o *speckle* (fluctuación estadística asociada con la brillantez de cada píxel en una escena).
- **Color:** se debe a la reflectividad selectiva de los objetos para distintas  $\lambda$ . Aquellas superficies con alta reflectividad en  $\lambda$  cortas, y baja en el resto, aparecen con color azul. A su vez, presentan color rojo si absorben las  $\lambda$  cortas y reflejan las largas. Si el sensor recoge información en las bandas del espectro azul, verde y rojo, puede obtenerse una composición en color natural.
- **Tamaño:** el tamaño absoluto de los objetos es función de la escala de la imagen, sin embargo, el tamaño relativo puede brindar información útil para la interpretación.
- **Forma:** los objetos pueden aparecer como puntos, líneas, polígonos o áreas.
- **Sombras:** las sombras pueden constituir una ayuda o un inconveniente en la interpretación, pueden dar ideas de las diferencias de altura entre los objetos.
- **Contraste:** Es la relación entre áreas claras y oscuras, o bien la relación de tono entre un objeto y los objetos circundantes.
- **Asociación:** la asociación entre los diferentes objetos puede ayudar a la interpretación de la imagen. Finalmente, la interpretación visual se lleva a cabo evaluando todos los parámetros nombrados y comparando las características de los objetos de la escena con **patrones reconocidos** (por ej. de suelos, drenaje, infraestructura, etc.). Es muy importante el **Patrón de drenaje**, que es la forma en que se distribuyen los cauces en una cuenca hidrográfica. Es característico el patrón dendrítico para zonas de relieve quebrado (laderas de montañas, sierras), y el meandroso o meándrico para zonas llanas, planas, con ríos zigzagueantes.

En el siguiente ejemplo se visualiza un sector de una imagen Landsat 8, de diciembre de 2020, que abarca a la zona cercana a la ciudad de Salto, Provincia de Buenos Aires. Se presentan combinaciones de bandas RGB (Red, Green, Blue), utilizadas en función del objetivo del análisis.

**Usos agrícolas:** combinación de bandas 6, 5, 2. Los campos dedicados a la agricultura se visualizan en una tonalidad verde brillante. Nótese círculos al E de Salto, que corresponden a equipos de riego con pivote central, y un cuerpo de agua superficial (negro), correspondiente a una laguna, al W (Figura 8.20).

**Vegetación:** combinación de bandas 5, 6, 4 para la detección de vegetación vigorosa o en buen estado de salud, sana, en polígonos (lotes) y círculos (áreas regadas con pivote central), con tonalidades rojas (Figura 8.21).

**Zonas urbanas:** combinación de bandas 7, 6, 4. Infraestructura urbana en tonos magenta y gris, mientras que las praderas o pastos se representan en tonos verdes claros. Además, se ve en verde oliva a verde brillante las áreas forestales. en general los bosques de coníferas son más oscuros que los de caducifolias (Figura 8.22).

**Figura 8.20: Combinación de bandas 6,5,2 para usos agrícolas**



**Figura 8.21: Combinación de bandas 5,6,4 para vegetación**



**Figura 8.22: Combinación de bandas 7,6,4 para zonas urbanas**

### Modelización 3D de la superficie topográfica

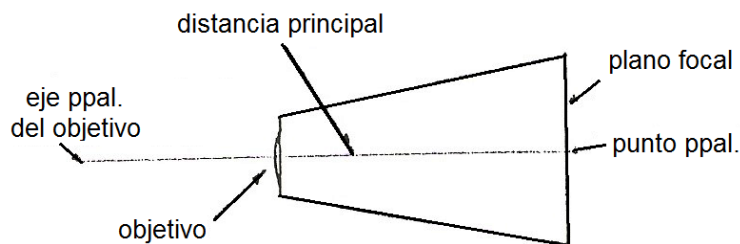
La obtención de la altimetría de la superficie terrestre a partir de información aérea y satelital se ha extendido de manera amplia últimamente, acompañada por el desarrollo científico-tecnológico en el campo espacial, de las comunicaciones, la robótica y la electrónica.

Puede clasificarse la modelización 3D en función de la fuente de datos, a partir de:

- Aerofotogramas.
- Datos satelitales.

### Modelización a partir de Aerofotogramas

Son fotografías aéreas tomadas de manera automática por una **cámara métrica**, colocada en la parte ventral del fuselaje de un avión. Esto le confiere características particulares, que las diferencian de otras fotografías tomadas mediante cámaras fotográficas comunes: los fotogramas son imágenes perspectivas, de las cuales se conocen los **parámetros de orientación interna: distancia principal (o focal) y punto principal** (Figura 8.23.).

**Figura 8.23: Cámara métrica**



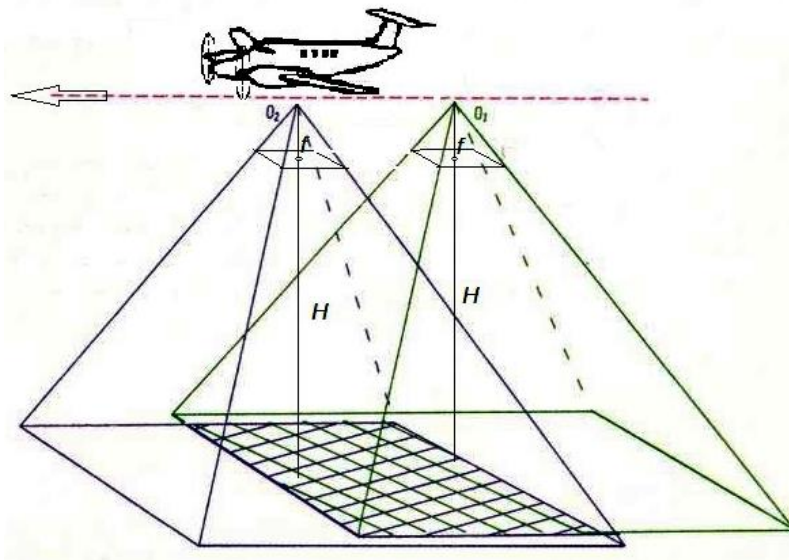
La distancia focal es la distancia entre el plano de la lente objetivo y el plano focal. El punto principal se obtiene en la intersección de las rectas que pasan por las marcas marginales. La distancia principal depende del tipo de cámara, pudiendo clasificarse en base al ángulo de su campo visual (Tabla 8.4)

**Tabla 8.4: Tipos de cámaras métricas**

| ANGULO<br>(°)          | FORMATO<br>(cm) | FOCAL<br>(mm) |
|------------------------|-----------------|---------------|
| Normal 70              | 18 x 18         | 200           |
|                        | 14 x 14         | 170           |
| Gran Angular 90        | 18 x 18         | 120           |
|                        | 23 x 23         | 150           |
| Super Gran Angular 120 | 18 x 18         | 75            |
|                        | 23 x 23         | 95            |

Los fotogramas se obtienen durante el **vuelo fotogramétrico** (Figura 8.24), el cual es previamente planificado a los fines de obtener un recubrimiento total del área, de la manera más eficiente, con la luz (ángulo de altura solar) y la escala apropiadas.

**Figura 8.24: Vuelo fotogramétrico**

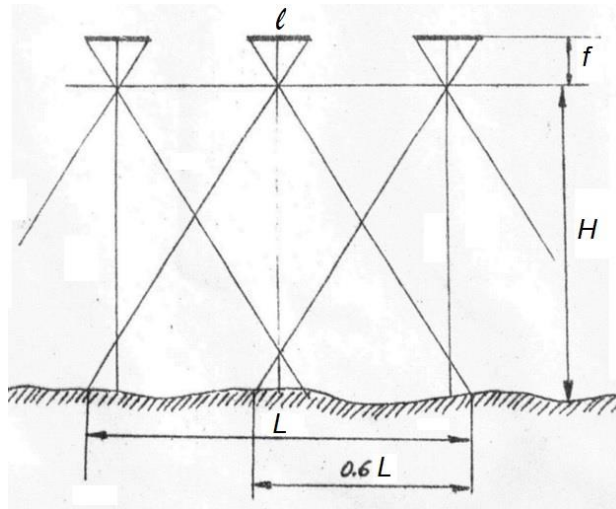


Se calibra el tiempo de toma, de modo que entre fotogramas contiguos exista una superposición longitudinal de aproximadamente 60% (Figura 8.25). También se procura un solapamiento lateral, que oscila entre 15 y 30% entre corridas. La Escala queda definida por la relación entre la distancia focal de la cámara métrica ( $f$ ) y la altura de vuelo ( $H$ ).

$$E = \frac{f}{H}$$

El fin de la superposición es lograr una zona en común, donde se puede lograr estereoscopia, lo cual permite tener la sensación visual del relieve.

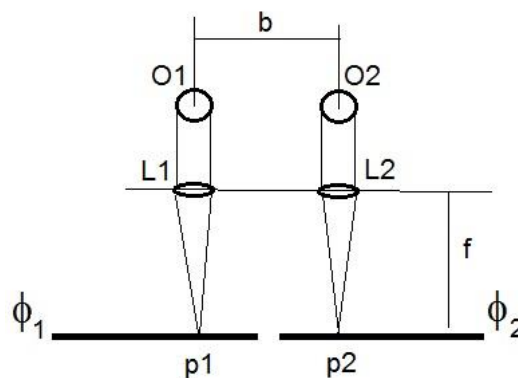
**Figura 8.25; Superposicion longitudinal**



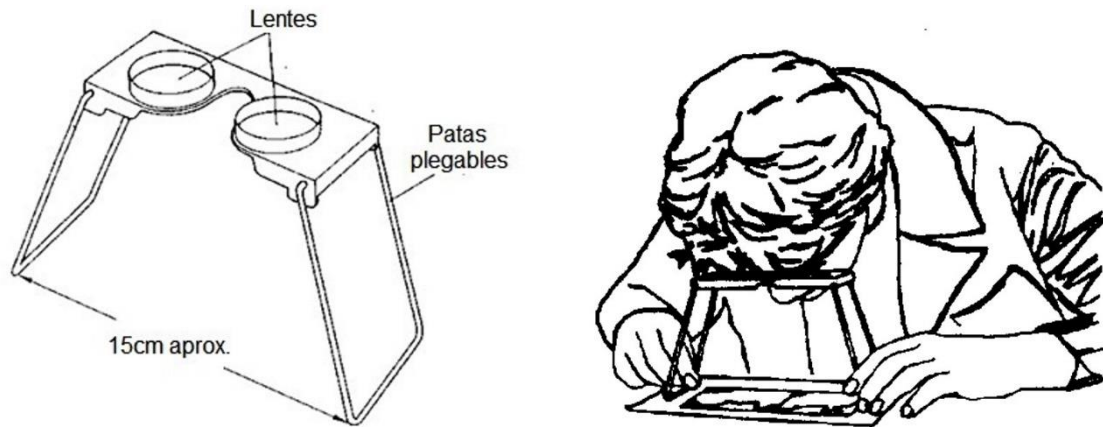
**Vision binocular**

Se utiliza un estereoscopio simple (de bolsillo) o de *Brewster*, consistente en un par de lupas o lentes (L1 y L2), separadas a la distancia interpupilar (b) de 6,5cm aproximadamente, entre los ojos (O1 y O2) y los fotogramas, ubicados en el plano focal de las lentes, a la distancia "f" (Figura 8.26).

**Figura 8.26: Vision de puntos homologos (p1 y p2) con estereoscopio de bolsillo**



Se producen imágenes suficientemente alejadas, como para considerarlas en el infinito. Por lo tanto, los haces inciden casi paralelos sobre los ojos, pudiendose acomodar sin mayor esfuerzo debido a la pequeña convergencia, que muestran los rayos homólogos, y así facilitar la observación estereoscópica de la zona de superposición de ambos fotogramas.

**Figura 8.27: Vision binocular con estereoscopio de bolsillo**

No obstante, su uso está limitado por la base ( $b$ ), que no permite explorar totalmente el área superpuesta de los fotogramas comunes (de 18 a 23 cm de lado). Por ello se recurre a los estereoscopios de espejos o de *Helmholtz*, que mediante un juego de espejos posibilitan la ampliación de la base de observación, pudiendo así aumentar la visión a toda la zona de superposición longitudinal.

### Paralaje

El ser humano observa el espacio que lo rodea en forma binocular, percibiendo con cada ojo una imagen, que difiere ligeramente con la del otro ojo, puesto que ambos ocupan un distinto lugar en el espacio.

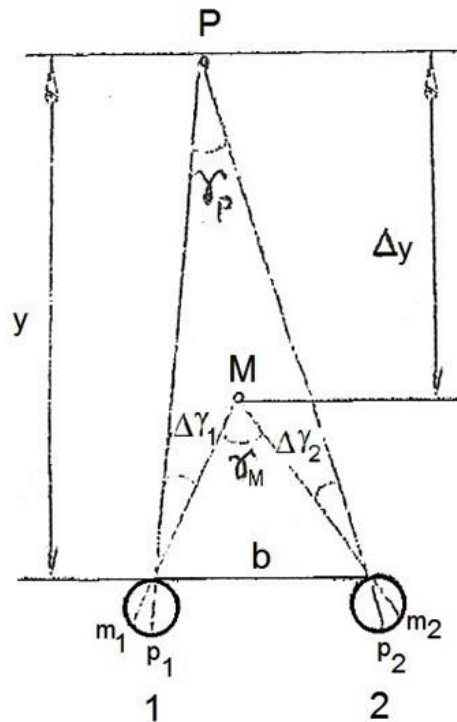
El hombre no tiene conciencia de dos imágenes planas (bidimensionales 2D, por ser obtenidas por un ojo cada una), sino de una sola tridimensional (espacial, 3D). Esto se explica geoméricamente en la Figura 8.28. Sean 2 ojos (1 y 2), separados por la distancia interpupilar " $b$ ". el ángulo subtendido desde un punto objeto  $P$  hacia ambos ojos se denomina **ángulo paraláctico**  $\gamma_P$

$$\gamma_P = \frac{b}{y}$$

Diferenciando la expresión anterior.

$$\Delta\gamma = \frac{b}{y^2} \times \Delta y$$

Donde  $\Delta y$  es la diferencia de distancias M-P

**Figura 8.28: Angulo paraláctico**

Se define **Paralaje angular** de M respecto a P ( $\Delta\gamma_{MP}$ ) como la diferencia entre sus ángulos paralácticos:

$$\Delta\gamma_{MP} = \Delta\gamma_P - \Delta\gamma_M = \Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2$$

**Paralaje lineal** (p) es la diferencia algebraica entre los arcos MP1 y MP2:

$$p = MP_1 - MP_2$$

### Vision estereoscópica

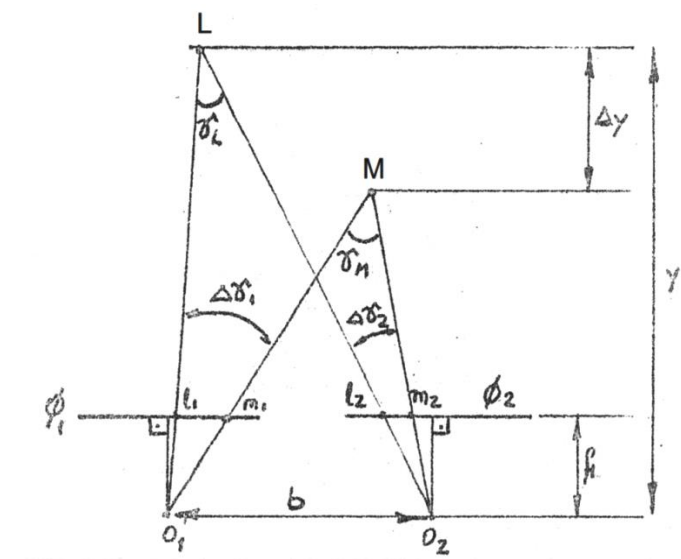
Se logra cuando los fotogramas cumplen con los requisitos siguientes:

- Reproducir ambos al mismo objeto. Las imágenes de un mismo punto en cada fotograma vecino se llaman puntos homólogos.
- Las perspectivas (fotos) deben obtenerse desde diferentes puntos de vista. Así cada par de puntos homólogos tendrá un determinado valor de paralaje.

Sean 2 puntos L y M (Figura 8.29), con una distancia de fijación "y". se interponen a una distancia "f" (focal) 2 planos  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , que representan a los 2 fotogramas. Entre los puntos se produce una **paralaje angular diferencial**  $\Delta\gamma$ :

$$\Delta\gamma = \Delta\gamma_M - \Delta\gamma_L = \Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2$$

**Figura 8.29: Paralaje angular diferencial**



La paralaje  $\Delta\gamma$  permite la determinación de la profundidad relativa  $\Delta y$ .

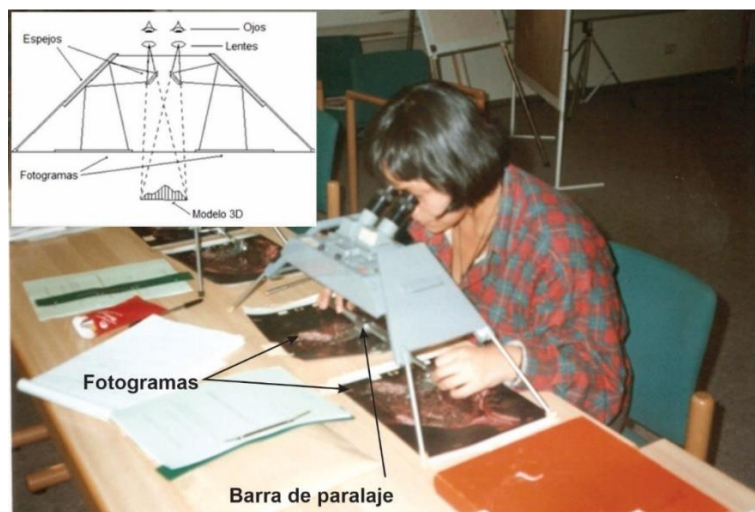
En los planos imagen (fotogramas)  $\phi_1$  y  $\phi_2$  se produce una **paralaje lineal diferencial**  $\Delta\pi$ , dada por los segmentos que en el plano respectivo intersectan  $\Delta\gamma_1$  y  $\Delta\gamma_2$ :

$$\Delta\pi = l_1 m_1 - l_2 m_2$$

$\Delta\pi$  se denomina **paralaje lineal estereoscópica**, y su medición es la base de la determinación de la diferencia de profundidad entre puntos, o sea el relieve.

La paralaje lineal estereoscópica puede medirse con la “**barra de paralaje**”, accesorio del **estereoscopio de espejos** (Figura 8.30).

**Figura 8.30: Medición de desnivel con estereoscopio de espejos y barra de paralaje**



### **Modelización del terreno a partir de imágenes**

La obtención de altimetría a partir de datos de satélites ha sido un tema en creciente desarrollo en los últimos treinta años desde el lanzamiento del primer satélite civil de teledetección. Se ha generalizado la representación cartográfica del relieve mediante la modelización numérica del mismo (Modelo Numérico del Terreno MNT) y su expresión digital (*Digital Elevation Model DEM*).

Se han desarrollado procedimientos para procesar distintos tipos de datos (fotografías espaciales, sensores VIR, SAR, altímetros), con distintos formatos (analógico, digital) y por distintos métodos (sombras/sombreado; estereoscopia, interferometría, polarimetría) aprovechando las características distintas de los sensores y de las imágenes (geometría, radiometría, fase), aplicando varios tipos de tecnologías (analógica, analítica, digital) y de procesamiento (interactivo, automático).

Los métodos estereoscópicos han sido los más ampliamente difundidos para cartografía, fotogrametría y teledetección. Esto se debió al antecedente de la aerofotogrametría estéreo, tecnología ampliamente desarrollada.

Nuevos procesos de estereoscopia por satélite se han producido a partir de los últimos adelantos en la visión estéreo por computadora, contribuyendo a una mayor automatización del proceso de levantamiento cartográfico.

La estereoscopia a partir de imágenes SAR sufrió un importante impulso en los 80, con el desarrollo de ecuaciones radargramétricas y los primeros resultados interesantes.

Desde el lanzamiento del ERS-1, se extendieron las técnicas interferométricas utilizando modelos paramétricos anteriormente desarrollados. Con la incorporación del RADARSAT-1 en 1995, la radargrametría se consolidó a través de diferentes metodologías de aplicación altimétrica, empleándola sola o complementada con imágenes VIR (Toutin & Gray, 2000).

### **Métodos estereoscópicos**

Son procedimientos similares a los usados en aerofotogrametría, en los cuales son utilizadas 2 imágenes para la construcción del modelo tridimensional.

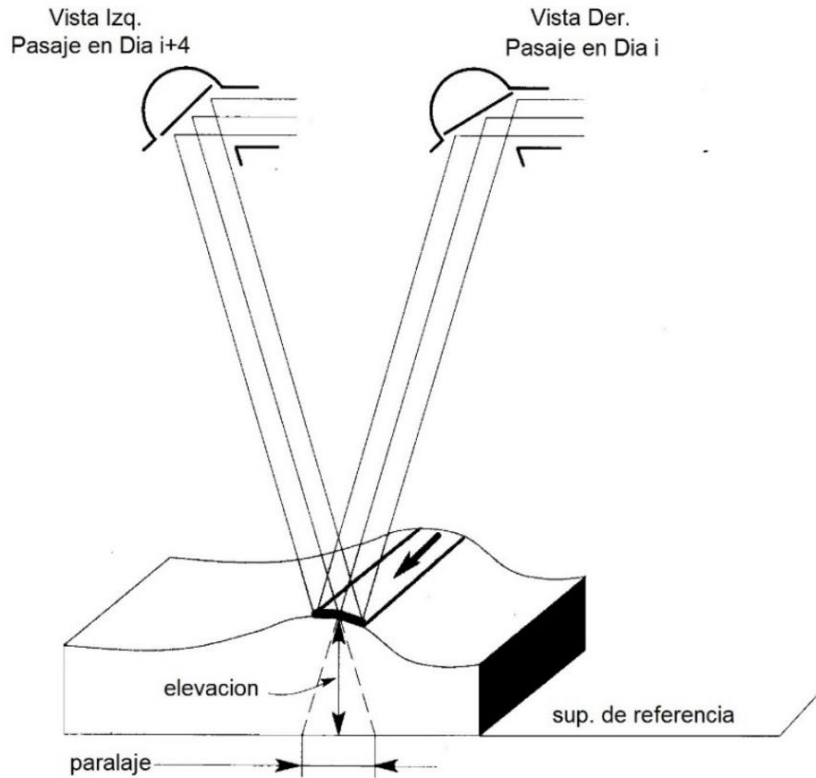
Se utiliza un estereoplotter digital, que permite coleccionar puntos (o curvas de nivel) usando 2 marcas flotantes (una para cada para estereoscopia), las cuales se ven fusionadas para obtener coordenadas cartográficas 3D (Toutin & Gray, 2000).

El proceso del par estereoscópico requiere la utilización de restituidores analíticos y software específico. En la actualidad existen equipos compactos, basados en computadoras PC, que permiten la restitución estéreo de diferentes tipos de imágenes digitales (aéreas, espaciales, VIR, SAR).

Existe una variedad de combinaciones para captar las 2 imágenes, las cuales pueden ser obtenidas en pasadas con sentido igual o contrario, diversos ángulos de incidencia, etc.

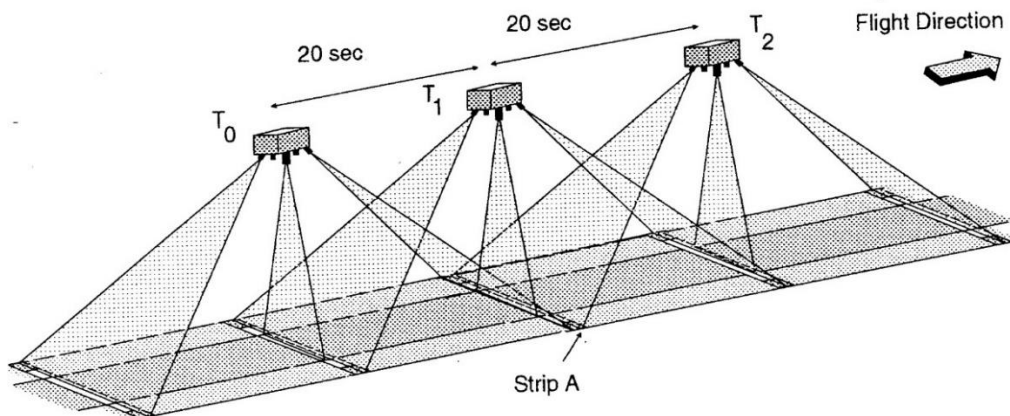
El sistema tradicional HRV-SPOT tiene un dispositivo móvil instalado en el equipo óptico, que le facilita la observación de la misma zona en pasadas sucesivas (Figura 8.31).

**Figura 8.31: Geometría estéreo HRV SPOT**



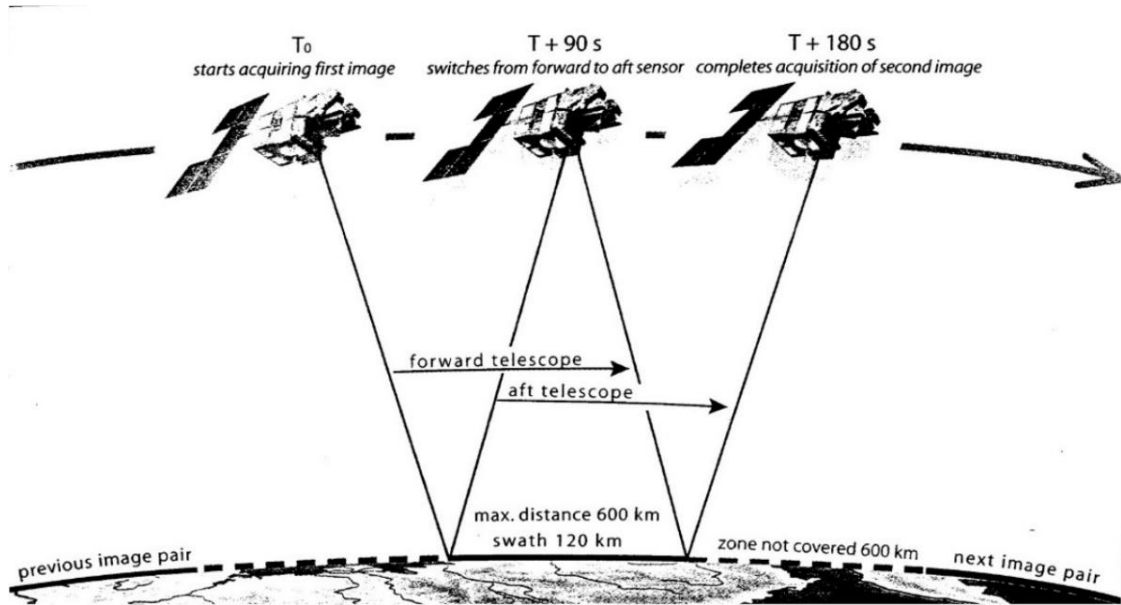
El sistema MOMS-02 permite la captura de imágenes en la misma pasada, mediante cámaras direccionadas hacia delante, hacia atrás y nadirales. Las imágenes consecutivas se toman a intervalos de 20 segundos, desde 3 diferentes puntos de vista (Figura 8.32).

**Figura 8.32: Geometría estéreo MOMS-02**



Otro ejemplo es el nuevo instrumento HRS (*High Resolution Stereoscopic*) del SPOT-5, que tiene 2 telescopios direccionados hacia delante y hacia atrás en la dirección de la trayectoria orbital. El telescopio apuntado hacia adelante captura imágenes con un ángulo de respecto al nadir. Noventa minutos después, el telescopio direccionado hacia atrás adquiere la misma zona con un ángulo de 20° respecto al nadir (Figura 8.33).

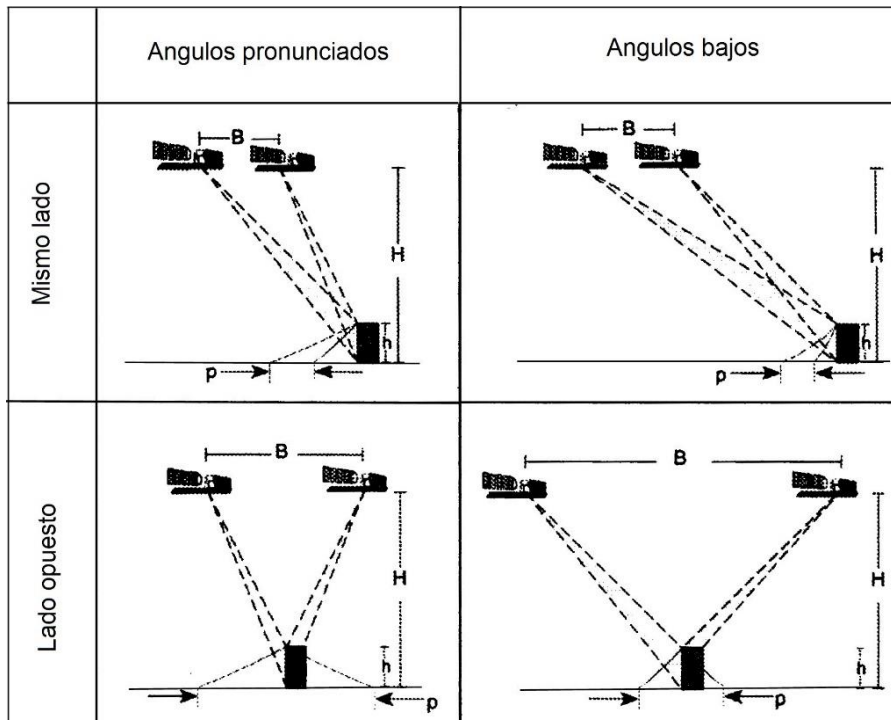
**Figura 8.33: Geometría estéreo HRS SPOT-5**



**Radargrametría**

La radargrametría es una técnica análoga a la fotogrametría, que usa imágenes obtenidas a partir de los valores de amplitud de la señal radar. Se emplean un par de imágenes, utilizando la correlación para generar un MNT. Debe notarse que el ángulo de incidencia es complementario del correspondiente a una imagen óptica. La precisión absoluta es del orden del tamaño del pixel. Al igual que en la estereoscopia, existen diversas configuraciones posibles (Figura 8.34).

**Figura 8.34: Configuraciones alternativas, en función de los ángulos de incidencia y de la posición relativa de las tomas (Toutin & Gray, 2000).**





## Interferometría

Con la información de fase de la señal radar, se puede generar un canal de diferencia de fase y un canal de coherencia de fase (desfasaje constante), los cuales sirven para ponderar la información del interferograma.

Se requieren 2 escenas tomadas en 2 pasadas cercanas del satélite, a una distancia llamada “base”. La base debe ser inferior a un valor máximo, dependiente de la frecuencia (de la onda electromagnética) e inferior a 0,5-1 km. Las condiciones ambientales (viento, lluvia, etc.) de la escena deben ser lo más idénticas posible para las 2 oportunidades de captura.

Una de las escenas (primaria) se toma como referencia en los cálculos. La otra (secundaria) se utiliza para calcular, junto con la primaria, un canal de diferencia de fase (llamado interferograma) y uno de coherencia, indicador del grado de confiabilidad de las medidas de fase. Luego deben desarrollarse las fases, adoptando una resolución y transformando las franjas del interferograma en curvas de nivel.

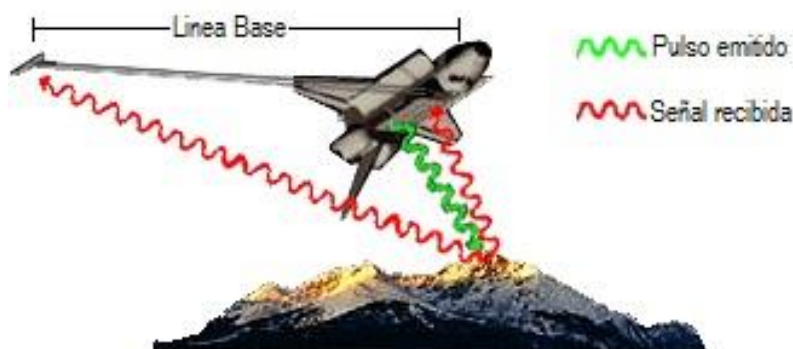
Aun cuando este método puede brindar resultados muy precisos, deben resolverse unos problemas inherentes al mismo:

- La medida es ambigua, dado que se conoce la diferencia de fase con precisión, pero no la cantidad de longitudes de onda completas en la distancia radar-blanco.
- La fase depende de las características radio eléctricas del blanco. Si ellas se modifican entre una escena y la otra no habrá coherencia. Por otro lado, si se pueden construir correctamente las franjas del interferograma significa que el blanco ha permanecido inalterable.

Un ejemplo de uso de esta tecnología ha sido la Misión Topográfica del Taxi o Transbordador Espacial (Shuttle Radar Topography Mission - **SRTM**), mediante la cual se obtuvieron datos topográficos de la Tierra y se contribuyó a la definición del Geoide.

Se requirieron 2 imágenes radar de la misma zona tomadas desde 2 posiciones cercanas en el espacio. El cálculo de la altitud (o el cambio de elevación) de los puntos terrestres es posible gracias a las diferencias entre esas 2 imágenes. Para conseguir las dos imágenes radar tomadas desde posiciones diferentes, el equipamiento SRTM consistió en una antena radar en la bodega del transbordador y una segunda antena radar conectada al extremo de un mástil extendido a 60 metros afuera del transbordador.

**Figura 8.35: Geometría de la Interferometría SRTM**

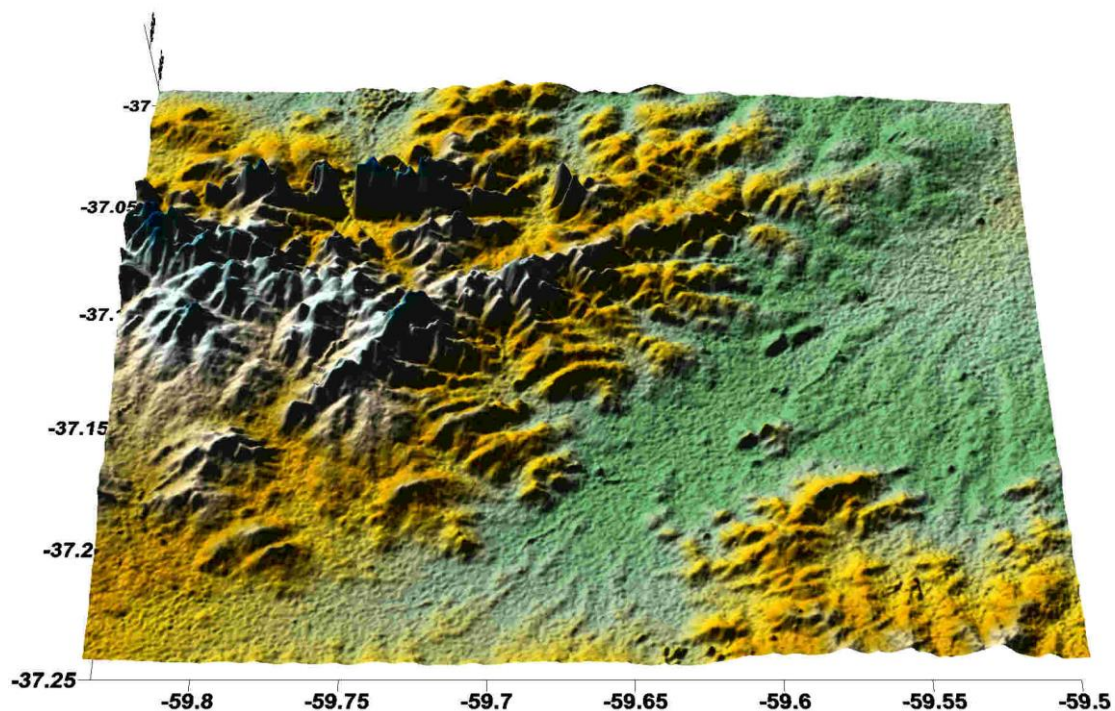


La interferometría se basa en el estudio de los patrones de interferencia originados al combinar dos juegos de señales del radar. Cuando se combinan dos conjuntos de datos radar interferométricos, el producto es un **interferograma** (también llamado mapa de franjas), cuyo aspecto es similar a esas bandas de color que se ven en una película de aceite. En efecto, al ver un charco de agua con una película de aceite en él, probablemente se perciben bandas de color en la superficie. Estas bandas de color son causadas por rayos de luz que rebotan afuera de las superficies lisas del aceite y del agua subyacente, generando patrones de interferencia.

**SRTM** fue una misión de Interferometría de base fija. Esto significa que dos juegos de datos radar fueron captados al mismo tiempo y que las antenas que coleccionaron los datos estaban separadas por una distancia constante, y que se conoce con precisión. Lo que cambia es la distancia a la superficie de la Tierra desde las dos antenas. Dentro del haz radar reflejado, el punto que representa donde la reflexión ocurrió fue ligeramente diferente entre la antena principal y la externa. Usando la información sobre la distancia entre las dos antenas y las diferencias en las señales de onda de radar reflejadas, puede calcularse la elevación exacta de la superficie de la Tierra.

La SRTM produjo datos topográficos digitales del 80% de la superficie de la Tierra (entre latitudes 60°N y 56°S), con puntos distribuidos en grilla latitud/longitud cada 1 segundo de arco (aproximadamente 30 metros). La precisión vertical absoluta de los datos de cotas es de 16 m (con nivel de confianza del 90%). Los datos están disponibles a través de la Internet. Por ejemplo, puede verse en Figura 8.36 un sector del MNT, correspondiente a una zona serrana del Partido de Azul, Centro de la Provincia de Buenos Aires.

**Figura 8.36: Sierras del Tandil, Provincia de Buenos Aires (Salgado, 2012)**



### Utilización de documentos cartográficos basados en imágenes

En las últimas décadas se ha investigado y difundido el gran potencial de las imágenes satelitales, tanto en el dominio óptico como de microondas, para la actualización de cartografía. De acuerdo a la Sociedad Internacional de Fotogrametría y Percepción Remota (ISPRS), los requerimientos para el mapeo a partir de imágenes espaciales, se puede dividir en 3 categorías:

- Precisión planimétrica
- Precisión en la determinación de cota (altitud)
- Detectabilidad (Konecny, 1990).

La **precisión planimétrica** está vinculada con la resolución cartográfica de +/- 0,2 mm, lo cual conduce a requerimientos para las escalas (1/D) más frecuentes (Tabla 8.5):

**Tabla 8.5: Precisión planimétrica**

| D       | Precisión planimétrica |
|---------|------------------------|
| 25.000  | +/- 5 m                |
| 50.000  | +/- 10 m               |
| 100.000 | +/- 20 m               |
| 200.000 | +/- 40 m               |

El requerimiento de **precisión altimétrica (h)**, considerando que la equidistancia (e) (contour interval)  $e = +/- 5 h$ , se muestra en la Tabla 8.6.

**Tabla 8.6: Precisión altimétrica (Konecny, 1990)**

| E     | h        |
|-------|----------|
| 20 m  | +/- 4 m  |
| 50 m  | +/- 10 m |
| 100 m | +/- 20 m |

La **detectabilidad** se refiere a la posibilidad de detectar objetos a partir de la interpretación digital de las imágenes. Para ello se requiere que el objeto abarque por lo menos 1,5 píxeles, lo cual conduce a las siguientes dimensiones mínimas de objetos (Tabla 8.7).

**Tabla 8.7: Detectabilidad (Konecny, 1990)**

| Objeto                 | Dimensión |
|------------------------|-----------|
| Construcciones urbanas | 2 m       |
| Caminos rurales        | 2 m       |
| Red de drenaje (ríos)  | 5 m       |
| Red carretera          | 10 m      |

Teniendo en consideración los sistemas satelitales comerciales y las escalas cartográficas más comunes, se puede establecer la Tabla 8.8.

**Tabla 8.8: Escalas comunes para los distintos sistemas satelitales comerciales**

| Sensor         | Resolución en tierra<br>(ground resolution) | Escala de carta      |
|----------------|---|----------------------|
| IKONOS         | 1 – 4 m                                     | 1/5.000 – 1/20.000   |
| SPOT PAN       | 10 m  | 1/50.000             |
| Landsat 7 ETM  | 15 m  | 1/75.000             |
| SPOT XS        | 20 m  | 1/100.000 – 1/50.000 |
| RADARSAT 1 SAR | 8 – 30 m                                    | 1/50.000 – 1/100.000 |
| ERS SAR        | 30 m  | 1/100.000            |
| Landsat TM     | 30 m  | 1/100.000            |
| Landsat MSS    | 80 m  | 1/250.000            |

## Referencias

- Burrough, P.A. (1986). Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment. Monographs on soils and resources survey. N° 12. Oxford University, New York, USA, 194pp.
- Chuvieco E. (1995). Fundamentos de Teledetección Espacial. Editorial RIALP, Madrid, España, 2° Edición. 453 pp.
- Konecny, G. (1990) Photogrammetric and cartographic aspects of Geographic Information Systems. GIS. Geo-Information-Systeme. 1990, Vol 3, Num 1, pp 1-2, 2 pp.
- Salgado H, (2012). Humedad del suelo en cuencas hídricas. Aplicación de herramientas geomáticas y modelización hidrológica. Editorial Académica Española (EAE), ISBN:978-3-659-04891-3, AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG, Saarbrücken, Germany, 176 pp.
- Swain P.H. & S.M. Davis (1978). Remote sensing: The quantitative approach. Mc Graw-Hill Int. Book Company.
- Toutin, T. & L. Gray, (2000). State of the Art of elevation extraction from satellite SAR data. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 55 (2000), p.13-33.
- Von Martin, A.; Bragachini, M.; Bianchini, A., (2001). Sistemas de posicionamiento. EEA INTA Manfredi, Córdoba.

# ANEXO

## Trigonometría

*Sebastián I. Besteiro y Héctor A. Salgado*

La Trigonometría trata de las mediciones de partes o elementos de 1 triángulo.

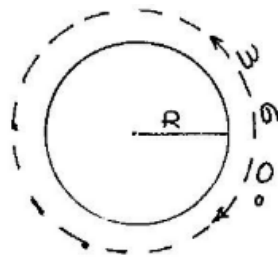
### Trigonometría Plana

Se refiere a triángulos contenidos en los planos.

### Medida de ángulos

a) Grado ( $^{\circ}$ ): ángulo central subtendido por 1 arco =  $1/360$  de circunferencia.

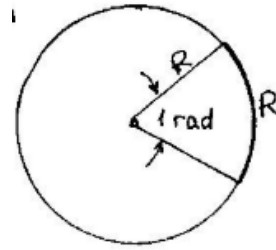
$$2 \cdot \pi \cdot R = 360^{\circ}$$



b) Radián (rad): ángulo central subtendido por 1 arco cuya longitud es = al radio de la circunferencia.

$$360^{\circ} = 2 \cdot \pi \cdot \text{radián}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^{\circ}}{2 \cdot \pi}$$



c) Mil: ángulo central subtendido x un arco = 1/6400 de circunferencia.

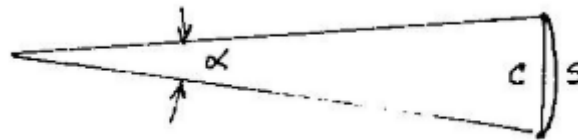
$$1 \text{ mil} \cong \frac{1}{1000} \text{ radián}$$

$$360^\circ = 6400 \text{ miles}$$

$$1^\circ = \frac{160}{1000} \text{ miles}$$

Para ángulos pequeños la longitud de arco (s) es  $\cong$  a la cuerda (c).

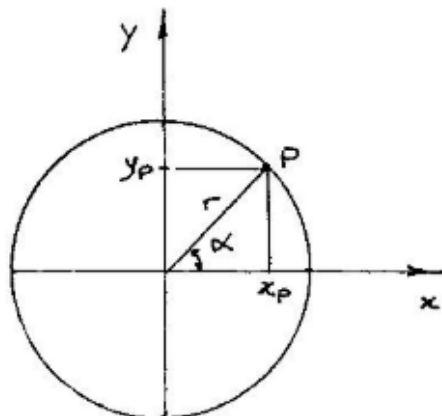
$$\alpha_{rad} = \frac{s}{r} \cong \frac{c}{r}$$



## Funciones Trigonométricas

- Sistema de coordenadas cartesianas: Consiste en 2 escalas (ejes), cuya intersección (origen) es el origen de cada escala. Corrientemente se eligen ejes perpendiculares entre sí (coordenadas **cartesianas ortogonales**).

Cada punto P queda representado por un par de valores (x y) medibles sobre los ejes.



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r}$$

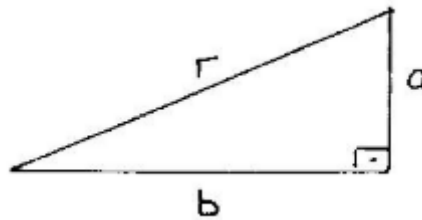
$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{y}{x}$$

- Cuadrantes:

| Función  | Cuadrantes |   |     |    |      |     |      |    |
|----------|------------|---|-----|----|------|-----|------|----|
|          | 0°         | I | 90° | II | 180° | III | 270° | IV |
| Seno     | 0          | + | 1   | +  | 0    | -   | -1   | -  |
| Coseno   | 1          | + | 0   | -  | -1   | -   | 0    | +  |
| Tangente | 0          | + | ∞   | -  | 0    | +   | -∞   | -  |

- Pitágoras (Teorema):

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$



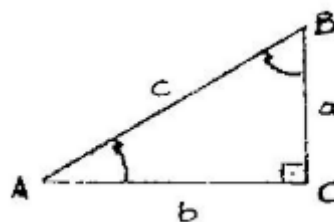
- Funciones inversas:

$$\text{sen } \alpha \rightarrow \text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{cos } \alpha \rightarrow \text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha}$$

$$\text{tg } \alpha \rightarrow \text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

- Funciones trigonométricas de ángulos complementarios:



$\widehat{B}$  es complementario de  $\widehat{A}$

$$\text{sen } \widehat{B} = \frac{b}{c} = \text{cos } \widehat{A}$$

$$\text{cos } \widehat{B} = \frac{a}{c} = \text{sen } \widehat{A}$$

$$\text{tg } \widehat{B} = \frac{b}{a} = \text{ctg } \widehat{A}$$

- Cifras significativas: sean, por ejemplo, 2 números: 35 y 35,0. Ambos números (35 y 35,0) no expresan la = medición

35 m → 2 cifras idem → 3,5; 0,35; 0,035

35,0 → 3 cifras idem → 3,50; 0,350

Un resultado no debe exceder las cifras decimales de los factores que intervienen en la medición.

Por consiguiente:

Para conservar la coherencia entre mediciones angulares y lineales es importante.

Distancias medidas con 2 cifras significativas → Ángulos expresados al 1°

Distancias medidas con 3 cifras significativas → Ángulos expresados a 10'

Distancias medidas con 4 cifras significativas → Ángulos expresados a 1'

Distancias medidas con 5 cifras significativas → Ángulos expresados a 0,1'

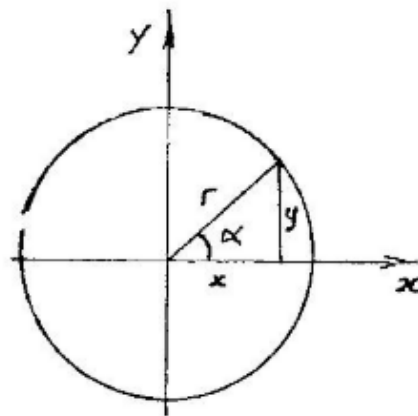
## Relaciones fundamentales

- Relaciones por cociente

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} \quad ; \quad \text{ctg } \alpha = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha}$$

- Relaciones pitagóricas

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (A) \quad , \text{ donde: } \quad x = r \cdot \text{cos } \alpha \quad ; \quad y = r \cdot \text{sen } \alpha$$





1- Dividiendo (**A**) por  $r^2$ :

$$\frac{r^2 \cdot \cos^2 \alpha}{r^2} + \frac{r^2 \cdot \text{sen}^2 \alpha}{r^2} = \cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$$

2- Dividiendo (**A**) por  $x^2$ :

$$1 + \frac{y^2}{x^2} = \frac{r^2}{x^2}$$

$$\therefore 1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{ó} \quad 1 + \text{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$$

2- De idéntico modo:

$$1 + \text{ctg}^2 \alpha = \text{cosec}^2 \alpha$$

## Funciones trigonométricas de 2 ángulos

- Fórmulas para la suma:

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \text{sen} \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \beta$$

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg} \alpha + \text{tg} \beta}{1 - \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$$

- Fórmulas para la diferencia:

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen} \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \text{sen} \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \beta$$

$$\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta}{1 + \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$$

- Fórmulas para el ángulo duplo:

$$\text{sen} 2 \alpha = 2 \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2 \alpha = \cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha = 1 - 2 \text{sen}^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\text{tg} 2 \alpha = \frac{2 \cdot \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha}$$

- Productos de senos y cosenos:

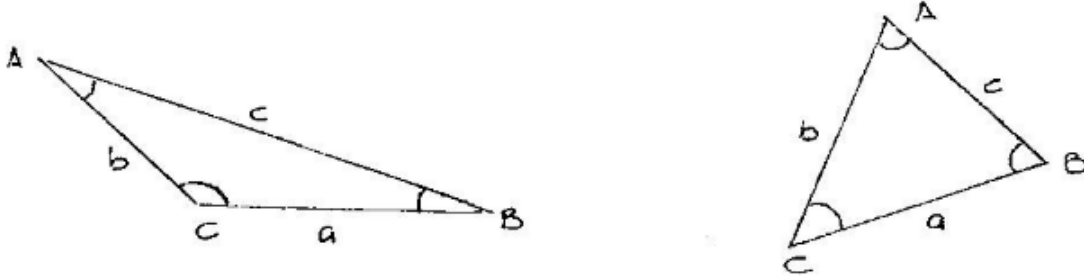
$$\text{sen} \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\text{sen}(\alpha + \beta) + \text{sen}(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

## Resoluciones de triángulos oblicuos

- Triángulo oblicuángulo es aquél que no tiene ningún ángulo recto:



Un triángulo queda determinado cuando se conocen 3 cualesquiera de sus elementos, excepto cuando son 3 ángulos.

- Ley del seno:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}}$$

- Ley del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

## Cálculo de superficies y circunferencias

- Superficie

a- Dados 2 ángulos y 1 lado:

$$S = \frac{a^2 \cdot \operatorname{sen} \hat{B} \cdot \operatorname{sen} \hat{C}}{2 \operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b^2 \cdot \operatorname{sen} \hat{C} \cdot \operatorname{sen} \hat{A}}{2 \operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c^2 \cdot \operatorname{sen} \hat{A} \cdot \operatorname{sen} \hat{B}}{2 \operatorname{sen} \hat{C}}$$

b- Dados 2 lados y el ángulo comprendido:

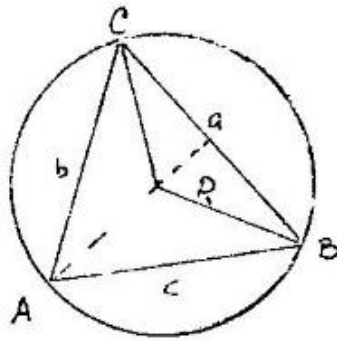
$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \operatorname{sen} \hat{A} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot \operatorname{sen} \hat{C}$$

c- Dados los tres lados:

$$S = \sqrt{n \cdot (n - a) \cdot (n - b) \cdot (n - c)} \quad , \text{donde:} \quad n = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

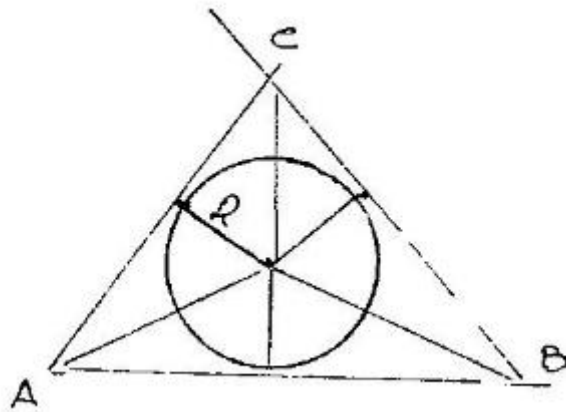
- Radio de la circunferencia circunscripta:

$$R = \frac{a}{2 \operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b}{2 \operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{2 \operatorname{sen} \hat{C}}$$



- Radio de la circunferencia inscrita:

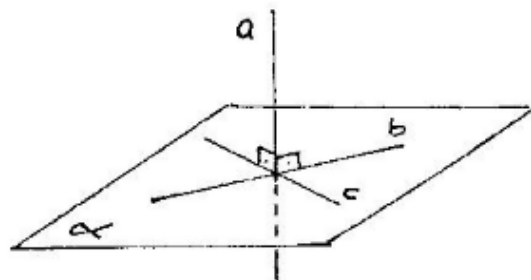
$$R = \sqrt{\frac{(n-a) \cdot (n-b) \cdot (n-c)}{n}} \quad , \text{donde:} \quad n = \frac{1}{2}(a+b+c)$$



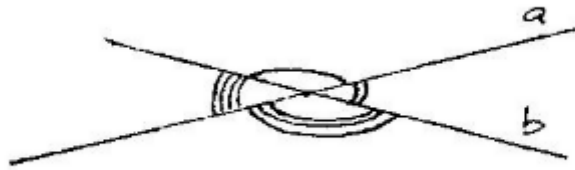
## Trigonometría Espacial

### Conceptos sobre geometría del espacio

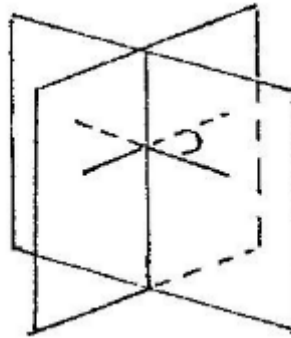
- a) Una recta es perpendicular al plano si, al cortar al plano, es perpendicular a por lo menos 2 rectas secantes en el punto intersección de la recta y el plano.



b) Cuando 2 rectas tienen 1 solo punto común, determinan 4 ángulos planos.



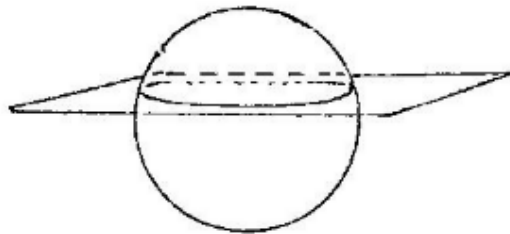
c) Cuando 2 planos tienen una sola recta común, determinan 4 ángulos diedros.



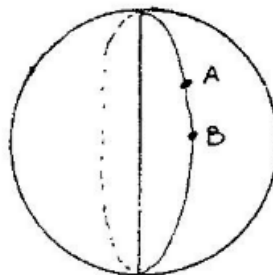
La recta intersección (arista)

El ángulo plano formado por 2 rectas, que pertenecen a caras  $\neq$  de un ángulo diedro y que son perpendiculares a la arista, es el ángulo plano del ángulo diedro.

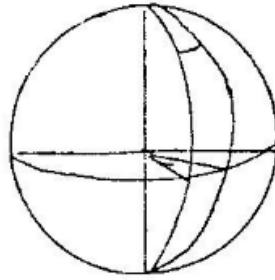
d) La intersección de 1 plano y 1 esfera es una circunferencia. Se llama circunferencia máxima si el plano secante pasa por el centro de la esfera.



e) Dados 2 puntos A y B sobre 1 esfera, el arco de la circunferencia máxima que los une es la menor distancia que puede trazarse sobre la esfera entre A y B.

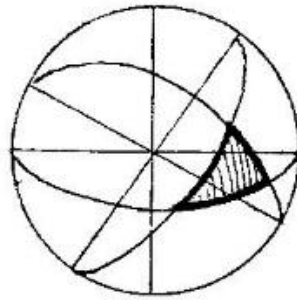


- f) El ángulo formado en 1 esfera por 2 arcos secantes de circunferencias máximas se llama ángulo esférico.



### Triángulo esférico

Es la superficie de una esfera limitada por 3 arcos de circunferencia máxima. Los arcos son los lados del triángulo esférico, y los vértices de los 3 ángulos esféricos son los vértices del triángulo esférico.



Fórmulas fundamentales

Coseno:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{sen} c \cdot \cos \hat{A}$$

Seno:

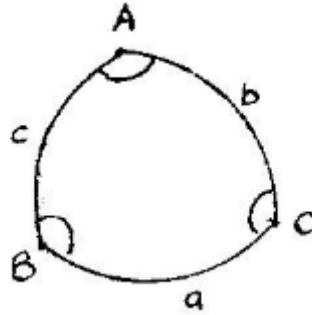
$$\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} \hat{C}}$$

Cotangente:

$$\cos a \cdot \cos \hat{C} = \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{ctg} b - \operatorname{sen} \hat{C} \cdot \operatorname{ctg} \hat{B}$$

En general:

- lado b = lado extremo
- ángulo B = ángulo extremo
- lado a = lado medio
- ángulo C = ángulo medio

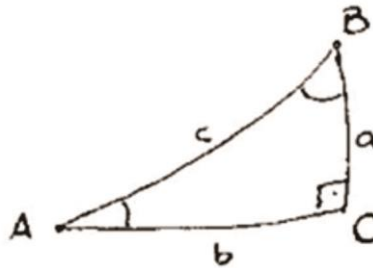


$$\cos ( \quad ) \cdot \cos ( \quad ) = \sin ( \quad ) \cdot \operatorname{ctg} ( \quad ) - \sin ( \quad ) \cdot \operatorname{ctg} ( \quad )$$



### Triángulo esférico rectángulo

Es el triángulo esférico tal que uno de sus ángulos es recto. En el triángulo  $\triangle ABC$ , en el cual el  $\hat{C}$  es recto se cumple:



$$\begin{aligned} \operatorname{sen} a &= \operatorname{sen} \hat{A} \cdot \operatorname{sen} c & \operatorname{sen} b &= \operatorname{sen} \hat{B} \cdot \operatorname{sen} c \\ \operatorname{tg} a &= \operatorname{tg} \hat{A} \cdot \operatorname{sen} b & \operatorname{tg} b &= \operatorname{tg} \hat{B} \cdot \operatorname{sen} a \\ \operatorname{tg} a &= \cos \hat{B} \cdot \operatorname{tg} c & \operatorname{tg} b &= \cos \hat{A} \cdot \operatorname{tg} c \\ \cos c &= \cos b \cdot \cos a & \cos c &= \operatorname{ctg} \hat{A} \cdot \operatorname{ctg} \hat{B} \\ \cos \hat{A} &= \operatorname{sen} \hat{B} \cdot \cos a & \cos \hat{B} &= \operatorname{sen} \hat{A} \cdot \cos b \end{aligned}$$

### Referencias

Ayres, F. B. (1970). Teoría y problemas de trigonometría: plana y esférica (No. 514.116 AYR).  
 Virgile, L. (1971). Astronomía Náutica. Tomo I. Escuela Naval Militar Río Santiago, Argentina.

# Bibliografía ampliatoria

- Bahr H-P, (1991). Procesamiento digital de imágenes. Aplicaciones en Fotogrametría y Teledetección. GTZ GMBH, Eschborn, Alemania, 428 pp.
- Blasco J.J. de Sanjosé, E. Martínez García y M. López González (2013). Topografía para estudios de grado. Geodesia, Cartografía, Topografía (Instrumentos, Métodos y Aplicaciones), Replanteo y Seguridad del Topógrafo. Ediciones Bellisco Biblioteca Técnica Universitaria, Madrid, 450 pp.
- Bosque Sendra, Joaquín, (1997). Sistemas de Información Geográfica, 2a ed., Ediciones Rialp, España.
- Chueca Pazos M., Herraes Boquera J. y Berne Valero, (1996). Tratado de Topografía, 3 Tomos. Edit. Paraninfo, Madrid, España.
- Chueca Pazos, (1980). Topografía. 2 Tomos, Editorial Dossat, España.
- D'Alvia Antonio L., (1995). Cartografía Matemática. Centro Argentino de Cartografía, Bs. As., Argentina.
- Dominguez García-Tejero, F., (1997). Topografía abreviada. Ed. Mundi-Prensa, 390 pp.
- Dominguez García-Tejero, F., (1999). Topografía general y aplicada. Ed. Mundi-Prensa, 824 pp.
- Felícísimo, Angel Manuel, (1994). Modelos digitales del terreno - Introducción y aplicaciones en las ciencias ambientales. Pentalfa, Oviedo, España.
- Ferrario de Urriza, S., (2000). El ABC del GPS. Consejo Profesional de Agrimensura de la Provincia de BsAs. Argentina. 169pp.
- García Tejero, (1974). Topografía general y aplicada. Editorial Dossat, España.
- Instituto Geográfico Militar, (1997). Lectura de cartografía. Instituto Geográfico Militar (IGM), Buenos Aires, Argentina.
- López-Cuervo y Estévez, S., (1993). Topografía. Ediciones Mundi-Prensa, Madrid, España, 404 pp.
- Martinez Marin, R., (2000). Topografía y Sistemas de Información. Ediciones Bellisco. Biblioteca Técnica Universitaria, Madrid, 170 pp.
- Miretti Romeo, Ceratti Eleonora, Coronel Lilian, (2012). Cartografía matemática. Universidad Nacional del Litoral, Santa Fé.
- Moreno Vega, A., (2016). Interpretación de mapas y planos topográficos y dibujo de planos sencillos. Edit. Paraninfo, España, 128 pp.
- Olaya Víctor, (2016). Sistemas de Información Geográfica.

- Proyecto Agricultura de Precisión. INTA Manfredi. Disponible en Internet (set2022): <https://inta.gob.ar/proyectos/AEAI-273001>
- Telleria, G.; Espina, F.; Artigue, M.; Cavanagh, M., (2006). Agricultura de precisión. El manejo de la heterogeneidad ambiental. A&T Servicios y Negocios Agropecuarios. 6to Curso de Agricultura de Precisión y 1ra Expo de Maquinas Precisas. EEA INTA Manfredi, Córdoba, 2006.
- Wolf P. R. y Brinker R. C. (1997). Topografía. Alfaomega Grupo Editor. 9ª edición. México, 834pp.



# Los autores

## Coordinador

### **Salgado, Héctor Armando**

Doctor UBA, Ciencias Agropecuarias, 2009. Tesis “Estimación de la variabilidad de la humedad del suelo en cuencas hídricas con ayuda de teledetección y modelización hidrológica”. Escuela Para Graduados, Facultad de Agronomía de Buenos Aires (EPG-FAUBA). Ingeniero Agrónomo, FAUBA, 1982. Agrimensor, Facultad de Ingeniería, UBA, 1974. Profesor Titular de Topografía, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales (FCAyF, UNLP). Profesor Asociado de Riego y Drenaje, FAUBA. Profesor de Geoestadística, Maestría de Geomática, Facultad de Ingeniería y de Cs. Astronómicas, UNLP. Director de Proyectos de Investigación y Desarrollo de las Fuerzas Armadas, Servicio de Hidrografía Naval. Coautor de varios artículos científicos; entre ellos: “Estimación de la humedad superficial del suelo mediante datos SAR en banda X”, Revista Meteorológica, Vol 46 No1 (2021) 1–11. Autor de 1 Libro y varios Capítulos de Libros.

## Autores

### **Barragán Pera, Héctor Mariano**

Ingeniero Agrónomo, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata (UNLP) Ayudante Diplomado Ordinario en la Cátedra de Topografía en la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, UNLP. Especialista en Sistemas de Información Geográfica (SIG), Procesamiento de imágenes satelitales aplicadas al ámbito agrícola. Participante en proyecto de investigación y desarrollo “Validación de Modelos Digitales de Elevación (DEM)” en el marco del Anuncio de Oportunidad para el Desarrollo de Modelos Digitales de Elevación y su Uso en Aplicaciones SAR’ de CONAE.

### **Besteiro, Sebastián Ignacio**

Doctor en Ciencias Agrarias y Forestales, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales – Universidad Nacional de La Plata (FCAyF-UNLP). Magister Scientiae en Manejo Integral de Cuencas Hidrográficas (FCAyF-UNLP). Ingeniero Forestal (FCAyF-UNLP). JTP del Curso de Topografía

(FCAYF-UNLP). Se destaca publicación en revista: “Modelización de la emisión de sedimentos en una cuenca con forestaciones del Noreste Pampeano” (2012); Libro: “Cobertura Forestal y dinámica del agua. Estudio de caso” (2015); Congreso: “Contenidos de nitrógeno y fósforo del suelo ante un cambio de cobertura y condición topográfica” (2019). Participa en proyectos de investigación (servicios ambientales de agroecosistemas, efectos del cambio climático, manejo del agua y medidas de restauración hidrológico-forestal) y extensión (vinculación de estudiantes grado con escuelas de educación media) (FCAYF-UNLP).

### **Etchegoin, José María**

Agrimensor, Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de La Plata (FI-UNLP). Jefe de Trabajos Prácticos de la cátedra de Topografía de la FI-UNLP, y Jefe de Trabajos Prácticos de la cátedra de Topografía de la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales -UNLP-. Participe del departamento de Agrimensura de la Dirección de Catastro Territorial, Mensuras de aeropuertos y puertos. Área topográfica de la Dirección de Inmuebles del Estado, mensuras de canteras del estado provincial, trazas del ex ferrocarril provincial y del programa federal de viviendas. Post-Grado en “GPS” del Departamento de Agrimensura FI-UNLP. Relevamientos planialtimétricos para apoyo de obras de ingeniería, cubicaciones de fertilizantes y cubicaciones de recintos para la Ley 13.660, nivelaciones de canales. Posicionamiento y verticalización de dolines.

### **Latorre, Fernando Andrés**

Agrimensor, Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata (2002). Ayudante Diplomado Rentado de la Cátedra de Topografía, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales – Universidad Nacional de La Plata (2006 hasta la actualidad). Jefe del Departamento Relevamiento Territorial, Dirección Provincial de Hidráulica. La Plata – Provincia de Buenos Aires (2019 hasta la actualidad). A Cargo de la firma del Departamento Relevamiento Territorial (2015 hasta 2019). Empleado en el Área de Expropiaciones (2005 a 2015). Participación en varios Congresos, Encuentros, Jornadas y Simposios en la temática de Catastro y Agrimensura.

### **Orsetti, Carlos Alberto**

Ingeniero en Construcciones, Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de La Plata (FI-UNLP). JTP del Curso de Topografía, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales – Universidad Nacional de La Plata (FCAYF-UNLP). JTP de la Cátedra de Topografía (FI-UNLP). Entre las publicaciones se destacan “Soldadura”, editado por el Centro de Estudiantes de Ingeniería de La Plata (CEILP), (FI-UNLP). 1989. “Desarrollo de Tareas Topográficas en Estación Experimental Ing. Julio Hirschhorn”, editado por el Centro de Estudiantes de Agronomía y Forestales (CEAF) (FCAYF) – (UNLP). Años 2005 a 2010. Actualización y Ampliación de “Guía de Topografía”. (CEILP) (FI-UNLP). 2018 – 2019. Publicaciones varias referidas a Métodos Altimétricos y Cartografía. (CEAF) - (FCAYF-UNLP)

**Soto, Leandro Vicente**

Agrimensor, Facultad de Ingeniería (FI), Universidad Nacional de La Plata (UNLP), 2001. Profesor Adjunto Ordinario en las Cátedras 'Cartografía', 'Sistemas de Información Geográfica - GIS' e 'Infraestructura de datos espaciales – IDE' en la FI, UNLP. Profesor de 'Sistemas de Información Geográfica' y 'Geodesia Geométrica y Cartografía', en la Maestría de Geomática, FI y de Cs. Astronómicas y Geofísicas, UNLP. Coautor de varias publicaciones en Congresos y Jornadas científicas, entre ellas: 'Vicisitudes de una migración del sistema GIS corporativo, el caso de Pluspetrol', VIII Congreso de Exploración y Desarrollo de Hidrocarburos - IV Jornadas de Geotecnología 2011. Investigador principal en múltiples proyectos de Geomática desarrollados en la FI, UNLP, tales como el 'Anuncio de Oportunidad para el Desarrollo de Modelos Digitales de Elevación y su Uso en Aplicaciones SAR' de CONAE.

Topografía : Ingeniería Agronómica y Forestal / Héctor Armando Salgado ... [et al.] ;  
coordinación general de Héctor Armando Salgado.- 1a ed.- La Plata : Universidad  
Nacional de La Plata ; EDULP, 2022.  
Libro digital, PDF - (Libros de cátedra)

Archivo Digital: descarga  
ISBN 978-950-34-2144-4

1. Cartografía. 2. Geociencias. I. Salgado, Héctor Armando, coord.  
CDD 526.9

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP

Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata  
48 N.º 551-599 / La Plata B1900AMX / Buenos Aires, Argentina  
+54 221 644 7150  
edulp.editorial@gmail.com  
www.editorial.unlp.edu.ar

Edulp integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2022  
ISBN 978-950-34-2144-4  
© 2022 - Edulp

**n**  
naturales

  
Edulp  
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA