

Libros de **Cátedra**

# Cálculo Actuarial del Seguro de Personas

## Nociones Fundamentales

Ana María Buzzi

FACULTAD DE  
CIENCIAS ECONÓMICAS

**S**  
sociales

  
**Eduulp**  
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA

# CÁLCULO ACTUARIAL DEL SEGURO DE PERSONAS

## NOCIONES FUNDAMENTALES

Ana María Buzzi

Facultad de Ciencias Económicas



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA



Para Manuel Agustín Mendoza Peña,  
quien desde su nacimiento (23-11-2020) ha llenado de alegría mi corazón

# Agradecimientos

En este texto se cita una frase atribuida a René Descartes (1596 – 1650) que dice: *..” Daría todo lo que sé, por la mitad de lo que ignoro”...*

Esta obra podría empezar así, porque el convertirlo en realidad para vuestra lectura, me permitió comprobar que uno enseña aquello que más quiere aprender, sensación compartida con algunos de mis colegas de la Facultad de Ciencias Económicas y de otros ámbitos académicos, laborales y profesionales, a quienes agradezco, no solo su trabajo científico, sino su permanente entusiasmo por acompañar y participar activamente de cada idea que les fue expuesta por mí.

En verdad, todas las páginas de éste trabajo deberían ser tributo y agradecimiento a aquellos que a sabiendas o no, lo han hecho posible:

- A mi Familia, que me ha ayudado, contenido, cuidado y animado desde que tengo memoria
- A mis Amigos, que conociéndome profundamente, me han brindado lo mejor que un ser humano puede sentir: saber que al extender la mano, levantar la mirada, sonreír, llorar, hablar, callar, siempre están *compartiendo todo sin condiciones*.-
- A la Magister Leticia Martínez Martiñon, a quien tuve el honor de conocer en su ciudad natal México (DF), profesional de destacada trayectoria en la materia y que con paciencia y dedicación gentilmente ha realizado el prólogo de esta edición y la revisión del texto.-
- Al Magister Mario Esteban Cittadini y al Contador Público Leandro Eduardo Pinea, quienes con gran profesionalismo colaboraron de manera inestimable con sus aportes y en las correcciones del texto.-
- A mis colegas docentes de la cátedra Matemática para Decisiones Empresarias de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, que a lo largo del arduo camino recorrido, siempre entendieron la importancia de nuestra labor como educadores, para afrontar nuevos y viejos desafíos.-
- A mis Maestros y Profesores.-
- A las autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, que a lo largo de toda mi labor como docente, han brindado una apoyo inestimable en diferentes períodos de gestión.
- A mis Estudiantes, razón y sentido de nuestro *“Ser docentes”*.

*Cuando puedas medir aquello de lo que hablas, y expresarlo con números, sabes algo acerca de ello; pero cuando no lo puedes medir, cuando no lo puedes expresar con números, tu conocimiento es pobre e insatisfactorio: puede ser el principio del conocimiento, pero apenas has avanzado en tus pensamientos a la etapa de Ciencia.*

*(William Thomson Kelvin -1824-1907)*

# Índice

|  |     |
|--|-----|
| <b>Prólogo</b>   | 7   |
| <b>Introducción</b>  | 9   |
| <b>Capítulo 1</b>  |     |
| Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades | 13  |
| <b>Capítulo 2</b>  |     |
| Algunas consideraciones sobre Tablas de Mortalidad         | 26  |
| <b>Capítulo 3</b>  |     |
| Cálculo Actuarial del Seguro de Personas                   | 41  |
| <b>Capítulo 4</b>  |     |
| Prima Comercial  | 83  |
| <b>Capítulo 5</b>  |     |
| Seguro colectivo   | 98  |
| <b>Capítulo 6</b>  |     |
| Sistema Previsional para Profesionales                     | 106 |
| <b>Bibliografía y sitios web consultados</b>               | 129 |
| <b>Anexos</b>  | 131 |
| <b>La autora</b>   | 140 |

# Prólogo

A lo largo de la historia reciente de la Educación en Técnicas Actuariales, nos encontramos en el idioma español con escaso material para la enseñanza.

Aunque se ha ido generando material de calidad y con ejercicios prácticos, en la Educación Superior en México y en España principalmente, siguen siendo referencia los libros en idioma Inglés.

Hoy el acceso a la tecnología, permite visualizar una mayor bibliografía sobre el tema de Ciencias Actuariales y las técnicas enfocadas a Seguros.

En la presente obra, ***Cálculo Actuarial del Seguro de Personas. Nociones Fundamentales***, la autora aprovecha el uso de las técnicas actuariales y su maestría en la docencia para desarrollar cada uno de los temas de una manera práctica y resumida.

Al realizar ejercicios prácticos sobre la modalidad del tipo de cobertura que ofrecen los seguros de personas le da sentido a la teoría y a su aplicación en casos reales, lo cual facilita su entender.

Desarrolla la teoría de los Seguros de Personas en el ámbito asegurador y se involucra en el desarrollo de uso de las técnicas actuariales en Seguridad Social y en los Seguros de Salud.

En el estudio de las matemáticas Actuariales para su utilización en el cálculo del valor de una Prima de Riesgo, Prima de Tarifa o Prima Comercial y la Estimación de las Reservas Matemáticas a constituir, se tienen dos leyes que entran en juego, la ley de mortalidad y la ley financiera, las cuales se detallan en los primeros apartados del mismo, entendiendo la vinculación entre estas dos leyes nos permite implementar su influencia en el cálculo de las primas asociadas a los Seguros de Personas.

Después se desarrolla el tema de las Anualidades Contingentes y los seguros cuyo beneficio se paga si la persona fallece (cobertura de riesgo muerte), así como la combinación de la condición de sobrevivencia de quién contrata los seguros (Anualidades o pago único) o si fallece quien contrata el seguro y entonces se otorga un valor monetario a sus beneficiarios.

La combinación de estos dos tipos de coberturas (sobrevivencia y muerte) también se explica su cálculo en un solo producto.

Una vez que desarrolla el cálculo de las primas de seguros de personas entonces introduce el tema de la estimación de las Reservas Matemáticas, elemento clave para visualizar la suficiencia financiera de los productos de Seguros de Vida.

El valor de las Reservas Matemáticas al ser comparado con el valor real de lo cobrado en prima y lo manejado en inversión para un determinado producto, muestra sí la ley de mortalidad

y la ley financiera involucradas de manera teórica en el producto diseñado se están cumpliendo o si existe cierta desviación, por lo cual es útil saber calcularlas.

Una vez desarrollada las técnicas actuariales para los seguros de vida, la autora nos ofrece la aplicación de las mismas en la Seguridad Social, a través del cálculo de una pensión, dependiendo del esquema de financiamiento y el tipo de beneficios definido.

Por último en el tema de Seguros de Personas, introduce el concepto y cálculo de algunos elementos del Seguro de Salud y su uso en el contexto Argentino.

*Mg. Leticia Martínez Martiñon*

República Dominicana, Julio de 2022



# Introducción

*El aprendizaje es experiencia, todo lo demás, es información*

Albert Einstein

## **A modo de introducción, un poco de historia**

El concepto de número y asignación de grafías están motivados por dos grandes temas que preocupaban al hombre desde tiempos prehistóricos: la resolución de problemas económicos y el deseo de conocer la astronomía.

En todas las sociedades que han sido estudiadas hasta ahora existió la necesidad de contar y registrar números; distinguieron entre uno y muchos; uno, dos y muchos; otros fijaron como base los cinco dedos de una mano, contando de cinco en cinco; otros los diez de las dos manos o los veinte de manos y pies, o incluso algunos pueblos adoptaron la base sexagesimal.

Leopold Kronecker (nacido en Liegnitz, actual Legnica en Polonia, 7 de diciembre de 1823 y fallecido en Berlín, Alemania, el diciembre de 1891) fue un matemático alemán, autor de una frase muy conocida: "Dios hizo los números enteros; el resto es obra del hombre" (Bell 1986, p. 477).

Seguramente saben que el inicio de los seguros y las coberturas comerciales y personales nacen alrededor del año 2500 a. C., con el perfeccionamiento de la escritura que permite registrar y transmitir sin alteraciones, se produce la expansión del comercio entre ciudades, Ur, Ashur y Kanesh, extendido después hacia China, el Mar Negro y el Mediterráneo, y debido a la pérdida de mercancías por la continua piratería sobre las caravanas y los navíos, los mercaderes aceptaban préstamos mucho más caros que el correspondiente a la expedición<sup>1</sup>. A cambio se liberaban del pago del mismo si la expedición no llegaba a buen término. Era una especie de **seguro**, si se interpreta que la prima de riesgo es la diferencia entre el interés corriente y el pagado.

Este instrumento financiero más tarde sería el "préstamo a la gruesa ventura", que se extendió a todo el comercio marítimo y perduró durante muchos siglos. Y en el ámbito de las personas, otro germen de la actividad aseguradora existía ya en Babilonia, con las organizaciones de

---

<sup>1</sup> Tomado de Matemática financiera y matemática actuarial. Una aproximación a su origen y evolución hasta el siglo XVIII. LECCIÓN INAUGURAL CURSO 2018 / 2019 Dra. Flor María Guerrero Casas. Sevilla 2018. 19-12-2021

gremios para prever indemnizaciones por accidentes de trabajo o por muerte, asociaciones que se repiten en Grecia y Roma.

Y en Egipto aparece un antecedente al seguro de decesos. Con el pago de cuotas, los asociados se aseguraban que el resto de miembros afrontara los caros ritos funerarios y el consuelo de la familia.

Se considera como primer seguro explícito el referido al navío Santa Clara cuya ruta era Génova-Mallorca. Sin embargo, para fijar la prima de riesgo solo se tenía en cuenta la experiencia y la información informal que podían obtener los mercaderes.

La obra *Della mercatura et del mercante perfetto*, cuya autoría pertenece a Benedetto Cotrigli, publicada en 1458, contiene un apartado dedicado a los seguros marítimos en el que recomienda que para

(...) suscribir un seguro es necesario reunir todas las noticias marítimas con especial atención, y averiguar constantemente acerca de los piratas, guerras, treguas, represalias y todo lo que perturba el tránsito por el mar, hay que tener mapas de navegación en el escritorio y un buen conocimiento de los puertos y playas, y de la distancia entre un lugar y otro; también hay que tener en cuenta la condición de los capitanes, de los mercaderes que se aseguran, de los barcos; y también debe considerarse la mercadería (Ceccarelli, 2007; p. 5).

¡Es decir, hay que llevar “actas”, de allí que quienes realizaban las actas, eran entonces?....., ¡siiiiii! ¡¡¡Los actuarios!!!

Este texto, en el que encontrarán muchos “números”, “símbolos”, “fórmulas”, “relaciones de equivalencia”, fue preparado intentando compartir una mínima parte del amplio espectro del conocimiento del denominado “cálculo o matemática actuarial” aplicado al seguro de personas.

Lo primero que probablemente surja al leer el párrafo anterior, es ¿cuál es el objeto de estudio de esa parte de las Ciencias Económicas?

La respuesta, nada sencilla pero esquemática, sería que la **actuaría** es la disciplina que aplica modelos estadísticos y matemáticos para la evaluación de riesgos, la evaluación de impacto en los rendimientos, el cálculo adecuado de las denominadas “primas” de los seguros de vida (y no vida, que no son objeto de esta obra), la determinación de las magnitudes de estabilidad de los entes (públicos o privados) y el consecuente análisis de solvencia de los mismos.

Cabe destacar que este trabajo no pretende abarcar todos los aspectos vinculados a esta disciplina, sino solo sus conceptos fundamentales, dado que la actuaría es una carrera universitaria de grado, de manera que el objetivo es introducir al lector en sus nociones básicas.

A lo largo de las páginas que siguen, entonces, se van a encontrar con un conjunto de conceptos vinculados a “probabilidad”, “estadística”, “finanzas”, “economía” y una larga lista de etcéteras, que espero les sean útiles para despertar sus inquietudes por esta disciplina que ha sufrido un cambio casi “revolucionario” con la aparición en los últimos años, de

computadoras de alta velocidad que permiten desarrollar una sinergia entre los modelos actuariales y la teoría financiera.

Pero no siempre fue así, por cierto, Blaise Pascal inventa una máquina para calcular, la llamada **Pascalina** y no podemos avanzar sin mencionar la **ley de los grandes números** por su importancia en la ciencia actuarial.

Está basada en el “teorema dorado” de Jakob Bernoulli a quien le costó veinte años conseguir una demostración suficientemente rigurosa, publicada en su “Ars Conjectandi”, demostración que posteriormente completó y nombró Siméon-Denis Poisson (1781-1840):

(...) La contribución fundamental de Jakob Bernoulli a la teoría del azar consistió en proporcionar una definición estricta de probabilidad, basada en el supuesto que se podía “aprender” a partir de la experiencia y demostrar que este aprendizaje era cuantificable a través de un proceso de inversión que vincula a las probabilidades “a priori” –definidas a partir de un razonamiento que va de las causas a los efectos- con las probabilidades “a posteriori” –definidas a partir de un razonamiento que va de los efectos a las causas, de las frecuencias observadas de un resultado de naturaleza eventual al supuesto “verdadero valor” de la probabilidad de su ocurrencia. La consecuencia de esta revolucionaria propuesta fue la primera ley de los grandes números.<sup>2</sup> (Alberto Landro. 2016. p. 9)

Es decir que por la ley de los grandes números, en la medida que el número de casos expuestos a riesgo es mayor, la posible desviación del resultado de la probabilidad de que ocurra es menor.

Abraham De Moivre (1667-1754), algunos de cuyos aportes científicos leerán en estas páginas, analizó la probabilidad condicional, introdujo la distribución de frecuencias, la desviación media y la función generatriz de probabilidad. Y como los matemáticos de los siglos XVI y XVII habían perdido el miedo al paso al infinito, que tenían los griegos, De Moivre formuló la aproximación de una distribución específica como límite de la distribución binomial y estableció su forma integral, la que más tarde se llamó distribución normal.

Aplicando estos nuevos conceptos se perfeccionan los trabajos de supervivencia y mortalidad y se realizan importantes estudios empíricos que dan lugar a las tablas de mortalidad, imprescindibles para resolver cualquier operación financiera ligada a la biometría.

Precedentemente, hablamos de riesgo, ahora bien, ¿Qué características tiene el que aquí trataremos?

- Debe ser algo **posible**
- Debe ser **impredecible**
- Por lo tanto, debe ser originado por algo **fortuito**

---

<sup>2</sup> Landro Alberto y Gonzalez Mirta: Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016

- Debe ser **valorable en dinero**, de contenido económico.
- Debe ser **concreto**
- Debe tener objeto **lícito**.

Con esta breve introducción, entonces solo me resta invitarlos a recorrer las páginas que siguen...

*Darí­a todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro*

René Descartes

# CAPÍTULO 1

## Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades



3

<sup>3</sup> Imagen tomada de:

[https://www.google.com/search?rlz=1C1JZAP\\_esAR973AR973&sxsrf=ALiCzsb6z\\_poOmQZAXorY-wzSbWDTGPhuQ:1664823830575&source=univ&tbn=isch&q=imagenes+actuary&fir=zKtbqZHjgaSuRM%252C\\_Qo-IN7pRg5aeM%252C\\_%253BIH6gZkqDqLZLLM%252CFfGdoUzV0uoXbM%252C\\_%253BIkBCvV1LFUmd\\_M%252C\\_Qo-IN7pRg5aeM%252C\\_%253BeAdlcHSirGnEuM%252C0IH01DgaMLsx9M%252C\\_%253Bm69vrP0YRGNMeM%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C\\_%253B1VWkX-hgu4wj5M%252C0IH01DgaMLsx9M%252C\\_%253BbaJy\\_ANw2XfEWM%252CSUMZX7x6Cbzk2M%252C\\_%253Bx6Mj0S246JogUM%252CAExH86W2ltmTM%252C\\_%253BaQGsb5UadKA11M%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C\\_%253Bkvr8ulVky4whqM%252C\\_Qo-IN7pRg5aeM%252C\\_&usq=A14\\_-kSipGyGQ2wyOhC8nyi07opsaMxDzw&sa=X&ved=2ahUKewjXrK0I4MT6AhUlRjUCHVQ2C2sQ7AI6BAqIEDM&biw=1366&bih=617&dpr=1](https://www.google.com/search?rlz=1C1JZAP_esAR973AR973&sxsrf=ALiCzsb6z_poOmQZAXorY-wzSbWDTGPhuQ:1664823830575&source=univ&tbn=isch&q=imagenes+actuary&fir=zKtbqZHjgaSuRM%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_%253BIH6gZkqDqLZLLM%252CFfGdoUzV0uoXbM%252C_%253BIkBCvV1LFUmd_M%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_%253BeAdlcHSirGnEuM%252C0IH01DgaMLsx9M%252C_%253Bm69vrP0YRGNMeM%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C_%253B1VWkX-hgu4wj5M%252C0IH01DgaMLsx9M%252C_%253BbaJy_ANw2XfEWM%252CSUMZX7x6Cbzk2M%252C_%253Bx6Mj0S246JogUM%252CAExH86W2ltmTM%252C_%253BaQGsb5UadKA11M%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C_%253Bkvr8ulVky4whqM%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_&usq=A14_-kSipGyGQ2wyOhC8nyi07opsaMxDzw&sa=X&ved=2ahUKewjXrK0I4MT6AhUlRjUCHVQ2C2sQ7AI6BAqIEDM&biw=1366&bih=617&dpr=1)

## Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades

Como paso previo a los temas a tratar en este capítulo, es dable recordar que, entre otros guarismos, las operaciones financieras (toda acción que produzca, por desplazamiento en el tiempo, una variación cuantitativa del capital) se pueden clasificar en:

- a) **De término cierto:** cuando para que se cobren o paguen, solo es necesario el transcurso del tiempo pactado.
- b) **Contingentes, inciertas o actuariales:** cuando para que se cobren o paguen, es necesaria la ocurrencia de un hecho aleatorio, dependiente del azar.

En este texto, nos concentraremos en la valuación de algunas de estas últimas, las vinculadas a la supervivencia de las personas.

## El actuario – Conceptualización

**Actuario:** deriva de la voz latina “Actuarius”. Durante el imperio romano era una palabra común a diversas profesiones.

Se utilizaba para designar al secretario que levantaba “**acta**” de las sesiones del Senado o intervenía en diferentes actos, como matrimonios, nacimientos, etc.

Según el Diccionario de la Real Academia Española<sup>4</sup>: es la persona que interviene con fe pública en la tramitación de autos procesales.

## ¿A que se denomina “Ciencia Actuarial”?

En términos generales, se denomina así a la que se ocupa del estudio de los principios básicos y estructurales de la actividad aseguradora, tanto en su aspecto financiero como técnico, matemático y estadístico, en orden a la obtención de un equilibrio en los resultados.

## Antecedentes de la modernidad

- Ordenanzas de seguros marítimos<sup>5</sup>:

Los diferentes autores sobre la materia coinciden en destacar al seguro marítimo como la primera forma de seguro que existió, dado que su surgimiento se dio en los pueblos antiguos como consecuencia de la necesidad de los comerciantes de protegerse frente a los numerosos peligros que ofrecía la navegación marítima.

Se dice que en donde se han encontrado vestigios de una ley expresa sobre la materia vigente es en la isla de Rodas (Grecia), alrededor del año 400 antes de la Era Cristiana, cuando la ciudad de Rodas incorporó en su legislación la

<sup>4</sup> <https://dle.rae.es/actuario>. 19-12-2021

<sup>5</sup> Tomado de [https://escuelajudicialpj.poder-judicial.go.cr/Archivos/documentos/revs\\_juds/rev\\_jud\\_89/08%20EL%20CONTRATO%20DE%20SEGURO%20MAR%C3%8DTIMO.htm](https://escuelajudicialpj.poder-judicial.go.cr/Archivos/documentos/revs_juds/rev_jud_89/08%20EL%20CONTRATO%20DE%20SEGURO%20MAR%C3%8DTIMO.htm). Lic. Juliana Cristina Rincón. Consultado el 8-1-2022

institución de la avería gruesa o común también llamada Ley de la echazón. Dicha regulación estableció la obligación de los propietarios de las mercancías de distribuirse el costo de la siniestralidad ocurrida en el mar.

Por otro lado, hay quienes indican que el seguro marítimo se remonta posiblemente a una institución romana llamada “Foenus Nauticum” que llegó hasta nosotros como “préstamo a la gruesa”. Dicha institución consistía en el mutuo sobre una suma de dinero cuyo pago era garantizado por el naviero con un derecho real sobre la nave (bottomry), o sobre la carga. A cambio del préstamo y si la aventura marítima tenía éxito, el armador o naviero se comprometía a pagarle al prestamista el capital más un interés. Si, por el contrario, ocurría algún evento que causara la pérdida de la nave, como su hundimiento, el banquero perdía el préstamo y los intereses. Se puede decir que esta transacción se dio como la primera forma de transferencia del riesgo por parte del propietario del barco a otra parte, en este caso el prestamista.

Pese a las diferentes opiniones al respecto, Los historiadores reconocen unánimemente que los primeros contratos de seguro marítimo surgieron en Italia a principios del siglo XIV, y las leyes genovesas de la segunda mitad del mismo siglo son las primeras que se conocen sobre la materia. En el siglo XV el seguro fue regulado en las Ordenanzas de Bilbao y en las de Barcelona - años 1432, 1435, 1452, 1458 y finalmente 1484- y posteriormente las Ordenanzas de Burgos de 1538 y 1560. (Lic. Juliana Cristina Rincón. Revista Judicial, Costa Rica, N° 89, Julio 2008. P.183)

- Los Seguros de vida aparecieron un poco más tarde, durante el siglo XVII, con la incorporación de las técnicas estadísticas desarrolladas en la época, y es así que algunos consideran que la ciencia actuarial como tal, tiene su inicio en el año de 1693, con el artículo publicado por Edmund Halley titulado:” Un estimado del grado de mortalidad de la humanidad, obtenido de varias tablas de edades y funerales en la ciudad de Breslaw”

## La historia no es blanca o negra: Breslaw, la ciudad perdida<sup>6</sup>



### ¿Qué es un Actuario?

Precedentemente, ensayamos definiciones y conceptos vinculados a la etimología de la palabra, ahora, seremos un tanto más precisos:

- Es un profesional que se ocupa de las repercusiones financieras de los contextos de riesgo e incertidumbre.
- Proporciona evaluaciones de expertos de sistemas de garantía financiera, con especial atención a su complejidad, sus matemáticas y sus mecanismos.
- Evalúa matemáticamente la probabilidad de eventos y cuantifica los resultados contingentes con el fin de minimizar los impactos de las pérdidas financieras asociadas con los eventos indeseables e inciertos.

Debido a que muchos eventos, como la muerte, la enfermedad, la invalidez, etc., no se pueden evitar, es útil tomar medidas para minimizar su impacto financiero en caso de ocurrencia.

### Planificación Actuarial

#### Elementos y Funciones:

En la determinación del Valor Actual Actuarial (VAA) de las prestaciones y del Valor Actual (VA) de los aportes a, por citar alguno, un sistema previsional, intervienen los siguientes elementos y funciones:

- a) **Elementos demográficos:** el censo de partida o información de los beneficiarios.

---

<sup>6</sup> Foto tomada de <https://es.scribd.com/document/150882447/La-Historia-No-Es-Blanca-o-Negra-04>. Consultado el 8-1-2022



- b) **Elementos biométricos:** la probabilidad de ocurrencia del hecho objeto del seguro, como la enfermedad, el fallecimiento, la jubilación o la invalidez, etc.
- c) **Elementos financieros:** el tipo de interés técnico, que denominaremos  $i$ .
- d) **Elementos económicos:** los salarios y las cuantías de las prestaciones, así los como capitales asegurados, entre otros.
- e) **Funciones biométricas:** las probabilidades de vida y muerte, sobre una o más cabezas, ( $P_{xt}$ ), calculadas en función de las distintas probabilidades independientes.
- f) **Funciones financieras:** los factores de descuento  $v: \left(\frac{1}{1+i}\right)$  y  $v^n: \left(\frac{1}{(1+i)^n}\right)$  y los de capitalización  $(1+i)$  y  $(1+i)^n$ .
- g) **Funciones financieras y actuariales:**  ${}_nE_x = v^n \cdot {}_n p_x$
- h) **Función de rentas financieras:**  $a_{n:i}$
- i) **Función de rentas actuariales:**  $a_x$  y  $a_{x:n}$
- Cada uno de los cuales desarrollaremos brevemente en las siguientes páginas de este trabajo.

## Elementos Demográficos

### Demografía

Etimológicamente proviene del griego: demos (habitantes de un pueblo, masa de pueblo, ciudadanos) y graphia (escribir)

Según el diccionario demográfico multilingüe de Naciones Unidas podemos definir el concepto de demografía como: “una ciencia que tiene como finalidad el estudio de la población humana y que se ocupa de su dimensión, estructura, evolución y caracteres generales considerados fundamentalmente desde un punto de vista cuantitativo” (Diccionario Demográfico Multilingüe. Segunda Versión a cargo de Guillermo A. Macció. 1985. CELADE. p.17)

- *Dimensión:* hace referencia al tamaño de la población.
- *Estructura:* la población se estudia según distintos caracteres que la divide en subpoblaciones de interés, tales como: género, edad, lugar de residencia, estado civil, etc.
- *Evolución:* en tamaño, evolución temporal, etc.
- *Caracteres generales:* más propios de otras ciencias como la biometría, psicometría o genética. (*Estado de salud, coeficiente intelectual, código genético, etc...*)

Es dable destacar que la definición considera una población formada por individuos, como un conjunto al que se le puede asociar distribuciones estadísticas que pueden ser estudiadas a través de los datos obtenidos en las fuentes disponibles.

Hay que tener presente también que no todo lo cuantitativo asociado a poblaciones humanas se encuadra en el concepto de demografía, obviamente sí, la **edad** y el **género** son consideradas variables fundamentales, como también es importante el **estado civil**.

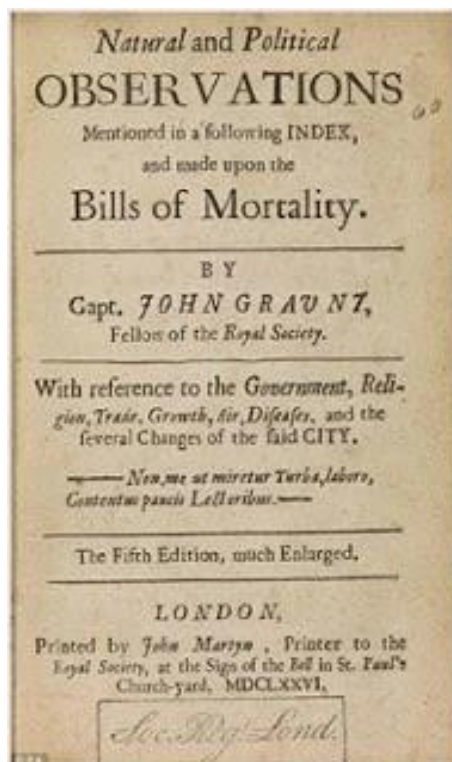
Las primeras ideas sobre la tabla de vida fueron desarrolladas por John Gran en su libro "Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality",

publicado en 1662, en el cual se presentó información referida a una generación de personas, la cual se reducía gradualmente por defunciones. Como aspecto de interés histórico valga mencionar que dicha tabla de sobrevivientes partía de 100 personas de edad 0, de las cuales sobrevivían 64 a la edad 6, 40 a la edad 16 y sólo 25 a la edad de 26 años, según podemos leer en el texto “Tablas de Mortalidad” de Antonio Ortega. Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). 1987. Prologo p.viii. San José de Costa Rica.

John Graunt (1620-1674), entonces, es el primer experto en demografía y epidemiología, que basándose en registros de 30 años, efectuó predicciones del número de personas que morirían de varias enfermedades y de las proporciones esperadas de nacimientos de varones y mujeres.

Su obra “*Natural and Political Observations on the Bills of Mortality*” (Observaciones naturales y políticas sobre los proyectos de ley de mortalidad), mencionada precedentemente, representa la primera aproximación de una tabla de mortalidad y tuvo gran repercusión en los países europeos. Dos décadas después de su muerte, con métodos similares a los actuales, se considera que las primeras tablas de mortalidad son las realizadas por el astrónomo, matemático y físico inglés, Edmund Halley (1656-1742).

Además de calcular la trayectoria del cometa que lleva su nombre, elaboró las tablas a través de “**Una estimación de los grados de mortalidad humana**”, extraídos de las tablas de nacimiento y los funerales en la ciudad de Breslaw; (cuya foto precede este apartado) con un intento de determinar el precio de las rentas vitalicias”, obra que es publicada por la Royal Society, en 1693, que creó un comité para examinar la obra y emitió un informe favorable. El rey Carlos II de Inglaterra, se interesó por la obra y lo propuso como miembro.



En ella, además, realizó un análisis pionero para valorar el problema de la venta de anualidades que dependen de dos vidas, o sobre dos cabezas, ya que en esos años en Londres se las vendía y se debían abonar al suscriptor y, en caso de fallecimiento, a su viuda.

Después de transcurrir más de tres siglos, la demografía ha evolucionado enormemente, pero las innovaciones metodológicas introducidas por Graunt son actualmente técnicas estadísticas básicas para científicos y demógrafos.

Es dable recordar también, que la palabra **demografía** apareció, por primera vez, en la obra de Achille Guillard (1799-1876) titulada “*Éléments de statistique humaine on démographie comparée*” (Elementos de estadísticas Humanas sobre demografía comparada) en 1855.

### Algunos hitos de la historia de la demografía

- Adam Smith (1723-1790): parte de la armonía natural entre economía y demografía, haciendo depender el tamaño de una población tanto de su mano de obra como de la productividad de la tierra.
- Thomas Malthus (1776-1834): defendía la necesidad de poner freno al crecimiento de la población ya que, en otro caso, esta crecería en progresión geométrica mientras que los medios de subsistencia lo harán en progresión aritmética.
- En tanto para Karl Marx (1818-1883), sostenía que cada modo histórico de producción tiene su propia ley de población.

### Los procesos demográficos determinan

- La estructura de una población y su evolución (refieren a nacimientos, defunciones y migraciones)
- Están condicionados en parte por fenómenos sociales, culturales, económicos, políticos, religiosos, sanitarios, etc.

Por tanto, podemos concluir que la demografía estudia las características y evolución de un colectivo humano, bajo determinados supuestos sociales.

### Elementos biométricos

#### Teoría de la supervivencia de las personas

Cualquiera que fueran las bases técnicas utilizadas, sobre las que se apoye la teoría, diremos que es la que trata de determinar una sucesión de valores para un grupo inicial de personas “ $l_x$ ”, partiendo de la edad inicial, que denominaremos “ $x_0$ ”, a medida que aumenta el índice  $x$ , es decir la edad, mida la evolución del fenómeno de la supervivencia para cualquier intervalo de tiempo.

La observación del fenómeno de supervivencia o mortalidad, según se mire, no depende solo de la edad del individuo, sino de muchos otros factores, como la diversidad climática del lugar donde habita, las condiciones sanitarias, epidemiológicas, sociales, económicas, las del ejercicio de la profesión, oficio, empleo que detentan, etc., pero a lo largo de este texto, tomaremos la variable etaria, como determinante.

Es dable aclarar, que cuando nos referimos al individuo de edad “x”, no es que lo consideramos un caso aislado, sino como parte integrante del grupo inicial bajo observación, de manera que siempre se alude al grupo al cual pertenece y lo que se atribuye al sujeto está estrictamente relacionado con el grupo.

En el poema “El Amenazado” escrito por Jorge Luis Borges en 1972, podemos leer en uno de sus versos: “.....Estar contigo o no estar contigo, es la medida de mi tiempo.....” (p.1)

Entonces: ¿¿El tiempo, se puede medir de diferentes maneras??

Para los actuarios, el tiempo, antes que nada, puede considerarse en una doble acepción:

- a) Como **tiempo "físico"**. Es decir, como soporte de la existencia; así se habla de una fecha determinada, de un instante concreto, etc.
- b) Como **tiempo "biométrico"**. Esto es, como "medida de vida" de los elementos integrados en el grupo poblacional considerado. Por supuesto que esa "medida de vida" es la edad.

Lo que denominamos **tiempo biométrico**, es decir la edad, será el elemento fundamental para el cálculo actuarial; efectivamente, esta se convertirá en la característica diferencial para los distintos grupos humanos, mientras, el fenómeno causante del riesgo será el momento de ocurrencia de la **muerte**.

En este sentido conviene recordar que la ciencia que estudia la supervivencia de los seres humanos es la **Biometría**, valiéndose del empleo de modelos estadísticos.

### Entonces, ¿qué es la Biometría?

**Biometría** (del griego *bios*: vida y *metrón*: medida) es la parte de la biología que trata de la aplicación de los métodos estadísticos y de las matemáticas, al estudio de los fenómenos vitales.

En el capítulo siguiente, mostraremos las denominadas “funciones biométricas elementales”, llamadas así porque son dependientes solo de la variable “x”, es decir la edad, medida en años, es decir que esa es la “unidad de tiempo”.

Según el Diccionario de la Real Academia Española, “es el estudio mensurativo o estadístico de los fenómenos o procesos biológicos.”<sup>7</sup>

La modernidad, descubrió que también, es el estudio automático para el reconocimiento único de humanos basado en uno o más rasgos conductuales o rasgos físicos intrínsecos.

Es además, el conjunto de métodos de la Estadística Actuarial que se ocupa, fundamentalmente, del estudio de la supervivencia de los elementos de cualquier población sujeta a un proceso de envejecimiento.

El modelo biométrico es un modelo estocástico, en el sentido que incluye en su estructura por lo menos a una variable aleatoria, esta es la variable “x”, que llamaremos edad, y que representa el tiempo biológico transcurrido desde el instante del nacimiento del individuo hasta el de su fallecimiento, o hasta un momento determinado previamente.

Este último concepto nos lleva entonces, a la Teoría de la Supervivencia, breve y previamente descrita, que se asienta sobre dos hipótesis fundamentales:

---

<sup>7</sup> Consultar en: <https://dle.rae.es/biometr%C3%ADa>

- a) **Hipótesis de independencia:** significa que dado un grupo demográfico de N cabezas, se supone que el fenómeno de la mortalidad es independiente, es decir, que no existe interacción entre las mismas, no teniéndose en cuenta la mortalidad por contagio ni la que se deriva de la acción voluntaria de cualquiera de ellas sobre las demás.
- b) **Hipótesis de homogeneidad:** significa que los individuos objeto de estudio, forman un grupo homogéneo respecto al fenómeno de la mortalidad, que sólo viene determinado por la edad y el género.

El poeta y escritor uruguayo **Eduardo Galeano**, en su obra *El libro de los Abrazos*, **nos enseñaba que:** “RECORDAR: Del latín re-cordis, volver a pasar por el corazón...” (Galeano Eduardo, 1989, p. 4)

Así que recordaremos algunos conceptos que hemos aprendido en otra disciplina, como es la Matemática Financiera o Cálculo Financiero.

### Funciones Financieras y Actuariales

**Consideraciones a tener en cuenta en orden a los factores de capitalización y actualización:**

Denotaremos con la letra *i*, como ya mencionamos, a la **tasa de interés técnico** y será utilizada para entre otras funciones, determinar el valor de las primas del cálculo actuarial.

Sabemos que:

- $i$  = tasa de interés efectiva anual.
- $v = (1+i)^{-1}$  : factor de actualización financiero, valor actual de una unidad monetaria en la unidad de tiempo.

Luego, llamaremos **factor de actualización actuarial**, al valor actual actuarial a la edad  $x$  del capital unitario pagadero a la edad  $x+t$  si la persona se encuentra con vida.

Su fórmula de cálculo está dada por la siguiente expresión:

$$E_{(x;t)} = p_{(x;t)} * (1+i)^{-t}$$

Donde:

$E_{(x;t)}$ : factor de actualización actuarial

$p_{(x;t)}$ : probabilidad que tiene una persona de edad “ $x$ ” de llegar con vida a la edad “ $x+t$ ”

$(1+i)^{-t}$ : valor actual unitario a tasa  $i$ , por los “ $t$ ” períodos considerados

Al hablar del concepto de biometría, establecimos que la mortalidad es un proceso estocástico, de manera que así lo analizaremos, desarrollando entonces, algunas variables vinculadas.

### ¿A que llamamos Eventos y Probabilidades?

Como quedo expresado, analizaremos el fenómeno de la mortalidad como un proceso estocástico, entonces, definimos:

- Variable aleatoria: edad  $-x-$
- La variable toma valores entre:  $0 < x < \omega$ , donde  $\omega$  es la edad límite que se considera inalcanzable (salvo casos excepcionales, por ej. 110 años).
- Suponemos una población homogénea, para la cual la probabilidad de fallecimiento puede considerarse solo función de la edad.
- Consideraremos los eventos en intervalos discretos anuales y edades enteras.
- Los eventos son mutuamente excluyentes (la persona fallece a una edad o a otra).
- Los eventos en su conjunto son completos, esto es: para todos los casos posibles su suma será igual a uno.

**Probabilidad:** Origen etimológico: Del latín, y más exactamente de la palabra **probabilitas**, que está formada por la unión del verbo **probare** que puede traducirse como “comprobar”, el sufijo **-bilis-** que equivale a “posibilidad” y el también sufijo **-tat-** que lo que viene a indicar es una “cualidad”.

De la estadística metodológica aprendimos que se basa, en lo referente a un fenómeno abstracto de probabilidad constante, en la teoría de las pruebas repetidas.

Probabilidad entonces, permite resaltar la característica de probable (es decir, de que algo pueda ocurrir o resultar verosímil).

Se encarga de evaluar y permitir la medición de la frecuencia con la que es posible obtener un cierto resultado en el marco de un procedimiento de carácter aleatorio.

Es la razón entre la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles.

#### **Notaciones a utilizar:**

Llamaremos:

“p”: probabilidad de supervivencia

“q”: probabilidad de fallecimiento.

La notación internacional utiliza un subíndice a la derecha ( $p_x$ ) para indicar la edad actual y otros subíndices a la izquierda que definen los límites de tiempo del evento considerado ( ${}_n p_x$ ), que debe leerse como la probabilidad que tiene una persona de edad  $x$ , de vivir  $n$  años más.

En particular para un año de supervivencia, se omite este último subíndice.

De modo que:  $p_x + q_x = 1$

Existen otros autores que utilizan notación de tres campos. Se pueden expresar, como sigue:

- **En función de plazos:**  $q_{(x;h;n)}$

El 1er campo indica la edad de valuación:  $x$

El 2do campo indica el plazo de diferimiento entre el momento de valuación y el inicio del riesgo:  $h$

El 3er campo indica la duración del riesgo en años:  $n$

- **En función de edades:**  $q_{(x,x+h,x+h+n)}$

El 1er campo indica la edad de valuación:  $x$

El 2do campo la edad de inicio del riesgo:  $x+h$

El 3er campo la edad de finalización del riesgo:  $x+h+n$

Precedentemente, mencionamos casi al pasar, el plazo de diferimiento entre el momento de valuación y el inicio del riesgo, de manera que entonces debemos hablar de **Probabilidad diferida**: La probabilidad asociada al año genérico  $t$ , se define como una probabilidad de fallecimiento anual diferida, que viene dada por la siguiente fórmula:

$$q_{(x;t-1;1)} = q_{(x;x+t-1;x+t)} = t-1/q_x$$

Este valor representa la función de frecuencia de la variable aleatoria.

La suma de todas las probabilidades anuales diferidas es igual a 1:

$$\sum_{t=1}^{\omega-x} q_{(x;t-1;1)} = 1 = q_{(x;0;\omega-x)}$$

### Probabilidad acumulada

La probabilidad de que una persona de edad  $x$  fallezca antes de alcanzar la edad  $x+n$  será:

$$P [x \leq x+n] = q_{(x; 0;n)} = \sum_{t=1}^n q_{(x;t-1;1)} = F_{(x+n)}$$

Representa la función de distribución por la siguiente fórmula:

$$\sum_{t=1}^n q_{(x;t-1;1)} = q_{(x;0;n)}$$

El complemento de la función de distribución representa la probabilidad para la persona de edad  $x$ , de estar viva dentro de  $n$  años (es decir, que la muerte ocurrirá después de la edad  $x+n$ ):

$$P[x > x+n] = p_{(x;n)} = \sum_{t=1}^n p_{(x;t)} = 1 - F_{(x+n)}$$

Veamos un ejemplo, a ver si queda debidamente comprendido: Calculemos la probabilidad de que una persona de edad  $x$  fallezca antes de alcanzar la edad  $x+2$ , esto es:  $q_{(x;0;2)}$

Este evento implica la suma de los sucesos:

- No alcanzar con vida la edad  $x+1$
- 
- Llegar con vida a la edad  $x+1$  y no alcanzar la edad  $x+2$ .

Recordando la regla de la suma y el producto de probabilidades y asumiendo que las probabilidades de vida y muerte son mutuamente excluyentes e independientes, tendremos que:

$$q_{(x;0;2)} = q_{(x;0;1)} + p_{(x;1)} * q_{(x+1;0;1)} = q_{(x;0;1)} + q_{(x;1;1)}$$

**Probabilidad total:** es el evento completo que representará que una persona de edad  $x$  fallezca antes de la edad  $\omega$ , y puede expresarse con la siguiente suma:

$$q_{(x;0;n)} + q_{(x;n;\omega-x-n)} = 1$$

De lo que se puede deducir:

$$q_{(x;n;\omega-x-n)} = 1 - q_{(x;0;n)}$$

**Probabilidad compuesta:** con base en el principio de la probabilidad compuesta podemos expresar:

$$p_{(x;n+t)} = p_{(x;n)} * p_{(x+n;t)}$$

La fórmula precedente nos indica que el evento que una persona de edad  $x$  viva al cabo de  $n+t$  años está compuesto por:

- Que la persona de  $x$  años esté viva después de  $n$  años
- Y
- Que esa persona que ahora es de edad  $x+n$  viva después de  $t$  años.

### Tasa instantánea de mortalidad

Si se considera la intensidad de la mortalidad con relación a un tiempo infinitamente pequeño, o sea, al instante mismo en que se llega a determinada edad, se obtiene lo que se denomina tasa instantánea de mortalidad:  $\mu_{(x)}$

En formulas, sería:

$$\mu_{(x)} = (-1 / p_{(x;t)}) * (d/dt) * p_{(x;t)}$$

No es una probabilidad, es una expresión proporcional de la probabilidad de fallecer en un momento infinitésimo, en un instante  $x$  de tiempo, pero como ya expresamos, la unidad de medida, es anual.

## Referencias

Borges Jorge Luis. El Amenazado. Poema escrito en 1972 y publicado por primera vez en el Oro de los tigres. Editorial EMECE. Argentina.

Diccionario de la Real Academia Española: consultado en : <https://dle.rae.es/biometr%C3%ADa>

Galeano Eduardo, El libro de los Abrazos .1989. Editorial Siglo XXI.



Guerrero Casas Flor María. Matemática financiera y matemática actuarial. Una aproximación a su origen y evolución hasta el siglo XVIII. LECCIÓN INAUGURAL CURSO 2018 / 2019. Sevilla 2018.

Landro Alberto y Gonzalez Mirta: Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016

Macció Guillermo A. Diccionario Demográfico Multilingüe. Segunda Versión. 1985. CELADE  
Ortega, Antonio. Tablas de Mortalidad. Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). 1987. San José de Costa Rica.

Rincón Juliana Cristina. Revista Judicial. Costa Rica. N° 89. Julio 2008.



## Tabla de Mortalidad

### Conceptos fundamentales previos

Dado el envejecimiento que sufre la población mundial, las aplicaciones de las probabilidades y tablas de mortalidad serán cada vez más importantes. Sin embargo, aún son poco conocidas y menos comprendidas.

La tabla de mortalidad es un resumen de los registros de vida de un grupo representativo de individuos *suficientemente grande*. Se denomina también “de eliminación” pues contiene la ley de eliminación de los elementos de ese conjunto.

Representa el instrumento que mide la probabilidad de vida y la probabilidad de muerte de las personas.

Según José González Galé:

La tabla de mortalidad, es un modelo matemático idóneo para el cálculo de probabilidades de vida y de muerte que se presenta como la evolución monodecreciente, pues el elemento básico de dicha tabla es decreciente de un colectivo - conjunto de vidas cerrado de vidas homogéneas - todas las vidas se encuentran sometidas a la muerte-e independientes- la probabilidad de Vida de una persona está sujeta a la probabilidad de vida de otra persona con puntos anuales discretos de eliminación y basada en la hipótesis de que la mortalidad es solo función de la edad alcanzada (1977, p. 7)

Como toda sucesión de datos estadísticos, las tablas de mortalidad o supervivencia, presentan ciertas irregularidades, desvíos, etc., que más allá de las hipótesis establecidas como válidas, no pueden ser atribuidas a causas sistemáticas, lo que hace necesario ajustar sus resultados. Los criterios generales y sus consideraciones, exceden este texto, pero mencionaremos brevemente a que nos referimos, a continuación.

Los métodos de ajuste analítico persiguen la determinación de una expresión analítica (valga la redundancia) adecuada para la función de supervivencia  $l_{(x)}$ .

En el año 1765, Abraham De Moivre (1667-1774) propuso una función lineal decreciente de la forma  $l_{(x)} = 86 - x$  considerando 86 años como edad extrema de la vida, dado que notó que en la tabla construida por el astrónomo Halley, treinta y dos años antes, el número de supervivientes a diferentes edades, se comportaba como una progresión aritmética decreciente.

“No obstante, el mismo autor observó que su hipótesis no era válida para las edades inferiores a los doce años y en el resto de la existencia lo era de manera poco precisa” (Filadelfo Insolera cap. IV, pág. 85).

Benjamín Gompertz (1779-1865), en 1825 considera que la tasa instantánea de mortalidad  $\mu(x)$  sufre, en el intervalo infinitesimal  $(x, x+dx)$ , un incremento proporcional a  $\mu(x)$  por causa de la progresiva debilitación del organismo con el tiempo, y lo expresa de la siguiente manera:

$$d\mu(x) = \mu(x) * dx$$

Llegando a una expresión del tipo:

$$g^*l_{(x)} = K * c_x$$

La función de Gompertz, puede ser expresada de esta otra forma:

$$dN/dt = r N_{(t)} \log[K/N_{(t)}]$$

Donde:

$N_{(t)}$ : representa el número de individuos en el momento  $t$ ,

$dN/dt$ : es la derivada con respecto al tiempo,

$r$ : es la tasa de crecimiento intrínseco y  $K$  el número de individuos en equilibrio.

Este modelo es una mejora del modelo demográfico de Malthus y fue usado por compañías de seguros para calcular los costos de los seguros de vida.

El resultado de la ecuación, nos da una función sigmoide, que es una función matemática que representa una variable que tiene un crecimiento más lento al inicio, luego se acelera y al final se desacelera, en un período de tiempo dado.

En 1860, William Matthew Makeham (1826- 1891), utiliza la misma hipótesis de Gompertz en lo referente al incremento del tanto anual de mortalidad y le añade la consideración de un incremento constante proporcional a  $d_x$  debido simplemente al azar.

De manera que la ley de supervivencia de Makeham toma la forma:

$$l_x = l_0 * S^x * g^{C(x-1)}$$

Donde:

$l_x$ : es el número de personas que tienen exactamente la edad  $x$

$l_0$ : es el número de personas que tienen la edad 0

(Sobre estas denominaciones, volveremos en acápites siguientes)

Esta ley ha sido la más utilizada para la representación analítica de la supervivencia.

Las constantes que figuran en ella se determinan a partir de los valores experimentales de  $l_x$ , operación que recibe el nombre de ajuste de la ley de Makeham.

**Probemos esta fórmula para la Tabla de mortalidad CSO'80 (que pueden consultar en el Anexo II):**

Según la fórmula de ajuste de Makeham,

$$l_x = l_0 * S^x * g^{C(x-1)}$$

Donde:

$$0 < g * S < 1; C > 1$$

(Es dable mencionar que las constantes  $S$ ,  $g$ ,  $c$ , se calculan directamente a partir de las observaciones estadísticas sobre la población bajo análisis.)

Damos valores:

$$C = 1.02092$$

$$g = 0.9$$

$$S = 0.998$$

Con los valores precedentes y reemplazando en la fórmula, obtendremos:

$l_x$  (para  $x = 1$ ) =  $100.000 * 0.998^{1*0.9} * 0.9^{1.02092 * 1 - 1} \approx 99.582$  que representa el número de personas con vida a la edad 1

### Estructura y fundamento de una Tabla de mortalidad

En este texto, como Anexo I y II, se encuentran las tablas de mortalidad GAM'71 (Group Annuity Mortalidad) y CSO'80 (Commissionaries Standard Ordinary). Ahora bien, a lo largo de vuestra vida académica o profesional, se encontrarán con otras varias que tendrán supuestos diferentes, tasa de interés técnico diferente, años de formulación diferente, etc. etc., pero en todas encontrarán las siguientes variables estructurales:

- Supervivencia y defunciones del colectivo o grupo poblacional sujeto a observación
- Determinación de probabilidades de vida y muerte
- Relaciones entre esas probabilidades

### Supervivencia y defunciones

- Con la observación estadística se determinan frecuencias, de las cuales son estimadas las probabilidades de fallecimiento anuales  $-q_x-$  para cada edad entera  $x$ .
- A partir de estas probabilidades podrían calcularse las probabilidades anuales de supervivencia (por la probabilidad contraria) o las acumuladas con base en el principio de probabilidad compuesta.
- Las tablas de mortalidad en general, están basadas en un grupo cerrado, con una sola causa de eliminación y cuya única variable es la edad.

Una Tabla de mortalidad tiene generalmente, la siguiente estructura:

| x | $l_x$   | dx  | $q_x$   |
|---|---------|-----|---------|
| 0 | 100.000 | 418 | 0.00418 |
| 1 | 99.582  | 107 | 0.00107 |
| 2 | 99.475  | 98  | 0.00099 |
| 3 | 99.377  | 97  | 0.00098 |
| 4 | 99.280  | 94  | 0.00095 |

Donde:

- $x$  = edad del grupo inicial dado
- $l_x$  = living = adjetivo live = vivo; es decir el número de personas con vida a la edad "x"

- $d_x$  = dead = adjetivo muerto o difunto; es decir el número de personas que habiendo alcanzado la edad “x” no llegan a vivir un año más
- $q_x$  = probabilidad de no vivir un año más

Ahora bien, es necesario aclarar que no existe una única tabla de mortalidad, como ya mencionamos precedentemente, como prueba de ello, en este texto, encontraran dos de ellas, la denominada GAM'71 (Group Annuity Mortality Table) y la CSO'80 (Commissionaries Standard Ordinary), pero hay otras: GAM'83, GAM'84, específicamente para Argentina las Tablas abreviadas de mortalidad por sexo y edad 2008-2010, confeccionadas y publicadas por el Instituto Nacional de Estadística y Censo (INDEC), etc.

Si las comparan, verán que no obtienen los mismos resultados para las diferentes funciones biométricas, y eso ¿por que? Porque los supuestos de supervivencia y mortalidad son diferentes, al igual que los parámetros de ajuste analítico.

En un artículo escrito por el Dr. Adrian Paenza<sup>9</sup>, cuya lectura recomiendo, encontramos que expresa en la "Argentina en el año 2019, el promedio de vida para una mujer rondaba los 80 años mientras que para un hombre, superaba apenas los 73", sin embargo en la denominada GAM'71, la esperanza de vida es de 73 años para Hombres y 78 años para mujeres, lo que abona el concepto que del párrafo precedente.

Hecha esta aclaración, veamos algunos ejemplos:

1. Dados los siguientes valores, complete los datos faltantes:

| x  | Lx     | dx    | qx      |
|----|--------|-------|---------|
| 60 | 80.843 | 1.300 | 0.01608 |
| 61 |        | 1.395 |         |
| 62 | 78.148 |       |         |
| 63 | 76.649 |       | 0.02106 |
| 64 | 75.034 | 1.736 | 0.02314 |
| 65 |        | 1.863 |         |

Y, ¿entonces? ¿Cómo empezarían a completar la información?

- a) A ver, pensemos lo que leímos en acápites anteriores y razonemos juntos alguno de los datos: Si el número de personas que fallecieron entre los 61 años y los 62, es de 1.395, y el número de personas vivas a los 61 años, por lo que vimos en el inciso anterior, es de 79.543, quiere decir que la probabilidad de que una persona que llegó con vida hasta los

<sup>9</sup> De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>

61 años no llegue a vivir un año más, o sea que muera antes de cumplir los 62 es  $(q_x) = 1395/79543 = 0,01754$ .

Y así se completan todas las celdas que nos faltaban, quedando nuestro ejemplo resuelto de la siguiente manera:

| x  | $l_x$  | $dx$  | $q_x$   |
|----|--------|-------|---------|
| 60 | 80.843 | 1.300 | 0,01608 |
| 61 | 79.543 | 1.395 | 0,01754 |
| 62 | 78.148 | 1.499 | 0,01918 |
| 63 | 76.649 | 1.614 | 0,02106 |
| 64 | 75.034 | 1.736 | 0,02314 |
| 65 | 73.298 | 1.863 | 0,02542 |

- b) Si a la edad de 60 años, del grupo inicial bajo observación, hay con vida ( $l_x$ ) 80.843 personas, pero entre esa edad y los 61 años, han fallecido ( $dx$ ) 1.300, entonces quiere decir que llegaron a vivir un año más:  $80.843 - 1300 = 79.543$  personas.
- c) Si el número de personas que fallecieron entre los 61 años y los 62, es de 1.395, y el número de personas vivas, por lo que vimos en el inciso anterior, es de 79.543, quiere decir que la probabilidad de muerte ( $q_x$ ) es:  $1395/79543 = 0,01754$

Ahora bien, vimos que la probabilidad de muerte ( $q_x$ ) sumada a la probabilidad de vida ( $p_x$ ) de una persona de edad  $x$ , es:

$$q_x + p_x = 1$$

Los invito a completar la tabla anterior, pero agregando la columna correspondiente a la probabilidad de vivir un año más.

La tabla de mortalidad completa, con probabilidad de vida, quedará de esta manera:

| x  | $l_x$  | $dx$  | $q_x$   | $p_x$   |
|----|--------|-------|---------|---------|
| 60 | 80.843 | 1.300 | 0,01608 | 0,98392 |
| 61 | 79.543 | 1.395 | 0,01754 | 0,98246 |
| 62 | 78.148 | 1.499 | 0,01918 | 0,98082 |
| 63 | 76.649 | 1.614 | 0,02106 | 0,97894 |
| 64 | 75.034 | 1.736 | 0,02314 | 0,97686 |
| 65 | 73.298 | 1.863 | 0,02542 | 0,97458 |

¡¡Muy muy bien!! Si hasta aquí han comprendido, emprendamos la resolución de los siguientes guarismos:

2. En función de la tabla anterior calcular:

- La probabilidad de que una persona de 60 años sobreviva un año.
- La probabilidad de que una persona de 60 años sobreviva cinco años.
- La probabilidad de que una persona de 60 años fallezca entre las edades 61 y 62.
- La probabilidad de que una persona de 60 años fallezca antes de cumplir 62.
- La probabilidad de que una persona de 60 años no llegue con vida a los 65.

Expresar las probabilidades con la notación correspondiente y calcule en función de los valores de tabla y de la teoría estadística.

Aquí les dejo los resultados, pero sería muy interesante que antes de leerlos, los hayan obtenido:

- $p_{61} = p(60;1) = l_{61}/l_{60} = 79543/80843 = 0,98392$
- $p_{65} = p(60;5) = l_{65}/l_{60} = 73298/80843 = 0,90667$
- ${}_{1/1}q_{60} = q(60;1;1) = (l_{61}-l_{62})/l_{60} = (79543 - 78148)/80843 = 0,01726$
- ${}_{2}q_{60} = q(60;0;2) = (l_{60}-l_{62})/l_{60} = (80843 - 78148)/80843 = 0,03334$
- $5q_{65} = q(60;0;5) = 1 - p_{65} = 0,09333$

Los valores precedentes los obtuvimos empleando alguna de las siguientes relaciones:

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$q_x = d_x / l_x$$

$$d_x = q_x \cdot l_x$$

$$p_x = 1 - q_x$$

A continuación, a modo de cierre de este capítulo, estableceremos esquemáticamente las principales funciones biométricas elementales:<sup>10</sup>

### Referidas a supervivencia de un año y para una persona

- Probabilidad de supervivencia:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Como vimos, es el cociente entre el número de casos favorables y el de casos posibles, cuyo resultado nos indica que probabilidad tiene una persona de edad "x" de vivir un año más.

<sup>10</sup> Resumen preparado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pineau



b) Probabilidad de muerte:

$$q_x = \frac{(l_x - l_{x+1})}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} = 1 - p_x$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de no vivir un año más.

### Referidas a supervivencia superior a un año y para una persona

c) Probabilidad temporaria de vida:

$$n p_x = \frac{l(x+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de vivir “n” años más.

d) Probabilidad temporaria de muerte:

$$n q_x = \frac{l_x - l(x+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de no vivir “n” años más.

e) Probabilidad diferida de muerte:

$$m/q_x = \frac{l(x+m) - l(x+m+1)}{l_x} = \frac{d_{x+m}}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de morir entre las edades “x+m” y “x+m+1” años. Podemos interpretarla de esta manera: es el número de personas que teniendo actualmente la edad x van a alcanzar la edad x+m, pero no van a llegar a cumplir un año más.

f) Probabilidad interceptada de muerte:

$$m/n q_x = \frac{l(x+m) - l(x+m+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de morir entre las edades “x+m” y “x+m+n” años, que también podemos expresar como la probabilidad que un individuo de edad “x” viva hasta la edad “x+m” y muera entre las edades “x+m” y “x+m+n”

g) Función Central de Supervivencia

$$L_x \approx l_{x+1/2}$$

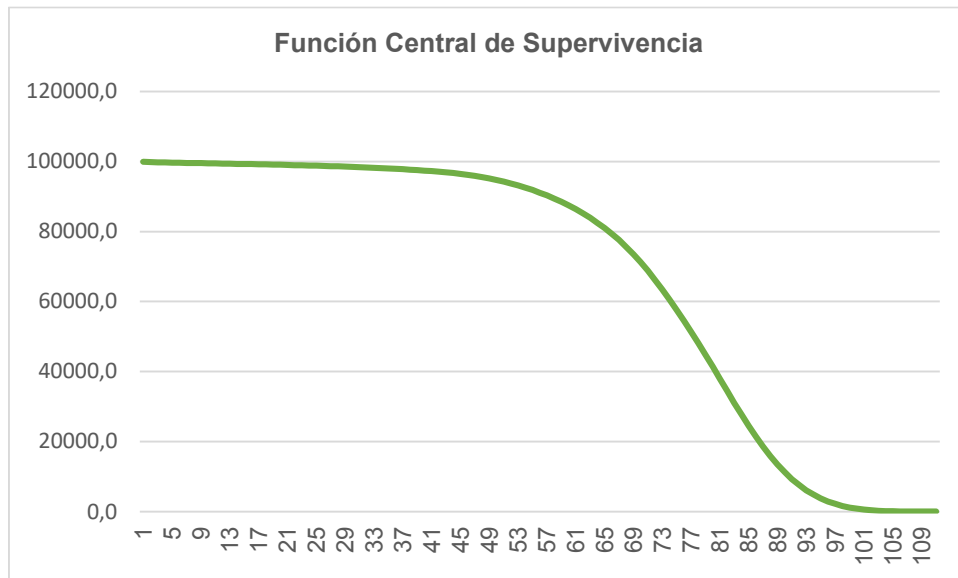
Como este valor ( $l_{x+1/2}$ ) no se encuentra tabulado en las tablas de mortalidad (se tabulan solo años enteros), podemos expresar la función central de supervivencia como:

$$L_x \approx \frac{1}{2} * (l_x + l_{x+1})$$

O bien como:

$$L_x \approx l_x - \frac{1}{2} d_x$$

Tomando los datos de la Tabla de Mortalidad GAM'71, para "Hombres", que encontrarán en el Anexo I, podemos graficar la función central de supervivencia:



Como vemos, es una función decreciente, que en la edad "cero" toma aproximadamente el valor de la cantidad de individuos de la tabla,  $l_0$  y tiende a cero en la edad " $\omega$ ", dado que no habrá supervivientes de la cohorte inicial dada.

h) Tasa o Función Central de Mortalidad

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

Esta fórmula nos indica el número de personas fallecidas entre la edad de "x" y "x+1" en relación al número de personas que en un momento dado (por ejemplo un censo) tienen esa edad, es decir son todas las personas que pueden tener todas las edades posibles entre "x" y "x+1".

Y en orden a las fórmulas que hemos visto en este capítulo, podemos establecer diferentes formas de expresarla:

a. En función de la probabilidad de supervivencia:

$$m_x = 2 * \frac{1 - p_x}{1 + p_x}$$

b. En función de la probabilidad de muerte:

$$m_x = 2 * \frac{q_x}{2 - q_x}$$

i) Vida Media o expectativa de vida completa:

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

Este cociente nos indica el número de años que le restan por vivir a una persona de edad “x”, asumiendo una distribución homogénea del número de años, que a partir de esa edad, vivirá el conjunto de individuos incluidos en la tabla de mortalidad (en esa edad x) hasta que el grupo se extinga.

Es de destacar, que el numerador de la función,  $T_x$  (total de existencias), no viene dado, sino que hay que obtenerlo a través de la siguiente expresión:  $\sum_{t=0}^{\omega-x} L_{x+t}$ , o bien se puede utilizar:  $T_x = \frac{1}{2} * l_x + \sum_{t=1}^{\omega-x} l_{x+t}$  de manera que para cada edad de la tabla encontraremos un valor diferente de  $T_x$ , lo que, como resulta casi obvio, nos lleva a una diferente esperanza de vida para cada edad.

j) Vida Media o expectativa de vida reducida: esta medida supone que todas las muertes tienen lugar al principio de cada año:

$$e_x = e_{x-1/2}^0$$

k) Vida probable: hace referencia al tiempo que falta para que el número de sobrevivientes sea la mitad del grupo inicial  $l_x$ , por ende viene dado por la expresión:

$$l_{x+t} = \frac{l_x}{2}$$

l) Vida Media o expectativa de vida reducida:

$$e_x = e_{x-1/2}^0$$

**Referidas a supervivencia superior a un año y para dos personas**

- a) Probabilidad temporaria de vida: dadas dos personas de “x” e “y” años de edad, respectivamente, ambas estén con vida transcurridos “n” años:

$${}_n p_x * {}_n p_y = \frac{l_{x+n}}{l_x} * \frac{l_{y+n}}{l_y} = {}_n p_{(xy)}$$

- b) Probabilidad que una de ellas, por lo menos, viva aún “n” años:

$${}_n p_{xy} = {}_n p_x + {}_n p_y - {}_n p_{xy}$$

- c) Probabilidad que ninguna se encuentre con vida dentro de “n” años:

$${}_n q_{(xy)} = 1 - {}_n p_{(xy)} = 1 - {}_n p_x - {}_n p_y + {}_n p_{xy}$$

- d) Probabilidad de que una muera antes de transcurridos “n” años (la otra persona está viva):

$${}_n q_{xy} = {}_n p_x * (1 - {}_n p_y) + {}_n p_y * (1 - {}_n p_x)$$

- e) Probabilidad que, dadas dos personas de “x” e “y” años de edad, respectivamente la primera muera exactamente en el año “n”:

$${}_{n-1} q_{xy} = ({}_{n-1} p_x * ({}_{n-1} p_y - {}_n p_x * {}_n p_y) - {}_n p_x * {}_n p_y) = ({}_{n-1} p_{xy} - {}_n p_{xy})$$

- f) Probabilidad de que la segunda muerte se produzca exactamente en el año “n”:

$${}_{n-1} q_{xy} = ({}_{n-1} p_x - {}_n p_{xy})$$

**Ejercicios de aplicación sobre funciones biométricas**

(Salvo indicación específica de cada ejercicio, se utilizará para la resolución, la tabla de Mortalidad GAM'71)

**Ejercicio Nº 1:**

¿Cuántas personas llegarán con vida a la edad de 42 años? Discrimine los resultados por género y utilice las tablas de mortalidad GAM'71 y CSO'80

Respuestas:

Utilizando tabla GAM'71:

$l_{42} = 97.007$  (hombres)

$l_{42} = 98.373$  (mujeres)

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Utilizando tabla CSO' 80:

$l_{42}$  = (hombres) 938.4334

$l_{42}$  = (mujeres) 954.6267

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

### Ejercicio Nº 2:

¿Cuántas personas de 35 años de edad morirán antes de llegar a los 36 años? Discrimine los resultados por género y utilice las tablas de mortalidad GAM'71 y CSO'80

Respuestas:

Utilizando tabla GAM'71:

$d_{35}$  = (hombres) 110

$d_{35}$  = (mujeres) 64

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Utilizando tabla CSO' 80

$d_{35}$  = (hombres) 18119

$d_{35}$  = (mujeres) 14364

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

### Ejercicio Nº 3:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 52 años de edad, muera antes de cumplir 53?

Respuesta:

$q_{52}$  = 0,00648

### Ejercicio Nº 4:

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer de 28 años de edad, viva un año más?

Respuesta:

$p_{28}$  = 0,99959

### Ejercicio Nº 5:

¿A qué edad la probabilidad de vivir, por primera vez en la tabla, es menor que la probabilidad de morir?

Respuestas:

A los 106 años para Hombres y 105 años para Mujeres

$p_{106H}$ : 0,460657  $q_{106H}$ : 0,539343

$p_{105M}$ : 0,480804  $q_{105M}$ : 0,519196

### Ejercicio Nº 6:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre muera antes de transcurridos 3 años después de 45?

Respuesta:

${}_{/n}q_x = (l_{45} - l_{48})/l_{45} = 0,0099960916$  Probabilidad temporaria de muerte

**Ejercicio Nº 7:**

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 45 años de edad, muera un año después de haber cumplido los 48 años?

Respuesta:

$${}_1|q_x = (l_{48} - l_{49}) / l_{45} = 0,004185885 \quad \text{Probabilidad diferida de muerte}$$

**Ejercicio Nº 8:**

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 50 años de edad, muera entre los 75 y 78 años?

Respuesta:

$$m|nq_x = (l_{75} - l_{78}) / l_{50} = 0,10115047 \quad \text{Probabilidad Interceptada de muerte}$$

**Ejercicio Nº 9:**

De las personas vivas a la edad de 10 años, ¿Cuántas vivían a la edad de 50 años? ¿Y a la edad de 60 años? ¿Qué reflexión le merece la observación de los resultados? ¿Por qué? ¿En qué función biométrica de la Tabla de mortalidad utilizada, encuentra la base de su respuesta?

Respuestas:

$$\text{Mujeres} = l_{50} = 97.208$$

$$l_{60} = 94.067$$

$$\text{Hombres} = l_{50} = 94.533$$

$$l_{60} = 86.954$$

**Ejercicio Nº 10:**

De las personas vivas a la edad de 10 años, ¿Cuántas morirán entre los 40 y 41 años? ¿Y entre los 65 y los 66? ¿Qué función biométrica dá base a su respuesta?

Respuestas:

$$\text{Hombres } l_{10} = 99.468$$

$$l_{40} = 97.340$$

$$l_{65} = 80.214$$

$$l_{66} = 78509$$

De esos Hombres a la edad de 10 años, morirán entre los 40 y 41 años, 159; y entre los 65 y 66 años 1.705.

$$\text{Mujeres } l_{10} = 99.730 =$$

De esas Mujeres a la edad de 10 años, morirán entre los 40 y 41 años 92; y entre los 65 y 66 años 869.-

**Ejercicio Nº 11:**

Un hombre tiene 48 años ¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva hasta llegar a los 49 años? ¿Cuál es la probabilidad de que muera antes de alcanzar los 49 años?

Respuestas:

$$p_x = 0.995772$$

$$q_x = 0.004228$$

**Ejercicio Nº 12:**

“Espero verles a todos ustedes aquí dentro de un año” dijo un hombre en la fiesta que dió para celebrar la fecha en que cumplía 62 años. ¿Cuál es la probabilidad de que viva para celebrar el siguiente aniversario de su natalicio?

Respuesta:

$$p_x = 0,984137$$

**Ejercicio Nº 13:**

El habitante (hombre) de más edad de la población de Caviahue, celebró el 17 de Mayo de 2011 el 81º aniversario de su natalicio. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a celebrar su 91 aniversario? ¿Cuál de que no lo celebre?

Respuestas:

$$p_x = 1 - (l_{81} - l_{91})/l_{81} = 0,23141714$$

$$q_x = 1 - 0,23141714 = 0,76858286$$

**Ejercicio Nº 14:**

Al cumplir los 35 años, un hombre dice a su familia que dentro de 10 años llevará a todos a dar una vuelta al mundo en un viaje que durará un año. ¿Cuál es la probabilidad de que muera mientras se realiza el viaje?

Respuesta:

$$\text{Probabilidad diferida de muerte: } (l_{45} - l_{46})/l_{35} = 0,00287334$$

**Ejercicio Nº 15:**

¿Cuál es la probabilidad completa de vida de una persona de 90 años de edad? Hállese por medio de la fórmula adecuada y compruébese el resultado en la tabla.

Respuesta:

$$\text{Vida media completa} = e_x = T_x/l_x = 4,084706818 \text{ años}$$

**Ejercicio Nº 16:**

Con arreglo a las cláusulas del testamento de Arnold Sánchez los albaceas tienen que entregar a sus sobrinos, que tiene 37 años, la suma de \$12.500 por año mientras viva, y a su sobrina, que tiene 26 años, la suma de \$15.000 por año mientras viva. ¿Durante cuántos años es probable que los albaceas tengan que pagar la anualidad:

Respuestas:

- ¿al sobrino? Durante 39 años
- ¿a la sobrina? Durante 56 años

**Ejercicio N° 17:**

El personal de una empresa recluta de modo que todos los años ingresan exactamente 500 empleados de 20 años de edad que son inmediatamente afiliados al sistema jubilatorio, del que pueden retirarse opcionalmente a los 60 años y obligatoriamente a los 65.

Admitiendo que no hay secesiones, que la mortalidad coincide con la de la tabla CSO 80 y que la mitad de los que alcanzan los 60 años se acogen al retiro voluntario, en tanto que el resto aguarda a los 65 años, se pregunta:

- a) Número de cotizantes:  $(500/l_{20}) * [T_{20} - 1/2 * (T_{60} + T_{65})]$   
 b) Número actual de retirados:  $(500/l_{20}) - 1/2 * (T_{60} + T_{65})$

Resolución (CSO 80 (H)):

- a) Número de cotizantes:

| Resolución con CSO 80 (H)   |  |  |              |
|---|--|--|--------------|
|   |  |  |              |
| $l_{20}$  |  |  | 9778576,34   |
| $500/l_{20}$  |  |  | 5,11322E-05  |
| $T_{20}$  |  |  | 523991978,3  |
| $T_{60}$  |  |  | 151750962,1  |
| $T_{65}$  |  |  | 112095320    |
| $(T_{60} + T_{65})/2$   |  |  | 131923141,1  |
| Número de cotizantes: $500/l_{20} * [T_{20} - (T_{60} + T_{65})/2]$ |  |  | <b>20047</b> |

- b) Número actual de retirados:

|  |  |  |             |
|--|--|--|-------------|
| $l_{20}$   |  |  | 9778576,34  |
| $500/l_{20}$   |  |  | 5,11322E-05 |
| $T_{20}$   |  |  | 523991978,3 |
| $T_{60}$   |  |  | 151750962,1 |
| $T_{65}$   |  |  | 112095320   |
| $(T_{60} - T_{65})/2$  |  |  | 19827821,07 |
| Número de pensionados: $500/l_{20} * [(T_{60} - T_{65})/2 + T_{65}]$ |  |  | <b>6746</b> |

**Referencias**

Gonzalez Gale, José. Matemáticas financieras, intereses y snuelldades ciertas y Elementos de Cálculo actuarial. Ed. Macchi. Bs.As.

Insolera Filadelfo: Curso de Matemática Financiera y Actuarial. Editorial Aguilar. 1950.

Paenza Adrian. *De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>*





Al inicio del siglo XVII aún no se podía calcular el costo real de un seguro de vida, pero se reconocía la necesidad de determinar estadísticamente los sucesos asegurables y de medir el riesgo que asumía el asegurador.

La gran evolución del seguro de vida a finales de la Edad Moderna, está condicionada por la existencia del concepto de **probabilidad**, como ya mencionamos. Las primeras sociedades de seguro de vida hacían sus cálculos sin base científica y pasaron por grandes dificultades económicas para poder hacer frente a las indemnizaciones.

Todas las aportaciones en el campo de la probabilidad y trabajos sobre la supervivencia y mortalidad que se hicieron en el siglo XVIII, algunos mencionados anteriormente, permitieron que se fundara la ***Society for the Equitable Assurance of Life and Survivorships***, (Sociedad para la garantía equitativa de vivir y sobrevivir) que adoptó la forma de mutual.

Para esta compañía trabajaron varios matemáticos que aplicaron los nuevos conceptos. El estudio del seguro de vida corre paralelo al de anualidades vitalicias con el que venían financiándose los Estados desde siglos anteriores y que siempre se habían valorado como las rentas de la tierra, sin tener en cuenta la edad de los inversores, dando lugar a insolvencias en muchos casos.

### **Contrato de seguro: Conceptualización**

De manera general podemos establecer que todo contrato de seguro sea sobre las personas o sobre las cosas, es la unión de varias personas con el fin de afrontar necesidades futuras mediante la acumulación de capitales y la transferencia del riesgo.

Johan de Witt (1625-1672), primer ministro holandés, fue el primero en establecer cómo calcular el valor de una renta vitalicia, tal como lo conocemos hasta hoy: la suma del valor actual de los pagos futuros esperados.

Ahora sí, luego de estos conceptos breves introductorios, nos concentraremos en los seguros “sobre la vida”, en este sentido diremos que se celebra un contrato de seguro sobre la vida cuando una persona, en adelante **asegurador**, promete a otra, el **tomador**, a cambio del pago de una prestación llamada **prima**, satisfecerá a una tercera persona que recibe el nombre de **beneficiario** cierto beneficio bajo una condición o término que depende de la vida de otra persona a la que se da el nombre de **asegurado**.

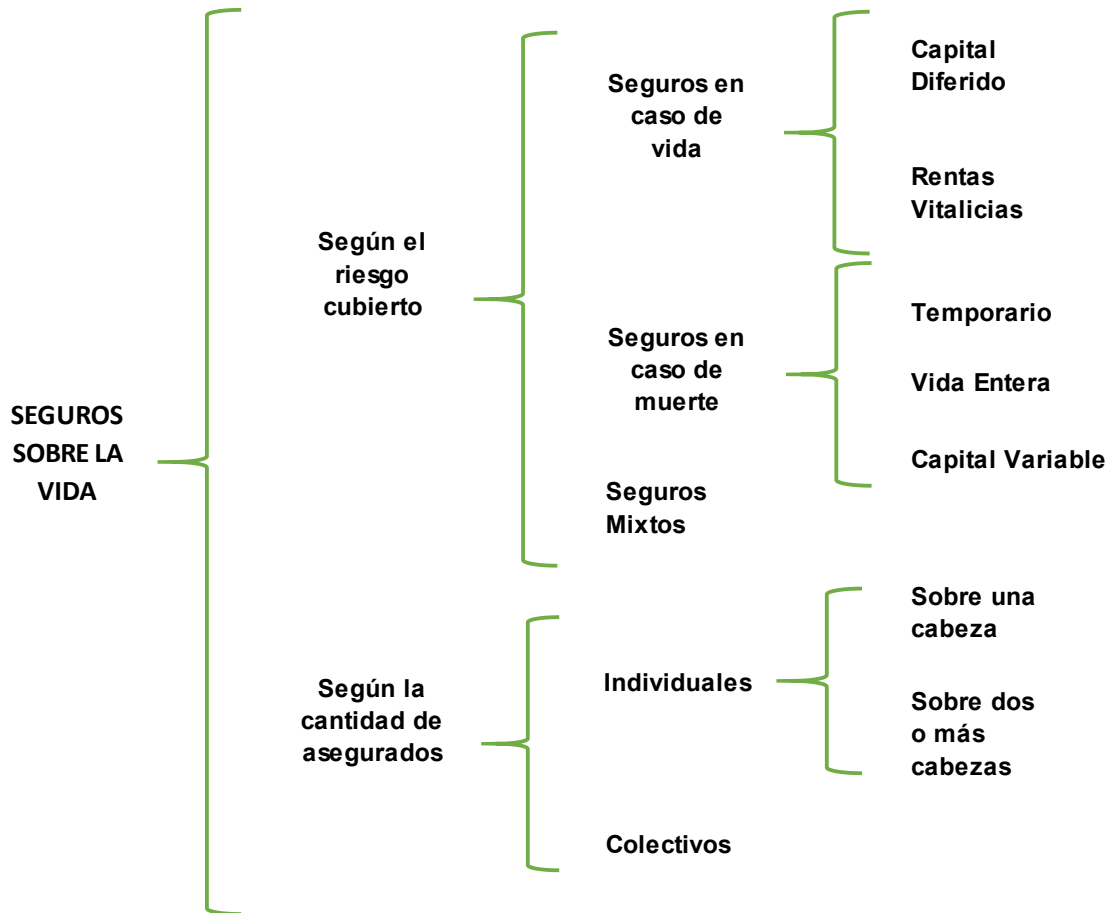
Generalmente tomador y asegurador son dos figuras que se concentran en la misma persona.

Los seguros sobre la vida cubren tanto el riesgo de supervivencia (en caso de vida), como el de muerte (en caso de muerte), mientras en los seguros mixtos, se contrata de manera conjunta, el riesgo de muerte y de supervivencia.

Podemos clasificarlos de la siguiente manera:<sup>12</sup>

---

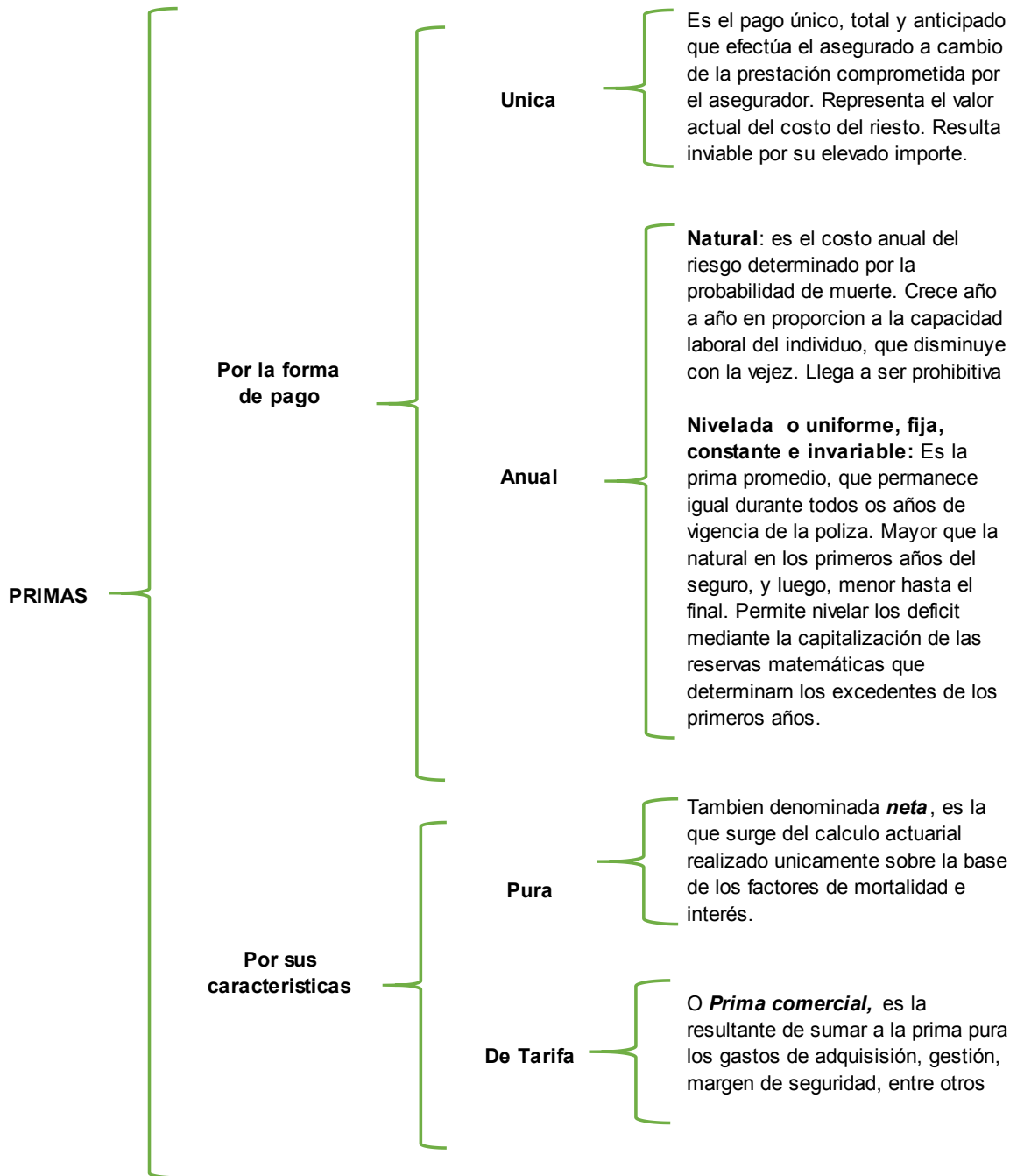
<sup>12</sup> Cuadro resumen elaborado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pineau



En tanto, la denominada **prima de un seguro**, es el desembolso que debe realizar el tomador de la póliza a la compañía aseguradora. Ello, a fin de acceder a la cobertura correspondiente. Puede distribirse en una única entrega de dinero -prima pura- o en varias prestaciones –prima periódica- y es exigible a partir de la firma del contrato.

Se pueden clasificar en<sup>13</sup>:

<sup>13</sup> Cuadro resumen elaborado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pinea



### Valores de conmutación

Se denominan “valores de conmutación”, a diferentes expresiones matemáticas que tienen como objetivo facilitar las operaciones vinculadas al cálculo de las primas de los seguros sobre la vida, cuya operatoria está vinculada al número de sobrevivientes y fallecidos, valuadas a una tasa de interés “técnico”.

Las más utilizadas son:

#### 1. Vinculadas al número de sobrevivientes:

$$D_x: v_x * l_x$$

$$N_x: \sum_{t=0}^{w-1-x} D_x + t$$

$$S_x: \sum_{t=0}^{w-x} N_x + t$$

## 2. Vinculadas al número de fallecidos:

$$C_x: d_x * v^{x+1}$$

$$M_x: \sum_{t=0}^{w-1-x} C_x + t$$

### Factor de actualización actuarial

Uno de los temas fundamentales vinculados al cálculo de los seguros de vida, es la determinación del valor actual de capitales futuros cuya cuantía y/o vencimiento dependen de la ocurrencia de un suceso aleatorio, en este caso, la supervivencia de una persona, como ya expresamos.

Para realizar dichas valoraciones son necesarias bases técnicas que informen de la ley financiera, tipo de interés empleado y las probabilidades de los sucesos, a saber:

- En cuanto a la ley financiera, se utiliza la de **capitalización compuesta**; el tipo de interés se denomina, como ya fuera expresado, **interés técnico**, que no coincide necesariamente con el tipo de interés de mercado y es la rentabilidad que el asegurador garantiza en sus operaciones de seguro a moneda constante; por último, las tablas de mortalidad nos proporcionarán las probabilidades de los sucesos.

## Seguros de Vida en caso de vida

### Seguro de Capital Diferido

Veamos un ejemplo: una persona de edad  $x$  recibirá un capital unitario si sobrevive dentro de  $n$  años, es decir, si alcanza la edad  $x+n$ , esta operación recibe el nombre de “capital diferido”, como vimos en el cuadro resumen, es un seguro de vida, en caso de vida.

Su denominación viene dada por la expresión:  ${}_nE_x$  y el cálculo del valor de la prima neta o pura única que debería abonar, resulta de:

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Donde:

$$D_x = v^x * I_x$$

Y por lo tanto:

$$D_{x+n} = v^{x+n} * I_{x+n}$$

De manera entonces, que resulta la prima neta o pura única de un seguro dotal<sup>14</sup> puro (capital diferido) que tendría que pagar una persona de edad  $x$  para recibir una suma asegurada de 1 u.m dentro de  $n$  años, si sobrevive.

## Rentas vitalicias

Como hemos visto, una *anualidad o renta contingente* es aquella en la que su fecha de inicio o la de terminación, o ambas, dependen de algún suceso que puede ocurrir, pero no se sabe cuándo.

Un ejemplo de este tipo de anualidad sería el pago de una pensión a un cónyuge por motivo del fallecimiento del otro. Otro caso sería el pago de un beneficio/haber previsional, a un trabajador que se jubila; se le paga cierta cantidad periódica mientras vive.

Las rentas vitalicias o de capitales múltiples se definen como un conjunto de capitales con vencimientos determinados cuya exigencia o pago se produce si en ellos se encuentra con vida una cabeza determinada. Pueden clasificarse en rentas constantes o rentas variables, inmediatas o diferidas, pactadas a un plazo determinado o sin límite de tiempo.

### 1. Rentas constantes

Se refieren a las rentas cuyos términos o cuotas son iguales. Se clasifican en de pagos adelantados (prepagable) o de pagos vencidos (pospagable), y éstas a su vez en ilimitadas, temporales, diferidas y diferidas temporales o interceptadas. Nuestra tarea, seguidamente, será calcular el valor actual de dichas rentas, el cual consiste en la determinación del valor de la prima neta única que debe satisfacer hoy una persona que desea percibir una renta anual mientras viva, en cualesquiera de las clases indicadas anteriormente. A continuación, veamos el cálculo mencionado tomando de referencia una renta unitaria, es decir de 1 u.m<sup>15</sup>

- a) Rentas de pagos adelantados e ilimitada: es la que percibirá una persona que contrata el seguro a la edad  $x$ , mientras sobreviva, de allí el término “ilimitada”.

Definiremos como  $a_x$  al valor de la prima pura neta que deberán abonar cada una de las personas de edad  $x$ , ( $l_x$ ) es decir que:

$$a_x \cdot l_x = l_x + l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + l_{x+3} \cdot v^3 + \dots + l_{x+\omega} \cdot v^\omega$$

Si despejamos  $a_x$ , y multiplicamos y dividimos la expresión por  $v^x$ , obtendremos el valor de la prima en términos de conmutación:

<sup>14</sup> Dotal: procede del latín dotālis, significa *perteneciente o relativo a la dote, y dote es asignación, entre otras acepciones*

<sup>15</sup> u.m: a lo largo de este texto, denominaremos así a la cantidad de unidades monetarias consideradas

$$a_x = \frac{Dx}{Dx} + \frac{Dx+1}{Dx} + \frac{Dx+2}{Dx} + \frac{Dx+3}{Dx} + \dots + \dots + \dots + \frac{Dx+\omega}{Dx}$$

Utilizando el valor de conmutación

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega-1-x} Dx + t$$

Y reemplazándolo en el numerador de la serie, entonces el valor de la prima pura única para este seguro de renta vitalicia será:

$$a_x = N_x / D_x$$

Aplicando la misma lógica anterior obtendríamos las primas puras únicas para el resto de rentas, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

- b) Renta vitalicia de pagos adelantados y temporal: es la que percibirá la persona durante “n” años

$$a_{x+n} = (N_x - N_{x+n}) / D_x$$

- c) Renta vitalicia de pagos adelantados, diferida e ilimitada: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y mientras esté con vida:

$${}_n/a_x = N_{x+n} / D_x$$

- d) Renta vitalicia de pagos adelantados, diferida y temporal: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y por un lapso de tiempo:

$${}_n/m a_x = N_{(x+n)} - N_{(x+n+m)} / D_x$$

Si ahora consideramos el caso que las rentas fueran de pagos vencidos, aplicando el mismo razonamiento anterior obtendríamos las primas netas únicas para estas operaciones, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

$$a_x = N_{x+1} / D_x$$

Aplicando la misma lógica anterior obtendríamos las primas puras únicas para el resto de rentas, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

- a) Renta vitalicia de pagos vencidos y temporal: es la que percibirá la persona durante “n” años

$$a_{x+n} = (N_{x+1} - N_{x+n+1}) / D_x$$

- b) Renta vitalicia de pagos vencidos, diferida e ilimitada: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y mientras esté con vida:

$${}_n/a_x = N_{x+n+1}/ D_x$$

- c) Renta vitalicia de pagos vencidos, diferida y temporal: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y por un lapso de tiempo:

$${}_n/m a_x = N_{(x+n+1)} - N_{(x+n+m+1)}/ D_x$$

### Relaciones de equivalencia a través de los métodos geométrico y de recurrencia

- **Método geométrico:** establece la relación de equivalencia entre el valor actual de una serie uniforme diferida de  $n$  capitales unitarios ( $a_{(x;h;n)}$ ) y la diferencia entre los valores actuales de dos series uniformes de capitales unitarios: uno de riesgo inmediato durante  $h + n$  años ( $a_{(x;0;k+n)}$ ) y otra de riesgo inmediato durante  $h$  años ( $a_{(x;0;h)}$ ):

$$a_{(x;h;n)} = a_{(x;0;h+n)} - a_{(x;0;h)}$$

- **Método de recurrencia:** nos permite calcular, utilizando el factor de actualización actuarial, a la edad  $x+h$ ; de una serie de uniforme de  $n$  capitales unitarios, pagaderos a partir de la edad  $x+h$  ( $a_{(x+h;0;n)}$ )

$$a_{(x;h;n)} = E_{(x;h)} * a_{(x+h;0;n)}$$

### A modo de corolario

Como resultado de la observación de las fórmulas precedentes, podemos establecer una regla mediante la cual sus subíndices expresan por sí solos lo siguiente:

- El subíndice de todos los denominadores indica la edad en que fue contratada la renta.
- El subíndice del único o primer término del numerador indica la edad en que se comienza a percibir la renta.

Sólo en rentas temporales, el subíndice del segundo término del numerador indica la edad en que se deja de percibir o pagar la renta.

### 2. Rentas variables

Se refieren a las rentas cuyos montos no son iguales, los cuales pueden incrementar en progresión aritmética o geométrica. Al igual que las constantes, se clasifican en de pagos adelantados o de pagos vencidos, y éstas a su vez en ilimitadas, temporales, diferidas y diferidas temporales ( o interceptadas). Para calcular el valor actual de dichas rentas, es necesario definir un nuevo valor de conmutación:



$$S_x = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} N_x + t$$

Entonces, las primas netas únicas de las rentas variables, tanto en progresión aritmética como geométrica son:

### 1. Rentas variables en progresión aritmética

Sea una renta cuyos términos varían en progresión aritmética, siendo el primer año de cuantía  $c$ , el segundo año  $c+h$ , el tercero  $c+2h$ ...; esto es,  $C=\{c, c+h, c+2h, \dots\}$ . Su valor actual actuarial sería:

1. Renta de pagos adelantados e ilimitada:

$$(\text{VaC})_x = c * \frac{N_x}{D_x} + h * \frac{S_{x+1}}{D_x}$$

2. Renta de pagos adelantados y temporal:

$$(\text{VaC})_x = c * \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + h * \frac{S_{x+1} - S_{x+n+1} - n * N_{x+n}}{D_x}$$

3. Renta de pagos adelantados, diferida por  $k$  períodos e ilimitada:

$$n/(\text{VaC})_x = c * E_{(x,n)} * (\text{VaC})_{(x+n)}$$

### 2. Rentas variables en progresión geométrica

Con el mismo razonamiento anterior, entonces, el valor de las que varían en progresión geométrica, serán:

1. Renta de pagos adelantados e ilimitada:

$$g \cdot a_x = \frac{N'x}{D'x}$$

2. Renta de pagos adelantados y temporal:

$$g \cdot a_x = \frac{N'x - N'x+n}{D'x}$$

3. Renta de pagos adelantados, diferida por  $k$  períodos e ilimitada

$$k/g \cdot a_x = \frac{1}{(1+i)^k} * \frac{N'x+k}{D'x}$$

## 4. Renta de pagos adelantados, diferida por k períodos y temporal

$$k/g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)^k} * \frac{N'_{x+k} - N'_{x+k+n}}{D'x}$$

## 5. Renta de pagos vencidos e ilimitada

$$g.a_x = \frac{1}{(1+i)} * \frac{N'_{x+1}}{D'x}$$

## 6. Renta de pagos vencidos y temporal

$$g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)} * \frac{N'_{x+1} - N'_{x+1+n}}{D'x}$$

## 7. Renta de pagos vencidos, diferida por k períodos e ilimitada

$$k/g.a_x = \frac{1}{(1+i)^{k+1}} * \frac{N'_{x+k+1}}{D'x}$$

## 8. Renta de pagos vencidos, diferida por k períodos y temporal

$$k/g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)^{k+1}} * \frac{N'_{x+k+1} - N'_{x+k+1+n}}{D'x}$$

**3. Seguros en caso de vida de pago fraccionado****1. Renta vitalicia, de riesgo inmediato y temporal**

El capital anual se paga en k fracciones de 1/k cada una, que pueden ser mensuales, semestrales, etc.

La prima pura única en este caso, de pagos constantes, para una persona de edad "x" con primer pago del capital asegurado a la edad "x" por el plazo de "n" años y pago del capital anual en "k" fracciones de año se simboliza como:  $a(x;0;n;k)$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;0;n;k)} = a_{(x;0;n)} - (k-1)/2k * [ 1 - E_{(x;n)} ]$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura del seguro

k = cantidad de pagos en el año.

k = cantidad de pagos en el año.

La fórmula precedente nos indica el valor de la prima pura única que debería pagar el tomador del seguro para recibir una renta de  $1/k$  u.m al inicio de cada  $k$ -ésimo periodo de año durante los siguientes “ $n$ ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida.

Si en cambio se quisiera calcular cual es la prima pura única que debería pagar el tomador del seguro para recibir una renta de 1 u.m al inicio de cada  $k$ -ésimo periodo de año durante los siguientes “ $n$ ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida, se debería multiplicar por  $k$  el resultado de la expresión anterior.

De esta manera si usted tuviera que determinar cual es la prima pura única que debería pagar el tomador de un seguro para recibir una renta de, por ejemplo, “ $C$ ” u.m al inicio de cada  $k$ -ésimo periodo de año durante los siguientes “ $n$ ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida, debería multiplicar por “ $C$ ” y por  $k$  el resultado de la expresión anterior.

De tal forma que debiera utilizar para este caso en particular, la siguiente expresión:

$$C \cdot k \cdot a_{(x;0;n)} - (k-1)/2k * [ 1 - E_{(x;n)} ]$$

## 2. De riesgo inmediato e ilimitado

La prima pura única para una persona de edad “ $x$ ” con primer pago del capital asegurado a la edad “ $x$ ” mientras viva y pago del capital anual en “ $k$ ” fracciones de año se simboliza.  $a_{(x;0;\omega-x;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;0;\omega-x;k)} = a_{(x;0;\omega-x)} - (k-1)/2k$$

Donde:

$x$  = es la edad de contratación

$0$  = es el plazo de diferimiento

$\omega-x$  = plazo de cobertura

$k$  = cantidad de pagos en el año.

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1. anterior.

## 3. Riesgo diferido y temporal

La prima pura única, en este caso para una persona de edad “ $x$ ” con primer pago del capital asegurado a la edad “ $x+h$ ” por el plazo de “ $n$ ” años y pago del capital unitario anual en “ $k$ ” fracciones de año se simboliza.  $a_{(x;h;n;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;h;n;k)} = a_{(x;h;n)} - (k-1)/2k * [ E_{(x;h)} - E_{(x;h+n)} ]$$

Donde:

$x$  = es la edad de contratación

$h$  = es el plazo de diferimiento

$n$  = plazo de cobertura

$k$  = cantidad de pagos por año.

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1.

#### 4. Riesgo diferido e ilimitado

La prima pura única, en este caso, para una persona de edad “x” con primer pago del capital asegurado a la edad “x+h” mientras viva y pago del capital unitario anual en “k” fracciones de año se simboliza:  $a_{(x;h;\omega-x-h;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;h;\omega-x-h;k)} = a_{(x;h;\omega-x-h)} - (k-1)/2k * E_{(x;h)}$$

Donde:

x = es la edad de contratación

h = es el plazo de diferimiento

$\omega-x-h$  = plazo de cobertura

k = cantidad de pagos por año

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1.

#### Casos particulares en los que el diferimiento es en fracciones de un k –ésimo año:

En este caso las fórmulas que anteceden pueden calcularse de la siguiente manera:

1.  $a_{(x;1/k;n;k)} = a_{(x;0;n;k)} - 1/k + 1/k * E_{(x;n)}$
2.  $a_{(x;1/k;\omega-x-1/k;k)} = a_{(x;0;\omega-x;k)} - 1/k$
3.  $a_{(x;h+1/k;n;k)} = a_{(x;h;n;k)} - 1/k * E_{(x;h)} + 1/k * E_{(x;h+n)}$
4.  $a_{(x;h+1/k;\omega-x-h-1/k;k)} = a_{(x;h;\omega-x-h;k)} - 1/k * E_{(x;h)}$

#### Seguros sobre la vida en caso de muerte

Tal como hemos visto en el cuadro del inicio del capítulo, se pueden clasificar en:

- **Seguro de Vida Entera:** Proporciona protección para toda la vida del asegurado, la póliza vence para su pago sólo en caso de fallecimiento de la persona asegurada, cualquiera que sea la fecha en que el asegurado fallezca.
- **Seguros Temporales:** En este tipo de seguro, la póliza temporal es aquella bajo la cual la suma asegurada es pagadera solamente si la persona asegurada muere dentro del período establecido.
- **Seguros Mixtos:** Otra modalidad de los planes dotales es el Mixto, que establece el pago de la suma asegurada en caso de muerte o sobrevivencia del asegurado, es decir, es la suma de un temporal y un dotal puro.

Veamos para comenzar los razonamientos un ejemplo: supongamos que el beneficiario de un seguro recibirá un capital unitario (1 u.m) al final del año, si el deceso del tomador de edad x se produce dentro del año, es decir, antes de alcanzar la edad x+1.

A fin de establecer el valor de la prima, definimos como  $A_x$  a la cantidad que deben abonar cada una de las personas de edad  $x$ , es decir todos los  $l_x$ .

Entonces:

$$A_{x:1} * l_x = d_x * v$$

Despejando  $A_x$ , y multiplicando y dividiendo el segundo término por  $v^x$

El valor de la prima pura o neta única que debería pagar surge de:

$$A_{x:1} = \frac{d_x * v^{x+1}}{l_x * v^x}$$

Utilizaremos el símbolo de conmutación  $C_x$  previamente definido, siendo:

$$C_x = d_x * v^{x+1}$$

Y recordando que  $D_x = l_x * v^x$

De manera que:

$$A_{x:1} = C_x / D_x$$

Desarrollaremos brevemente, las fórmulas para los distintos tipos de seguro que cubren el riesgo de muerte

**a) Seguro de vida entera**

$$A_x * l_x = d_x v^1 + d_{x+1} * v^2 + d_{x+2} * v^3 + d_{x+3} * v^4 + \dots + d_{x+\omega-1-x} * v^{x+\omega-x}$$

Si despejamos  $A_x$ , y multiplicamos y dividimos la expresión por  $v^x$ , obtendremos el valor de la prima en términos de conmutación, previo realizar algunas operaciones:

$$A_x = \frac{d_x * v^{x+1}}{l_x * v^x} + \frac{d_{x+1} * v^{x+2}}{l_x * v^x} + \dots + \frac{d_{x+\omega-x-1} * v^{x+\omega-x}}{l_x * v^x}$$

$$A_x = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \dots + \frac{C_{\omega-1}}{D_x}$$

Como hemos definido al inicio del capítulo, utilizaremos como valor de conmutación  $M_x$

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} C_{x+t}$$

De manera que el valor de la prima del seguro de vida entera, será:

$$A_x = M_x/D_x$$

**b) Seguro temporal:**

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

**c) Seguro Dotal Mixto:**

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

Tal como vimos para los seguros de vida en caso de vida, también encontramos en estos, aquellos en los que la suma asegurada resulta variable, tanto en progresión aritmética como geométrica, que desarrollamos brevemente a continuación:

**1. Seguros de vida con variación de suma asegurada en progresión aritmética:**

Sea un seguro de vida en caso de muerte, individual cuyos términos varían en progresión aritmética, siendo el primer año de cuantía  $c$ , el segundo año  $c+h$ , el tercero  $c+2h$ ...; esto es:

$$C = \{c, c+h, c+2h, \dots, c+(\omega-x-1)h\}.$$

Ahora debemos definir un nuevo valor de conmutación, que resulta  $R_x$  y que viene dado por la siguiente expresión:

$$R_x = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} M_{x+t} + t$$

Entonces, las primas netas únicas de cada uno de los seguros de vida individual tradicionales son:

**1. Seguro de vida entera:**

$$(VAC)_x = c * \frac{M_x}{D_x} + h * \frac{R_{x+1}}{D_x}$$

**2. Seguro de vida temporal:**

$$(VAC)_{x:n} = c * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + h * \frac{R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) * M_{x+n}}{D_x}$$

**3. Dotal Mixto**

$$(VAC)_{x:n} = c * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + h * \frac{R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) * M_{x+n}}{D_x} + [c+h*(n-1)] * \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

### Seguros de pago fraccionado en caso de muerte

En este caso, se paga el capital asegurado al fin de la fracción de año en que tiene lugar el fallecimiento del asegurado.

#### 1) Riesgo inmediato y temporal

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital unitario al fin de la fracción de año del fallecimiento, se simboliza como:  $A_{(x;0;n;k)}$  y puede calcularse mediante la aplicación de las siguientes fórmulas:

$$A_{(x;0;n;k)} = 1 - E_{(x;n)} - f(k) * a_{(x;0;n;k)}$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura

#### 2) Riesgo inmediato e ilimitado

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital al fin de la fracción de año del fallecimiento, se puede calcular como:

$$A_{(x;0;\omega-x;k)} = 1 - f(k) * a_{(x;0;\omega-x;k)}$$

$$A_{(x;0;\omega-x;k)} = A_{(x;0;\omega-x)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

$\omega-x$  = plazo de cobertura

#### 3) Riesgo diferido y temporal

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital al final de la fracción de año del fallecimiento, puede calcularse como:

$$A_{(x;h;n;k)} = E_{(x;h)} - E_{(x;h+n)} - f(k) * a_{(x;h;n;k)}$$

$$A_{(x;h;n;k)} = A_{(x;h;n)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

$h$  = es el plazo de diferimiento

$n$  = plazo de cobertura

#### 4) Riesgo diferido e ilimitado

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “ $x$ ” con pago del capital al final de la fracción de año del fallecimiento, puede calcularse como:

$$A_{(x;h;\omega-x-h;k)} = E_{(x;h)} - f_{(k)} * a_{(x;h;\omega-x-h;k)}$$

$$A_{(x;h;\omega-x-h;k)} = A_{(x;h;\omega-x-h)} * i_{j(k)}$$

Donde:

$x$  = es la edad de contratación

$h$  = es el plazo de diferimiento

$\omega-x-h$  = plazo de cobertura

#### Primas de pago fraccionado

Pueden ser con o sin efecto liberatorio, y pueden calcularse:

- a) Con efecto liberatorio, es decir en caso de fallecimiento no se descuentan del capital asegurado a abonar a los derechohabientes, las porciones de primas no abonadas por el causante**

En este caso, la fórmula de equivalencia actuarial surge de:

$$p_{(x;1)} = p_{(x;n)} * a_{(x;0;n)} = P_{(x;n;k)} * a_{(x;0;n;k)}$$

Las primas fraccionadas, primas pagaderas por fracción de año, con efecto liberatorio en caso de fallecimiento del asegurado ,se calculan a partir de la ecuación anterior que refleja la equivalencia entre la prima pura única y las primas anuales(  $P_{(x;n)}$  o  $P_{(x;n;k)}$  ), todo valuado a la edad  $x$ .

$$P_{(x;n;k)} = P_{(x;n)} * [a_{(x;0;n)}/a_{(x;0;n;k)}] > 1$$

La prima anual fraccionada resulta mayor que la prima pura anual, ya que existen recargos financieros (por la existencia de la financiación) y recargos por mortalidad (por el efecto liberatorio en caso de fallecimiento, dado que como se expresó precedentemente, no se descuentan las porciones de primas no pagadas por el causante).

Una de las formas de cálculo es la siguiente:





$$P(x;n;k) = \underbrace{P(x;n)}_{(a)} * f_{(k)}/d * \{1-[A(x;0;n)+E(x;n)]\} / \{1-[A(x;0;n;k)+E(x;n)]\} \quad (b)$$

Donde:

(a) es el recargo financiero

(b) es el recargo por mortalidad

### b) Sin efecto liberatorio

En este caso, los derechohabientes deberán hacerse cargo del pago de las fracciones de primas no abonadas por el causante al momento de su fallecimiento, hasta cubrir el año en curso.

Su valor se determina tomando en cuenta (en cada año) solo la actualización financiera. El valor de esta prima es inferior ya que la probabilidad de fallecer y no pagar más, no está contemplada; el pago de las fracciones de prima para un año es cierto. El monto de fracciones de primas aún no pagadas al momento de fallecimiento, puede descontarse del capital asegurado ya que al momento de su determinación solo se tuvo en cuenta el cálculo de la mortalidad anual pero no la fraccionada.

La fórmula que se aplica es la siguiente:

$$P^s_{(x;n;k)/k} = P_{(x;n)} * f_{(k)} / d$$

Donde:

$P^s_{(x;n;k)/k}$  = es el valor de la prima sin efecto liberatorio

$f_{(k)}/d$  = es el recargo financiero

## Ejercicios de aplicación

### Rentas Vitalicias y Seguro de Personas

#### I.- En caso de Vida

#### Ejercicio N° 1:

Calcule el valor de la prima pura única para los siguientes casos:

a)  $a_{(40;0;20)}$

b)  $a_{(40;0;\omega-40)}$

Las bases técnicas son las establecidas para el factor de actualización actuarial. Elija usted la tabla de mortalidad a utilizar. Interprete en ambos casos los resultados obtenidos.

Para la resolución de este ejemplo se ha utilizado:

Tabla de mortalidad CSO '80 Hombres

$$t = 20$$

$$x = 40$$

$$x+t = 60$$

$$i = 4\%$$

Renta unitaria = 1 u.m

Se trata de rentas prepagables entonces:

- a) Es el valor de la prima pura única que se deberá abonar para recibir temporalmente de acuerdo al plazo, en nuestro ejemplo se pagará en cada cumpleaños futuro si la persona se encuentra con vida entre los 40 (inclusive) y 59 años de edad (inclusive).

El primer capital es al momento de valuación que es el inicio del riesgo, o sea cuando la persona tiene 40 años.

El último capital es a los 59 años.

En valores de conmutación:

$$N_{(40)} = 36.820.028,52$$

$$N_{(60)} = 10.051.235,32$$

$$D_{(40)} = 1.965.801,84$$

De manera que el valor de la prima, resulta:

$$a_{(40;0;20)} = (N_{40} - N_{60}) / D_{40} = 13,62$$

- b) Es el valor de la prima pura única que se deberá abonar para recibir durante toda la vida del asegurado es conocida como renta vitalicia, en nuestro ejemplo se pagará en cada cumpleaños futuro mientras la persona se encuentre con vida. El primer capital es al momento de valuación que es el inicio del riesgo.

En valores de conmutación:

$$N_{(40)} = 36.820.028,52$$

$$D_{(40)} = 1.965.801,84$$

De manera que el valor de la prima, resulta:

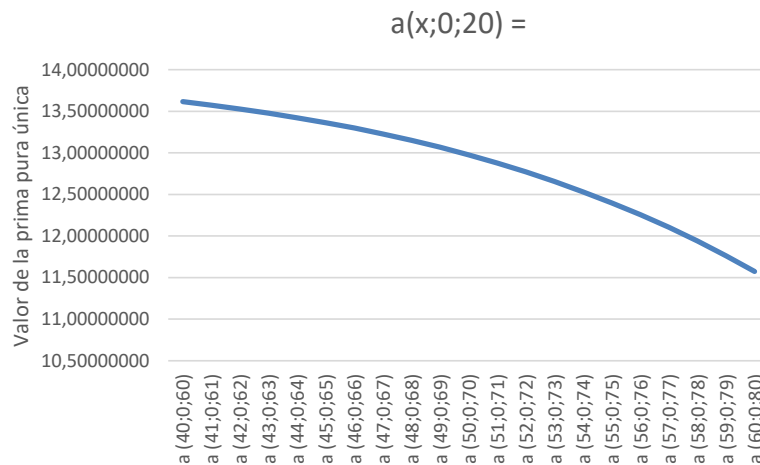
$$a_{(40;0;\omega-40)} = N_{(40)} / D_{(40)} = 18,73$$

### Ejercicio N° 2:

Manteniendo fijo el plazo de 20 años, calculemos el valor de la prima correspondiente para  $a_{(x;0;20)}$  para el rango de edades 40-60. Realice una reflexión respecto de los resultados obtenidos.

| Edad | $(N_x - N_{x+n})/D_x$ |
|------|-----------------------|
| 40   | 13,61723883           |
| 41   | 13,57416199           |
| 42   | 13,52762762           |
| 43   | 13,47707754           |
| 44   | 13,42235721           |
| 45   | 13,36288801           |
| 46   | 13,29837324           |
| 47   | 13,22810538           |
| 48   | 13,15156159           |
| 49   | 13,06805982           |
| 50   | 12,97722544           |
| 51   | 12,87840410           |
| 52   | 12,77154025           |
| 53   | 12,65626619           |
| 54   | 12,53232441           |
| 55   | 12,39945323           |
| 56   | 12,25687224           |
| 57   | 12,10397556           |
| 58   | 11,93972669           |
| 59   | 11,76343083           |
| 60   | 11,57454678           |

Realizaremos el gráfico correspondiente, según los resultados precedentes:



Tal como puede observarse en la tabla y en el gráfico, a medida que aumenta la edad del asegurado, el valor de la prima disminuye.

**Ejercicio N° 3:**

Rehaga el ejercicio n° 1, utilizando diferentes tipos de interés para los valores conmutados y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

**a(40;0;20)**

| %         | x         | t         | x+t       | N <sub>x</sub>    | N <sub>x+t</sub>  | D <sub>x</sub>   | a(40;0;20)    |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------------|-------------------|------------------|---------------|
| 3%        | 40        | 20        | 60        | 62.222.743        | 19.585.716        | 2.893.231        | 14,737        |
| <b>4%</b> | <b>40</b> | <b>20</b> | <b>60</b> | <b>36.820.028</b> | <b>10.051.234</b> | <b>1.965.802</b> | <b>13,617</b> |
| 5%        | 40        | 20        | 60        | 22.146.715        | 5.216.111         | 1.340.607        | 12,629        |

**a(40;0;w40)**

| %         | x         | t         | x+t        | N <sub>x</sub>    | D <sub>x</sub>   | a(40;0;w-40)  |
|-----------|-----------|-----------|------------|-------------------|------------------|---------------|
| 3%        | 40        | 60        | 100        | 62.222.743        | 2.893.231        | 21,506        |
| <b>4%</b> | <b>40</b> | <b>60</b> | <b>100</b> | <b>36.820.028</b> | <b>1.965.802</b> | <b>18,730</b> |
| 5%        | 40        | 60        | 100        | 22.146.715        | 1.340.607        | 16,520        |

Como puede observarse, a menor tasa de interés mayor es el valor de prima, contrariamente, a mayor tasa de interés, menor es el valor de la prima a abonar.

**Ejercicio N° 4:**

Rehaga el ejercicio n° 1, utilizando una tabla de mortalidad diferente y reflexione sobre los resultados obtenidos.

En este caso se utilizará la Tabla de mortalidad Argentina 91-92, cuyos datos son los siguientes:

a)  $a_{(40;0;20)} = (N_{40} - N_{40+20}) / D_{40} = 13,45383742$

b)  $a_{(40;0;w-40)} = N_{40} / D_{40} = 17,98513977$

La diferencia en relación con los valores de prima arrojados utilizando la tabla CSO' 80, obedece al diferente comportamiento poblacional en cuanto a probabilidad de supervivencia de uno y otro grupo.

**Ejercicio N° 5:**

Calcule el valor de la prima pura única para los siguientes casos y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos:

a)  $a_{(40;20;10)}$

b)  $a_{(40;20;w-60)}$

Se trata de seguros de vida de renta vitalicia diferidas

a)  $a_{(40;20;10)} = [N_{(60)} - N_{(70)}] / D_{(40)} = (10.051.235 - 3.918.262,1) / 1.965.801,8 = 3,119832$

b)  $a_{(40;20;40)} = [N_{(60)}] / D_{(40)} = (10.051.235) / 1.965.801,8 = 5,113046044$

**Reflexión:** el valor obtenido en el inciso a) es la cantidad que debe pagar una persona a la edad de 40 años a la aseguradora, para que esta última asuma el riesgo del plan, pagándole \$1 anualmente, desde que cumpla 60 años (40 + 20) y durante el plazo establecido (hasta que cumpla 69 años inclusive), si el asegurado se encuentra con vida.

En el inciso b) es la cantidad que debe pagar una persona a la edad de 40 años a la aseguradora, para que esta última asuma el riesgo del plan, pagándole \$1 anualmente, cuyo primer pago se efectuará a la edad de 60 años (40 + 20) y por el resto de su vida, mientras sobreviva el contratante.

Las primas en ambos casos son muy pequeñas en comparación con la suma de pagos probables que la aseguradora tendrá que hacer (10 en el inciso (a) y 41 en el inciso (b)), en razón de que el pago hecho a la fecha de contratación se capitalizará por 20 años consecutivos antes de que se tenga que hacer (probablemente) el primer desembolso de \$1 al contratante, conjuntamente con las decrecientes probabilidades de supervivencia.

#### Ejercicio N° 6:

Calcule el valor de la prima para un seguro de renta vitalicia:  $a_{(40;t;10)}$ , donde  $t$  varía de 10 a 45 años y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

Se trata de determinar los valores de las primas puras únicas de una renta vitalicia diferida, con variación del plazo de diferimiento entre 10 y 45 años, que debe abonar una persona con edad de contratación 40 años, siempre que, al momento de percibir la renta unitaria, esté con vida:

|    | $N_{x+h}$     | $N_{x+h+n}$   | $D_x (x=40)$ | $a_{(40;t;10)}$ |
|----|---------------|---------------|--------------|-----------------|
| 50 | 20.471.815,29 | 10.051.235,32 | 1965801,844  | 5,30093102      |
| 51 | 19.196.230,36 | 9.266.163,93  | 1965801,844  | 5,051407629     |
| 52 | 17.977.113,36 | 8.522.212,16  | 1965801,844  | 4,809691899     |
| 53 | 16.812.587,02 | 7.818.166,26  | 1965801,844  | 4,575446297     |
| 54 | 15.700.871,95 | 7.152.890,94  | 1965801,844  | 4,348343166     |
| 55 | 14.640.294,70 | 6.525.327,78  | 1965801,844  | 4,128069649     |
| 56 | 13.629.283,13 | 5.934.468,61  | 965801,844   | 3,914338843     |
| 57 | 12.666.316,96 | 5.379.332,56  | 1965801,844  | 3,706876365     |
| 58 | 11.749.937,98 | 4.858.927,22  | 1965801,844  | 3,505445265     |
| 59 | 10.878.709,17 | 4.372.246,14  | 1965801,844  | 3,3098265       |
| 60 | 10.051.235,32 | 3.918.262,07  | 1965801,844  | 3,119832891     |
| 61 | 9.266.163,93  | 3.495.949,07  | 1965801,844  | 2,935298327     |
| 62 | 8.522.212,16  | 3.104.318,32  | 1965801,844  | 2,756073233     |
| 63 | 7.818.166,26  | 2.742.425,15  | 1965801,844  | 2,582020727     |
| 64 | 7.152.890,94  | 2.409.373,82  | 1965801,844  | 2,413018957     |
| 65 | 6.525.327,78  | 2.104.303,93  | 1965801,844  | 2,248967188     |
| 66 | 5.934.468,61  | 1.826.329,82  | 1965801,844  | 2,089803102     |

|    |              |              |             |             |
|----|--------------|--------------|-------------|-------------|
| 67 | 5.379.332,56 | 1.574.488,22 | 1965801,844 | 1,935517744 |
| 68 | 4.858.927,22 | 1.347.704,12 | 1965801,844 | 1,786153118 |
| 69 | 4.372.246,14 | 1.144.777,72 | 1965801,844 | 1,641807606 |
| 70 | 3.918.262,07 | 964.389,80   | 1965801,844 | 1,502629717 |
| 71 | 3.495.949,07 | 805.153,24   | 1965801,844 | 1,368803187 |
| 72 | 3.104.318,32 | 665.661,39   | 1965801,844 | 1,240540564 |
| 73 | 2.742.425,15 | 544.508,97   | 1965801,844 | 1,118076162 |
| 74 | 2.409.373,82 | 440.309,15   | 1965801,844 | 1,001659796 |
| 75 | 2.104.303,93 | 351.682,59   | 1965801,844 | 0,891555445 |
| 76 | 1.826.329,82 | 277.221,38   | 1965801,844 | 0,788028789 |
| 77 | 1.574.488,22 | 215.479,78   | 1965801,844 | 0,691325243 |
| 78 | 1.347.704,12 | 164.987,08   | 1965801,844 | 0,601646113 |
| 79 | 1.144.777,72 | 124.281,96   | 1965801,844 | 0,519124427 |
| 80 | 964.389,80   | 91.950,47    | 1965801,844 | 0,443808379 |
| 81 | 805.153,24   | 66.662,30    | 1965801,844 | 0,375669061 |
| 82 | 665.661,39   | 47.199,97    | 1965801,844 | 0,314610257 |
| 83 | 544.508,97   | 32.477,50    | 1965801,844 | 0,260469524 |
| 84 | 440.309,15   | 21.550,38    | 1965801,844 | 0,213021861 |
| 85 | 351.682,59   | 13.616,66    | 1965801,844 | 0,171973559 |

Los resultados obtenidos, nos indican que para una persona de  $x$  edad, a medida que se difiere el plazo para el inicio del cobro de los beneficios, disminuye la prima necesaria, debido a que cada vez existe menos probabilidad de que el asegurado sobreviva, y adicionalmente los pagos que se harían en caso de que esté con vida están más alejados en el tiempo del momento en que se realiza el pago de la prima pura única (a la edad de 40 años).

Por otro lado, debe tenerse presente el valor tiempo del dinero durante el tiempo de diferimiento.

#### Ejercicio N° 7:

Una persona de 26 años recibe un legado de 200.000 u.m y evalúa contratar una renta a percibir a partir del momento que cumpla 55 años. ¿Cuál será su cuantía?

Se debe determinar el valor de una renta vitalicia diferida e ilimitada:

(Con table CSO80 - HOMBRES)

$200.000 = C * N_{55}/D_{26}$ ; por lo tanto

$C = 47.700,9677$

#### Ejercicio N° 8:

Una persona de 49 años quiere disponer adicionalmente de \$ 8.000 anuales a partir de los 65 años para incrementar su haber jubilatorio. Calcule cual sería la prima pura única que debería pagar, utilizando las tablas GAM'71 y CSO'80

Se trata de determinar el valor de la PPU de una renta vitalicia diferida:

$PPU = C * N_{65}/D_{49} = 39.131$  (tabla utilizada CSO 80)

$PPU = C * N_{65}/D_{49} = 40.297,82$  (tabla utilizada GAM 71)

**Ejercicio N° 9:**

Una persona de 30 años contrata un seguro de \$ 100.000, que percibirá si sobrevive a los 65 años, pagando 35 primas vencidas de \$ 994,63.-

¿Qué tasa de interés le permitiría constituir ese capital si se tratara de una operación financiera? No realice ningún cálculo.

- a) 4%
- b) 3,58%
- c) **5,5137%**

**Ejercicio N° 10:**

Calcule el valor final de 15 pagos anuales de \$1.000 cada uno mientras viva una persona de 35 años. Realice la valuación:

- A) un año después del último pago.
- B) seis años después del último pago.

Indique fórmulas, valores utilizados y realice una reflexión de los resultados obtenidos

Se trata de determinar el valor de una imposición vitalicia:

**A) un año después del último pago.**

Edad de valuación = 35 años

\$21,558.44, es el valor final de una renta vitalicia un año después del último pago de \$1,000, representando el valor del dinero en el tiempo.

**B) seis años después del último pago.**

Edad de valuación = 35 años

\$27,200.10, es el valor final de una renta vitalicia seis años después del último pago de \$1,000, representando el valor del dinero en el tiempo.

Valores que surgen de:

|  |
|--|
| $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x+n)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = N_{(35)} - N_{(50)} / D_{(50)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = (47971433.69 - 20471815.29) / 1275584.93$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21,55844$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21,55844 * 1000$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21.558,44$ |
| $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x+n)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = N_{(35)} - N_{(50)} / D_{(55)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = (47971433.69 - 20471815.29) / 1011011.58$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 27,200 * 1000$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 27.200$                                       |

**Reflexión:** los valores obtenidos corresponden al valor final actuarial a la edad de 51 y 56 años respectivamente, de una serie de 15 pagos consecutivos de \$1000. Se observa en los resultados, que, a mayor diferimiento de valuación, respecto al último pago, mayor es la cantidad obtenida, es decir, que la función es creciente respecto de este parámetro, en razón de que hay una mayor capitalización de intereses, tanto financieros como biométricos.

Hay que tener en cuenta que entre los 50 y 55 años no solo se va a capitalizar los fondos a la tasa técnica sino que los mismos se van a distribuir cada vez entre un menor número de personas.

**Ejercicio Nº 11:**

Se contrata un seguro de vida en caso de vida, donde los capitales que se pagan anualmente en caso de supervivencia, son variables en progresión geométrica, crecientes al 10% anual.

La edad del contratante es 35 años, el primer capital, de 1.000 u.m, lo percibirá a los 36 años y durante 6 años.

Se pide:

- a. cuál es el valor de cada uno de los seis capitales.
- b. cuál es el valor hoy - a la edad de 35 años - de cada uno de los seis capitales pagaderos en caso de supervivencia.
- c. cuál es el valor de la prima pura única.

Se trata de un seguro de vida en caso de vida de Riesgo inmediato, temporal, variable en progresión geométrica creciente, según los siguientes datos:

$x=35$

$t=6$

$r=10\%$

Capital inicial = 1.000 u.m

Utilizamos la Tabla de mortalidad CSO'80 Hombres

$i=4\%$

El asegurado mediante el pago de la prima transfiere al asegurador el riesgo, con cobertura de vida de riesgo inmediato y plazo limitado, consistente en el pago del capital asegurado variable a partir de la fecha de contratación, en cada cumpleaños mientras viva el plazo establecido.

|     |     |         |           |            |                                     | Repuesta (a)    | Repuesta (b)                     | Repuesta (c)    |
|-----|-----|---------|-----------|------------|-------------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| $x$ | $t$ | $(x+t)$ | $l_x$     | $P(35;t)$  | $\frac{[(1+r)/(1+i)]^{t * p(x;t)}}$ | Capital         | $\frac{[(C * P(35;t)]}{(1+i)^t}$ | P.P.U (35;6)    |
| 35  | 0   | 35      | 9.541.482 | 1          | 1                                   |                 |                                  |                 |
| 35  | 1   | 36      | 9.523.362 | 0,998101   | 1,0556838                           | <b>1.000,00</b> | <b>959,71</b>                    |                 |
| 35  | 2   | 37      | 9.504.163 | 0,99608883 | 1,1143375                           | <b>1.100,00</b> | <b>1.013,03</b>                  |                 |
| 35  | 3   | 38      | 9.483.634 | 0,99393728 | 1,1760804                           | <b>1.210,00</b> | <b>1.069,16</b>                  |                 |
| 35  | 4   | 39      | 9.461.613 | 0,99162935 | 1,2410428                           | <b>1.331,00</b> | <b>1.128,22</b>                  |                 |
| 35  | 5   | 40      | 9.437.855 | 0,98913937 | 1,3093454                           | <b>1.464,10</b> | <b>1.190,31</b>                  |                 |
| 35  | 6   | 41      | 9.412.203 | 0,98645089 | 1,3811204                           | <b>1.610,51</b> | <b>1.255,56</b>                  | <b>6.615,93</b> |



**Ejercicio N° 12:**

Una persona de 38 años contrata un seguro de vida de capitales múltiples de riesgo limitado, siendo el capital inicial de 2.000 u.m, percibiendo el primer pago a los 50 años.

Cada capital anual representa el 93 % del capital anterior, siendo 8 el número de cobros previsto.

Se le solicita que determine:

- a) el valor de cada uno de los ocho capitales.
- b) el valor a los 50 años de cada uno de los ocho capitales
- c) el valor a los 38 años de cada uno de los ocho capitales.
- d) el valor de la prima pura única a los 50 años
- e) el valor de la prima pura única a los 38 años.
- f) ¿como puede obtenerse el valor obtenido en e) en función del obtenido en d)?

**BASES TECNICAS:**

Tabla: CSO-80

i: 4% efectiva anual

r: -7% variación capital anual.

t: 8 capitales probables

h: periodo diferido

Capital inicial = 2.000 u.m

- a) Valor de cada uno de los 8 capitales:

| x  | t | x+t | Capital |
|----|---|-----|---------|
| 50 | 0 | 50  | 2.000   |
| 50 | 1 | 51  | 1.860   |
| 50 | 2 | 52  | 1.730   |
| 50 | 3 | 53  | 1.609   |
| 50 | 4 | 54  | 1.496   |
| 50 | 5 | 55  | 1.391   |
| 50 | 6 | 56  | 1.294   |
| 50 | 7 | 57  | 1.203   |

- b) Valor a los 50 años de cada uno de los 8 capitales:

| X  | t | x+t | $E_{(50;t)}$ | Capitales | $C^*E_{(50;t)}$ |
|----|---|-----|--------------|-----------|-----------------|
| 50 | 0 | 50  | 1            | 2.000     | 2.000           |
| 50 | 1 | 51  | 0,95573      | 1.860     | 1.778           |
| 50 | 2 | 52  | 0,91294      | 1.730     | 1.579           |
| 50 | 3 | 53  | 0,87153      | 1.609     | 1.402           |
| 50 | 4 | 54  | 0,83144      | 1.496     | 1.244           |
| 50 | 5 | 55  | 0,79259      | 1.391     | 1.103           |
| 50 | 6 | 56  | 0,75492      | 1.294     | 977             |
| 50 | 7 | 57  | 0,7184       | 1.203     | 865             |

c) Valor a los 38 años de cada uno de los ocho capitales:

| x  | h  | t | x+h+t | $E_{(38;h+t)}$ | Capitales | $C \cdot E_{(50;h+t)}$ |
|----|----|---|-------|----------------|-----------|------------------------|
| 38 | 12 | 0 | 50    | 0,59704        | 2.000     | 1.194                  |
| 38 | 12 | 1 | 51    | 0,57061        | 1.860     | 1.061                  |
| 38 | 12 | 2 | 52    | 0,54506        | 1.730     | 943                    |
| 38 | 12 | 3 | 53    | 0,52034        | 1.609     | 837                    |
| 38 | 12 | 4 | 54    | 0,4964         | 1.496     | 743                    |
| 38 | 12 | 5 | 55    | 0,4732         | 1.391     | 658                    |
| 38 | 12 | 6 | 56    | 0,45072        | 1.294     | 583                    |
| 38 | 12 | 7 | 57    | 0,42891        | 1.203     | 516                    |

d) Valor de la prima pura única a los 50 años:

$$2.000+1.778+1.579+1.402+1.244+1.103+977+865=10.947$$

e) valor de la prima pura única a los 38 años:

$$1.194+1.061+943+837+743+658+583+516=6.536$$

f) ¿como puede obtenerse el valor obtenido en e) en función del obtenido en d)?

$$\text{Se podría haber resuelto utilizando el factor de actualización actuarial: } 10947 \cdot 0,597037313 = 6535,763604$$

### Ejercicio N° 13:

Una persona de 35 años contrata un seguro de vida de renta vitalicia cuyo primer capital se cobra a los 35 años y es de 1.000 u.m, abonándose en forma mensual al comienzo de cada mes. La cobertura es de 15 años.

Se le solicita determinar:

a) ¿cuál es el valor hoy - a la edad de 35 años - de ese conjunto de capitales pagaderos en caso de supervivencia, es decir, cuál es el valor de la prima pura?. Indique edad de cobro del primer y último capital.

b) ¿si la periodicidad de pago fuera semestral, cuál será dicho valor?.

c) ¿cuánto cobra en uno y otro caso, en el año, de estar vivo?.

d) ¿qué modificaciones deberá realizar en el punto a) si los pagos fueran al fin de cada mes?. Indique edad de cobro del primer y último capital.

Resolución: (se trata de una renta de pagos fraccionados)

#### a) Pago mensual

$$a_{(35;0;15):}$$

$$x = 35$$

$$n = 15$$

$$x+n = 50$$

$$N_{(35)} = 47.971.434$$

$$N_{(50)} = 20.471.814$$

$$D_{(35)} = 2.417.959$$

$$a_{(x;0;n)} = 11,37307$$

$$(k-1/2k) = 0,45833$$

$$[1-E_{(x;n)}]:$$

$$x = 35$$

$$n = 15$$

$$x+n = 50$$

$$l_x = 9.541.482$$

$$l_{x+n} = 9.065.178$$

$$p_{(x;n)} = 0,95008$$

$$v^t = 0,55526$$

$$E_{(x;n)} = 0,52755$$

$$[1-E_{(x;n)}] = 0,47245$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,45833 * 0,472454$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,15653$$

$$P_{(35;0;15;12)} = 11,15653 * 1000$$

De tal manera que el valor de la prima por 1.000 u.m a pagar desde los 35 hasta los 49 años:

$$P_{(35;0;15;12)} = 11.156,53 \text{ u.m}$$

b) **Pago semestral**

$$(k-1/2k):$$

$$k = 2$$

$$k-1 = 1$$

$$2k = 4$$

$$(k-1/2k) = 0,25$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,25 * 0,472454$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,15653$$

$$P_{(35;0;15;2)} = 11,25496 * 1000$$

$$P_{(35;0;15;2)} = 11.254,96$$

c) **Cuánto cobra en uno y otro caso, en el año, de estar vivo.**

En el primer caso, cuando la periodicidad es mensual, se cobra  $\$1000/12 = \$83.33$  al principio de cada mes. Si la periodicidad es semestral, se cobran  $\$500$  al principio de cada semestre.

d) **¿Qué modificaciones deberá realizar en el punto a) si los pagos fueran al fin de cada mes?.**

$$(k+1/2k):$$

$$K = 12$$

$$k+1 = 13$$

$$2k = 24$$

$$(k-1/2k) = 0,541667$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,541667 * 0,472454 = 11,11716$$

$$P_{(35;1)} = 11,11716 * 1000$$

$$P_{(35;1)} = 11.117,16$$

Como se ve, y era de esperarse, el valor presente de la prima pura única es más bajo.

## II. Seguros de vida en caso de muerte

### Ejercicio N° 1:

Calcule el valor de la prima para un seguro de las siguientes características:

1)  $A_{(40;0;15)}$

2)  $A_{(40;0;60)}$ .

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

Se trata de un seguro de muerte de riesgo inmediato y se calcula de la siguiente manera:

$$1) \quad A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$A_{(40;0;15)} = [M_{(40)} - M_{(55)}] / D_{(40)} = (549646.90 - 447923.320) / 1965801.84 = \mathbf{0,05174661}$$

$$2) \quad A_{(40;0;60)} = [M_{(40)} - M_{(100)}] / D_{(40)} = (549646.90 - 47.089636) / 1965801.84 = \mathbf{0,27958047}$$

**Reflexión:** el primer valor obtenido, **(0,05174661)** representa la prima pura que debe aportar el asegurado a la edad de contratación (40 años), transfiriendo a la aseguradora el riesgo del plan, consistente en el pago de \$1 a el/los derechohabiente/s al final del año de fallecimiento del contratante, si el mismo se produce dentro del plazo de contratación de 15 años.

El resultado obtenido en el segundo cálculo **(0,27958047)** representa, a su vez, la prima pura que debe pagar el asegurado a la edad de 40 años, a cambio de que la aseguradora asuma el riesgo del plan, consistente en el pago de \$1 a el/los derechohabiente/s al final del año de fallecimiento del contratante, si el mismo se produce dentro del plazo de contratación de 60 años.

### Ejercicio N° 2:

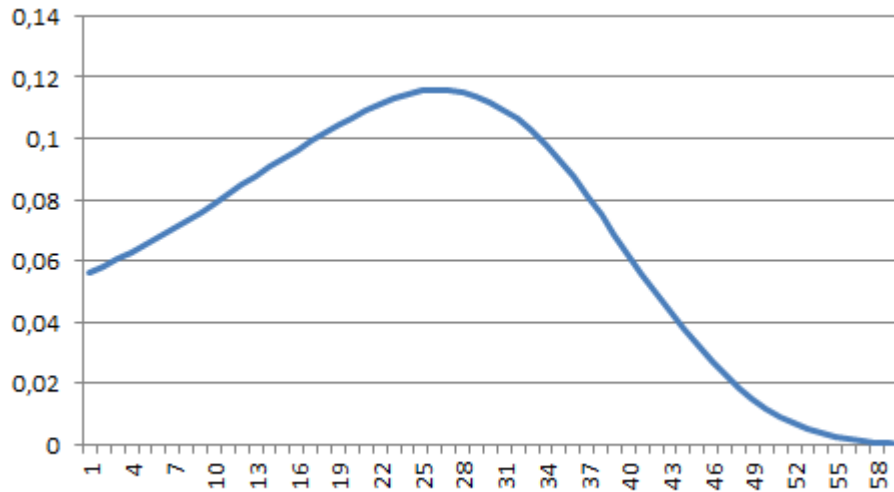
Calcule el valor de un seguro en caso de muerte, de acuerdo a las siguientes características:

$$A_{(40;t;15)}, \text{ para } t = 0, 1, 2, \dots$$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos

| Edad (x) | h=t | x+t | n  | x+t+n | $M_{(x+t)}$ | $M_{(x+t+n)}$ | $D_{(x)}$ | $A_{(40;t;15)}$ |
|----------|-----|-----|----|-------|-------------|---------------|-----------|-----------------|
| 40       | 0   | 40  | 15 | 55    | 549.647     | 447.923       | 1.965.802 | 0,051747        |
| 40       | 1   | 41  | 15 | 56    | 544.509     | 438.763       | 1.965.802 | 0,053793        |
| 40       | 2   | 42  | 15 | 57    | 539.142     | 429.213       | 1.965.802 | 0,055921        |
| 40       | 3   | 43  | 15 | 58    | 533.575     | 419.308       | 1.965.802 | 0,058127        |
| 40       | 4   | 44  | 15 | 59    | 527.774     | 409.062       | 1.965.802 | 0,060389        |
| 40       | 5   | 45  | 15 | 60    | 521.756     | 398.485       | 1.965.802 | 0,062708        |
| 40       | 6   | 46  | 15 | 61    | 515.496     | 387.561       | 1.965.802 | 0,065080        |
| 40       | 7   | 47  | 15 | 62    | 509.014     | 376.269       | 1.965.802 | 0,067527        |
| 40       | 8   | 48  | 15 | 63    | 502.304     | 364.577       | 1.965.802 | 0,070062        |
| 40       | 9   | 49  | 15 | 64    | 495.377     | 352.452       | 1.965.802 | 0,072706        |
| 40       | 10  | 50  | 15 | 65    | 488.207     | 339.885       | 1.965.802 | 0,075451        |
| 40       | 11  | 51  | 15 | 66    | 480.800     | 326.887       | 1.965.802 | 0,078295        |
| 40       | 12  | 52  | 15 | 67    | 473.099     | 313.508       | 1.965.802 | 0,081184        |
| 40       | 13  | 53  | 15 | 68    | 465.077     | 299.799       | 1.965.802 | 0,084077        |
| 40       | 14  | 54  | 15 | 69    | 456.698     | 285.821       | 1.965.802 | 0,086925        |
| 40       | 15  | 55  | 15 | 70    | 447.923     | 271.611       | 1.965.802 | 0,089690        |
| 40       | 16  | 56  | 15 | 71    | 438.763     | 257.171       | 1.965.802 | 0,092375        |
| 40       | 17  | 57  | 15 | 72    | 429.213     | 242.496       | 1.965.802 | 0,094982        |
| 40       | 18  | 58  | 15 | 73    | 419.308     | 227.573       | 1.965.802 | 0,097535        |
| 40       | 19  | 59  | 15 | 74    | 409.062     | 212.402       | 1.965.802 | 0,100041        |
| 40       | 20  | 60  | 15 | 75    | 398.485     | 197.039       | 1.965.802 | 0,102475        |
| 40       | 21  | 61  | 15 | 76    | 387.561     | 181.598       | 1.965.802 | 0,104773        |
| 40       | 22  | 62  | 15 | 77    | 376.269     | 166.227       | 1.965.802 | 0,106848        |
| 40       | 23  | 63  | 15 | 78    | 364.577     | 151.092       | 1.965.802 | 0,108599        |
| 40       | 24  | 64  | 15 | 79    | 352.452     | 136.358       | 1.965.802 | 0,109927        |
| 40       | 25  | 65  | 15 | 80    | 339.885     | 122.145       | 1.965.802 | 0,110764        |
| 40       | 26  | 66  | 15 | 81    | 326.887     | 108.524       | 1.965.802 | 0,111081        |
| 40       | 27  | 67  | 15 | 82    | 313.508     | 95.550        | 1.965.802 | 0,110875        |
| 40       | 28  | 68  | 15 | 83    | 299.799     | 83.257        | 1.965.802 | 0,110155        |
| 40       | 29  | 69  | 15 | 84    | 285.821     | 71.692        | 1.965.802 | 0,108927        |
| 40       | 30  | 70  | 15 | 85    | 271.611     | 60.935        | 1.965.802 | 0,107170        |
| 40       | 31  | 71  | 15 | 86    | 257.171     | 51.079        | 1.965.802 | 0,104839        |
| 40       | 32  | 72  | 15 | 87    | 242.496     | 42.205        | 1.965.802 | 0,101888        |
| 40       | 33  | 73  | 15 | 88    | 227.573     | 34.359        | 1.965.802 | 0,098288        |
| 40       | 34  | 74  | 15 | 89    | 212.402     | 27.551        | 1.965.802 | 0,094033        |
| 40       | 35  | 75  | 15 | 90    | 197.039     | 21.752        | 1.965.802 | 0,089169        |
| 40       | 36  | 76  | 15 | 91    | 181.598     | 16.898        | 1.965.802 | 0,083782        |
| 40       | 37  | 77  | 15 | 92    | 166.227     | 12.907        | 1.965.802 | 0,077993        |
| 40       | 38  | 78  | 15 | 93    | 151.092     | 9.678         | 1.965.802 | 0,071937        |
| 40       | 39  | 79  | 15 | 94    | 136.358     | 7.105         | 1.965.802 | 0,065751        |
| 40       | 40  | 80  | 15 | 95    | 122.145     | 5.073         | 1.965.802 | 0,059554        |
| 40       | 41  | 81  | 15 | 96    | 108.524     | 3.475         | 1.965.802 | 0,053438        |
| 40       | 42  | 82  | 15 | 97    | 95.550      | 2.216         | 1.965.802 | 0,047479        |
| 40       | 43  | 83  | 15 | 98    | 83.257      | 1.227         | 1.965.802 | 0,041728        |
| 40       | 44  | 84  | 15 | 99    | 71.692      | 488           | 1.965.802 | 0,036221        |
| 40       | 45  | 85  | 15 | 100   | 60.935      | 47            | 1.965.802 | 0,030974        |
| 40       | 46  | 86  | 15 | 101   | 51.079      | 47            | 1.965.802 | 0,025960        |
| 40       | 47  | 87  | 15 | 102   | 42.205      | 47            | 1.965.802 | 0,021446        |
| 40       | 48  | 88  | 15 | 103   | 34.359      | 47            | 1.965.802 | 0,017455        |
| 40       | 49  | 89  | 15 | 104   | 27.551      | 47            | 1.965.802 | 0,013991        |
| 40       | 50  | 90  | 15 | 105   | 21.752      | 47            | 1.965.802 | 0,011041        |
| 40       | 51  | 91  | 15 | 106   | 16.898      | 47            | 1.965.802 | 0,008572        |
| 40       | 52  | 92  | 15 | 107   | 12.907      | 47            | 1.965.802 | 0,006542        |
| 40       | 53  | 93  | 15 | 108   | 9.678       | 47            | 1.965.802 | 0,004899        |
| 40       | 54  | 94  | 15 | 109   | 7.105       | 47            | 1.965.802 | 0,003590        |
| 40       | 55  | 95  | 15 | 110   | 5.073       | 47            | 1.965.802 | 0,002557        |
| 40       | 56  | 96  | 15 | 111   |             |               |           |                 |

Graficamente:



**Reflexión:** Los resultados obtenidos se corresponden con el valor actual actuarial a la edad  $x$  de una serie de capitales unitarios anuales pagaderos al fin del año de fallecimiento del asegurado en caso de que este se produzca dentro de ese año.

A la edad de 40 años el asegurado mediante el pago del valor actual actuarial, transfiere a la aseguradora el riesgo y acuerda cobertura de muerte de riesgo diferido a  $t$  años y plazo limitado a 15 años, con pago de capital unitario a los derechohabientes al fin del año en que se produzca el fallecimiento del asegurado, si el mismo tiene lugar a partir de un momento determinado y dentro del plazo establecido.

Mientras la variación en la tasa de mortalidad se comporta de forma horizontal, es decir, que no tiene variación tan significativa en  $x+t$ , la prima mantiene tendencia de crecimiento, luego cuando la tasa de mortalidad se comporta de forma vertical, es decir, que la variación es muy significativa en  $x+t$  la prima mantiene tendencia decreciente. A medida de que el plazo se reduce, se requiere de menos capitales.

Observe que hasta  $t=26$  sube el valor de la prima. O sea difiriendo el plazo desde el cual se empiezan a contar los 15 años, se ve que al principio el aumento en la probabilidad de tener que pagar (por el aumento de la mortalidad) impacta más que lo que disminuye el valor presente del pago por el efecto del valor tiempo del dinero. A partir de ahí cada año que se extiende el plazo, el aumento de la mortalidad no llega a compensar la disminución del valor presente que genera el valor tiempo del dinero.

### Ejercicio N° 3:

Calcule el valor de un seguro en caso de muerte con las siguientes condiciones:  
 $A(40+t;0;35)$ , para  $t=1, 2, \dots$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

| $x+t$ | $n$ | $x+t+n$ | $M_{(x)}$ | $M_{(x+t)}$ | $D_{(x)}$ | $A_{(40+t;0;35)}$ |
|-------|-----|---------|-----------|-------------|-----------|-------------------|
| 41    | 35  | 76      | 544.509   | 181.598     | 1.885.057 | 0,19252           |
| 42    | 35  | 77      | 539.142   | 166.227     | 1.807.187 | 0,206351          |
| 43    | 35  | 78      | 533.575   | 151.092     | 1.732.113 | 0,220819          |
| 44    | 35  | 79      | 527.774   | 136.358     | 1.659.692 | 0,235836          |
| 45    | 35  | 80      | 521.756   | 122.145     | 1.589.840 | 0,251353          |
| 46    | 35  | 81      | 515.496   | 108.524     | 1.522.432 | 0,267317          |
| 47    | 35  | 82      | 509.014   | 95.550      | 1.457.395 | 0,283701          |
| 48    | 35  | 83      | 502.304   | 83.257      | 1.394.632 | 0,300471          |
| 49    | 35  | 84      | 495.377   | 71.692      | 1.334.064 | 0,31759           |
| 50    | 35  | 85      | 488.207   | 60.935      | 1.275.585 | 0,334962          |
| 51    | 35  | 86      | 480.800   | 51.079      | 1.219.117 | 0,352486          |
| 52    | 35  | 87      | 473.099   | 42.205      | 1.164.526 | 0,370017          |
| 53    | 35  | 88      | 465.077   | 34.359      | 1.111.715 | 0,387435          |
| 54    | 35  | 89      | 456.698   | 27.551      | 1.060.577 | 0,404635          |
| 55    | 35  | 90      | 447.923   | 21.752      | 1.011.012 | 0,42153           |
| 56    | 35  | 91      | 438.763   | 16.898      | 962.966   | 0,438089          |
| 57    | 35  | 92      | 429.213   | 12.907      | 916.379   | 0,454294          |
| 58    | 35  | 93      | 419.308   | 9.678       | 871.229   | 0,470175          |
| 59    | 35  | 94      | 409.062   | 7.105       | 827.474   | 0,485764          |
| 60    | 35  | 95      | 398.485   | 5.073       | 785.071   | 0,501117          |
| 61    | 35  | 96      | 387.561   | 3.475       | 743.952   | 0,516278          |
| 62    | 35  | 97      | 376.269   | 2.216       | 704.046   | 0,53129           |
| 63    | 35  | 98      | 364.577   | 1.227       | 665.275   | 0,546164          |
| 64    | 35  | 99      | 352.452   | 488         | 627.563   | 0,560843          |
| 65    | 35  | 100     | 339.885   | 47          | 590.859   | 0,575159          |

**Reflexión:** en este caso observamos que, al variar la edad de contratación, para el caso desde  $x+1$  hasta 65 años, del seguro de vida en caso de muerte, el valor de la prima aumenta dado que se incrementa su probabilidad de muerte.

#### Ejercicio N° 4:

Calcule el valor de la prima para un seguro en caso de muerte, con estas condiciones:

$A_{(40;0;t)}$ , para  $t= 1, 2, \dots$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

| Edad<br>(x) | t  | x+t | $M_{(x)}$ | $M_{(x+t)}$ | $D(x)$    | $A_{(40;0;t)}$ |
|-------------|----|-----|-----------|-------------|-----------|----------------|
| 40          | 1  | 41  | 549.647   | 544.509     | 1.965.802 | 0,002613       |
| 40          | 2  | 42  | 549.647   | 539.142     | 1.965.802 | 0,005344       |
| 40          | 3  | 43  | 549.647   | 533.575     | 1.965.802 | 0,008176       |
| 40          | 4  | 44  | 549.647   | 527.774     | 1.965.802 | 0,011127       |
| 40          | 5  | 45  | 549.647   | 521.756     | 1.965.802 | 0,014188       |
| 40          | 6  | 46  | 549.647   | 515.496     | 1.965.802 | 0,017373       |
| 40          | 7  | 47  | 549.647   | 509.014     | 1.965.802 | 0,02067        |
| 40          | 8  | 48  | 549.647   | 502.304     | 1.965.802 | 0,024083       |
| 40          | 9  | 49  | 549.647   | 495.377     | 1.965.802 | 0,027607       |
| 40          | 10 | 50  | 549.647   | 488.207     | 1.965.802 | 0,031254       |
| 40          | 11 | 51  | 549.647   | 480.800     | 1.965.802 | 0,035022       |
| 40          | 12 | 52  | 549.647   | 473.099     | 1.965.802 | 0,03894        |
| 40          | 13 | 53  | 549.647   | 465.077     | 1.965.802 | 0,043021       |
| 40          | 14 | 54  | 549.647   | 456.698     | 1.965.802 | 0,047283       |
| 40          | 15 | 55  | 549.647   | 447.923     | 1.965.802 | 0,051747       |
| 40          | 16 | 56  | 549.647   | 438.763     | 1.965.802 | 0,056406       |
| 40          | 17 | 57  | 549.647   | 429.213     | 1.965.802 | 0,061265       |
| 40          | 18 | 58  | 549.647   | 419.308     | 1.965.802 | 0,066303       |
| 40          | 19 | 59  | 549.647   | 409.062     | 1.965.802 | 0,071515       |
| 40          | 20 | 60  | 549.647   | 398.485     | 1.965.802 | 0,076896       |
| 40          | 21 | 61  | 549.647   | 387.561     | 1.965.802 | 0,082453       |
| 40          | 22 | 62  | 549.647   | 376.269     | 1.965.802 | 0,088197       |
| 40          | 23 | 63  | 549.647   | 364.577     | 1.965.802 | 0,094145       |
| 40          | 25 | 65  | 549.647   | 339.885     | 1.965.802 | 0,106705       |
| 40          | 26 | 66  | 549.647   | 326.887     | 1.965.802 | 0,113317       |
| 40          | 27 | 67  | 549.647   | 313.508     | 1.965.802 | 0,120123       |
| 40          | 28 | 68  | 549.647   | 299.799     | 1.965.802 | 0,127097       |
| 40          | 29 | 69  | 549.647   | 285.821     | 1.965.802 | 0,134208       |
| 40          | 30 | 70  | 549.647   | 271.611     | 1.965.802 | 0,141437       |
| 40          | 31 | 71  | 549.647   | 257.171     | 1.965.802 | 0,148782       |
| 40          | 32 | 72  | 549.647   | 242.496     | 1.965.802 | 0,156247       |
| 40          | 33 | 73  | 549.647   | 227.573     | 1.965.802 | 0,163838       |
| 40          | 34 | 74  | 549.647   | 212.402     | 1.965.802 | 0,171556       |
| 40          | 35 | 75  | 549.647   | 197.039     | 1.965.802 | 0,179371       |
| 40          | 36 | 76  | 549.647   | 181.598     | 1.965.802 | 0,187226       |

| Edad (x) | t | x+t | $M_{(x)}$ | $M_{(x+t)}$ | $D(x)$ | $A_{(40;0;t)}$ |
|----------|---|-----|-----------|-------------|--------|----------------|
|----------|---|-----|-----------|-------------|--------|----------------|



|    |    |     |         |         |           |          |
|----|----|-----|---------|---------|-----------|----------|
| 40 | 37 | 77  | 549.647 | 166.227 | 1.965.802 | 0,195045 |
| 40 | 38 | 78  | 549.647 | 151.092 | 1.965.802 | 0,202744 |
| 40 | 40 | 80  | 549.647 | 122.145 | 1.965.802 | 0,21747  |
| 40 | 41 | 81  | 549.647 | 108.524 | 1.965.802 | 0,224398 |
| 40 | 42 | 82  | 549.647 | 95.550  | 1.965.802 | 0,230998 |
| 40 | 43 | 83  | 549.647 | 83.257  | 1.965.802 | 0,237252 |
| 40 | 44 | 84  | 549.647 | 71.692  | 1.965.802 | 0,243135 |
| 40 | 45 | 85  | 549.647 | 60.935  | 1.965.802 | 0,248607 |
| 40 | 46 | 86  | 549.647 | 51.079  | 1.965.802 | 0,25362  |
| 40 | 47 | 87  | 549.647 | 42.205  | 1.965.802 | 0,258135 |
| 40 | 48 | 88  | 549.647 | 34.359  | 1.965.802 | 0,262126 |
| 40 | 49 | 89  | 549.647 | 27.551  | 1.965.802 | 0,265589 |
| 40 | 50 | 90  | 549.647 | 21.752  | 1.965.802 | 0,268539 |
| 40 | 51 | 91  | 549.647 | 16.898  | 1.965.802 | 0,271008 |
| 40 | 52 | 92  | 549.647 | 12.907  | 1.965.802 | 0,273039 |
| 40 | 53 | 93  | 549.647 | 9.678   | 1.965.802 | 0,274681 |
| 40 | 54 | 94  | 549.647 | 7.105   | 1.965.802 | 0,27599  |
| 40 | 55 | 95  | 549.647 | 5.073   | 1.965.802 | 0,277024 |
| 40 | 56 | 96  | 549.647 | 3.475   | 1.965.802 | 0,277837 |
| 40 | 57 | 97  | 549.647 | 2.216   | 1.965.802 | 0,278477 |
| 40 | 58 | 98  | 549.647 | 1.227   | 1.965.802 | 0,27898  |
| 40 | 59 | 99  | 549.647 | 488     | 1.965.802 | 0,279356 |
| 40 | 60 | 100 | 549.647 | 47      | 1.965.802 | 0,27958  |

**Reflexión:** de acuerdo a los resultados del cuadro precedente, observamos que el costo de la prima de un seguro de muerte inmediato, va aumentando conforme se incrementa el tiempo, debido a la mayor probabilidad de muerte que existe en los tomadores del seguro.

#### Ejercicio N° 5:

Calcule el valor de las primas puras anuales correspondientes a seguros con las siguientes características: (utilice la tabla de mortalidad CSO'80)

- a)  $a_{(40;10;15)}$  : el plazo de pago de primas es por 10 años.
- b)  $A_{(40;10;50)}$  : el plazo de pago de primas es por 10 años.

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos en cada caso.

Dado que  $P_{(x;1)} = P_{(x;n)} * a_{(x,x,x+n-1)}$ ; donde  $P_{(x;n)}$  es la prima pura anual, procedemos de la siguiente manera:

**a) Calcular  $a_{(40;10;15)}$ , se trata de un seguro de plazo limitado y diferido**

$$a_{(40;10;15)} = (N_{(50)} - N_{(65)}) / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$a_{(40;10;15)} = (20471815.29 - 6525327.78) / (36820028.52 - 20471815.29)$$

$$a_{(40;10;15)} = 0.853089$$

**b) Calcular  $A_{(40;10;50)}$ , se trata de un seguro en caso de muerte de plazo limitado y diferido**

$$A_{(40;10;50)} = (M_{(50)} - M_{(100)}) / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$A_{(40;10;50)} = (488207,42 - 47,09) / (36820028,52 - 20471815,29)$$

$$A_{(40;10;50)} = 0,02986$$

**En caso de plazo ilimitado y diferido**

$$A_{(40;10;50)} = M_{(50)} / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$A_{(40;10;50)} = 488207,42 / (36820028,52 - 20471815,29)$$

$$A_{(40;10;50)} = 0,02986$$

En el caso a) el asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Vida, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 10 años con riesgo diferido y plazo limitado a 15 años, para constituir un capital equivalente a la prima pura única a la edad  $x+h$ , con pagos de capitales anuales unitarios mientras viva en cada cumpleaños futuro, de acuerdo al plazo del contrato.

En el caso b) el asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro de vida en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 10 años con riesgo diferido y plazo limitado a 50 años, pero como en la Tabla CSO Hombres  $x+t+n=100$ , entonces podemos calcularla como de plazo ilimitado.

No obstante el valor de la prima, que es igual en ambos, hay que tener en cuenta que en el caso de plazo limitado, si el asegurado fallece a esa edad (100 años) no se abona el seguro, mientras que en el de plazo ilimitado, si.

**Ejercicio N° 6:**

Calcule la prima pura anual correspondiente a seguros con las siguientes características:

- $A_{(40;0;20)}$  considerando 20 años para el pago de primas.
- $A_{(40;0;60)}$  considerando 20 años para el pago de primas.
- $A_{(40;0;60)}$  considerando 60 años para el pago de primas.

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos e indique además la diferencia entre las primas obtenidas en b) y c).

|  |
|--|
| <p><b>a) <math>A_{(40;0;20)}</math> considerando 20 años para el pago de primas.</b></p> <p><math>P = A_{(X;0;n)} / a_{(X;0;n)}</math></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = (M_{(40)} - M_{(60)}) / (N_{(40)} - N_{(60)})</math></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = (549646.9 - 398485.42) = 151161.49</math></p> <p><math>a_{(40;0;20)} = (36820028.52 - 10051235.32) = 26768793.2</math></p> <p><math>P = 151161.49 / 26768793.2</math></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = 0,005647</math></p> |
| <p><b>b) <math>A_{(40;0;60)}</math> considerando 20 años para el pago de primas.</b></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = (N_{(40)} - N_{(40+20)}) / D_{(40)}</math></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = (36820028,52 - 10051235,32) / 1965801,84</math></p> <p><math>A_{(40;0;20)} = 13,6172</math></p>  |
| <p><b>c) <math>A_{(40;0;60)}</math> considerando 60 años para el pago de primas.</b></p> <p><math>A_{(40;0;60)} = M_{(40)} / N_{(40)}</math></p> <p><math>A_{(40;0;60)} = 549646.9 / 36820028.52</math></p> <p><math>A_{(40;0;60)} = 0,014928</math></p>   |

**Reflexiones:****a)  $A_{(40;0;20)}$  considerando 20 años para el pago de primas.**

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 20 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado si es que el mismo se da dentro del periodo de 20 años que va desde los 40 años a los 60 años. Si el asegurado muere después de cumplir 60 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

**b)  $A_{(40;0;60)}$  considerando 20 años para el pago de primas.**

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 20 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado si es que el mismo se da dentro del periodo de 60 años que va desde los 40 años a los 100 años. Si el asegurado muere después de cumplir 100 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

**c)  $A_{(40;0;60)}$  considerando 60 años para el pago de primas.**

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 60 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado. si es que el mismo se da dentro del periodo de 60 años que va desde los 40 años

a los 100 años. Si el asegurado muere después de cumplir 100 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

### Ejercicio N° 7:

Un hombre de 48 años contrata un seguro con las siguientes características:

1. Si fallece entre las edades  $x$  y  $x+20$  los beneficiarios cobrarán un capital de \$ 65.000.- al fin del año de fallecimiento.
2. Si alcanza con vida la edad  $x+20$ , cobrará un capital equivalente al 75 % del mencionado en 1.
3. Si alcanza con vida la edad  $x+21$ , cobrará anualmente el 10% del capital mencionado en 1 mientras viva.

Se le solicita determine:

- a) Valor de la prima pura única total.
- b) Valor de la prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año mientras viva.
- c) Valor de la prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año, en forma cierta

### Bases técnicas:

Tabla de mortalidad:CSO 80 Hombres,

Tasa de interés técnico: 4,5% efectivo anual,

Se conmutó nuevamente la tabla CSO'80, obteniéndose los valores a la tasa de interés técnico del 4,5% efectivo anual

1. Si fallece entre las edades  $x$  (48) y  $x+20$  (68) sus beneficiarios cobrarán un capital de \$ 65.000.- al fin del año de fallecimiento.

$$P_{(x;1)} = C \cdot A_{(x;x+n)}$$

$$A_{(x,x,x+n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 20$$

$$x+n = 68$$

$$M_{(x)} = 357.141$$

$$M_{(x+n)} = 205.001$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$A_{(48;0;20)} = 0,137329792$$

$$\text{Capital} = 65.000$$

$$\text{PPU} = 8.926,44$$

Es el valor que tengo que cancelar hoy, para que los beneficiarios cobren en caso de fallecimiento entre 48 y 68 años, el valor de \$65.000.

2. Si alcanza con vida la edad  $x+20$ , cobrará un capital equivalente al 75 % del mencionado en 1.

$$P_{(x;1)} = C * 0,75 * E_{(x;n)}$$

$$E_{(x;n)} = p_{(x;n)} * (1+i)^{-n}$$

$${}_{20}p_x = l_{(x+n)} / l_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 20$$

$$x+n = 68$$

$$l_{(x)} = 9.163.467$$

$$l_{(x+n)} = 7.006.668$$

$${}_{20}p_x = 0,76463$$

$$v^n = 0,41464$$

$$E_{(x;n)} = 0,31705$$

$$\text{Capital} = 48.750$$

$$\text{PPU} = 15.456,12$$

Es el valor a cancelar hoy como Prima Pura Única para recibir un beneficio de \$ 48.750, siempre y cuando se llegue con vida a los 68 años.

3. Si alcanza con vida la edad  $x+21$ , cobrará anualmente el 10 % del capital mencionado en 1 mientras viva.

$$a_{(x;x+h;w)}$$

$$P_{(x;1)} = C * 0,1 * a_{(x;x+h;w)}$$

$$a_{(x,x+h,\omega)} = N_{(x+h)} / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$h = 21$$

$$x+h = 69$$

$$N_{(x+h)} = 3.044.746$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$a_{(48;21;\omega-x-h)} = 2,74836$$

$$\text{Capital} = 6.500$$

$$\text{PPU} = 17.864,32$$

Es el valor que debe cancelar el día de hoy para recibir una renta vitalicia anual de \$ 6.500 de por vida a partir de los 69 años.

Se le solicita determine:

**1. Prima Pura Única total.**

$$PPU_1 = A_{(48;0;20)} * C1 = 8.926,44$$

$$PPU_2 = E_{(48;20)} * C2 = 15.456,12$$

$$PPU_3 = a_{(48;21;31)} * C3 = 17.864,32$$

$$P_{(48;1)} * \text{PPU por la cobertura total} = 42.246,88$$

**2. Prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año mientras viva.**

$$P_{(x;n)} = P_{(x;1)} / a_{(x;0;n)}$$

$$P_{(48;15)} = P_{(48;1)} / a_{(48;0;15)}$$

$$P_{(48;1)} = 42.246,88$$

$$a_{(x,x;x+n)} = a_{(48;0;15)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 15$$

$$x+n = 63$$

$$N_{(x)} = 17.432.948$$

$$N_{(x+n)} = 5.563.955$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$a_{(48;0;15)} = 10,7136$$

$$P_{(48;15)} = 42.246,88 / 10,71$$

$$P_{(48;15)} = 3.943,29$$

$$\text{PPU por la cobertura total} = 42.246,88$$

$$\text{PPA por la cobertura total} = 3.943,29$$

La forma de pago por éste seguro mixto que brinda diferentes coberturas pueden ser:

De contado \$ 42.246,88 denominada PPUt.

Diferirlo a 15 pagos anuales de \$ 3.943,29 denominada PPA.

**3. Prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año, en forma cierta.**

Esto es una anualidad financiera.

$$PPU * [(1+i) * (1 - v^n) / i]$$

$$42.247 / [(1+0,045) * (1 - (1,045)^{-15}) / 0,045] = 3764,37$$

**Ejercicio N° 8:**

Considere que una persona de 35 años de edad, contrata un seguro cuyo capital es de 100.000 u.m pagadero al final del año de su fallecimiento. Determine el valor de la prima, si:

a) El fallecimiento ocurre en cualquier momento

- b) El fallecimiento ocurre antes de cumplir 45 años
- c) El fallecimiento ocurre luego de cumplir 45 años
- d) El fallecimiento ocurre entre los 60 y los 64 años

$$\begin{aligned} \text{a) PPU Vida Entera} &= 100.000 * A_{35} = 100.000 * M_{35}/D_{35} = 0,24162926 * 100.000 = \\ &24.162,93 \\ \text{b) PPU Temporario} &= 100.000 * A_{(35;10)} = 100.000 * (M_{35}-M_{45})/D_{35} = 0,02157228 * 100.000 = \\ &2.157,23 \\ \text{c) PPU Diferido} &= 100.000 * {}_{10}A_{(35)} = 100.000 * M_{45}/D_{35} = 0,22005698 * 100.000 = 22.005,70 \\ \text{d) PPU Interceptado} &= 100.000 * {}_{25/4}A_{(35)} = 100.000 * (M_{60} - M_{64})/D_{35} = \\ &0,01941517 * 100.000 = 1.941,52 \end{aligned}$$

**Ejercicio N° 9:**

Se realiza una operación de seguros a favor de una persona determinada que proporciona las siguientes prestaciones:

- a) 10.000 u.m. a los 20 años si sobrevive.
- b) Se paga 10.000 u.m al final del año de fallecimiento si esto ocurre durante los 20 primeros años.

Se le solicita determine el costo de la operación.

**Resolución:**

Se trata de una operación con seguro mixto.

- a) Primero debe darse que la persona sobreviva a los 20 años de concertada la operación, por ende es un seguro de capital diferido, cuya PPU es =  $10.000 * (D_{x+20}/D_x)$
- b) Por otro lado, se le devolverá la prima, si el fallecimiento ocurre durante los primeros 20 años, de manera que se trata de un seguro temporario de muerte:

Es decir que la PPU para este evento debe calcularse como

$$PPU = [10.000 * (M_x - M_{x+20})/D_x]$$

Sumando los dos eventos:

$$PPU = [10.000 * (D_{x+20}/D_x)] + [10.000 * (M_x - M_{x+20})/D_x]$$

Operando esta fórmula, resulta:

$$PPU = 10.000 * (M_x - M_{x+20} + D_{x+20})/D_x$$

$$PPU = 10.000 * (M_{35} - M_{55} + D_{55})/D_{35}$$

$$PPU = 10.000 * 0,483436148 = 4.834,36$$

**Ejercicio N° 10:**

Una persona de 35 años contrata un seguro de vida en caso de muerte que cubre el fallecimiento en forma inmediata - desde las 35 años- y por un plazo de 10 años. El capital es variable de manera geométrica anual al 8 % creciente. Se le solicita determine:

- a) cuál es el valor de cada uno de los capitales.
- b) cuál es entonces el valor de la prima pura Única.
- c) si el asegurado fallece a los 41 años, cuál es el capital que cobrarán los beneficiarios y cuándo lo cobrarán.

Bases técnicas a utilizar:

Tabla: CSO' 80

i: 4% efectiva anual

r: 8% variación s/ capital anual.

n: 10

C: \$ 1

Bases técnicas a utilizar:

Tabla: CSO' 80

i: 4% efectiva anual

r: 8% variación s/ capital anual.

n: 10

C: \$ 1

a)

| <b>x</b> | <b>n</b> | <b>x+t</b> | <b>C*(1+r)<sup>(t)</sup></b> |
|----------|----------|------------|------------------------------|
| 35       | 0        | 35         | 1                            |
| 35       | 1        | 36         | 1,08                         |
| 35       | 2        | 37         | 1,1664                       |
| 35       | 3        | 38         | 1,259712                     |
| 35       | 4        | 39         | 1,360489                     |
| 35       | 5        | 40         | 1,469328                     |
| 35       | 6        | 41         | 1,586874                     |
| 35       | 7        | 42         | 1,713824                     |
| 35       | 8        | 43         | 1,85093                      |
| 35       | 9        | 44         | 1,999005                     |



b)

| x  | n | x+t | $C \cdot (1+r)^{(t)}$ | $V^{n+1}$ | VP del pago | $q_{(x;t;1)}$ | VP del pago *<br>qx |
|----|---|-----|-----------------------|-----------|-------------|---------------|---------------------|
| 35 | 0 | 35  | 1                     | 0,9615385 | 0,9615385   | 0,001899      | 0,0018260           |
| 35 | 1 | 36  | 1,08                  | 0,9245562 | 0,9985207   | 0,0020122     | 0,0020092           |
| 35 | 2 | 37  | 1,1664                | 0,8889964 | 1,0369253   | 0,0021515     | 0,002231            |
| 35 | 3 | 38  | 1,259712              | 0,8548042 | 1,0768071   | 0,0023079     | 0,0024852           |
| 35 | 4 | 39  | 1,360489              | 0,8219271 | 1,1182228   | 0,0024900     | 0,0027843           |
| 35 | 5 | 40  | 1,469328              | 0,7903145 | 1,1612313   | 0,0026885     | 0,0031219           |
| 35 | 6 | 41  | 1,586874              | 0,7599178 | 1,2058938   | 0,0029209     | 0,0035223           |
| 35 | 7 | 42  | 1,713824              | 0,7306902 | 1,2522744   | 0,0031512     | 0,0039462           |
| 35 | 8 | 43  | 1,85093               | 0,7025867 | 1,3004389   | 0,0034147     | 0,0044406           |
| 35 | 9 | 44  | 1,999005              | 0,6755642 | 1,3504561   | 0,0036841     | 0,0049753           |
|    |   |     |                       |           |             | <b>PPU</b>    | <b>0,0313419</b>    |

$P_{(x;1)} = 0,03134194$

Si el asegurado muere a los 41 años los beneficiarios cobrarán la suma de **\$1,586874** , al final del año del contrato, para un capital C = 1 u.m

**Ejercicio Nº 11:**

En caso de fallecimiento del asegurado, los derechohabientes (beneficiarios) cobrarán el capital al fin del mes de fallecimiento, el capital asegurado que es de \$ 10.000.-

La persona tiene 35 años y contrata un seguro pagadero en caso de fallecimiento, por un plazo de 15 años.

Se le solicita determine:

- a) cuál es el valor de la prima pura única.
- b) si la periodicidad de pago fuera semestral, cuál será dicho valor.
- c) cuánto cobran los derechohabientes en uno y otro caso, en el año, al fallecer el asegurado.

$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} \cdot i/j_{(k)}$

x es la edad de contratación x = 35

0 es el plazo de diferimiento h = 0

n plazo de cobertura n=15

k cantidad de pagos por año k=12 y 2

a)

$A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$

$M_{(35)} = 572,904$

$M_{(50)} = 488,207$

$$D_{(35)} = 2,417,959$$

$$A_{(x;0;n)} = 0,035028099$$

$$j_{(k)} = ((1+i)^{1/k} - 1) * k$$

$$i = 4\%$$

$$k = 12$$

$$j_{(k)} = 3.928\%$$

$$i/j_{(k)} = 1.01820$$

$$A_{(x;0;n;k)} = 0.035665733$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j_{(k)}$$

$$P_{(35,1;1)} = A_{(x;0;n;k)} * C$$

$$P_{(35,1)} = 0.035665733 * 10.000$$

$$P_{(35,1)} = 356.66$$

b)

$$A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$M_{(35)} = 572,904$$

$$M_{(50)} = 488,207$$

$$D_{(35)} = 2,417,959$$

$$A_{(x;0;n)} = 0.035028099$$

$$j_{(k)} = ((1+i)^{1/k} - 1) * k$$

$$i = 4\%$$

$$k = 2$$

$$j_{(k)} = 3.961\%$$

$$i/j_{(k)} = 1.00990$$

$$A_{(x;0;n;k)} = 0.035374945$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j_{(k)}$$

$$P_{(35,1;1)} = A_{(x;0;n;k)} * C$$

$$P_{(35,1)} = 0.0353749445 * 10.000$$

$$P_{(35,1)} = 353.75$$

c) En los dos casos, los derechohabientes en caso de fallecer el asegurado cobran por el capital asegurado.



y administración, gastos comerciales o de adquisición, gastos de cobranza, gastos de liquidación de siniestros, margen de utilidad, entre otros.

### Componentes de la Prima

- *Prima de tarifa*: Es el costo del seguro, el cual está compuesto por el costo esperado de la siniestralidad, el costo de adquisición, el costo de administración y el margen de utilidad.
- *Prima de riesgo*: Corresponde al costo esperado de la siniestralidad y es la porción de la prima de tarifa que debe destinarse para el pago de las reclamaciones por concepto de siniestros.
- *Costo de adquisición*: Corresponde al costo total que se deriva de la contratación del producto, específicamente lo correspondiente a la publicidad y comisiones pagadas a los agentes.
- *Costo de administración*: Se refiere al costo de los gastos que debe efectuar la institución, derivados de la administración del plan, entre otros, pagos de sueldos, equipos, etc.
- *Margen de utilidad*: Es la porción de prima que será destinada a la utilidad de la compañía.

Ya vimos que llamamos asegurador al administrador de fondos de terceros, siendo sus funciones fundamentales, el cobro de las primas, el pago de los siniestros que suceden durante la vigencia de la póliza o contrato, hacerse cargo de los gastos o costos detallados precedentemente.

### Formula general de Equivalencia Actuarial

$$\text{Valor actual de las primas de tarifa} = \text{Valor actual de la cobertura} + \text{Valor actual de los gastos}$$

#### Componentes de la fórmula:

$\pi$  = Prima comercial, de tarifa o prima bruta.

$P$  = Prima de riesgo.

$\alpha$  = Gastos de administración, % de  $\pi$

$\beta$  = Gastos de Adquisición, % de  $\pi$

$\delta$  = Utilidad, % de  $\pi$ .

Entonces, establecemos las siguientes relaciones:

$$\pi = P + \text{recargos}$$

$$\pi = P + \alpha \pi + \beta \pi + \delta \pi$$

$$\pi - \alpha \pi - \beta \pi - \delta \pi = P$$

$$\pi = P / (1 - \alpha - \beta - \delta)$$

$$\pi = P / (1 - \alpha - \beta - \delta)$$

### Noción fundamental de Reserva Matemática:

En este tipo de operación financiera contingente, la reserva matemática es la diferencia en un momento dado de los valores de obligaciones de las partes contratantes, teniendo en cuenta las condiciones formales y sustanciales de dicha operación.

Es dable detenerse aquí y en función de los conceptos volcados en los capítulos anteriores, reflexionar sobre la situación que se plantea en el caso de los seguros: el asegurado entrega el valor de una prima única o periódica a fin de recibir una contraprestación futura, esa equivalencia inicial de cálculo no volverá a repetirse, dando lugar a lo largo del tiempo, a la necesidad de constituir un fondo que garantice el cumplimiento de las obligaciones futuras asumidas por parte del asegurador, es decir una “reserva” de valor, además de que las leyes que regulan la actividad, en cualquiera de sus ramas, exigen su constitución y establecen en muchos casos, las condiciones y características que deben observarse a tal fin.

Como hemos hecho en otras oportunidades, recurriremos al Diccionario de la Real Academia Española, para conocer sobre la etimología y significado de la palabra “reserva”, del latín *reservare*, que en alguna de sus acepciones, significa: guardar algo para el futuro, dilatar para otro tiempo lo que se podía o se debía ejecutar o comunicar al presente<sup>16</sup>.

En general, denominamos:

- *Reserva matemática*: Es la reserva correspondiente a los seguros de vida y jubilaciones y pensiones.
- *Reserva de riesgo en curso*: Se refiere a las reservas correspondientes a la prima no devengada de los seguros de no vida (patrimoniales y salud).
- *Reservas técnicas*: Son las reservas ligadas directamente con los riesgos que se encuentran en curso, incluyendo obligaciones pendientes, provisiones para contingencias y fondos catastróficos.

Cabe aclarar que algunas de estas reservas pueden estar integradas en el margen de solvencia y ser consideradas integrando el patrimonio de la entidad aseguradora.

### **Reserva Matemática y Reserva de riesgo en curso**

En un contexto general, la reserva de riesgo en curso se puede definir técnicamente, como la parte de la prima que debe ser utilizada para el cumplimiento de las obligaciones futuras por concepto de reclamaciones, a lo que también se le llama “Prima no devengada”.

Es importante tener en cuenta que cuando se trata de seguros de vida o jubilaciones y pensiones es más común llamar a la reserva “Reserva matemática”, en tanto que, para los seguros de daños o patrimoniales, así como de salud se la denomina como “Reserva de riesgos en curso”.

### **Reserva Matemática de los seguros de vida**

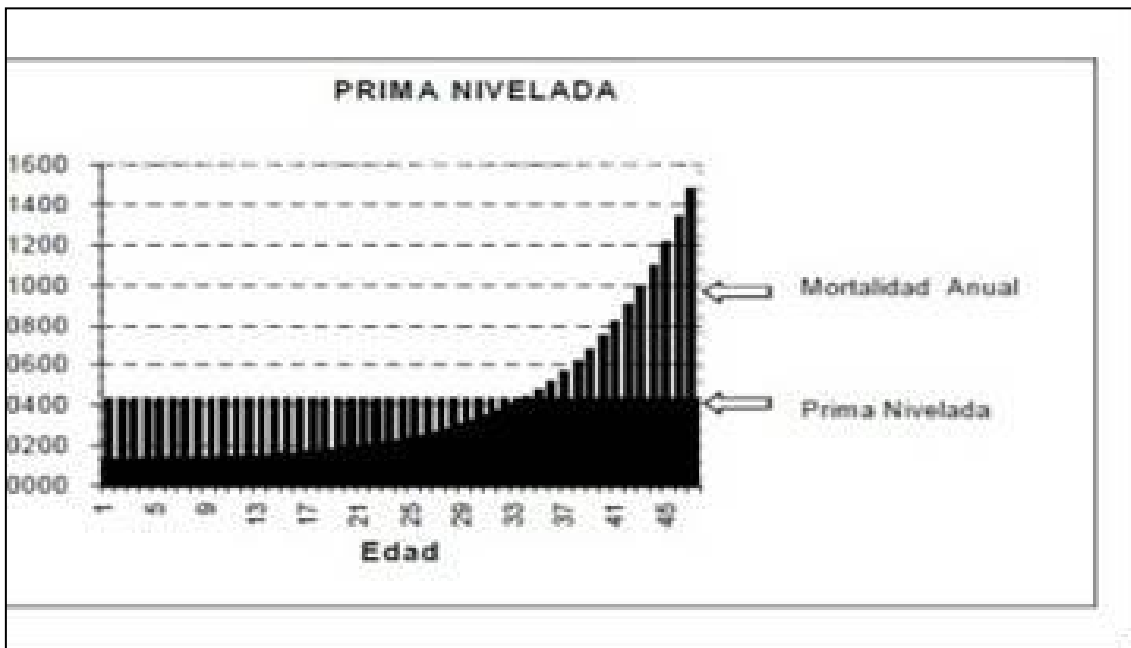
- En los seguros de vida, la constitución de la reserva matemática se realiza dependiendo de la temporalidad del plan y de la forma de pago de la prima. En el caso de seguros cuya temporalidad es superior a un año, su constitución debe realizarse mediante métodos actuariales de carácter universal que se encuentran preestablecidos a nivel internacional.

---

<sup>16</sup> Consultado en: <https://dle.rae.es/reservar>. 6-01-2022

- En los seguros de vida con temporalidad de varios años es frecuente que el pago de las primas se haga en forma nivelada y anual. La forma de operación de estos seguros origina la necesidad de constituir una reserva, ya que la prima nivelada anual al principio del tiempo es superior a la mortalidad esperada y a partir de cierto número de años transcurridos, esta prima es inferior a la mortalidad esperada anual, debido a que el riesgo de muerte es creciente con la edad de los asegurados, mientras que la prima nivelada, al ser un valor promedio, no corresponde al valor esperado de la mortalidad anual.

Gráficamente la prima nivelada presenta el siguiente comportamiento:



El principio general que define una reserva matemática, es que su saldo debe corresponder, como ya se expresaría, a la diferencia entre el valor presente actuarial de las obligaciones futuras de la aseguradora (pago de siniestros futuros,  $VPAC_t$ ) y el valor presente actuarial de las obligaciones futuras del asegurado (pago de primas futuras,  $VPAA_t$ ).

Por lo anterior, se puede decir que la reserva matemática de cualquier tipo de plan con temporalidad superior a un año se puede representar en términos actuariales como:

$$RRC_t = VPAC_t - VPAA_t$$

### Métodos de cálculo de la reserva matemática

De manera muy sintética, expondremos:

**Prospectivo:** Considera los compromisos futuros de asegurado y asegurador, también se los denomina “método de previsión”, dado que se sitúa en el presente pero mirando el futuro del contrato, es el que surge de la diferencia entre el valor actual de la cobertura a prestar y el valor actual de las primas a pagar:

**Valor de la Reserva = VACP – VAPAP**

Debemos tener en cuenta que algunos casos sobre los tipos de seguro vistos:

En el caso de las coberturas de riesgo diferido, se tiene que el:

VACP = 0 en el período de diferimiento

VAPAP = 0 con posterioridad al plazo de pago de primas

En el caso de planes contratados a prima pura única:

VAPAP = 0

**Retrospectivo:** Se basa en hechos ya ocurridos, por eso se denomina también “método de acumulación” es el que surge de la diferencia entre el valor futuro de las primas a pagar y el valor futuro de las coberturas a prestar

**Valor de la Reserva = VFPP – VFPP**

Debemos tener en cuenta que algunos casos sobre los tipos de seguro vistos:

En el caso de las coberturas de riesgo diferido el:

VFPP = 0 en el período de diferimiento

Para comprender mejor lo que hemos expuesto, pensémoslo de esta manera:

Primero veamos qué pasa con los cobros percibidos por la aseguradora tomando en cuenta los intereses devengados hasta el momento en que se realiza el cálculo de la reserva, que surgirán del siguiente razonamiento (considerando capitales unitarios):

Para el año 1: las primas abonadas por el número de sobrevivientes a la edad  $x$ ,  $l_x$  personas, por un valor  $P_x$  por cada una de ellas, son invertidas a la tasa “ $i$ ” durante “ $t$ ” años, darán como resultado:  $P_x * l_x * (1+i)^t$ .

Ahora veamos que pasa en el año 2, el valor acumulado dará como resultado:  $P_x * l_{x+1} * (1+i)^{t-1}$

Y para un año “ $t$ ” cualquiera, el valor acumulado dará como resultado:  $P_x * l_{x-t+1} * (1+i)^t$

Ahora, en relación a los pagos de eventos que debe afrontar la aseguradora:

Para el año 1: deberá abonar por cada persona fallecida en el período a la edad  $x$ ,  $d_x$  personas, que invertidos a la tasa “ $i$ ” durante “ $t-1$ ” años, darán como resultado:  $d_x * (1+i)^{t-1}$

Ahora veamos que pasa en el año 2, el valor acumulado dará como resultado:  $d_x * (1+i)^{t-2}$

Y para un año “ $t$ ” cualquiera, el valor acumulado dará como resultado:  $d_{x+t-1}$ , dado que estamos en el año de la valuación.

Si lo expresáramos en términos de valores de conmutación, tendríamos la siguiente expresión:

$$\text{Valor de la reserva} = \frac{[P_x * (N_x - N_{x+t}) - (M_x - M_{x+t})]}{D_{x+t}}$$

Solo restará sustituir el valor de  $P_x$  por la prima correspondiente a los diferentes tipos de seguro para obtener una ecuación de equivalencia de aplicación genérica.

En orden a los conceptos, formulas generales expresadas precedentemente, relaciones de equivalencia y valores de conmutación, estableceremos brevemente, algunas aplicables a los diferentes tipos de seguros:

### Reservas matemáticas para los distintos tipos de seguro

#### I. Seguros sobre la vida en caso de vida

##### 1. Seguro de capital diferido

Denominaremos en este caso:

VCD: Valor de la reserva de capital diferido

PCD: Prima anual del seguro de capital diferido

a) En caso de pago de prima pura única:

a. Por el método retrospectivo, la formula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t)} = \mathbf{P}_{(x;1)} * \mathbf{E}^{-1}_{(x;t)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicables es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t)} = \mathbf{E}_{(x+t;n-t)}$$

b) En caso de pago de prima pura anual:

a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t;1)} = \mathbf{PCD}_{(x;n)} * \mathbf{S}_{(x;t;1)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t;1)} = \mathbf{E}_{(x+t;n-t)} - \mathbf{PCD}_{(x;n)} * \mathbf{a}_{(x+t;0;n-t)}$$

##### 2. Seguro de rentas vitalicias:

Denominaremos en este caso:

VRV: Valor de la reserva de renta vitalicia

PRV: Prima anual del seguro de renta vitalicia

#### De plazo diferido y temporal

a. En caso de pago de prima pura anual durante el periodo de diferimiento:

a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

b.

$$\mathbf{VRV}_{(x;t;1)} = \mathbf{PRV}_{(x;h)} * \mathbf{S}_{(x;t;1)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:



$$VRV_{(x;t;1)} = a_{(x+t;h-t;n)} - PRV_{(x;h)} * a_{(x+t;0;h-t)}$$

- b. En caso de pago de prima pura anual luego del período de diferimiento:  
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$VRV_{(x;t;1)} = PRV_{(x;h)} * S_{(x;h;1)} * E^{-1}_{(x+h;t-h)} - E^{-1}_{(x+h;t-h)} * a_{(x+h;0;t-h)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$VRV_{(x;t;1)} = a_{(x+t;0;h+n-t)}$$

## II. Seguros de vida en caso de muerte

### a. Seguro de muerte inmediato y temporal

- i. En caso de pago de prima pura única  
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t)} = P_{(x;1)} * E^{-1}_{(x;t)} - A_{(x;0;t)} * E^{-1}_{(x;t)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t)} = A_{(x+t;0;n-t)}$$

- ii. En caso de pago de prima anual  
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t;1)} = P_{(x;n)} * S_{(x;t;1)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t;1)} = E_{(x+t;n-t)} - P_{(x;n)} * a_{(x+t;0;n-t)}$$

### Aplicación del Método de recurrencia o Fouret para el cálculo de la reserva matemática

Este método fue ideado por Georges Fouret (1845 – 1922), establece una metodología que se utiliza comúnmente para controlar con facilidad los resultados obtenidos mediante los otros métodos, se parte de la reserva obtenida para el año anterior, a efectos de calcular la del año respectivo, puede decirse que es un caso especial de aplicación del método retrospectivo esencialmente.

De manera entonces que para obtener el valor de la reserva de un año  $t$  cualquiera, como ya se conoce la del año  $t-1$ , deberemos pensarla primero en términos de equivalencia a valores unitarios, entonces:

$$I_{x+t-1} * (V_{x;t-1} + P_x) * (1+i) = d_{x+t-1} * I_{x+t} * V_{x;t}$$

Luego, como nos interesa el cálculo del valor acumulado al año t, operamos la ecuación anterior, de la que resulta:

$$V_{x;t} = [I_{x+t-1} * (V_{x;t-1} + P_x) * (1+i) - d_{x+t-1}] / I_{x+t}$$

Algunas cuestiones a tener en cuenta:

$P_x = 0$ , si el pago fue calculado a prima pura única

$P_x = 0$  si cesó el período de pago de primas anuales

**Algunas fórmulas de aplicación del método de recurrencia para los diferentes tipos de seguro:**

**1. Seguro en caso de vida de Capital diferido:**

- i. En caso de pago de prima pura única:

$$V_{(x;t+1;1)} = V_{(x;t;1)} * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. En caso de pago de prima anual:

$$V_{(x;t+1;1)} = [ V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)} ] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

**2. Seguro en caso de vida de rentas vitalicias, diferido y temporal**

- i. Durante el período de diferimiento

$$V_{(x;t+1;1)} = [ V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)} ] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. Luego del periodo de diferimiento

$$V_{(x;t+1;1)} = [ V_{(x;t;1)} - 1 ] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

**3. Seguro en caso de muerte temporal**

- i. En caso de pago de prima pura única

$$V_{(x;t+1;1)} = [ V_{(x;t;1)} - A_{(x+t;0;1)} ] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. En caso de pago de prima pura anual

$$V_{(x;t+1;1)} = [ V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)} - A_{(x+t;0;1)} ] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

### Breve conceptualización de la Reserva Matemática Neta

Se denomina así, a la diferencia entre la reserva matemática, calculada por alguno de los métodos precedentes para los diferentes tipos de seguro y el valor actual de los gastos de administración ( $\alpha$ ) aun no amortizados.

En fórmulas, sería:

$$V_{(x;t;1)} = V_{(x;t;1)} - \alpha * a_{(x+t;0;n-t)} * a^{-1}_{(x;0;n)}$$

### Ejercicios de aplicación

#### 1. Cálculo de los valores de primas anuales y de tarifa

##### Ejercicio N° 1:

Se solicita se realice la determinación de los valores de primas en los siguientes casos:

1. Prima pura anual pagadera mientras viva una persona de 35 años por un plazo de 5 años correspondiente a la siguiente cobertura:

a) cobertura de muerte de riesgo inmediato y plazo limitado para una persona de 35 años y un plazo de 5 años.

b) cobertura de vida de riesgo diferido para una persona de 35 años con pago del capital asegurado al cabo de cinco años en caso de supervivencia.

Las bases técnicas son CSO' 80, tasa de interés técnico del 4 % anual. Capital asegurado: \$ 10.000.

2. Exprese las características de la cobertura ofrecida.

Resolución:

1.

a)

$$x = 35$$

$$n=5$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000$$

$$A_{(x;0;n)} = M_{35}-M_{40}/N_{35}-N_{40}$$

$$A_{(x;0;n)} = 0,002085569$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000; \text{ por lo tanto abona como prima anual} = \$ 20,85569162$$

b)

$$E_{(x;n)} = D_{x+n}/(N_{35}-N_{40})$$

$$E_{(x;n)} = 0,176282882$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000; \text{ por lo tanto abona como prima anual} = \$ 1.762,828821$$

2. En el caso planteado en a) el asegurado abona una prima anual durante 5 años de \$ 20,8556916 para que sus derechohabientes perciban un capital de \$ 10.000, si él fallece entre los 35 y los 40 años. -

En el caso planteado en b) el asegurado abona una prima anual durante 5 años de \$ 1.762,82882 para cobrar a los 40 años, en caso de hallarse con vida, la suma de \$ 10.000.-

Es decir, se trata de un seguro mixto en donde una persona de 35 años de edad toma un seguro de muerte con cobertura inmediata por un periodo de 5 años plazo, para lo cual deberá pagar primas puras anuales de \$ 20,86, en caso de fallecimiento dentro del periodo de cobertura, los derechohabientes cobrarán el capital asegurado de \$10.000.

### Ejercicio N° 2:

Con los datos del ejercicio anterior, ahora consideraremos los siguientes gastos:

- 30 % de la primera prima de tarifa en concepto de gastos de adquisición. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -
- 10 % de cada una de las primas de tarifas anuales - se pagan también durante cinco años - en concepto de gastos de cobranza. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -
- 1 % en concepto de gastos de liquidación de siniestros. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -

Donde

$g = 0,30$  Prima de tarifa en concepto de gastos de adquisición

$\delta = 0,10$  Primas de tarifas anuales durante 5 años

$\lambda = 0,01$  en concepto de gastos de liquidación de siniestros

$\alpha = 0$  Inicial sobre capital asegurado

$\beta = 0$  Periódico sobre capital asegurado

PT = Prima de Tarifa

Resolución:

$$PT_{(x;n)} = CA * a^{-1}_{(x;h;n)} \{E_{(x;n)} + \alpha + \lambda E_{(x;n)} + \beta * a_{(x;h;n)}\} / [1 - g * a^{-1}_{(x;h;n)} - \delta]$$

$$a^{-1}_{(35;0;5)} = 1 / \{[N_{(35)} - N_{(40)}] / D_{(35)}\} = 1 / [(47971434 - 36820029) / 2417959]$$

$$a^{-1}_{(35;0;5)} = 0,21682999$$

$$E_{(35;5)} = D_{(40)} / D_{(35)} = 1965802 / 2417959 = 0,813000463$$

$$a_{(35;0;5)} = \{[N_{(35)} - N_{(40)}] / D_{(35)}\} = 1 / [(47971434 - 36820029) / 2417959]$$

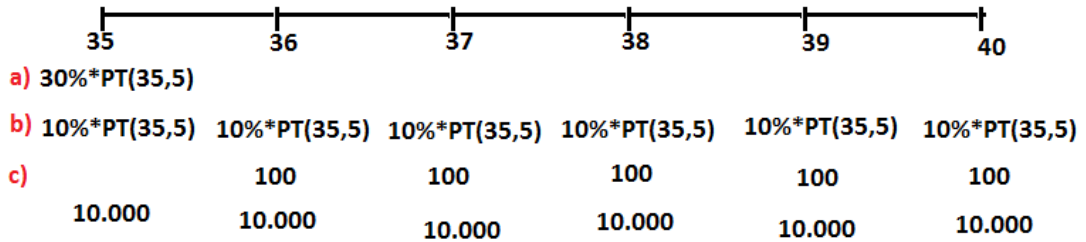
$$a_{(35;0;5)} = 4,611908164$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * a^{-1}_{(35;0;5)} * \{E_{(35;5)} + 0 + 0,01 * E_{(35;5)} + 0 * a_{(35;0;5)}\} / [1 - 0,3 * a^{-1}_{(35;0;5)} - 0,05]$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * 0,21682999 * \{0,813000463 + 0 + 0,01 * 0,813000463 + 0 * 4,611908164\} / [1 - 0,3 * 0,21682999 - 0,05]$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * 0,21682999 * \{0,813000463 + 0 + 0,01 * 0,813000463 + 0 * 4,611908164\} / [1 - 0,3 * 0,21682999 - 0,05] = 1.780,45710971 / 0,88495100 = \$ 2.011,93$$

**Ubicación en el eje de un gráfico de los resultados**



**Ejercicio N° 3:**

Responda las siguientes consignas:

1. En el caso de gastos de adquisición que implican un desembolso en el momento de contratación para la aseguradora, ¿cómo los recupera la compañía aseguradora del asegurado? Brinde un ejemplo.

2. Porqué no se aplica el mismo criterio en el caso de los gastos de cobranza?

Respuestas:

1. Los gastos de adquisición son desembolsos que la compañía aseguradora realiza al momento de contratación. Pueden ser gastos fijos, sobre capital asegurado o sobre prima de tarifa.

En general son altos. En virtud de ello, en los planes tradicionales, el mencionado gasto se recupera del asegurado en cuotas, las cuales son calculadas aplicando la cuota de amortización  $a^{-1}_{(x;0;n)}$  al importe del gasto de adquisición y la mencionada cuota se carga a cada una de las primas que paga el asegurado.

Por ejemplo, si el gasto de adquisición es de 1,000 um y el asegurado paga cinco primas, a cada prima se le cargará un importe superior a 200 um (1000/5) ya que existe una financiación por parte de la aseguradora. Adicionalmente hay un riesgo de muerte de la persona que paga las cuotas con lo cual más allá del costo financiero está el riesgo de que muera la persona en el periodo que tiene que pagar.

El cuánto más se cobra, surge de aplicar la fórmula previamente expuesta, nada impide que el recupero sea en un plazo inferior al período de pago de primas.

2. En el caso del gasto de cobranza, este se percibe todos los años y directamente se calcula sobre la prima de tarifa anual. Los primeros se abonan por adelantado (por ejemplo, comisiones de promotores, honorarios médicos, etc.) por parte de la compañía y se recuperan periódicamente en las primas futuras, a través de un recargo que deberá percibir del asegurado en esos pagos futuros, a través de una renta vitalicia sobre la vida del asegurado.

Los gastos corrientes se reparten sobre toda la duración del seguro, se cobran y se pagan periódicamente con la misma prima. Pueden establecerse mediante un coeficiente proporcional al capital o a la prima de tarifa.

## Reserva Matemática

### Ejercicio N° 1:

Considere una persona de género masculino de 35 años que contrata un seguro en caso de vida consistente en el pago de \$ 10.000.- si se encuentra con vida dentro de cinco años.

Se le solicita determinar:

- a) Calcule la prima pura única
- b) Desarrolle el cuadro de la reserva matemática, conteniendo las siguientes columnas:
  - a. En la primera coloque los períodos
  - b. En la segunda el concepto
  - c. En la tercera el importe
  - d. En la cuarta coloque el número de sobrevivientes
  - e. En la quinta coloque el valor del saldo individual

A título de ejemplo para las primeras cuatro columnas:

| Periodos | Concepto           | Importe                       | Sobrevivientes |
|----------|--------------------|-------------------------------|----------------|
| 0        | Recaudación        | $l_{(x)} * P_{(x;1)}$         | $l_{(x)}$      |
| 1        | Saldo Capitalizado | $l_{(x)} * P_{(x;1)} * (1+i)$ | $l_{(x+1)}$    |

Tengase en cuenta que denominamos:

$P_{(x;1)}$  : prima pura

$x$  : es la edad de contratación.

Los sucesivos saldos se obtienen capitalizando financieramente el anterior; es decir, multiplicando por el factor de capitalización financiero.

La cuarta columna son los sobrevivientes que surgen de la tabla de mortalidad. La quinta columna se obtiene dividiendo la tercera por la cuarta.

c) Controle los valores obtenidos en la columna de saldo individual - quinta columna - aplicando la fórmula de reserva.

Realice el control por el método prospectivo para el tercer período -  $t=3$  - y por el retrospectivo para el cuarto período.

Reolución:

a. Cálculo de la Prima pura única

$$x = 35$$

$$n = 5$$

$$C = 10.000$$

$$i = 4\%$$

$$E_{(35;5)} = 0,8130006$$

$$PPU = P_{(x;1)} = P_{(35;1)} = C * E_{(x;n)} = 10.000 * E_{(35;5)} = \$ 8.130.-$$

## b. Cuadro de la reserva matemática

| Edad (x) | Periodo - t - | Concepto         | Importe          | Sobrevivientes | Saldo indiv. |
|----------|---------------|------------------|------------------|----------------|--------------|
| 35       | 0             | Recaudación      | 77.572.290.185,5 | 9.541.482      | 8.130,00     |
| 35       | 1             | Saldo capitaliz. | 80.675.181.792,9 | 9.523.362      | 8.471,29     |
| 35       | 2             | Saldo capitaliz. | 83.902.189.064,6 | 9.504.163      | 8.827,94     |
| 35       | 3             | Saldo capitaliz. | 87.258.276.627,2 | 9.483.634      | 9.200,93     |
| 35       | 4             | Saldo capitaliz. | 90.748.607.692,3 | 9.461.613      | 9.591,24     |
| 35       | 5             | Saldo capitaliz. | 94.378.552.000,0 | 9.437.855      | 10.000,00    |

Veamos como se componen los valores del cuadro:

Recaudación = n° de sobrevivientes por el valor de la PPU =  $9.541.482 * 8130 =$   
\$ 77.572.290.185,50

Saldo Individual = Recaudación/n° de sobrevivientes =  $\$ 77.572.290.185,50/9.541.482$

Saldo capitalizado período 1 =  $\$ 77.572.290.185,50 * (1.04)^1 = \$ 80.675.181.792,9$

Saldo individual período 1 = Saldo capitalizado/n° de sobrevivientes =  
 $\$ 80.675.181.792,9/9.523.362 = 8.471,29$

Y así se van completando todos los valores de cada período.

## c. Control de los valores obtenidos

| Edad (x+t) | C(t)   | $D_{40}/D_x$ | Saldo Indiv.    |
|------------|--------|--------------|-----------------|
| 35         | 10.000 | 0,81300      | 8.130,00        |
| 36         | 10.000 | 0,84713      | 8.471,29        |
| 37         | 10.000 | 0,88279      | <b>8.827,94</b> |
| 38         | 10.000 | 0,92009      | <b>9.200,93</b> |
| 39         | 10.000 | 0,95912      | 9.591,24        |
| 40         | 10.000 | 1,00000      | 10.000,00       |

| Dx        | Var. Dx | $1/(1+i)^x$ | Var. i | lx        | Var. lx | Var. i * Var. lx |
|-----------|---------|-------------|--------|-----------|---------|------------------|
| 2.417.959 | 1,04198 | 0,25342     | 1,040  | 9.541.482 | 1,0019  | 1,04198          |
| 2.320.546 | 1,04210 | 0,24367     | 1,040  | 9.523.362 | 1,0020  | 1,04210          |
| 2.226.796 | 1,04225 | 0,23430     | 1,040  | 9.504.163 | 1,0022  | 1,04225          |
| 2.136.525 | 1,04242 | 0,22529     | 1,040  | 9.483.634 | 1,0023  | 1,04242          |
| 2.049.580 | 1,04262 | 0,21662     | 1,040  | 9.461.613 | 1,0025  | 1,04262          |
| 1.965.802 |         | 0,20829     |        | 9.437.855 |         |                  |

De los datos del cuadro, se observa que la variación en el valor de conmutación  $D_x$ , es igual al producto de las variaciones en la tasa de interés (Var. i) y el número de sobrevivientes (Var.lx), es decir, depende del factor financiero y del biométrico.

**Ejercicio N° 2:**

Considere una persona de género masculino de 35 años que contrata un seguro en caso de muerte consistente en el pago de \$ 10.000.-a los derechohabientes al fin del año del fallecimiento, si el mismo se produce dentro de los cinco años.

- Calcule la prima pura Única.
- Desarrolle el cuadro de la reserva matemática con las siguientes columnas:
  - primera: periodos
  - segunda: concepto
  - tercera: importe
  - cuarta: sobrevivientes

e. quinta: saldo individual

Se muestran las cuatro primeras columnas de los dos primeros periodos.

| Periodos | Concepto           | Importe                       | Sobrevivientes |
|----------|--------------------|-------------------------------|----------------|
| 0        | Recaudación        | $l_{(x)} * P_{(x;1)}$         | $l_{(x)}$      |
| 1        | Saldo Capitalizado | $l_{(x)} * P_{(x;1)} * (1+i)$ | $l_{(x+1)}$    |

Tengase en cuenta que:

$P_{(x;1)}$  es la prima pura

x es la edad de contratación.

Los sucesivos saldos se obtienen capitalizando financieramente el saldo anterior; es decir, multiplicando por el factor de capitalización financiero.

La cuarta columna son los sobrevivientes que surgen de la tabla de mortalidad.

La quinta columna se obtiene dividiendo la tercera por la cuarta.

Tenga en cuenta que debe considerar el riesgo de fallecimiento del asegurado; es decir, el pago del capital asegurado a los que fallecen.

Es decir, al finalizar el primer año el riesgo de fallecimiento es pagar el capital asegurado a los derechohabientes de los  $d(x)$ , valor que debe ser restado del saldo en el momento uno.

c) Controle los valores obtenidos en la columna de saldo individual - quinta columna - aplicando la fórmula de reserva.

d) Realice el control por el método prospectivo para el tercer período y por el retrospectivo para el cuarto.

Resolución:

a) Cálculo de la Prima pura única:

Edad (x) = 35

n = 5

x + n = 40

C(t) = 10.000

$$A_{(x+t;0; n-t)} = M_x - M_{x+n}/D_x = 0,00962$$

$$PPU = 10.000 * 0.009618 = 96,18$$

b) Cuadro de evolución de la reserve matemática:

| Edad (x) | x+t | x+n-t | Concepto        | Importe         | Sobrevivientes | dx     | Saldo indiv. |
|----------|-----|-------|-----------------|-----------------|----------------|--------|--------------|
| 35       | 35  | 5     | Recaudación     | 917.742.972,5   | 9.541.482      | 18.119 | 96,18        |
| 35       | 36  | 4     | Saldo capitaliz | 954.452.691,4   | 9.523.362      | 19.199 | 100,22       |
| 35       | 37  | 3     | Saldo capitaliz | 992.630.799,1   | 9.504.163      | 20.529 | 104,44       |
| 35       | 38  | 2     | Saldo capitaliz | 1.032.336.031,0 | 9.483.634      | 22.021 | 108,85       |
| 35       | 39  | 1     | Saldo capitaliz | 1.073.629.472,3 | 9.461.613      | 23.758 | 113,47       |
| 35       | 40  | 0     | Saldo capitaliz | 1.116.574.651,2 | 9.437.855      | 25.652 | 118,31       |



c) Aplicando la fórmula de la reserva matemática:

| Cx    | Var. Dx | 1/(1+i)^x | Var. i | lx        | Var. lx | Var. i * Var. lx |
|-------|---------|-----------|--------|-----------|---------|------------------|
| 5.138 | 1,03819 | 0,25342   | 1,000  | 9.541.482 | 1,0019  | 1,00190          |
| 4.949 | 1,03739 | 0,25342   | 1,000  | 9.523.362 | 1,0020  | 1,00202          |
| 4.770 | 1,03142 | 0,25342   | 1,000  | 9.504.163 | 1,0022  | 1,00216          |
| 4.625 | 1,02814 | 0,25342   | 1,000  | 9.483.634 | 1,0023  | 1,00233          |
| 4.498 | 1,01884 | 0,25342   | 1,000  | 9.461.613 | 1,0025  | 1,00252          |
| 4.415 |         | 0,25342   |        | 9.437.855 |         |                  |

$$V_{(35;3)} = \$10,000 * (572903.926 - 549646.899) / 2136524.64 = \$10,000 * (0.010885447) = \$108.85$$

$$V_{(x;t)} = P_{(x;1)} < A_{(x;0;n)} > * E^{-1}_{(x;t)} - P_{(x,1)} < A_{(x;0;t)} > * E^{-1}_{(x;t)}$$

$$A_{(35;0;4)} = (572903.926 - 554595.453) / 2417959.07 = 0.0075718705$$

$$V_{(35;4)} =$$

$$(96.1845343621) * (2417959.07 / 2049580.41) - 0.007571870393 * (2417959.07 / 2049580.41) = \$113.47$$

Se aprecia que la variación de Dx es igual al producto de las variaciones de Var. i \* Var. lx  
Es decir, depende del factor financiero y del biométrico.

d) Control de los resultados

| Edad (x) | x+t | C(t)   | (M <sub>35</sub> - M <sub>40</sub> ) / D <sub>35</sub> * ff * fb | Saldo Indiv.  |
|----------|-----|--------|--|---------------|
| 35       | 35  | 10.000 | 0,00962  | 96,18         |
| 35       | 36  | 10.000 | 0,01002  | 100,22        |
| 35       | 37  | 10.000 | 0,01044  | 104,44        |
| 35       | 38  | 10.000 | 0,01089  | <b>108,85</b> |
| 35       | 39  | 10.000 | 0,01135  | <b>113,47</b> |
| 35       | 40  | 10.000 | 0,01183  | 118,31        |

Tengase en cuenta que en este cuadro, llamamos **ff** al factor financiero y **fb** al factor biométrico.

# CAPÍTULO 5

## Seguro colectivo



### Seguro sobre dos o más cabezas - Supervivencia conjunta

#### Seguro Colectivo: Concepto y principios

**Concepto:** Por medio de una única póliza, un grupo de personas se aseguran en condiciones más beneficiosas que si lo hicieran individualmente.

En Argentina, la ley 17418 de Seguros, prevé para este tipo de seguros, lo siguiente:

**Art. 153.** En el caso de contratación de seguro colectivo sobre la vida o de accidentes personales en interés exclusivo de los integrantes del grupo, éstos

o sus beneficiarios tienen un derecho propio contra el asegurador desde que ocurre el evento previsto.

Comienzo del derecho eventual

**Art. 154.** El contrato fijará las condiciones de incorporación al grupo asegurado que se producirá cuando aquellas se cumplan.

(Consultar texto completo de la ley en:

<http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/verNorma.do?id=39520>)

### **Principios del seguro colectivo**

- El grupo de personas para quien se elabora el contrato de seguro debe haberse formado por razones diferentes a la de la adquisición del seguro.
- El colectivo debe tener una identidad diferenciada (en el sentido de la relación de los miembros entre sí y entre los miembros y el tomador).
- Las condiciones de pertenencia al colectivo deben ser claras e inequívocas y preferiblemente referidas a características identificables.
- El grupo debe ser lo suficientemente grande para que puedan obtenerse las ventajas del seguro colectivo (tales como la flexibilidad de las condiciones de suscripción y el ahorro de gastos); es más, la cuota de participación en el seguro debería ser tal que incluyera una proporción razonable de vidas sanas.
- En la mayoría de los casos los miembros deben estar en activo con empleo a jornada completa.
- Las prestaciones deben determinarse por medio de una fórmula objetiva, de forma que los miembros no puedan elegir la cuantía de su cobertura, excepto en un margen pequeño, y que el tomador del colectivo no tenga completo dominio sobre las prestaciones de los individuos.
- Debe haber la perspectiva de un flujo continuo de nuevos miembros al grupo.

### **Características del seguro colectivo**

- Es un seguro temporario, renovable anualmente que cubre a las personas de una misma empresa o conjunto de empresas.
- Un instrumento jurídico que da cobertura a riesgos que afectan a un grupo de personas.
- Contrato único, que produce como efecto el aseguramiento de un grupo de personas, celebrado por cuenta ajena.
- Su estructura está basada esencialmente en el contrato de abono, de donde se deriva la compatibilidad de la unidad del contrato de seguro de grupo con la pluralidad de obligaciones distintas e independientes que se crean con las personas que integran el grupo.
- El pago de las primas puede ser muy diverso, pudiendo pagarlo todo el tomador, todo el asegurado o una combinación de ambos.

- Se reconoce al tomador del seguro de vida o asegurado, ciertos derechos tales como designación y revocación de beneficiario; derecho de reducción y rescate; percepción de anticipos; cesión o pignoración de la póliza.

### **Personas Asegurables**

Incluye en carácter de titulares, a las personas físicas entre un mínimo y un máximo de edad, según el tipo de seguro colectivo de que se trate. Pueden asegurarse, también, los miembros del grupo familiar del asegurado titular.

### **Riesgos Cubiertos**

Muerte por cualquier causa, incluye el suicidio como hecho indemnizable, para el caso del seguro colectivo de vida obligatorio.

### **Coberturas Adicionales**

- Invalidez Total y Permanente por enfermedad o accidente
- Invalidez Parcial Permanente por accidente
- Indemnización adicional en caso de fallecimiento accidental
- Anticipo de un porcentaje de la suma asegurada en caso de determinarse una enfermedad terminal
- Ayuda de Gastos de Sepelio
- Renta diaria por enfermedad o accidente

### **Algunos tipos de seguros de Vida Colectivo**

- *Obligatorios*: Están previstos en la legislación vigente referida a contrato de trabajo, en Argentina, por ejemplo, el seguro colectivo de vida obligatorio, está normado en el decreto 1567/74.
- *Optativos*: Estos seguros están dirigidos al personal de empresas, asociaciones, grupos de afinidad, etc. Permite a los mismos acceder a una cobertura de carácter social, a un costo reducido, algo improbable si contrata un seguro de vida individual.
- *Beneficios al personal*: La mayoría de los seguros colectivos son establecidos por las empresas para proporcionar prestaciones y coberturas a sus empleados. A menudo, el motivo para establecer el seguro suele ser una combinación de incentivos fiscales o legales y de la preocupación social del empresario.
- *Asociaciones empresariales y profesionales*: consiste normalmente en una serie de coberturas alrededor de una póliza principal. La participación es opcional para cada empresa, aunque puede ser obligatoria para los empleados de las empresas participantes, y las normas son aplicables a todos los subgrupos. Desde el punto de vista del diseño de las prestaciones, estos seguros suelen ser menos complejos y menos generosos que los aplicables a colectivos de una sola empresa.

- *Sindicatos*: Los sindicatos pueden establecer planes y coberturas de seguros para proporcionar prestaciones, normalmente modestas, a sus miembros; frecuentemente las primas de estas coberturas suelen deducirse automáticamente de las cuotas de afiliación. El afiliado puede provenir de distintas compañías y las diferencias ocupacionales también pueden ser significativas, aunque normalmente se espera que haya ciertas semejanzas en cuanto a los tipos de trabajos.
- *Seguros de cancelación automática de saldos deudores de préstamos*: La cobertura de vida suele estructurarse de forma decreciente, siendo la suma asegurada en cada contrato el importe del crédito pendiente. Tiene como objetivo cubrir el saldo de pendiente de amortización, en caso de muerte del deudor.

**Riesgos cubiertos, entre otros:**

- Muerte por cualquier causa
- Invalidez
- Muerte accidental y Pérdida de miembros
- Gastos médicos
- Enfermedades graves

**Seguros sobre dos o más cabezas - Supervivencia conjunta**

**Concepto**

El grupo inicial dado, como tal subsiste en tanto sobrevivan todos sus integrantes; es decir, que el grupo se extingue con el primer fallecimiento.

Tenemos un grupo inicial dado que está compuesto por “m” individuos (cabezas) de distintas edades  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ .

La probabilidad de supervivencia conjunta de los “m” integrantes del grupo durante un periodo de “n” años se expresa:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = p_{(x_1; n)} * p_{(x_2; n)} * \dots * p_{(x_m; n)}$$

También podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = l_{(x_1+n)/l(x_1)} * l_{(x_2+n)/l(x_2)} * \dots * l_{(x_m+n)/l(x_m)}$$

Entonces:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = l_{(x_1+n; x_2+n; \dots; x_m+n)} / l_{(x_1; x_2; \dots; x_m)}$$

Siendo  $l_{(x_1; x_2; \dots; x_m)}$  el conjunto de sobrevivientes de varias cabezas, resulta del producto de las  $l_{(x)}$  para las distintas edades.

**Ultimo sobreviviente (al menos 1)**

El grupo formado por “m” cabezas subsiste en tanto sobreviva alguna de ellas (al menos una). El grupo se extingue sólo cuando fallece el último integrante.

La probabilidad de que al menos uno de los integrantes sobreviva es igual a:

$$p_{(x_1;x_2; \dots; x_m;n;1;m)} = 1 - q_{(x_1;x_2; \dots; x_m;0;n;1;m)}$$

(Dada la relación:  $p_x = 1 - q_x$ )

Supongamos un grupo de 2 personas del cual sobrevive al menos 1, entonces podemos establecer que:

$$\begin{aligned} p_{(x_1;x_2;n;1;2)} &= 1 - q_{(x_1;x_2;0;n;1;2)} \\ &= p_{(x_1;n)} * q_{(x_2;0;n)} + p_{(x_2;n)} * q_{(x_1;0;n)} + p_{(x_1;x_2;n;2)} \\ &= p_{(x_1;n)} * [1 - p_{(x_2;n)}] + p_{(x_2;n)} * [1 - p_{(x_1;n)}] + p_{(x_1;n)} * p_{(x_2;n)} \end{aligned}$$

Operando el segundo miembro de la ecuación, obtenemos:

$$= p_{(x_1;n)} - 2 * p_{(x_1;x_2;n;2)} + p_{(x_2;n)} + p_{(x_1;x_2;n;2)}$$

Entonces:

$$p_{(x_1;x_2;n;1;2)} = p_{(x_1;n)} + p_{(x_2;n)} - p_{(x_1;x_2;n;2)}$$

La probabilidad para más de una cabeza, se expresa como cualquier tipo de combinación de probabilidad de supervivencia simple (donde el cálculo es directo a partir de los datos que proporciona la tabla de mortalidad utilizada) y conjunta (como vimos, es el producto de probabilidades de supervivencia simple).

**Coberturas para algunos de los diferentes tipos de seguros**

**1.- Seguro de Capital Diferido**

El seguro consiste en el pago de un capital unitario al cabo de “n” años, al grupo si sobreviven las “m” cabezas que lo componen.

$$\begin{aligned} E_{(x_1;x_2; \dots; x_m;n;m)} &= v^n * p_{(x_1;x_2; \dots; x_m;n;m)} \\ &= v^n * l_{(x+n)}/l_{(x_1)} * l_{(x_2+n)}/l_{(x_2)} * \dots * l_{(x_m+n)}/l_{(x_m)} \end{aligned}$$

Operando el segundo miembro de la igualdad, y multiplicando numerador y denominador por  $v^t$ , donde “t” representa el promedio de las edades del grupo, obtenemos:

$$E_{(x_1;x_2; \dots; x_m;n;m)} = v^{[x_1+x_2+ \dots +x_m]/m} * n\sqrt{v^{[x_1+x_2+ \dots +x_m]/m}} * l_{(x_1+n; x_2+n; \dots; x_m+n)}/l_{(x_1;x_2; \dots; x_m)}$$

Utilizando los valores de conmutación ya definidos, ahora para varias cabezas, tenemos que:

$$D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} = v^{[x_1+x_2+\dots+x_m]/m} \cdot |_{(x_1+n; x_2+n;\dots;x_m+n)}$$

De manera que en este caso finalmente resulta:

$$E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} = D_{(x_1+n;x_2+n;\dots;x_m+n)} / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)}$$

### 2.-Seguro de renta vitalicia inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario anual, durante “n” años al grupo; siempre y cuando todos los integrantes del mismo sobrevivan (cada integrante recibirá 1/m).

Partimos de la siguiente ecuación de equivalencia:

$$\begin{aligned} a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;m)} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot D_{(x_1+t;x_2+t;\dots;x_m+t)} / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} \end{aligned}$$

Nuevamente recurrimos a los valores de conmutación conocidos, y entonces la fórmula resulta:

$$a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = [N_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} - N_{(x_1+n;x_2+n;\dots;x_m+n)}] / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)}$$

### 3.- Seguro de muerte inmediato y temporario

El seguro consiste en el pago de un capital unitario al fin del año del primer fallecimiento de las “m” cabezas que integran el grupo.

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;1;m)}$$

En valores de conmutación resulta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = 1 - E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} - d_x \cdot a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)}$$

### Caso de último fallecimiento

#### 1.- Seguro de Capital Diferido

El seguro consiste en el pago de \$1 al cabo de “n” años, al grupo inicial de “m” cabezas, si al menos uno de sus integrantes sobrevive:

$$\begin{aligned} E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} &= v^n \cdot p_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} \\ E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} &= v^n \cdot [1 - q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)}] \end{aligned}$$

Donde la probabilidad de supervivencia de “al menos 1” de los integrantes, puede expresarse en función de probabilidades de supervivencia simple o conjunta.

## 2.- Seguro de renta vitalicia inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario anual, durante “n” años al grupo; siempre y cuando al menos 1 de los integrantes del mismo sobreviva. El grupo en sí se extingue cuando fallece el último integrante, por ende, cada vez le corresponde mayor porción de esa unidad monetaria que se abona, a cada uno de los integrantes del grupo.

Partimos de:

$$a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} * E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)}$$

Donde  $E_x$  se calcula como se define como en el caso anterior.

## 3.- Seguro en caso de muerte inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario a fin del año de fallecimiento del último integrante del grupo de “m” cabezas. Es decir que el grupo no se extingue siempre y cuando exista al menos un sobreviviente.

Previamente, se convierte el seguro de “al menos un sobreviviente” en una expresión de supervivencia conjunta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} * q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;1;1;m)}$$

De donde resulta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = 1 - E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} - d_x * a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)}$$

La probabilidad que se pague el capital asegurado, está dada por la combinación lineal que suponen las distintas relaciones de supervivencia conjunta.

En el caso de seguro pagadero al último fallecimiento, las primas se pagan siempre y cuando sobreviva uno de los integrantes del grupo.

De manera que:

$$P_{(x;y;n;1;2)}$$

Debe leerse como:

2 = Número cabezas que forman el grupo.

1 = Se abona hasta que fallezca el último.

n = Número de primas a pagar.

x;y = Edades de las cabezas del grupo.

Entonces:

$$P_{(x;y;n;1;2)} = A_{(x;y;0;n;1;2)} * a^{-1}_{(x;y;0;n;1;2)}$$

## Reserva Matemática: Cálculo

Hay que tomar en cuenta todos los casos de sobrevivientes posibles. El asegurador debe comprender que, hasta el momento del último fallecimiento, está obligado a constituir la reserva matemática correspondiente.



Entonces, para el caso de 2 cabezas:

$V_{(x;y;t;1;2)}$  = al valor de la reserva matemática que contempla que los 2 integrantes estén con vida o uno de ellos.

Si los 2 miembros del grupo están con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(x+t; y+t; 0; n-t; 1; 2)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(x+t; y+t; 0; n-t; 1; 2)}$$

Si “x” está con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(x+t; 0; n-t)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(x+t; 0; n-t)}$$

Si “y” está con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(y+t; 0; n-t)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(y+t; 0; n-t)}$$

Observación: Si al momento “t” fallecen ambos miembros del grupo, “x” e “y”, no se constituye reserva matemática porque el grupo se considera extinguido.

# CAPÍTULO 6

## Sistema Previsional para Profesionales Universitarios



En este capítulo desarrollaremos brevemente el funcionamiento del denominado “Sistema previsional profesional”, y luego brindamos como ejemplo, el de la Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

Asimismo, presentaremos un caso de aplicación para la cobertura de “enfermedades catastróficas”, cuyo cálculo se asemeja a los denominados seguros de salud.

Previamente, debemos tener presente, de que hablamos cuando hablamos de seguridad social,

Es la protección que la sociedad proporciona a sus miembros, mediante una serie de medidas públicas, contra las privaciones económicas y sociales que de no ser así ocasionarían la desaparición o una fuerte reducción de los ingresos por causa de enfermedad, maternidad, accidente del trabajo o

enfermedad laboral, desempleo, invalidez, vejez y muerte, y también la protección en forma de asistencia médica y de ayuda a las familias con hijos.- La protección social, o la seguridad social, es un derecho humano definido como el conjunto de políticas y programas diseñados para reducir y prevenir la pobreza y la vulnerabilidad en todo el ciclo de la vida. Comprende las prestaciones familiares y por hijo; las prestaciones de desempleo; las prestaciones en caso de accidente del trabajo y de enfermedad profesional; las prestaciones de enfermedad; las prestaciones de protección de la salud; las pensiones de vejez, invalidez y sobrevivientes. En un sistema de protección social, estas contingencias se gestionan mediante una combinación de regímenes o programas contributivos (seguro social) y de prestaciones no contributivas financiadas mediante impuestos, incluida la asistencia social. (OIT.Seguridad Social. Guía de Educación Obrera. Ginebra. 1995. Pagina 16).

Elementos que intervienen en un sistema de seguridad social:

1. Financiación mediante aportes y contribuciones, comúnmente denominados “cotizaciones al sistema”
2. Son de afiliación obligatoria
3. Las cotizaciones ingresan a cajas especiales, con cargo a las cuales se satisfacen las prestaciones
4. Inversión de los excedentes para obtener mayores ingresos
5. Garantía de las prestaciones
6. Financiación de las prestaciones de accidentes de trabajo y enfermedad laboral a cargo de empleadores

Independientemente que por ejemplo en Argentina, el sistema de seguridad social es altamente fragmentado, podemos establecer que de manera general, tiene los siguientes objetivos:

**Desde el punto de vista de su función social:**

1. Asegurar el ahorro necesario para financiar niveles de consumo satisfactorios durante la vejez, invalidez y sobrevivencia
2. Contribuir a la equidad mediante la solidaridad con quienes no están en condiciones de ahorrar para su vejez

**Desde el punto de vista de su función económica:**

1. Contribuir a la solvencia fiscal y al ahorro nacional
2. Contribuir al ahorro financiero y al desarrollo de los mercados de capitales

En orden a las técnicas de financiación, de manera genérica podemos diferenciar:

Desde el punto de vista de los **Beneficios**:

- **Sistemas de Contribuciones Definidas:** los beneficios futuros dependerán de las cotizaciones realizadas acreditadas en la cuenta y de los rendimientos de las inversiones derivadas de esos aportes.-

- **Sistemas de Beneficios definidos:** los beneficios futuros dependerán de los años de aportes al sistema, la expectativa de vida de los beneficiarios y el monto de los aportes realizados.-

Desde el punto de vista de la **Financiación**, encontramos:

- Sistemas de reparto
- Sistemas de capitalización
- Sistemas mixtos

Las variables que caracterizan los sistemas previsionales, son:

- Transición Demográfica: el número de trabajadores activos por jubilado disminuye y aumenta el número de trabajadores por dependiente. Las personas económicamente activas continuarán aumentando a tasas decrecientes
- Participación femenina
- Bajos niveles de ahorro interno
- Dinámica del mercado de trabajo
- Envejecimiento de la población
- Aumento de la oferta de trabajo
- Bajos niveles de inversión
- Informalidad, ilegalidad y precariedad del empleo

En Argentina, particularmente, podemos identificar algunos de los problemas más graves vinculados a un fenómeno creciente, como es, la exclusión social que inciden fuertemente sobre el sistema previsional:

**Precariedad:**

- Empleados privados sin cobertura de seguridad social
- Empleados privados con empleo inestable
- Trabajadores no remunerados

**Informalidad:**

- Trabajadores por cuenta propia, con o sin local, que no son profesionales ni desempeñan tareas gerenciales o directivas
- Asalariados privados que trabajan en microempresas (menos de 5 empleados)
- Patrones de microempresas

**Subempleo:**

- Empleados públicos, privados o cooperativistas que trabajan menos de 40 hs.
- Trabajadores independientes o no asalariados que buscan otro empleo para sustituir el actual para obtener mayores ingresos o porque cuentan con tiempo disponible.

Resulta inevitable pensar que algo deberá cambiar para resolver estos problemas recurrentes, pero ensayar una solución al respecto, excede la pretensión de este texto, no obstante, podemos identificar, dos tipos de reformas:

**Reformas estructurales:**

- Implican la privatización total o parcial de la seguridad social y se han dado principalmente en algunos países de América Latina y pocos países de Europa Central y del Este, en Argentina, en el año 1994, cuando se creó el sistema privado de AFJP (Administradoras de Fondos de Jubilaciones y Pensiones, hoy derogado)

**Reformas no estructurales o paramétricas:**

- Implican preservar el sistema de seguro social, con modificaciones algunos de sus parámetros (por ejemplo: edad, distinción por género en las tablas de mortalidad, etc.)

Recordemos que hoy, el Sistema Previsional Argentino a nivel nacional, (SIPA) es un sistema de reparto asistido, con financiamiento tripartito (aportes- contribuciones e impuestos), con una cláusula de movilidad que significa un promedio entre el aumento de salarios y el aumento de la recaudación, y un sistema de capitalización colectiva como fondo de garantía y sustentabilidad del sistema.

Esquema de funcionamiento del sistema de reparto simple:

$$c_t * C_t = p_t * P_t$$

Donde:

$$P_t = c_t * C_t / p_t$$

$c_t$  = Tasa de cotización

$C_t$  = Cantidad de cotizantes

$p_t$  = Cantidad de pasivos

$P_t$  = Monto del haber

Como ya dijimos, es además fragmentado, de manera que varias provincias tienen sus propios institutos o cajas previsionales (por ejemplo en la provincia de Buenos Aires, el Instituto de Previsión Social –IPS-) para sus trabajadores estatales, de diferentes ramas o actividades, cajas especiales para las fuerzas armadas o de seguridad, y para profesionales de diferentes disciplinas.

Las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales, como expresamos precedentemente, son entes de derecho público no estatal, de carácter autónomo y con personalidad jurídica propia.

Las mismas definen la protección social en el ámbito provincial para los profesionales independientes frente a diversas contingencias. En la actualidad existen 82 cajas para profesionales en la República Argentina, de las cuales 77 están nucleadas en la Coordinadora de Cajas de Previsión y Seguridad para Profesionales y comprenden alrededor de 700.000 afiliados entre activos y pasivos.

En orden a estas últimas, recordemos que el derecho a la seguridad social de los profesionales está consagrada en nuestra Carta Magna, sancionada en 1853/60 y reformada en 1957 mediante la

cual se lo incorporó en los artículos 14 bis y 121, en la Constitución de la Provincia de Buenos Aires, artículos 40, 41 y 125 y en la de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, artículos 80 y 81.

Por otra parte, la Ley 24.241, que en su artículo 3, inciso b), apartado 4°, establece que el S.I.J.P. (Sistema Integrado de Jubilaciones y Pensiones, actual S.I.P.A. - Sistema Integrado Previsional Argentino) resulta de carácter voluntario respecto de aquellos profesionales “que se encontraren obligatoriamente afiliados a uno o más regímenes jubilatorios provinciales para profesionales”. De manera que, en aquellas provincias en que existiere una caja para profesionales, la afiliación y aportación resulta obligatoria, mientras que pueden también afiliarse de manera voluntaria al régimen nacional de Autónomos o al régimen simplificado para pequeños contribuyentes (Monotributo). En cambio, el régimen nacional resulta obligatorio en aquellas provincias y respecto de aquellas profesiones que no cuenten con caja para profesionales que los cobije. (La seguridad social para los profesionales independientes: diseño y desempeño de las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales de la República Argentina. Disponible en: [https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/--americas/--ro-lima/--ilo-buenos\\_aires/documents/publication/wcms\\_734245.pdf](https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/--americas/--ro-lima/--ilo-buenos_aires/documents/publication/wcms_734245.pdf). Pag. 26)

Este subsistema previsional, tiene características distintivas, a saber:

- **Nivel socioeconómico:** se trata de un grupo poblacional con estándares de supervivencia superiores a la media del país
- **Afiliación obligatoria:** está establecida por la ley de creación de cada una de las instituciones profesionales
- **Incorporación y permanencia de los afiliados en el sistema:** se corresponde con el funcionamiento del mercado laboral en cuanto a condiciones de ejercicio de la profesión (independiente o no)
- **Aportes sobre base personal y contributiva de comitentes** (comunidad vinculada)
- No existe discriminación entre el Patrimonio Neto de la entidad y el Pasivo con sus afiliados
- El Estado **delega** la administración de las “Cajas” en sus afiliados y no existe compromiso explícito de aquel respecto a garantizar las obligaciones de éstas, es decir, no existe aporte estatal alguno.
- **Horizonte de planeamiento:** Debe corresponderse al horizonte de vida máximo de los afiliados, dado que las instituciones previsionales deben garantizar el pago de los beneficios ofrecidos a todos sus afiliados
- **Población cerrada:** dado que no existe certeza respecto a las altas y bajas futuras, no es posible asociarlas al comportamiento vegetativo de la población general

Aunque no podemos asegurar que todas las organizaciones previsionales profesionales lo cumplan, la salud del sistema debería asentarse en las bases técnicas de valuación actuarial, que como vimos en capítulos anteriores, se corresponde con:

- Equilibrio actuarial: Se cumple cuando para un afiliado promedio, el valor actual de los aportes (reserva matemática calculada por el método prospectivo) es igual al valor actual de los beneficios.
- Se debe respetar el principio de equilibrio generacional, es decir: no pueden trasladarse a generaciones futuras costos no amortizados de generaciones presentes, dado que no existe certeza que en el futuro, el número de aportantes y su capacidad contributiva sean suficientes para solventarlos. Por tal razón, además, debe tenerse en cuenta que cada nuevo afiliado promedio debe aportar el equivalente a sus propios beneficios, lo que garantiza el equilibrio individual del sistema previsional.

En este tipo de entidades, deberíamos observar el “balance técnico actuarial”, cuya estructura responde al siguiente esquema:

| <i>Activo:</i>   | <i>Pasivo</i>                       |
|------------------|-------------------------------------|
| Inversiones      | Reserva matemática compuesta por:   |
| Aportes a Cobrar | Beneficios Actuales                 |
|                  | Beneficios Futuros                  |
|                  | Neto de Aportes a Vencer, arrojará: |
| DEFICIT          | o SUPERAVIT                         |

Ahora, veamos el caso de la Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

#### **Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.**

Es una persona jurídica de derecho público no estatal, creada en 1983, a través de la sanción del Decreto ley 9963. (Pueden consultarlo en <https://www.cpba.com.ar/caja/historia>)

Esta norma legal ha sufrido sucesivas modificaciones a través del tiempo, y hoy su funcionamiento está regido por la ley 12.724, que establece sus funciones específicas, en el artículo 2 (Pueden consultarla en <https://www.cpba.com.ar/biblioteca-virtual/leyes/caja-ley-12-724>):

*Son funciones de la Caja de Seguridad Social para los Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires:*

*a) Recaudar los recursos, conceder, denegar y abonar distintas prestaciones que determina esta Ley, sus normas reglamentarias y las complementarias que en consecuencia se dicten.*

*b) Establecer las prestaciones a otorgar a sus afiliados.*

*c) Disponer la inversión de sus fondos respetando los límites fijados por esta Ley. El Banco de la Provincia de Buenos Aires, en su condición de institución financiera oficial de la provincia, deberá considerarse con prioridad en los planes de inversiones de la Caja de Seguridad Social para los Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires de acuerdo al artículo 34° de la presente Ley.*

*d) Realizar todos los actos de disposición y administración que resulten necesarios para el cumplimiento de sus fines.*

e) *Suspender el pago de las prestaciones según lo establecido en la presente Ley.*

Como indicamos en las características de estos sistemas, en el caso de esta “Caja” , son afiliados obligatorios, todos los profesionales en Ciencias Económicas, matriculados en el Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires y los jubilados del régimen.

La máxima autoridad es la **Asamblea de Representantes** que se integra, en general, con 3 representantes por cada Delegación del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, dado que hay 22 Delegaciones, el total de representantes es de 66 miembros, que se reúnen, como mínimo 1 vez al año.

La dirección es ejercida por “el Consejo” quien ejerce la administración por intermedio de un Consejo de Administración compuesto por un número de entre 4 y 10 afiliados designados por “el Consejo”.-

La representación legal de “la Caja” es ejercida por el Presidente del “Consejo” y su Presidente es el Secretario de Seguridad Social del Consejo.

La Fiscalización y control, está a cargo de una Comisión Fiscalizadora integrada por dos afiliados en actividad y uno jubilado como miembros titulares e igual número de suplentes.

Los recursos con que financia su sistema previsional, provienen de:

- Aporte mínimo mensual por cada afiliado, según escala prevista por el artículo 29 de la citada ley, que van a dar lugar a la percepción del haber jubilatorio básico. Ambos valores (aportes y beneficio previsional), se establecen en una moneda, denominada “caduceo”, que obviamente tiene un correlato en “pesos”.
- Aporte comunidad vinculada
- Intereses , recargos y similares que se impongan a los afiliados
- Intereses, rentas y otras ganancias que produzcan sus bienes
- Donaciones, legados y todo otro tipo de aporte

**Escala de aportes vigente:**

Hasta el momento de escribir este texto, los aportes mínimos vigentes en “caduceos”, por cada tramo de edad son:

| <b>Edad</b>                       | <b>Aporte en caduceos</b> |
|-----------------------------------|---------------------------|
| a) Hasta cumplir 33 años          | 19,80                     |
| a') Hasta cumplir 33 años (*)     | 9,90*                     |
| a'') Hasta cumplir 33 años (**)   | 4,95**                    |
| b) Desde 33 hasta cumplir 40 años | 33                        |
| c) Desde 40 hasta cumplir 45 años | 38,50                     |
| d) Desde 45 hasta cumplir 65 años | 40,70                     |
| e) Desde 65 años en adelante      | 27,50                     |



**Aclaraciones:**

\*Inciso incluido por Resolución de Mesa Directiva Nro. 455 del 16 de agosto de 2002, para quienes opten voluntariamente por tal régimen por un importe equivalente al 50% del aporte del inciso a).

(\*\*) Inciso incluido por Resolución de Consejo Directivo N° 3630 del 16 de diciembre de 2016, para quienes opten voluntariamente por tal régimen por un importe equivalente al 25% del aporte del inciso a).

Es dable mencionar, que todo aporte que exceda al mínimo de la escala se afectarán a un régimen de Capitalización Individual por aportes excedentes e irá a complementar su haber básico, en caso de mantenerlos, al momento de su retiro, de acuerdo a lo normado por la resolución del Consejo Directivo del Consejo Profesional N° 3050, sus modificatorias y complementarias.<sup>17</sup>

**Beneficios**

Los beneficios previsionales que otorga la Caja, son los siguientes:

- a. Jubilación Ordinaria.
- b. Jubilación Parcial.
- c. Jubilación por Invalidez.
- d. Pensión.
- e. Beneficio Anual Complementario de a), b), c), y d) equivalente a la doceava parte de lo devengado en cada semestre y con pago semestral junto con las prestaciones de los meses junio y diciembre de cada año.

A este punto, es necesario tener en cuenta que para el caso de la Jubilación Ordinaria o básica, el importe mensual será igual a la suma de los caduceos para cada año aportado al 100% de los aportes mínimos correspondientes, cuya escala está prevista en el artículo 40 de la ley vigente.

Los caduceos que conforman el haber jubilatorio están vinculados a la edad de inicio de los aportes y a los años cumplidos.

Es requisito para acceder al beneficio de jubilación ordinaria previsto en la ley, contar con 35 años de aportes y 65 años de edad (sin distinción de género).

Se mencionó que como recurso, la Caja percibe un aporte de la comunidad vinculada, que actualmente equivale al 5% del honorario profesional por cualquier actuación que lleve la firma certificada por el Consejo Profesional, con los fondos acumulados por ese aporte, se forma un fondo que anualmente la Asamblea decide cómo se distribuye entre los actuales beneficiarios del sistema previsional, es decir, incrementa el haber básico.

Para una mejor comprensión, veamos primero, la escala de beneficios en caduceos, luego un ejemplo de cálculo, y sobre el particular, haremos algún breve comentario.

---

<sup>17</sup>[https://www.cpba.com.ar/old/Biblioteca\\_Virtual/Leyes/Ley\\_Caja/Resolucion\\_Consejo\\_Directivo\\_Nro\\_3050\\_Texto\\_Ordinado.pdf](https://www.cpba.com.ar/old/Biblioteca_Virtual/Leyes/Ley_Caja/Resolucion_Consejo_Directivo_Nro_3050_Texto_Ordinado.pdf)

| <b>Escala de Beneficios Básicos Art. 40° Ley 12.724</b> |                     |            |
|---|---------------------|------------|
| <b>Edad</b>   | <b>Haber Básico</b> |            |
|   | <b>Caduceos</b>     |            |
|   | <b>Anuales</b>      |            |
|   | <b>100%</b>         | <b>50%</b> |
| de 20 hasta cumplir 24 años                             | 7,20                | 3,60       |
| de 25 hasta cumplir 29 años                             | 6,70                | 3,35       |
| de 30 hasta cumplir 39 años                             | 6,20                | 3,10       |
| de 40 hasta cumplir 49 años                             | 5,30                | 2,65       |
| de 50 hasta cumplir 54 años                             | 3,70                | 1,85       |
| de 55 hasta cumplir 59 años                             | 2,90                | 1,45       |
| de 60 hasta cumplir 64 años                             | 2,30                | 1,15       |
| a partir de los 65 años                                 | 1,80                | 0,90       |

Consideremos el caso de un afiliado que ingresa al sistema a los 30 años, aporta durante 35 años, se retira como jubilado a los 65 años de edad, habiendo cumplido todos sus aportes al 100% de los previstos en el artículo 29 de la ley.

El aporte promedio por prima nivelada, que realizó a lo largo de su vida activa como afiliado, de acuerdo a lo previsto en el artículo 29 de la ley, es de 15.562,80 caduceos totales, por 35 años, es decir 37,05 por mes, que se componen de la siguiente manera:

- Por los aportes realizados desde los 30 años hasta los 33 años, apporto 712,80 caduceos ( $19,80 * 3 \text{ años} * 12 \text{ meses}$ )
- Por los aportes realizados desde los 33 años hasta los 40 años, apporto 2.772 caduceos ( $33 * 7 \text{ años} * 12 \text{ meses}$ )
- Por los aportes realizados desde los 40 años hasta los 45 años, apporto 2.310 caduceos ( $38,5 * 5 \text{ años} * 12 \text{ meses}$ )
- Por los aportes realizados desde los 45 años hasta los 65 años, percibe 9.768 caduceos ( $40,70 * 10 \text{ años} * 12 \text{ meses}$ )

Veamos cuál es su haber básico, según la escala del artículo 40 de la ley, será de 159,50 caduceos, que se componen de la siguiente manera:

- Por los aportes realizados desde los 30 años hasta los 39 años, percibe 62 caduceos ( $6,20 * 10 \text{ años}$ )

- b. Por los aportes realizados desde los 40 años hasta los 49 años, percibe 53 caduceos (5,30 \* 10 años)
- c. Por los aportes realizados desde los 50 años hasta los 54 años, percibe 18,50 caduceos (3,70 \* 5 años)
- d. Por los aportes realizados desde los 55 años hasta los 59 años, percibe 14,50 caduceos (2,90 \* 5 años)
- e. Por los aportes realizados desde los 60 años hasta los 64 años, percibe 11,50 caduceos (2,30 \* 5 años)

A ese haber se le debe sumar el importe correspondiente al beneficio anual complementario, que se percibe por semestre y la distribución de la recaudación anual de la comunidad vinculada, que para el año 2021, resultó equivalente a 3,3 haberes básicos, de manera que el beneficiario de jubilación percibió en promedio: 159 caduceos mensuales + 159 caduceos en concepto de BAC + 159 caduceos \* 3.3 = 159 \* 16.3/12 = 215,975 caduceos mensuales.

Si le ponemos valor en pesos, al caduceo vigente al 31-12-2021, (\$ 242 por caduceo) resulta un haber de \$ 52.265,95.-

Eso es ¿suficiente?

Para dar respuesta a esa pregunta debemos tener un parámetro de comparación, entonces, si el afiliado no aportara a “la Caja” debería hacerlo al sistema de jubilación nacional para trabajadores autónomos, que al 31-12-2021, le hubiera abonado en promedio \$ 31.483,83, incluido el sueldo anual complementario.

En tanto comparando el valor de los aportes, a “la Caja”, el afiliado del ejemplo, aportó en promedio, a valor del caduceo del 31-12-2021, \$ 8.966,10.- en tanto al sistema nacional, debió haber aportado \$ 7.308,18.-

Las bases técnicas que utiliza “la Caja”, en su sistema jubilatorio surgen de la tabla de mortalidad GAM'71, con un interés técnico del 5%, un supuesto demográfico que establece que cada aportante de género masculino está casado con una persona 5 años menor y cada uno del género femenino con una persona 5 años mayor, consideración importante al momento de calcular la renta vitalicia sobre 2 cabezas.

De manera que si se cumple con estos principios básicos del modelo actuarial, cada beneficiario y su causahabiente, cobrará lo que aportó capitalizado al 5% anual en caduceos, previa deducción del gasto de administración del sistema, estimado en el 18%.

Lo aquí detallado, no pretende abarcar toda la problemática previsional profesional, pero basta como ejemplo de funcionamiento de una parte del sistema jubilatorio argentino, y más específicamente, de la Provincia de Buenos Aires.

## Cálculo del costo de cobertura de enfermedades catastróficas<sup>18</sup>

### Antecedentes de los seguros de Salud

La importancia del seguro de salud, de gestión pública o privada, va adquiriendo una mayor importancia en el sistema económico y social.

Cuatro hechos que han influido en el desarrollo de este seguro:

- Intervencionalismo estatal
- Aparición de nuevos riesgos
- Políticas de previsión social
- Paralelismo entre el desarrollo de la industria y el seguro.

Los orígenes se remontan a:

- Hermandades y Cofradías de carácter gremial, buscan encontrar de forma colectiva, una indemnización o asistencia en caso de enfermedad.
- El resto de la población, busca idéntico objetivo, por vía de la beneficencia organizada por la Iglesia.
- Esta situación perduró hasta el nacimiento de los seguros sociales, que posteriormente ha sido el germen del mutualismo.
- Este carácter gremial permite el desarrollo de los seguros voluntarios, pero que no llegaba a la totalidad de la población.
- Consecuencia de ello y de una forma genérica la clase médica da comienzo a las conocidas “*iguales*”. A cambio de la *igual* se podía recibir una prestación asistencial.

A que se denomina *¿Iguala?* es un acuerdo o contrato por el que un profesional se compromete a prestar determinados servicios a la persona física o jurídica contratante por un precio fijo y periódico previamente acordado.

### Breve análisis del sistema de salud en Argentina

Un sistema de salud es un modelo de organización social para dar respuesta a los problemas de salud de la población.

No surgieron solos, fueron desarrollados por los países en forma conjunta con las demás estrategias de acción y protección social. Las distintas formas de atención a la salud aparecen relacionadas con los sistemas previsionales y de asistencia social.

En Argentina, en 1943, se dio el primer paso hacia el reconocimiento de la salud pública como problema de interés específico con la creación de la Dirección Nacional de Salud Pública y Asistencia Social que en 1949 se transformó en Ministerio de Salud.

---

<sup>18</sup> Tomado del trabajo presentado en las XLI Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera. Rosario. Octubre 2020. Autora: Ana María Buzzi

Se caracteriza por una excesiva fragmentación, se divide en tres grandes subsectores:

- Público.
- De la seguridad social.
- Privado.

Esta fragmentación se expresa en:

- Distintas fuentes de financiamiento.
- Diferentes coberturas, coseguros y copagos aplicados.
- Diferentes regímenes y órganos de control y fiscalización.

La fragmentación continúa hacia dentro de cada uno de los subsectores:

- **El subsector público**, fragmentado en los niveles Nacional, Provincial y Municipal queda sometido a normativas emanadas de las distintas jurisdicciones. Es importante señalar que la mitad de la población del país no tiene cobertura social y su atención depende exclusivamente del subsector público.

- **El subsector de la seguridad social:** implica cuatro universos diferentes:
  - Obras sociales nacionales y, entre ellas, una de especiales características: el Instituto Nacional de Servicios Sociales para Jubilados y Pensionados (habitualmente conocido como PAMI, siglas de Plan de Atención Médica Integral)
  - Obras sociales provinciales (una por cada provincia y la Ciudad Autónoma de Buenos Aires)
  - Obras sociales de las Fuerzas Armadas y de Seguridad
  - Obras sociales de las universidades nacionales y de los poderes Legislativo y Judicial.
- **El subsector privado**, que, en lo que hace a los seguros voluntarios (medicina prepaga), se halla expresado en diversas entidades.

Las obras sociales sindicales, incluidas en el subsector de la Seguridad social, el PAMI y las obras sociales provinciales, en conjunto aportan cobertura a alrededor de 22 millones de personas según las estadísticas disponibles de la Superintendencia de Servicios de Salud.

Según datos del Censo de 2010 (los últimos disponibles), el 36% de la población no tiene cobertura médica, no tiene seguridad social (PAMI y obras sociales sindicales) ni tiene capacidad para pagar atención privada y se atiende en hospitales y centros de salud públicos.

Un instrumento a tener en cuenta en nuestro país, es la existencia del Programa Médico Obligatorio (PMO). Creado por Decreto N° 492/1995. Es una canasta básica de prestaciones. Surgió como un Decreto Nacional en 1995 (y ha sido objeto de diversas modificaciones a lo largo del tiempo). Este Decreto garantiza el acceso de todos los beneficiarios y/o afiliados de Obras Sociales y Prepagas de la Argentina, a una serie de prestaciones.

PMO: obligaciones que toda obra social o prepaga tiene que cubrir como mínimo en cualquiera de sus planes. El PMO contempla el 95% de las causas de consulta ambulatoria, atención quirúrgica y hospitalaria, atención odontológica, salud mental, rehabilitación y cuidados paliativos.

El PMO no aplica:

- para el sector público, el cual se regula a nivel provincial y municipal ofreciendo servicios definidos de acuerdo con los criterios establecidos por los diferentes ministerios de salud provinciales.
- para las OS provinciales,
- para el sector privado que no pertenece a esquemas de empresas de medicina privada (EPM).

En materia regulatoria es relevante destacar el papel de la Administración Nacional de Medicamentos, Alimentos y Tecnología Médica –ANMAT- que tiene competencias de carácter nacional para garantizar que los medicamentos y dispositivos médicos a disposición de los ciudadanos sean eficaces y seguros.

El gasto (en realidad, deberíamos expresar esto como inversión) en salud en Argentina equivale a un 10 % del PBI aproximadamente. Es el más elevado de América Latina y con niveles casi similares a los países desarrollados, pero alrededor de 17 millones de habitantes carecen de cualquier cobertura.

Luego de esta brevísima síntesis sobre el sistema de salud, analizaremos las denominadas enfermedades de alto costo y baja incidencia epidemiológica, conocidas como “enfermedades catastróficas”.

### **Enfermedades catastróficas**

Antes de iniciar el desarrollo específico de las denominadas “enfermedades catastróficas”, recordemos el concepto de seguro:

*De manera general podemos establecer que todo contrato de seguro sea sobre las personas o sobre las cosas es la unión de varias personas con el fin de afrontar necesidades futuras mediante la acumulación de capitales y la transferencia del riesgo.*

Específicamente, un seguro de salud o seguro médico, es un contrato firmado entre un asegurado y un asegurador que consiste en el pago de una prima por parte del asegurado a cambio de que la compañía de seguros se haga cargo de los gastos médicos de cualquier enfermedad, tratamiento médico o incapacidad que estén debidamente contemplados en la póliza pertinente.

En su “Ensayo sobre el principio de la población” (1798), Thomas Malthus expone por primera vez la hipótesis de que si no se controlan los nacimientos, llegará un momento en que la tierra no producirá lo necesario para sus habitantes. La obra abrió una amplia polémica que se ha ido renovando hasta el día de hoy. Suya es la famosa frase de “la lucha por la existencia”.

Malthus se apoya en la idea pseudocientífica de que la población del planeta aumenta geométricamente, mientras que la producción de alimentos sólo aumenta en proporción aritmética. Estas ideas se oponían al optimismo antropológico de la Ilustración, que anticipaba una futura edad de oro de la humanidad. Aunque los avances tecnológicos han aumentado desde entonces la capacidad de producción hasta límites insospechados, no es menos cierto que esos mismos avances plantean nuevos retos a la supervivencia humana y que el problema de la superpoblación sigue ocupando una posición central en las preocupaciones del hombre de

nuestros días. La predicción malthusiana no ha ocurrido, pero otra catástrofe se cierne sobre nuestra sociedad y, en este caso, la tecnología más que la solución parece ser la causa. Hay un conjunto limitado de enfermedades que matan o incapacitan a quienes las padecen. La investigación y el desarrollo tecnológico se centran en ellas y, hasta el momento, los avances son importantes, pero solo paliativos y los tratamientos resultan muy caros. Aparece entonces un doble problema, si el paciente no es tratado, un ser humano resulta privado del acceso al tratamiento de vanguardia, pero, por otro lado, si él o su familia deben costear ese tratamiento pueden afrontar grandes dificultades económico – financieras, o caer en la pobreza.

Cuando hablamos de seguros, hablamos de riesgo. En este caso, es aquel acontecimiento futuro e incierto, cuyas consecuencias en caso de producirse, se tratan de evitar o disminuir.

Ahora, retomando nuestro tema, el adjetivo “catastróficas” se utiliza para hacer referencia a un conjunto de enfermedades cuya cura o tratamiento implica un alto costo.

Las enfermedades de alto costo o catastróficas, se conceptualizan de diversas maneras.

a) **Son de baja incidencia/prevalencia médica:** Desde una perspectiva epidemiológica no son prioritarias puesto que su incidencia es baja y el tratamiento que se puede dispensar se concentra más en los cuidados paliativos que en la posibilidad de cura. Por eso se dice que registran bajo impacto en la carga de enfermedad.

b) **Son de alto costo:** Desde el punto de vista financiero, representan patologías cuyo tratamiento implica un importante desembolso monetario, impactan con fuerza en el presupuesto familiar y, eventualmente, dejan a las familias en un estado de insolvencia financiera temporal o definitiva. Existe la convención de que una enfermedad, tiene un impacto catastrófico, cuando para su atención se destina más del 30 % del ingreso familiar, por lo que su financiación resulta insustentable.

c) **Generan severos daños en la salud de quienes la padecen,** dado que en general, se trata de enfermedades crónico-degenerativas o infectocontagiosas y son causantes de discapacidad y/o muerte. El adelanto en tecnología médica, en la industria farmacéutica y en biotecnología impulsan rápidos avances en el tratamiento puesto que configuran un mercado atractivo. Por eso, el sector privado y en particular los laboratorios farmacéuticos, destina sumas crecientes a la investigación y desarrollo en estas enfermedades.

d) **Presentan una curva de costos diferente,** dado que la evolución habitual en el gasto generado por una persona con una patología determinada presenta el fenómeno de regresión a la media, esto es que quien gasta más el primer año, lo hará en menor proporción en el siguiente. En cambio, en las enfermedades catastróficas la evolución se realiza en forma extremadamente lenta, denominándose este comportamiento “reversión lenta a la media”.

e) **Buena parte del costo se destina a medicamentos:** son los denominados Medicamentos de Alto Costo (MAC), que por lo general son monopolísticos. Pero, además, dentro de esta categoría hay cada vez menos productos de síntesis química y más biotecnológicos.

En general, podemos identificar algunos problemas asociados a estos medicamentos, a saber:

- a) **Falta de un entorno competitivo.** La mayoría es producida en forma monopólica o, por lo menos, en el marco de una estructura con muy pocos oferentes.
- b) **Información asimétrica vinculada con la atención médica y los precios.** El conocimiento lo tiene el prescriptor del medicamento. Además, los precios suelen no estar publicados, es decir que hay poca información para comparar y negociar.
- c) **Relación de agencia.** El que compra no decide ni paga; el que decide no paga y el que paga, no decide. Además, un nuevo actor social se incluye en esta tríada: el juez, que muchas veces decide un tratamiento médico con formación e información insuficiente.
- d) **Falta de equidad.** El impacto social de estos tratamientos aumenta la brecha del acceso entre personas ricas y pobres, y entre países ricos y pobres

Son productos que han sido elaborados con materiales de origen biológico, como microorganismos, órganos, tejidos, células o fluidos de origen humano o animal o también por un proceso biotecnológico de ADN recombinante, a partir de una proteína o ácido nucleico, muchos de ellos denominados en general, anticuerpos monoclonales (MAB, por sus siglas en inglés).

Un detalle importante, como comentario adicional: en 1975 George Köhler (Alemania) y Cesar Milstein (Argentina) demostraron definitivamente la teoría de la selección clonal por medio de la fusión de células normales y tumorales (hibridoma), obteniendo así los primeros anticuerpos monoclonales, por lo que recibieron el Premio Nobel de Medicina en 1984.

- f) **En ocasiones, su cobertura es definida por vía judicial:** Algunos países cuentan con instituciones públicas que realizan evaluaciones técnicas y económicas de las tecnologías sanitarias y se hacen cargo de definir qué debe ser cubierto con los recursos públicos y/o privados y qué no.

Si la regulación no es clara y específica, quienes lo hacen son los jueces que establecen dictámenes obligando la cobertura de determinada prestación (práctica o tecnología médica). Ese fenómeno ha sido denominado “judicialización de la salud” y dificulta la sostenibilidad de las políticas aumentando las inequidades e ineficiencias de los sistemas.

En la Provincia de Buenos Aires, la obra social estatal, (Instituto de Obra Médico Asistencial – I.O.M.A) da cobertura a este tipo de medicación.

- g) **La protección social de la población frente a las enfermedades catastróficas plantea dilemas de puja distributiva en la financiación sanitaria.**

### Complejidad

Se trata de afecciones que resultan complejas desde diversos aspectos:

1. **Clínico:** porque en muchas ocasiones hay incertidumbre sobre las modalidades de abordaje.
2. **Económico:** porque los importantes costos que involucran su diagnóstico y atención, comprometen la sostenibilidad de los tratamientos y repercuten en gran manera sobre las finanzas de quienes deben pagar por ellos, ya se trate de obras sociales, empresas de medicina prepaga o particulares.
3. **Ético,** porque la diseminación del uso de nuevas tecnologías terapéuticas puede resultar más acelerada que la generación de evidencias confiables sobre su seguridad y beneficios



terapéuticos, lo que a menudo convierte al paciente en un conejillo de indias sobre el cual se ponen a prueba tratamientos sin la evidencia científica necesaria.

4. **Distributivo**, porque cuando los sistemas de salud se hacen cargo de financiar los tratamientos, concentran una gran parte de sus recursos sobre unos pocos pacientes que, desafortunadamente, tienen poca o ninguna probabilidad de sanar.

### Medidas de estadística epidemiológica

La prevalencia de las enfermedades de mayor costo tiende a aumentar (no necesariamente la incidencia) y lo hace con la misma velocidad que las poblaciones avanzan en su transición demográfica y su evolución epidemiológica.

En algunas patologías como las oncológicas, se registra un incremento en la frecuencia de nuevos casos, el principal motivo del incremento radica en que las personas viven más y ya no se enferman o mueren de otras causas (más fácilmente evitables).

Las medidas de frecuencia estadística epidemiológica, que debemos considerar principalmente, son:

**Prevalencia:** Es la proporción de individuos de una población que presentan el evento en un momento, o periodo de tiempo determinado.

Su fórmula de cálculo es:

$$P = \frac{N^{\circ} \text{ eventos}}{N^{\circ} \text{ individuos totales}}$$

#### Características

- Es una proporción:
- no tiene dimensiones
- su valor oscila entre 0 y 1, aunque a veces se expresa como porcentaje.
- Es un indicador estático, que se refiere a un momento o período de tiempo determinado.
- Indica la “carga” del evento que soporta la población, tiene su mayor utilidad en los estudios de planificación de servicios sanitarios.
- En la prevalencia influye la velocidad de aparición del evento y su duración; es por ello poco útil en la investigación causal y de medidas terapéuticas.

Se obtiene como la razón entre el n° de pacientes/eventos que padecen la enfermedad y la población en que hubiese podido ocurrir la enfermedad.

La tasa de **incidencia** se define como el número de casos nuevos de una enfermedad u otra condición de salud dividido por la población en riesgo de la enfermedad (población expuesta) en un lugar específico y durante un período determinado, generalmente anual

Es la probabilidad de que un individuo perteneciente a la población en riesgo se vea afectado por la enfermedad de interés en un período específico.

Permite calcular la probabilidad de que haya un cambio de estado (por ejemplo, de no tener la enfermedad a enfermarse, de vivo a muerto, sin un evento dado y con evento adverso, entre otros) en un intervalo determinado.

$$I = \frac{\text{Número de casos nuevos ocurridos en un lugar X en un período dado}}{\text{Total de personas de la población base (en riesgo) en el lugar X y en el período dado}}$$

En general, el resultado se expresa por cada 100.000 o 1.000.000 de habitantes.

Existe una relación entre ambas medidas estadísticas, a saber: La tasa de prevalencia de una enfermedad (u otro trastorno) es directamente proporcional al producto de su tasa de incidencia por la duración media de la enfermedad, en fórmulas:

$$P = I * t \text{ (tiempo medio de duración de la enfermedad)}$$

Si una enfermedad tiene una prevalencia alta en una población, ello podría indicar una incidencia elevada o el hecho de que la enfermedad o trastorno tiene una larga duración, como las enfermedades que se hacen crónicas y son incurables, aunque no tienen una letalidad alta.

Por el contrario, si una enfermedad tiene una prevalencia baja, ello podría indicar una incidencia baja o un proceso de desaparición rápida de la persona con la enfermedad o condición, ya sea porque en poco tiempo se cura o se muere.

Considerando esta relación, vale la pena mencionar que cualquiera que sea la incidencia, si el evento es tan agudo que su duración media tiende a cero, la prevalencia de ese evento se inclinará también hacia cero.

¿Ustedes se estarán preguntando porque es importante conocer estas medidas estadísticas? Veamos algunos valores, para entender a que nos referimos cuando hablamos de “alto costo”:

**Cuadro I:**

| <b>Patología y Medicación</b>                    | <b>Costo Medio en dólares</b> |
|--|-------------------------------|
| Hemofilia A (niños)                              | 35.655,46                     |
| Hemofilia B (adultos)                            | 94.793,96                     |
| Esclerosis Múltiple                              | 20.321,37                     |
| Trasplante de Medula por Leucemia Mieloide Aguda | 35.889,07                     |
| Bevacizumab (mes)                                | 21.856,61                     |
| Sunitinib 50 mg (mes)                            | 37.940,95                     |

En el cuadro precedente, por ejemplo, el medicamento **Bevacizumab**, es uno de los denominados “anticuerpos monoclonales”.

Si fuéramos financiadores de salud (público o privado), el valor en pesos por mes del desembolso, rondaría aproximadamente \$ 1.639.245,75/mes

Para ir redondeando, debemos concentrarnos en los siguientes conceptos fundamentales:

1. Analizar el concepto de variabilidad en la práctica médica y su impacto sobre la equidad en salud: Se denomina **variabilidad** en la práctica médica a la amplitud de diferentes maneras para tratar un mismo problema de salud (John E. Wennberg -1984).

Esta representa un problema en sí mismo ya que esas diferencias en el abordaje podrían suponer no solo el acceso a intervenciones que el paciente no requiere sino también la falta de acceso a medidas de probada eficacia. Para reducir la variabilidad en la práctica médica, hay dos requisitos indispensables:

- a) Normalizar los tratamientos
  - b) Acreditar prestadores adecuados para brindar los tratamientos.
2. Alternativas para seleccionar un listado de patologías catastróficas prioritarias, para organizar y financiar su adecuada cobertura a través de:
- a) Benchmarking (en español, proceso de evaluación comparativa). Consiste en revisar el camino recorrido por otros países que ya encararon políticas en la materia. En este sentido, se puede mencionar a Uruguay, específicamente al Fondo Nacional de Recursos (FNR), como un pionero en América Latina
  - b) Incidencia y prevalencia.
  - c) Selección en función de los costos directos de la atención.
  - d) Esquema combinado seleccionando en función de los costos directos, asociados a la incidencia/prevalencia de las patologías.

### Caso Argentino

Nuestro sistema de salud es muy fragmentado, lo que posibilita identificar diferentes coberturas verticales (elenco de prestaciones brindadas) que se corresponden con diferentes coberturas horizontales (grupos poblacionales protegidos), lo que confluye en una gran inequidad e ineficiencia del sistema de salud.

Los seguros de salud están destinados a amortiguar el costo por el mantenimiento de la salud y bienestar de las personas. En la Argentina, los beneficios de una póliza de salud usualmente complementan y suplementan los otorgados por una Obra Social o Empresa de Medicina Prepaga.

El esquema tradicional de los seguros de salud apunta a ofrecer respaldo ante eventos relacionados con la salud del asegurado por medio de una compensación económica de carácter indemnizatoria, más que con asistencia o tratamiento (modelo operativo de las Obras Sociales o Empresas de Medicina Prepaga).

A su vez, por Resolución N° 1200/2012 SSSALUD se crea el SISTEMA UNICO DE REINTEGRO (S.U.R.), para apoyar financieramente a los Agentes del Seguro de Salud en el reconocimiento de las prestaciones médicas de baja incidencia, alto impacto económico y las de tratamiento prolongado.

No hay que olvidar el denominado: Sistema Único de Reintegro (SUR) y el Sistema de Tutelaje de Tecnologías Sanitarias Emergentes, en el marco de la Resolución 1561/2012 y otras normas en vigor, de la Superintendencia de Servicios de Salud.

En tal sentido, la Resolución N° 1048/2014, de la Superintendencia de Servicios de Salud tiene como objetivo implementar, reglamentar y administrar los recursos provenientes del Fondo Solidario de Redistribución, dirigiendo todo su accionar al fortalecimiento cabal de la atención de la salud de los beneficiarios del Sistema Nacional del Seguro de Salud, destinando todos los recursos disponibles para la cobertura de subsidios por reintegros por prestaciones de alto impacto económico y que demanden una cobertura prolongada en el tiempo, a fin de asegurar el otorgamiento de prestaciones de salud igualitarias, garantizando a los beneficiarios la obtención del mismo tipo y nivel de prestaciones.

### **Aplicación particular: Fondo de Salud del Consejo Profesional en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires**

#### **Breve historia del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires (CPCEPBA)**

En la República Argentina, con la sanción del Decreto-Ley 5103/45-ratificado por la Ley 12.921 del 31/12/1946-, se reglamentó la profesión. Dicho ordenamiento venía a satisfacer un anhelo reiteradamente puesto de manifiesto por los centros, comisiones y congresos correspondientes a las profesiones de los Doctores en Ciencias Económicas, Contadores Públicos y Actuarios.

En la Provincia de Buenos Aires, el 28 de junio de 1945 el Gobierno Provincial dictó el Decreto 9857 (B.O.: 4/7/45), por el cual se establecía que las profesiones en Ciencias Económicas se regirían en todo el territorio de la Provincia de Buenos Aires de acuerdo al Decreto-Ley 5103/45 y las reglamentaciones que se dictaren en el futuro.

El 15 de junio de 1946 se realizó la Asamblea Constitutiva del primer Consejo Profesional, y 25 años después, en recuerdo de ese hito se fijó esa fecha como el "Día del Graduado en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires".

El 28 de agosto de 1950 la H. Cámara de Senadores dio sanción definitiva a lo que constituyó la primera Ley Reglamentaria de las Profesiones en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, promulgada el 25 de setiembre de 1950 y registrada con el N° 5607.

La necesidad de actualizar la reglamentación profesional resultaba impostergable, ya tanto por el reconocimiento de nuevas carreras en el ámbito académico, como por las demandas del mercado en materia de especialización y por la necesidad de incrementar la protección del ejercicio profesional en sus distintas manifestaciones.

El 16 de diciembre de 1965 se vio concretado el objetivo aludido con la sanción de la Ley 7195, que reconoció como tal no sólo al ejercicio independiente, sino también a la realización de tareas en relación de dependencia y el desempeño de cargos públicos en la administración nacional, provincial y municipal, incorporando además a los títulos de Licenciado en Economía y Licenciado en Administración y Administración Pública. Las leyes y reglamentaciones en vigor exigían poseer título de graduado en ciencias económicas para el desempeño de esos cargos.

Un nuevo anteproyecto de ley comenzó a elaborarse en 1985, recibiendo la aprobación de la matrícula al año siguiente y convirtiéndose en Ley Provincial por decisión de la H. Legislatura el 26 de noviembre de 1987, promulgada el 17 de diciembre del mismo año y registrada bajo el número 10.620. Esta norma, con las modificaciones introducidas por las leyes N° 11.785, N° 12.008 y N° 13.750, es la que rige el ejercicio profesional actualmente.

Entre los beneficios que brinda a través de su departamento de Acción Social, se encuentra el Fondo de Salud.

### ¿En qué consiste?

Se utiliza exclusivamente para dar cobertura, con carácter de subsidio y en forma complementaria a la Obra Social, Sistema de Salud o Similar que posea el Afiliado o su Grupo Familiar, hasta un monto o porcentaje máximo fijado para cada ítem.

### ¿Quiénes son sus Beneficiarios?

TODOS Los profesionales inscriptos en la matrícula del Consejo Profesional y su grupo familiar primario. Los profesionales actualmente jubilados con matrícula cancelada y/o pensionados que se inscriban especialmente en los registros habilitados en el Consejo Profesional de Ciencias Económicas. Los empleados del Consejo Profesional y de la Caja de Seguridad Social adheridos, mientras mantengan su relación de empleo y opten por su inclusión.

### ¿Que prestaciones brinda?

1. Trasplantes: Huesos – Hígado – Páncreas – Médula- Reno-pancreático – Córnea – Riñón – Cardiopulmonar – Corazón - Intestino
2. Implantes: Coclear - Piel autóloga con técnicas de cultivo in vitro – Lente Intraocular
3. Provisión de medicamentos oncológicos: anticuerpos monoclonales (incluidos los utilizados para el tratamiento de la Maculopatía)
4. Tratamientos oncológicos alternativos
5. Radioterapia de intensidad modulada (IMRT)
6. Reemplazo valvular percutáneo (TAVI)
7. Marcadores de enfermedades oncológicas
8. Radioterapia tridimensional conformada (RTC 3D)
9. Electroestimulación cerebral profunda

### Financiamiento del Fondo de Salud

Aportes mensuales al Fondo de Salud por Matriculado:

- Aportes vigente a partir del 1/10/2011: \$ 4,07
- Aporte vigente a partir del 1/1/2013: \$ 5,00
- Aporte vigente a partir del 1/1/2014: \$ 6,25
- Aporte vigente a partir del 1/1/2015: \$ 8,75
- Aporte vigente a partir del 1/1/2016: \$ 10,42

- Aporte vigente a partir del 1/1/2017: \$ 13,58
- Aporte vigente a partir del 1/1/2018: \$ 17,00
- Aporte vigente a partir del 1/1/2019: \$ 23,17
- Aporte vigente a partir del 1/1/2020: \$ 27,80

Es decir que, por ejemplo, por el año 2020, un matriculado del CPCEPBA, destina a través del pago de su derecho de ejercicio profesional (matrícula) \$ 333,60 anuales para financiar los subsidios antes descriptos, que hemos elegido en este trabajo para demostrar, sucintamente, cómo se calcula un seguro de salud específico, como es el destinado a cubrir las denominadas enfermedades catastróficas

#### **Formula General para la determinación del costo en el seguro de salud**

$$\text{Costo medio ponderado} = F_1 \times C_1 + F_2 \times C_2 + \dots + F_n \times C_n$$

**Donde:**

F: frecuencia o tasa de uso de cada tratamiento y

C: costo

#### **Ejemplo:**

**Costo del trasplante renal:** En Argentina se realizaron en 2019, 1.227 trasplantes (Tx), lo que equivale a una tasa de uso de 27,04 por millón de habitantes (PMH), el costo asciende (en promedio) a U\$S 29.680,20.

De manera que la incidencia en el costo de un servicio de salud por esta patología es de \$ 60,19 anuales, (considerando \$ 75 por U\$S), para la población argentina, y una población estimada de 45.376.763 personas.

¿Cómo lo calculamos?:

Costo promedio del trasplante renal: U\$S 29.680,20

Cantidad de trasplantes realizados/año: 1227

Erogación anual en pesos: U\$S 29.680,20 x 75 x 1227 = 2.731.321.325,25.

Costo anual por habitante: = \$ 2.731.321.325,25 / 45.376.763 personas = \$ 60,19

Si quisiéramos analizar la incidencia de esa cobertura en el caso del Fondo de Salud del CPCEPBA, para este caso concreto, deberíamos replicar la tasa de incidencia, es decir:

0,00002704\* 22.000 afiliados = 0,595 personas por año que pueden solicitar el subsidio

Luego lo multiplicamos por el costo anual por persona, para obtener el gasto total anual del CPCEPBA para el caso del trasplante renal, en función a la incidencia:

0,595 \* 29.680,20 = U\$S 17.659,72

Que convertidos en pesos y dividido por el número de afiliados, resulta \$ 60,19 anuales.-

Es decir que dentro del total que el Fondo recibe, \$ 333,60 anuales, \$ 60.19 corresponden al trasplante renal.

Y así podemos calcular el costo de cada una de las patologías cubiertas, para arribar al valor de la cuota mensual o anual por matriculado.

### Reserva Matemática

Si bien no será desarrollado en detalle, porque ya fuera explicado en capítulos precedentes, es dable mencionar, la constitución de las reservas matemáticas o de daño en curso, como se denominan específicamente en el caso de salud.

Durante el período de recurrencia, el CPCEPBA, percibe los aportes mensuales y como se expresara, por estar destinados al pago de subsidios vinculados a enfermedades de baja incidencia epidemiológica y alto costo, los excedentes, de producirse, deben ser reservados acumulativamente en un fondo para enfrentar un posible evento catastrófico en el futuro.

Esta finalidad se cumple con la constitución de una reserva de riesgos catastróficos, la cual se forma con la parte que se va devengando de los aportes capitalizados y la rentabilidad de las inversiones del fondo de salud (FS).

En formulas sería:

$$FS_n = FS_{(n-1)} * (1+i) + Ap_n - Ss_n$$

Donde:

Ap: aportes mensuales al fondo

Ss.: Subsidios abonados

n: es el período de recurrencia, en este caso el año

Esta reserva es acumulativa durante todos los años de aportes y se emplea exclusivamente para el pago de siniestros de tipo catastrófico, por lo que no puede ser utilizada para otros fines.

### Para ir concluyendo:

¿Por qué sería deseable, que independientemente del ejemplo desarrollado, existiera un Seguro de salud para enfermedades catastróficas a nivel nacional?

- Reduce la brecha en el acceso entre quienes tienen cobertura y quienes no
- Genera un *pool de riesgo adecuado*
- Reduce la variabilidad en la práctica médica y la demanda inducida
- Permite regular el acceso a los medicamentos de alto costo y la alta complejidad

### Debería tener:

- Alcance universal.
- Implementación gradual
- Basado en el principio de solidaridad
- Genera un pool de riesgo
- Pago de cápita específica
- Gestionado por entidad específica

Para un sistema de salud como el de nuestro país, como dijimos, fragmentado, con múltiples actores y financiadores, estamos lejos del ideal de alcance universal, pero es innegable, que debemos pensar y trabajar para ello.

## Corolario

Hemos llegado al final del texto, y más allá de los agradecimientos que preceden su desarrollo, ahora quiero agradecer a quienes han dedicado su tiempo a la lectura de los diversos temas tratados a lo largo de estas páginas con la ilusión que les hayan sido comprensibles, útiles, entretenidas y despertado las ganas de seguir aprendiendo.

¡Gracias Totales!



# Bibliografía y fuentes consultadas

## Textos y artículos

- Bowers Newton y otros: Matemáticas Actuariales. 2° Ed. 1997. Publicado por Society of Actuaries.
- Ceccarelli, G. (2007). The price for risk-taking: Marine insurance and probability calculus in the late Middle Ages. *Journal Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, 3(1), Article 3, 26 p.
- Dieulefait Enrique: Apéndice Estadístico - Actuarial. Disponible en: <http://biblioteca.ciess.org/adiss/downloads/112/ADISS2015-109.pdf>
- Garnica Hervás Ramón: Cálculo financiero: Teoría, Ejercicios y Aplicaciones. Ediciones Cooperativas. 2008. Buenos Aires
- González Galé José. Elementos de Cálculo Actuarial. Editorial Macchi. 1977. Buenos Aires
- Landro Alberto y Mirta L. González. Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016
- Illescas Omar Damerval: "Garantía estatal de protección de personas con enfermedades catastróficas establecida en el artículo 50 de la Constitución de la República del Ecuador. Universidad de Cuenca. (2010)
- Insolera Filadelfo. Curso de Matemática Financiera y Actuarial. Editorial Aguilar S.A. 1950. Madrid.
- Metelli María Alejandra y otros: Aplicaciones de los seguros de personas a la gestión actuarial. Editorial EUDEBA. 2012. Buenos Aires
- Tobar Federico: "Respuestas a las enfermedades catastróficas". CIPPEC. Buenos Aires. (2014)

## Sitios webs

[https://webs.ucm.es/info/sevipres/P1/02/1\\_2\\_1.php](https://webs.ucm.es/info/sevipres/P1/02/1_2_1.php)

[https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---dgreports/dcomm/documents/publication/wcms\\_067592.pdf](https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---dgreports/dcomm/documents/publication/wcms_067592.pdf).

La seguridad social para los profesionales independientes: diseño y desempeño de las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales de la República Argentina. Disponible en: [https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---americas/---ro-lima/---ilo-buenos\\_aires/documents/publication/wcms\\_734245.pdf](https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---americas/---ro-lima/---ilo-buenos_aires/documents/publication/wcms_734245.pdf)

De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Adrian Paenza. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>

[www.eluniverso.com](http://www.eluniverso.com): Benites Elisabeth: “Enfermedades catastróficas”. (2015)

[https://www.incucai.gov.ar/mod\\_estadisticas/mas\\_indices.php](https://www.incucai.gov.ar/mod_estadisticas/mas_indices.php)

<https://www.cpba.com.ar/servicios/fondo-de-salud>

[www.consultordesalud.com](http://www.consultordesalud.com): LIFSTCHITZ Esteban: “*Que son las enfermedades catastróficas*”. Consultor de Salud. Año I. N° 2. Agosto de 2011.

[https://www.ilo.org/public/libdoc/ilo/1992/92B09\\_397\\_SPAN.pdf](https://www.ilo.org/public/libdoc/ilo/1992/92B09_397_SPAN.pdf): Seguridad Social. Guia de Educación Obrera. Ginebra. 1995.

### **Disposiciones normativas**

Ley del Seguro N° 17.418. Publicada en el Boletín Oficial el 30-08-1967

Ley 12.724 de funcionamiento de la Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

Ley 10.620 de funcionamiento del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

# Anexos

*La verdadera salvación está en la audacia intelectual, en la locura creadora. En la utopía que mantiene viva la esperanza de que un día, seamos mejores*

Oswaldo Soriano



| COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - HOMBRES |          |          |          |          |            |       |          |          |          |    |       |        |             |             |
|---|----------|----------|----------|----------|------------|-------|----------|----------|----------|----|-------|--------|-------------|-------------|
| x   | 99% qx   | q(x)     | dx       | q(x)     | v(x)       | Mx    | D(x)     | N(x)     | Tx       | ex | C(x)  | M(x)   | s(x)        | A(x)        |
| 0   | 0.000762 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 | 1.00000000 | 71.67 | 10000000 | 23900001 | 72179531 | 72 | 36173 | 806418 | 22.90331005 | 0.08064182  |
| 1   | 0.000963 | 0.002380 | 0.994    | 0.992380 | 0.9955336  | 70.94 | 9573212  | 22900001 | 71175434 | 71 | 8070  | 770246 | 22.90330959 | 0.08040809  |
| 2   | 0.000891 | 0.002796 | 0.986    | 0.982796 | 0.99245362 | 70.21 | 9201910  | 21940009 | 70173679 | 71 | 7804  | 741376 | 22.89673149 | 0.080274110 |
| 3   | 0.000880 | 0.003180 | 0.977    | 0.983180 | 0.9893636  | 69.48 | 8840410  | 21020193 | 69184025 | 70 | 7487  | 713480 | 22.89017217 | 0.08013958  |
| 4   | 0.000883 | 0.003540 | 0.969    | 0.983540 | 0.98626318 | 68.74 | 8489406  | 20141181 | 68190807 | 69 | 6982  | 685836 | 22.88364471 | 0.08000508  |
| 5   | 0.000880 | 0.003883 | 0.961    | 0.983883 | 0.98316271 | 68.00 | 8138402  | 19293186 | 67219737 | 68 | 6395  | 658142 | 22.87712765 | 0.07987054  |
| 6   | 0.000865 | 0.004203 | 0.954    | 0.984203 | 0.98006224 | 67.26 | 7787402  | 18460202 | 66269538 | 67 | 5766  | 630458 | 22.87061059 | 0.07973600  |
| 7   | 0.000840 | 0.004503 | 0.947    | 0.984503 | 0.97696177 | 66.52 | 7436402  | 17640202 | 65339338 | 66 | 5114  | 602764 | 22.86409353 | 0.07960146  |
| 8   | 0.000804 | 0.004783 | 0.940    | 0.984783 | 0.97386130 | 65.78 | 7085402  | 16830202 | 64429138 | 65 | 4462  | 575070 | 22.85757647 | 0.07946692  |
| 9   | 0.000768 | 0.005043 | 0.933    | 0.985043 | 0.97076083 | 65.04 | 6734402  | 16030202 | 63538938 | 64 | 3810  | 547376 | 22.85105941 | 0.07933238  |
| 10  | 0.000726 | 0.005283 | 0.926    | 0.985283 | 0.96766036 | 64.30 | 6383402  | 15240202 | 62668738 | 63 | 3158  | 519682 | 22.84454235 | 0.07919784  |
| 11  | 0.000684 | 0.005503 | 0.920    | 0.985503 | 0.96456036 | 63.56 | 6032402  | 14460202 | 61828538 | 62 | 2506  | 491988 | 22.83802529 | 0.07906330  |
| 12  | 0.000642 | 0.005703 | 0.914    | 0.985703 | 0.96146036 | 62.82 | 5681402  | 13690202 | 61018338 | 61 | 1854  | 464294 | 22.83150823 | 0.07892876  |
| 13  | 0.000600 | 0.005883 | 0.908    | 0.985883 | 0.95836036 | 62.08 | 5330402  | 12930202 | 60238138 | 60 | 1202  | 436600 | 22.82502117 | 0.07879422  |
| 14  | 0.000560 | 0.006043 | 0.902    | 0.986043 | 0.95526036 | 61.34 | 4979402  | 12190202 | 59497938 | 59 | 550   | 408906 | 22.81853411 | 0.07865968  |
| 15  | 0.000520 | 0.006183 | 0.896    | 0.986183 | 0.95216036 | 60.60 | 4628402  | 11460202 | 58797738 | 58 | -100  | 381212 | 22.81204705 | 0.07852514  |
| 16  | 0.000480 | 0.006303 | 0.890    | 0.986303 | 0.94906036 | 59.86 | 4277402  | 10740202 | 58137538 | 57 | -200  | 353518 | 22.80556000 | 0.07839060  |
| 17  | 0.000440 | 0.006403 | 0.884    | 0.986403 | 0.94606036 | 59.12 | 3926402  | 10040202 | 57517338 | 56 | -300  | 325824 | 22.79907294 | 0.07825606  |
| 18  | 0.000400 | 0.006483 | 0.878    | 0.986483 | 0.94316036 | 58.38 | 3575402  | 9360202  | 56937138 | 55 | -400  | 298130 | 22.79258588 | 0.07812152  |
| 19  | 0.000360 | 0.006543 | 0.872    | 0.986543 | 0.94036036 | 57.64 | 3224402  | 8700202  | 56406938 | 54 | -500  | 270436 | 22.78609882 | 0.07798698  |
| 20  | 0.000320 | 0.006583 | 0.866    | 0.986583 | 0.93766036 | 56.90 | 2873402  | 8060202  | 55926738 | 53 | -600  | 242742 | 22.77961176 | 0.07785244  |
| 21  | 0.000280 | 0.006613 | 0.860    | 0.986613 | 0.93506036 | 56.16 | 2522402  | 7440202  | 55496538 | 52 | -700  | 215048 | 22.77312470 | 0.07771790  |
| 22  | 0.000240 | 0.006633 | 0.854    | 0.986633 | 0.93256036 | 55.42 | 2171402  | 6840202  | 55116338 | 51 | -800  | 187354 | 22.76663764 | 0.07758336  |
| 23  | 0.000200 | 0.006643 | 0.848    | 0.986643 | 0.93016036 | 54.68 | 1820402  | 6260202  | 54786138 | 50 | -900  | 159660 | 22.76015058 | 0.07744882  |
| 24  | 0.000160 | 0.006643 | 0.842    | 0.986643 | 0.92786036 | 53.94 | 1469402  | 5700202  | 54505938 | 49 | -1000 | 131966 | 22.75366352 | 0.07731428  |
| 25  | 0.000120 | 0.006633 | 0.836    | 0.986633 | 0.92566036 | 53.20 | 1118402  | 5160202  | 54275738 | 48 | -1100 | 104272 | 22.74717646 | 0.07717974  |
| 26  | 0.000080 | 0.006613 | 0.830    | 0.986613 | 0.92356036 | 52.46 | 7673402  | 4640202  | 54095538 | 47 | -1200 | 76578  | 22.74068940 | 0.07704520  |
| 27  | 0.000040 | 0.006583 | 0.824    | 0.986583 | 0.92156036 | 51.72 | 4162402  | 4140202  | 53965338 | 46 | -1300 | 48684  | 22.73420234 | 0.07691066  |
| 28  | 0.000000 | 0.006543 | 0.818    | 0.986543 | 0.91966036 | 51.00 | 651      | 3660202  | 53885138 | 45 | -1400 | 20790  | 22.72771528 | 0.07677612  |
| 29  | 0.000000 | 0.006483 | 0.812    | 0.986483 | 0.91786036 | 50.28 | -1111    | 3180202  | 53864938 | 44 | -1500 | 20790  | 22.72122822 | 0.07664158  |
| 30  | 0.000000 | 0.006403 | 0.806    | 0.986403 | 0.91616036 | 49.56 | -2222    | 2700202  | 53844738 | 43 | -1600 | 20790  | 22.71474116 | 0.07650704  |
| 31  | 0.000000 | 0.006293 | 0.800    | 0.986293 | 0.91456036 | 48.84 | -3333    | 2220202  | 53824538 | 42 | -1700 | 20790  | 22.70825410 | 0.07637250  |
| 32  | 0.000000 | 0.006163 | 0.794    | 0.986163 | 0.91306036 | 48.12 | -4444    | 1740202  | 53804338 | 41 | -1800 | 20790  | 22.70176704 | 0.07623796  |
| 33  | 0.000000 | 0.006013 | 0.788    | 0.986013 | 0.91166036 | 47.40 | -5555    | 1260202  | 53784138 | 40 | -1900 | 20790  | 22.69528000 | 0.07610342  |
| 34  | 0.000000 | 0.005843 | 0.782    | 0.985843 | 0.91036036 | 46.68 | -6666    | 780202   | 53763938 | 39 | -2000 | 20790  | 22.68879294 | 0.07596888  |
| 35  | 0.000000 | 0.005653 | 0.776    | 0.985653 | 0.90916036 | 45.96 | -7777    | 300202   | 53743738 | 38 | -2100 | 20790  | 22.68230588 | 0.07583434  |
| 36  | 0.000000 | 0.005443 | 0.770    | 0.985443 | 0.90806036 | 45.24 | -8888    | -180     | 53723538 | 37 | -2200 | 20790  | 22.67581882 | 0.07570000  |
| 37  | 0.000000 | 0.005203 | 0.764    | 0.985203 | 0.90706036 | 44.52 | -10000   | -660     | 53703338 | 36 | -2300 | 20790  | 22.66933176 | 0.07556546  |
| 38  | 0.000000 | 0.004933 | 0.758    | 0.984933 | 0.90616036 | 43.80 | -11111   | -1311    | 53683138 | 35 | -2400 | 20790  | 22.66284470 | 0.07543092  |
| 39  | 0.000000 | 0.004633 | 0.752    | 0.984633 | 0.90536036 | 43.08 | -12222   | -2022    | 53662938 | 34 | -2500 | 20790  | 22.65635764 | 0.07529638  |
| 40  | 0.000000 | 0.004293 | 0.746    | 0.984293 | 0.90466036 | 42.36 | -13333   | -2733    | 53642738 | 33 | -2600 | 20790  | 22.64987058 | 0.07516184  |
| 41  | 0.000000 | 0.003913 | 0.740    | 0.983913 | 0.90406036 | 41.64 | -14444   | -3444    | 53622538 | 32 | -2700 | 20790  | 22.64338352 | 0.07502730  |
| 42  | 0.000000 | 0.003493 | 0.734    | 0.983493 | 0.90356036 | 40.92 | -15555   | -4155    | 53602338 | 31 | -2800 | 20790  | 22.63689646 | 0.07489276  |
| 43  | 0.000000 | 0.003033 | 0.728    | 0.983033 | 0.90316036 | 40.20 | -16666   | -4866    | 53582138 | 30 | -2900 | 20790  | 22.63040940 | 0.07475822  |
| 44  | 0.000000 | 0.002533 | 0.722    | 0.982533 | 0.90286036 | 39.48 | -17777   | -5577    | 53561938 | 29 | -3000 | 20790  | 22.62392234 | 0.07462368  |
| 45  | 0.000000 | 0.002003 | 0.716    | 0.982003 | 0.90266036 | 38.76 | -18888   | -6288    | 53541738 | 28 | -3100 | 20790  | 22.61743528 | 0.07448914  |
| 46  | 0.000000 | 0.001433 | 0.710    | 0.981433 | 0.90256036 | 38.04 | -19999   | -7000    | 53521538 | 27 | -3200 | 20790  | 22.61094822 | 0.07435460  |
| 47  | 0.000000 | 0.000823 | 0.704    | 0.980823 | 0.90256036 | 37.32 | -21111   | -7711    | 53501338 | 26 | -3300 | 20790  | 22.60446116 | 0.07422006  |
| 48  | 0.000000 | 0.000173 | 0.700    | 0.980173 | 0.90266036 | 36.60 | -22222   | -8422    | 53481138 | 25 | -3400 | 20790  | 22.59797410 | 0.07408552  |
| 49  | 0.000000 | 0.000003 | 0.696    | 0.980003 | 0.90286036 | 35.88 | -23333   | -9133    | 53460938 | 24 | -3500 | 20790  | 22.59148704 | 0.07395098  |
| 50  | 0.000000 | 0.000000 | 0.692    | 0.979800 | 0.90316036 | 35.16 | -24444   | -9844    | 53440738 | 23 | -3600 | 20790  | 22.58500000 | 0.07381644  |
| 51  | 0.000000 | 0.000000 | 0.688    | 0.979598 | 0.90356036 | 34.44 | -25555   | -10555   | 53420538 | 22 | -3700 | 20790  | 22.57851294 | 0.07368190  |
| 52  | 0.000000 | 0.000000 | 0.684    | 0.979396 | 0.90406036 | 33.72 | -26666   | -11266   | 53400338 | 21 | -3800 | 20790  | 22.57202588 | 0.07354736  |
| 53  | 0.000000 | 0.000000 | 0.680    | 0.979194 | 0.90466036 | 33.00 | -27777   | -11977   | 53380138 | 20 | -3900 | 20790  | 22.56553882 | 0.07341282  |
| 54  | 0.000000 | 0.000000 | 0.676    | 0.978992 | 0.90536036 | 32.28 | -28888   | -12688   | 53360938 | 19 | -4000 | 20790  | 22.55905176 | 0.07327828  |
| 55  | 0.000000 | 0.000000 | 0.672    | 0.978790 | 0.90616036 | 31.56 | -29999   | -13400   | 53340738 | 18 | -4100 | 20790  | 22.55256470 | 0.07314374  |
| 56  | 0.000000 | 0.000000 | 0.668    | 0.978588 | 0.90706036 | 30.84 | -31111   | -14111   | 53320538 | 17 | -4200 | 20790  | 22.54607764 | 0.07300920  |
| 57  | 0.000000 | 0.000000 | 0.664    | 0.978386 | 0.90806036 | 30.12 | -32222   | -14822   | 53300338 | 16 | -4300 | 20790  | 22.53959058 | 0.07287466  |
| 58  | 0.000000 | 0.000000 | 0.660    | 0.978184 | 0.90916036 | 29.40 | -33333   | -15533   | 53280138 | 15 | -4400 | 20790  | 22.53310352 | 0.07274012  |
| 59  | 0.000000 | 0.000000 | 0.656    | 0.977982 | 0.91036036 | 28.68 | -34444   | -16244   | 53260938 | 14 | -4500 | 20790  | 22.52661646 | 0.07260558  |
| 60  | 0.000000 | 0.000000 | 0.652    | 0.977780 | 0.91166036 | 27.96 | -35555   | -16955   | 53240738 | 13 | -4600 | 20790  | 22.52012940 | 0.07247104  |

| COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - HOMBRES |                    |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |
|---|--------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| x   | 90% q <sub>x</sub> | q <sub>x</sub> | d <sub>x</sub> | q <sub>x</sub> | v <sub>x</sub> | W <sub>x</sub> | D <sub>x</sub> | M <sub>x</sub> | T <sub>x</sub> | e <sub>x</sub> | C <sub>x</sub> | M <sub>x</sub> | s <sub>x</sub> | A <sub>x</sub> |
| 61  | 0,015786           | 0,138,138      | 120,404        | 0,138,138      | 0,09143423     | 17,14          | 743852         | 9265144        | 142352062      | 10             | 11292          | 307561         | 12,45532081    | 0,52084089     |
| 62  | 0,017271           | 0,010,655      | 130,352        | 0,010,655      | 0,08780068     | 16,41          | 704544         | 8522212        | 128477166      | 17             | 11682          | 328299         | 12,10462568    | 0,53443747     |
| 63  | 0,018854           | 7,872,303      | 149,212        | 7,872,303      | 0,08453835     | 15,70          | 665275         | 7810166        | 127535687      | 16             | 12125          | 364577         | 11,75177563    | 0,54800868     |
| 64  | 0,020826           | 7,723,081      | 160,041        | 7,723,081      | 0,08125805     | 15,00          | 627563         | 7152091        | 118737981      | 16             | 12567          | 392452         | 11,38780212    | 0,56161992     |
| 65  | 0,022878           | 7,562,252      | 170,008        | 7,562,252      | 0,07813272     | 14,32          | 590859         | 6521320        | 112085320      | 15             | 12998          | 398085         | 11,04379549    | 0,57523062     |
| 66  | 0,025065           | 7,389,241      | 180,211        | 7,389,241      | 0,07512742     | 13,66          | 555136         | 5904468        | 104619575      | 14             | 13378          | 326887         | 10,69113579    | 0,58894173     |
| 67  | 0,027386           | 7,204,090      | 187,362        | 7,204,090      | 0,07223808     | 13,01          | 520405         | 5379333        | 97222898       | 14             | 13708          | 312908         | 10,33681262    | 0,60274302     |
| 68  | 0,029847           | 7,006,668      | 198,296        | 7,006,668      | 0,06946873     | 12,38          | 486681         | 488827         | 90217581       | 13             | 13978          | 285788         | 9,9830125      | 0,61663764     |
| 69  | 0,032453           | 6,797,372      | 211,275        | 6,797,372      | 0,06680810     | 11,76          | 453884         | 4372246        | 83315571       | 12             | 14210          | 280821         | 9,63083611     | 0,63059323     |
| 70  | 0,035208           | 6,576,087      | 223,028        | 6,576,087      | 0,06425840     | 11,15          | 422113         | 3818262        | 76628836       | 12             | 14438          | 271611         | 9,27888952     | 0,64461502     |
| 71  | 0,038113           | 6,342,257      | 247,158        | 6,342,257      | 0,06181462     | 10,56          | 381631         | 349848         | 70168658       | 11             | 14675          | 257171         | 8,9264611      | 0,65869746     |
| 72  | 0,042085           | 6,095,100      | 261,380        | 6,095,100      | 0,05948455     | 9,98           | 341883         | 3104310        | 6395081        | 10             | 14923          | 242486         | 8,57798647     | 0,67283796     |
| 73  | 0,047137           | 5,833,711      | 276,078        | 5,833,711      | 0,05726881     | 9,44           | 303251         | 2742425        | 57906575       | 10             | 15172          | 227579         | 8,23424179     | 0,68703839     |
| 74  | 0,052371           | 5,557,333      | 291,043        | 5,557,333      | 0,05516951     | 8,91           | 265870         | 2409374        | 52291053       | 9              | 15432          | 212402         | 7,89774652     | 0,69623836     |
| 75  | 0,057771           | 5,266,290      | 304,238        | 5,266,290      | 0,05317867     | 8,40           | 230774         | 2104304        | 46879241       | 9              | 15641          | 187038         | 7,57014235     | 0,70840462     |
| 76  | 0,063347           | 4,962,051      | 314,876        | 4,962,051      | 0,05129553     | 7,92           | 198042         | 1826330        | 41765670       | 8              | 15771          | 161580         | 7,25188875     | 0,7210882      |
| 77  | 0,069108           | 4,647,075      | 322,544        | 4,647,075      | 0,049520147    | 7,45           | 16784          | 1574480        | 3696906        | 8              | 15735          | 146227         | 6,94267867     | 0,73297434     |
| 78  | 0,075050           | 4,324,531      | 326,545        | 4,324,531      | 0,047852448    | 7,01           | 139205         | 1347704        | 32474700       | 8              | 14704          | 130892         | 6,64144423     | 0,74456368     |
| 79  | 0,0811945          | 3,997,886      | 327,615        | 3,997,886      | 0,04628873     | 6,58           | 108080         | 1144770        | 28313445       | 7              | 14213          | 126258         | 6,34619860     | 0,75581540     |
| 80  | 0,088586           | 3,670,371      | 326,502        | 3,670,371      | 0,044830433    | 6,17           | 78217          | 964390         | 24479266       | 7              | 13620          | 121445         | 6,05633387     | 0,7676408      |
| 81  | 0,096232           | 3,343,868      | 323,458        | 3,343,868      | 0,043471573    | 5,77           | 50492          | 805153         | 20872146       | 6              | 12974          | 108524         | 5,77204528     | 0,77998026     |
| 82  | 0,105125           | 3,020,410      | 318,729        | 3,020,410      | 0,042211251    | 5,38           | 24152          | 666441         | 17790006       | 6              | 12293          | 93530          | 5,49441262     | 0,79283744     |
| 83  | 0,115244           | 2,701,681      | 311,066        | 2,701,681      | 0,041050851    | 5,00           | 104200         | 544508         | 14828661       | 6              | 11564          | 82257          | 5,22362280     | 0,79901492     |
| 84  | 0,126625           | 2,389,815      | 301,654        | 2,389,815      | 0,03998510     | 4,68           | 88627          | 440908         | 12303212       | 5              | 10757          | 71692          | 4,96814020     | 0,80881768     |
| 85  | 0,139365           | 2,088,161      | 287,446        | 2,088,161      | 0,03901875     | 4,36           | 74461          | 351683         | 10144224       | 5              | 9856           | 60835          | 4,72303090     | 0,81834498     |
| 86  | 0,149481           | 1,800,715      | 268,179        | 1,800,715      | 0,038128726    | 4,05           | 61742          | 277221         | 8198786        | 5              | 8874           | 5079           | 4,48902606     | 0,82750668     |
| 87  | 0,161582           | 1,521,543      | 247,490        | 1,521,543      | 0,03730682     | 3,77           | 50469          | 215480         | 6533657        | 4              | 7846           | 42206          | 4,26754381     | 0,83586373     |
| 88  | 0,175943           | 1,284,053      | 223,352        | 1,284,053      | 0,03654993     | 3,48           | 40705          | 168887         | 5125808        | 4              | 6888           | 34358          | 4,05322672     | 0,84440646     |
| 89  | 0,188161           | 1,060,751      | 187,885        | 1,060,751      | 0,035848125    | 3,23           | 32331          | 124282         | 3953482        | 4              | 6000           | 27551          | 3,84389113     | 0,85215418     |
| 90  | 0,198580           | 862,815        | 172,212        | 862,815        | 0,035192890    | 2,97           | 25280          | 91850          | 2981724        | 3              | 4953           | 21752          | 3,63610642     | 0,86014975     |
| 91  | 0,213287           | 690,604        | 147,290        | 690,604        | 0,03458162     | 2,71           | 19462          | 66662          | 2215015        | 3              | 3981           | 16888          | 3,42519577     | 0,86826169     |
| 92  | 0,228105           | 543,310        | 123,932        | 543,310        | 0,034018772    | 2,44           | 14722          | 47200          | 1580058        | 3              | 3229           | 12907          | 3,20588178     | 0,87669301     |
| 93  | 0,244088           | 418,378        | 102,705        | 418,378        | 0,03350550     | 2,16           | 10827          | 32478          | 1116713        | 3              | 2573           | 9079           | 2,97219515     | 0,88536486     |
| 94  | 0,261310           | 316,673        | 84,333         | 316,673        | 0,03303337     | 1,88           | 7934           | 21550          | 748088         | 2              | 2032           | 7105           | 2,71630305     | 0,89532690     |
| 95  | 0,280964           | 232,340        | 68,997         | 232,340        | 0,032608578    | 1,54           | 5587           | 13617          | 474181         | 2              | 1588           | 5073           | 2,43284225     | 0,90642311     |
| 96  | 0,304095           | 162,343        | 56,532         | 162,343        | 0,032227235    | 1,18           | 3784           | 8020           | 276238         | 2              | 1259           | 3475           | 2,11860114     | 0,91847683     |
| 97  | 0,332186           | 106,811        | 46,162         | 106,811        | 0,03189335     | 0,82           | 2579           | 4234           | 141262         | 1              | 989            | 2214           | 1,78064410     | 0,93151284     |
| 98  | 0,367182           | 60,649         | 35,815         | 60,649         | 0,03161572     | 0,45           | 1788           | 1857           | 57532          | 1              | 740            | 1227           | 1,42883834     | 0,94580608     |
| 99  | 0,409000           | 24,734         | 22,261         | 24,734         | 0,03139704     | 0,10           | 908            | 550            | 14040          | 1              | 441            | 488            | 1,09615408     | 0,96182885     |
| 100   | 1,000000           | 2,473          | 2,473          | 2,473          | 0,03124004     | 1,00           | 48             | 48             | 1237           | 1              | 47             | 47             | 1,00000000     | 0,96123457     |

| COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - MUJERES |          |            |        |            |            |       |          |           |           |    |       |        |             |             |
|---|----------|------------|--------|------------|------------|-------|----------|-----------|-----------|----|-------|--------|-------------|-------------|
| x   | 90% q(x) | l(x)       | d(x)   | l(x)       | v(x)       | VM    | D(x)     | N(x)      | Tx        | ex | C(x)  | M(x)   | a(x)        | Ax          |
| 0   | 0,002601 | 10.000.000 | 26.010 | 10.000.000 | 1,00000000 | 76,57 | 10000000 | 242708106 | 770729332 | 77 | 25010 | 664954 | 24,27081063 | 0,066495359 |
| 1   | 0,000783 | 9.973.990  | 7.810  | 9.973.990  | 0,96153846 | 75,77 | 9590375  | 232708106 | 760742337 | 76 | 7220  | 639944 | 24,26475568 | 0,066727733 |
| 2   | 0,000729 | 9.966.180  | 7.265  | 9.966.180  | 0,92455621 | 74,83 | 9214294  | 223117731 | 750772252 | 75 | 6459  | 632724 | 24,21430570 | 0,068667609 |
| 3   | 0,000711 | 9.958.915  | 7.081  | 9.958.915  | 0,88899636 | 73,89 | 8853439  | 213903437 | 740809705 | 74 | 6053  | 626265 | 24,16049094 | 0,07073688  |
| 4   | 0,000693 | 9.951.834  | 6.897  | 9.951.834  | 0,85480419 | 72,94 | 8506870  | 205049998 | 730854330 | 73 | 5669  | 620212 | 24,10404856 | 0,072907192 |
| 5   | 0,000684 | 9.944.938  | 6.802  | 9.944.938  | 0,82192711 | 71,99 | 8174014  | 196543129 | 720905944 | 72 | 5376  | 614543 | 24,04487360 | 0,075182582 |
| 6   | 0,000657 | 9.938.135  | 6.529  | 9.938.135  | 0,79031453 | 71,04 | 7854253  | 188369115 | 710964408 | 72 | 4962  | 609167 | 23,98307297 | 0,077558935 |
| 7   | 0,000648 | 9.931.606  | 6.436  | 9.931.606  | 0,75991781 | 70,09 | 7547204  | 180514862 | 701029537 | 71 | 4702  | 604206 | 23,91811007 | 0,08005689  |
| 8   | 0,000630 | 9.925.170  | 6.253  | 9.925.170  | 0,73069021 | 69,13 | 7252225  | 172967658 | 691101149 | 70 | 4393  | 599503 | 23,85028946 | 0,082664733 |
| 9   | 0,000621 | 9.918.917  | 6.160  | 9.918.917  | 0,70258674 | 68,17 | 6968900  | 165715433 | 681179105 | 69 | 4161  | 595110 | 23,77928200 | 0,08539512  |
| 10  | 0,000612 | 9.912.758  | 6.067  | 9.912.758  | 0,67556417 | 67,22 | 6696704  | 158746533 | 671263267 | 68 | 3941  | 590949 | 23,70517419 | 0,088244725 |
| 11  | 0,000621 | 9.906.691  | 6.152  | 9.906.691  | 0,64958093 | 66,26 | 6435198  | 152049829 | 661353543 | 67 | 3843  | 587008 | 23,62784141 | 0,091218339 |
| 12  | 0,000648 | 9.900.539  | 6.416  | 9.900.539  | 0,62459705 | 65,30 | 6183847  | 145614632 | 651449928 | 66 | 3853  | 583165 | 23,54757812 | 0,094304636 |
| 13  | 0,000675 | 9.894.124  | 6.679  | 9.894.124  | 0,60057409 | 64,34 | 5942154  | 139430784 | 641552597 | 65 | 3857  | 579312 | 23,46468636 | 0,097491996 |
| 14  | 0,000720 | 9.887.445  | 7.119  | 9.887.445  | 0,57747508 | 63,39 | 5709753  | 133488630 | 631661812 | 64 | 3953  | 575456 | 23,37905467 | 0,100784706 |
| 15  | 0,000765 | 9.880.326  | 7.558  | 9.880.326  | 0,55526450 | 62,43 | 5486194  | 127778877 | 621777927 | 63 | 4036  | 571503 | 23,29098637 | 0,104171097 |
| 16  | 0,000810 | 9.872.768  | 7.997  | 9.872.768  | 0,53390818 | 61,48 | 5271151  | 122292683 | 611901380 | 62 | 4105  | 567467 | 23,20037411 | 0,107655297 |
| 17  | 0,000855 | 9.864.771  | 8.434  | 9.864.771  | 0,51337325 | 60,53 | 5064309  | 117021531 | 602032611 | 61 | 4163  | 563362 | 23,10710583 | 0,111241615 |
| 18  | 0,000882 | 9.856.336  | 8.693  | 9.856.336  | 0,49362812 | 59,58 | 4865365  | 111957222 | 592172058 | 60 | 4126  | 559199 | 23,01106452 | 0,114934549 |
| 19  | 0,000918 | 9.847.643  | 9.040  | 9.847.643  | 0,47464242 | 58,63 | 4674109  | 107091857 | 582320068 | 59 | 4126  | 555072 | 22,91171524 | 0,118754672 |
| 20  | 0,000945 | 9.838.603  | 9.297  | 9.838.603  | 0,45638695 | 57,69 | 4490210  | 102417748 | 572476945 | 58 | 4080  | 550946 | 22,80912263 | 0,122699497 |
| 21  | 0,000963 | 9.829.305  | 9.466  | 9.829.305  | 0,43883360 | 56,74 | 4313429  | 97927538  | 562642991 | 57 | 3994  | 546866 | 22,70294182 | 0,126782286 |
| 22  | 0,000981 | 9.819.840  | 9.633  | 9.819.840  | 0,42195539 | 55,80 | 4143534  | 93614109  | 552818418 | 56 | 3908  | 542872 | 22,59281637 | 0,131016747 |
| 23  | 0,000999 | 9.810.206  | 9.800  | 9.810.206  | 0,40572633 | 54,85 | 3980259  | 89470575  | 543003395 | 55 | 3823  | 538964 | 22,47858051 | 0,135409253 |
| 24  | 0,001026 | 9.800.406  | 10.055 | 9.800.406  | 0,39012147 | 53,91 | 3823349  | 85490315  | 533198089 | 54 | 3772  | 535141 | 22,36006144 | 0,139966449 |
| 25  | 0,001044 | 9.790.351  | 10.221 | 9.790.351  | 0,37511680 | 52,96 | 3672525  | 81666967  | 523402711 | 53 | 3687  | 531369 | 22,23727935 | 0,144687557 |
| 26  | 0,001071 | 9.780.130  | 10.475 | 9.780.130  | 0,36068923 | 52,02 | 3527587  | 77994441  | 513617470 | 53 | 3633  | 527682 | 22,10985322 | 0,149587228 |
| 27  | 0,001098 | 9.769.655  | 10.727 | 9.769.655  | 0,34681657 | 51,07 | 3388278  | 74466854  | 503842578 | 52 | 3577  | 524049 | 21,97778556 | 0,154665363 |
| 28  | 0,001134 | 9.758.928  | 11.067 | 9.758.928  | 0,33347747 | 50,13 | 3254383  | 71078576  | 494078286 | 51 | 3549  | 520472 | 21,84087826 | 0,159929581 |
| 29  | 0,001170 | 9.747.862  | 11.405 | 9.747.862  | 0,32065141 | 49,19 | 3125666  | 67824193  | 484324891 | 50 | 3516  | 516924 | 21,69912019 | 0,165380305 |
| 30  | 0,001215 | 9.736.457  | 11.830 | 9.736.457  | 0,30831867 | 48,24 | 3001931  | 64698527  | 474582732 | 49 | 3507  | 513407 | 21,55230119 | 0,171025617 |
| 31  | 0,001260 | 9.724.627  | 12.253 | 9.724.627  | 0,29646026 | 47,30 | 2882965  | 61696596  | 464852191 | 48 | 3493  | 509900 | 21,40039471 | 0,176866535 |
| 32  | 0,001305 | 9.712.374  | 12.675 | 9.712.374  | 0,28505794 | 46,36 | 2768589  | 58813631  | 455133691 | 47 | 3474  | 506407 | 21,24317690 | 0,182911665 |
| 33  | 0,001350 | 9.699.699  | 13.095 | 9.699.699  | 0,27409417 | 45,42 | 2658631  | 56045042  | 445427654 | 46 | 3451  | 502933 | 21,08041392 | 0,189169999 |
| 34  | 0,001422 | 9.686.604  | 13.774 | 9.686.604  | 0,26355209 | 44,48 | 2552925  | 53386411  | 435734502 | 45 | 3491  | 499482 | 20,91186148 | 0,195650928 |
| 35  | 0,001485 | 9.672.830  | 14.364 | 9.672.830  | 0,25341547 | 43,55 | 2451245  | 50833486  | 426054785 | 44 | 3500  | 495991 | 20,73782513 | 0,202342696 |
| 36  | 0,001584 | 9.658.466  | 15.299 | 9.658.466  | 0,24366872 | 42,61 | 2353466  | 48382241  | 416389137 | 43 | 3585  | 492491 | 20,55786656 | 0,209262159 |
| 37  | 0,001701 | 9.643.167  | 16.403 | 9.643.167  | 0,23429685 | 41,68 | 2259364  | 46028775  | 406738321 | 42 | 3695  | 488907 | 20,37245118 | 0,216391409 |
| 38  | 0,001836 | 9.626.764  | 17.675 | 9.626.764  | 0,22528543 | 40,75 | 2168770  | 43769411  | 397103355 | 41 | 3829  | 485212 | 20,18167827 | 0,223726624 |
| 39  | 0,001998 | 9.609.089  | 19.199 | 9.609.089  | 0,21662061 | 39,82 | 2081527  | 41600642  | 387485429 | 40 | 3999  | 481383 | 19,98563904 | 0,23126429  |
| 40  | 0,002178 | 9.589.890  | 20.887 | 9.589.890  | 0,20828904 | 38,90 | 1997469  | 39519115  | 377885939 | 39 | 4183  | 477384 | 19,78459422 | 0,238994372 |
| 41  | 0,002376 | 9.569.003  | 22.736 | 9.569.003  | 0,20027793 | 37,99 | 1916460  | 37521646  | 368306492 | 38 | 4378  | 473201 | 19,57862022 | 0,246913926 |
| 42  | 0,002583 | 9.546.267  | 24.658 | 9.546.267  | 0,19257493 | 37,08 | 1838372  | 35605186  | 358748857 | 38 | 4566  | 468822 | 19,36778288 | 0,255020412 |
| 43  | 0,002781 | 9.521.609  | 26.480 | 9.521.609  | 0,18516820 | 36,18 | 1763099  | 33766814  | 349214918 | 37 | 4715  | 464256 | 19,15196372 | 0,263318379 |
| 44  | 0,002988 | 9.495.130  | 28.371 | 9.495.130  | 0,17804635 | 35,28 | 1690573  | 32003715  | 339706549 | 36 | 4857  | 459542 | 18,93068852 | 0,271826063 |
| 45  | 0,003204 | 9.466.758  | 30.331 | 9.466.758  | 0,17119841 | 34,38 | 1620694  | 30313141  | 330225605 | 35 | 4993  | 454685 | 18,70380303 | 0,280549387 |
| 46  | 0,003420 | 9.436.427  | 32.273 | 9.436.427  | 0,16461386 | 33,49 | 1553367  | 28692447  | 320774012 | 34 | 5108  | 449692 | 18,47113666 | 0,289494904 |
| 47  | 0,003645 | 9.404.154  | 34.278 | 9.404.154  | 0,15828256 | 32,61 | 1488514  | 27139081  | 311353721 | 33 | 5217  | 444584 | 18,23233672 | 0,298676173 |
| 48  | 0,003897 | 9.369.876  | 36.514 | 9.369.876  | 0,15219476 | 31,73 | 1426046  | 25650567  | 301966706 | 32 | 5344  | 439367 | 17,98719350 | 0,308101249 |
| 49  | 0,004167 | 9.333.362  | 38.892 | 9.333.362  | 0,14634112 | 30,85 | 1365855  | 24224521  | 292615087 | 31 | 5473  | 434023 | 17,73579765 | 0,317766635 |
| 50  | 0,004464 | 9.294.470  | 41.491 | 9.294.470  | 0,14071262 | 29,98 | 1307849  | 22858666  | 283301171 | 30 | 5614  | 428550 | 17,47806064 | 0,327675725 |

| COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - MUJERES |          |           |                |                  |                   |              |               |                 |                  |           |              |               |                    |                    |
|---|----------|-----------|----------------|------------------|-------------------|--------------|---------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|---------------|--------------------|--------------------|
| x   | 90% q(x) | l(x)      | d(x)           | l(x)             | v(x)              | VM           | D(x)          | N(x)            | Tx               | ex        | C(x)         | M(x)          | a(x)               | Ax                 |
| 51  | 0,004779 | 9.252.979 | 44.220         | 9.252.979        | 0,13530059        | 29,12        | 1251934       | 21550817        | 274027447        | 30        | 5753         | 422937        | 17,21402647        | 0,337826813        |
| 52  | 0,005130 | 9.208.759 | 47.241         | 9.208.759        | 0,13009672        | 28,25        | 1198029       | 20298884        | 264796578        | 29        | 5910         | 417184        | 16,94356082        | 0,348225053        |
| 53  | 0,005535 | 9.161.518 | 50.709         | 9.161.518        | 0,12509300        | 27,40        | 1146042       | 19100854        | 255611439        | 28        | 6099         | 411274        | 16,66680394        | 0,358865033        |
| 54  | 0,005949 | 9.110.809 | 54.200         | 9.110.809        | 0,12028173        | 26,55        | 1095864       | 17954813        | 246475275        | 27        | 6269         | 405175        | 16,38416243        | 0,369731096        |
| 55  | 0,006381 | 9.056.609 | 57.790         | 9.056.609        | 0,11565551        | 25,71        | 1047447       | 16858949        | 237391566        | 26        | 6427         | 398906        | 16,09527974        | 0,380836939        |
| 56  | 0,006813 | 8.998.819 | 61.309         | 8.998.819        | 0,11120722        | 24,88        | 1000734       | 15811502        | 228363852        | 25        | 6556         | 392480        | 15,79991016        | 0,392191994        |
| 57  | 0,007227 | 8.937.510 | 64.591         | 8.937.510        | 0,10693002        | 24,05        | 955688        | 14810768        | 219395688        | 25        | 6641         | 385924        | 15,49749096        | 0,403817885        |
| 58  | 0,007623 | 8.872.918 | 67.638         | 8.872.918        | 0,10281733        | 23,22        | 912290        | 13855080        | 210490474        | 24        | 6687         | 379283        | 15,18714812        | 0,415748213        |
| 59  | 0,008046 | 8.805.280 | 70.847         | 8.805.280        | 0,09886282        | 22,40        | 870515        | 12942790        | 201651374        | 23        | 6735         | 372596        | 14,86797260        | 0,428017922        |
| 60  | 0,008523 | 8.734.433 | 74.444         | 8.734.433        | 0,09506040        | 21,58        | 830299        | 12072275        | 192881518        | 22        | 6804         | 365861        | 14,53967774        | 0,440638013        |
| 61  | 0,009117 | 8.659.989 | <b>78.953</b>  | <b>8.659.989</b> | <b>0,09140423</b> | <b>20,77</b> | <b>791560</b> | <b>11241977</b> | <b>184184307</b> | <b>21</b> | <b>6939</b>  | <b>359057</b> | <b>14,20231115</b> | <b>0,453606623</b> |
| 62  | 0,009864 | 8.581.036 | <b>84.643</b>  | <b>8.581.036</b> | <b>0,08788868</b> | <b>19,96</b> | <b>754176</b> | <b>10450417</b> | <b>175563794</b> | <b>20</b> | <b>7153</b>  | <b>352118</b> | <b>13,85673545</b> | <b>0,466890529</b> |
| 63  | 0,010818 | 8.496.393 | <b>91.914</b>  | <b>8.496.393</b> | <b>0,08450835</b> | <b>19,16</b> | <b>718016</b> | <b>9696241</b>  | <b>167025079</b> | <b>20</b> | <b>7469</b>  | <b>344965</b> | <b>13,50421039</b> | <b>0,480441223</b> |
| 64  | 0,011925 | 8.404.479 | <b>100.223</b> | <b>8.404.479</b> | <b>0,08125803</b> | <b>18,37</b> | <b>682931</b> | <b>8978225</b>  | <b>158574643</b> | <b>19</b> | <b>7831</b>  | <b>337496</b> | <b>13,14659872</b> | <b>0,494186986</b> |
| 65  | 0,013131 | 8.304.256 | <b>109.043</b> | <b>8.304.256</b> | <b>0,07813272</b> | <b>17,59</b> | <b>648834</b> | <b>8295294</b>  | <b>150220276</b> | <b>18</b> | <b>8192</b>  | <b>329665</b> | <b>12,78492287</b> | <b>0,50808842</b>  |
| 66  | 0,014400 | 8.195.212 | <b>118.011</b> | <b>8.195.212</b> | <b>0,07512762</b> | <b>16,82</b> | <b>615687</b> | <b>7646460</b>  | <b>141970542</b> | <b>17</b> | <b>8525</b>  | <b>321473</b> | <b>12,41939891</b> | <b>0,52213714</b>  |
| 67  | 0,015687 | 8.077.201 | <b>126.707</b> | <b>8.077.201</b> | <b>0,07223809</b> | <b>16,07</b> | <b>583482</b> | <b>7030773</b>  | <b>133834335</b> | <b>17</b> | <b>8801</b>  | <b>312948</b> | <b>12,04969041</b> | <b>0,536346008</b> |
| 68  | 0,016956 | 7.950.494 | <b>134.809</b> | <b>7.950.494</b> | <b>0,06945970</b> | <b>15,33</b> | <b>552239</b> | <b>6447291</b>  | <b>125820488</b> | <b>16</b> | <b>9004</b>  | <b>304147</b> | <b>11,67482095</b> | <b>0,550752502</b> |
| 69  | 0,018324 | 7.815.686 | <b>143.215</b> | <b>7.815.686</b> | <b>0,06678818</b> | <b>14,59</b> | <b>521995</b> | <b>5895052</b>  | <b>117937398</b> | <b>15</b> | <b>9197</b>  | <b>295143</b> | <b>11,29330303</b> | <b>0,565413758</b> |
| 70  | 0,019899 | 7.672.471 | <b>152.675</b> | <b>7.672.471</b> | <b>0,06421940</b> | <b>13,86</b> | <b>492721</b> | <b>5373057</b>  | <b>110193319</b> | <b>14</b> | <b>9428</b>  | <b>285946</b> | <b>10,90485573</b> | <b>0,580340467</b> |
| 71  | 0,021807 | 7.519.797 | <b>163.984</b> | <b>7.519.797</b> | <b>0,06174942</b> | <b>13,14</b> | <b>464343</b> | <b>4880335</b>  | <b>102597186</b> | <b>14</b> | <b>9736</b>  | <b>276519</b> | <b>10,51019227</b> | <b>0,595505041</b> |
| 72  | 0,024183 | 7.355.812 | <b>177.886</b> | <b>7.355.812</b> | <b>0,05937445</b> | <b>12,44</b> | <b>436747</b> | <b>4415992</b>  | <b>95159381</b>  | <b>13</b> | <b>10156</b> | <b>266782</b> | <b>10,11109255</b> | <b>0,610838804</b> |
| 73  | 0,027099 | 7.177.927 | <b>194.515</b> | <b>7.177.927</b> | <b>0,05709081</b> | <b>11,74</b> | <b>409794</b> | <b>3979245</b>  | <b>87892512</b>  | <b>12</b> | <b>10678</b> | <b>256627</b> | <b>9,71036194</b>  | <b>0,626233563</b> |
| 74  | 0,030537 | 6.983.412 | <b>213.252</b> | <b>6.983.412</b> | <b>0,05489501</b> | <b>11,07</b> | <b>383354</b> | <b>3569451</b>  | <b>80811842</b>  | <b>12</b> | <b>11256</b> | <b>245949</b> | <b>9,31109786</b>  | <b>0,641569805</b> |
| 75  | 0,034416 | 6.770.160 | <b>233.002</b> | <b>6.770.160</b> | <b>0,05278367</b> | <b>10,42</b> | <b>357354</b> | <b>3186097</b>  | <b>73935057</b>  | <b>11</b> | <b>11826</b> | <b>234692</b> | <b>8,91580367</b>  | <b>0,656750797</b> |
| 76  | 0,038673 | 6.537.158 | <b>252.812</b> | <b>6.537.158</b> | <b>0,05075353</b> | <b>9,79</b>  | <b>331784</b> | <b>2828743</b>  | <b>67281398</b>  | <b>10</b> | <b>12338</b> | <b>222867</b> | <b>8,52586187</b>  | <b>0,671722842</b> |
| 77  | 0,043236 | 6.284.346 | <b>271.710</b> | <b>6.284.346</b> | <b>0,04880147</b> | <b>9,19</b>  | <b>306685</b> | <b>2496959</b>  | <b>60870646</b>  | <b>10</b> | <b>12750</b> | <b>210529</b> | <b>8,14176273</b>  | <b>0,686466474</b> |
| 78  | 0,048105 | 6.012.636 | <b>289.238</b> | <b>6.012.636</b> | <b>0,04692449</b> | <b>8,60</b>  | <b>282140</b> | <b>2190274</b>  | <b>54722155</b>  | <b>9</b>  | <b>13050</b> | <b>197779</b> | <b>7,76307767</b>  | <b>0,700997459</b> |
| 79  | 0,053415 | 5.723.398 | <b>305.715</b> | <b>5.723.398</b> | <b>0,04511970</b> | <b>8,04</b>  | <b>258238</b> | <b>1908134</b>  | <b>48854137</b>  | <b>9</b>  | <b>13263</b> | <b>184729</b> | <b>7,38905108</b>  | <b>0,715343979</b> |
| 80  | 0,059391 | 5.417.683 | <b>321.762</b> | <b>5.417.683</b> | <b>0,04338433</b> | <b>7,49</b>  | <b>235043</b> | <b>1649896</b>  | <b>43283596</b>  | <b>8</b>  | <b>13423</b> | <b>171466</b> | <b>7,01956309</b>  | <b>0,729509488</b> |
| 81  | 0,066240 | 5.095.921 | <b>337.554</b> | <b>5.095.921</b> | <b>0,04171570</b> | <b>6,96</b>  | <b>212580</b> | <b>1414853</b>  | <b>38026794</b>  | <b>7</b>  | <b>13540</b> | <b>158043</b> | <b>6,65563015</b>  | <b>0,743453302</b> |
| 82  | 0,074160 | 4.758.368 | <b>352.881</b> | <b>4.758.368</b> | <b>0,04011125</b> | <b>6,46</b>  | <b>190864</b> | <b>1202273</b>  | <b>33099650</b>  | <b>7</b>  | <b>13610</b> | <b>144504</b> | <b>6,29910829</b>  | <b>0,757101861</b> |
| 83  | 0,083277 | 4.405.487 | <b>366.876</b> | <b>4.405.487</b> | <b>0,03856851</b> | <b>5,97</b>  | <b>169913</b> | <b>1011409</b>  | <b>28517722</b>  | <b>6</b>  | <b>13606</b> | <b>130893</b> | <b>5,95251081</b>  | <b>0,7703555</b>   |
| 84  | 0,093429 | 4.038.611 | <b>377.323</b> | <b>4.038.611</b> | <b>0,03708510</b> | <b>5,52</b>  | <b>149772</b> | <b>841496</b>   | <b>24295673</b>  | <b>6</b>  | <b>13455</b> | <b>117288</b> | <b>5,61850335</b>  | <b>0,783107569</b> |
| 85  | 0,104490 | 3.661.288 | <b>382.568</b> | <b>3.661.288</b> | <b>0,03565875</b> | <b>5,08</b>  | <b>130557</b> | <b>691724</b>   | <b>20445723</b>  | <b>6</b>  | <b>13117</b> | <b>103833</b> | <b>5,29825406</b>  | <b>0,795307672</b> |
| 86  | 0,116361 | 3.278.720 | <b>381.515</b> | <b>3.278.720</b> | <b>0,03428726</b> | <b>4,68</b>  | <b>112418</b> | <b>561167</b>   | <b>16975719</b>  | <b>5</b>  | <b>12578</b> | <b>90716</b>  | <b>4,99177477</b>  | <b>0,806947973</b> |
| 87  | 0,128988 | 2.897.205 | <b>373.705</b> | <b>2.897.205</b> | <b>0,03296852</b> | <b>4,29</b>  | <b>95517</b>  | <b>448749</b>   | <b>13887757</b>  | <b>5</b>  | <b>11847</b> | <b>78138</b>  | <b>4,69812419</b>  | <b>0,818054536</b> |
| 88  | 0,142362 | 2.523.500 | <b>359.251</b> | <b>2.523.500</b> | <b>0,03170050</b> | <b>3,93</b>  | <b>79996</b>  | <b>353232</b>   | <b>11177405</b>  | <b>4</b>  | <b>10950</b> | <b>66291</b>  | <b>4,41560984</b>  | <b>0,828678269</b> |
| 89  | 0,156546 | 2.164.250 | <b>338.805</b> | <b>2.164.250</b> | <b>0,03048125</b> | <b>3,58</b>  | <b>65969</b>  | <b>273236</b>   | <b>8833530</b>   | <b>4</b>  | <b>9930</b>  | <b>55341</b>  | <b>4,14188065</b>  | <b>0,838889369</b> |
| 90  | 0,171675 | 1.825.445 | <b>313.383</b> | <b>1.825.445</b> | <b>0,02930890</b> | <b>3,25</b>  | <b>53502</b>  | <b>207267</b>   | <b>6838682</b>   | <b>4</b>  | <b>8832</b>  | <b>45411</b>  | <b>3,87401787</b>  | <b>0,848770583</b> |
| 91  | 0,187983 | 1.512.062 | <b>284.242</b> | <b>1.512.062</b> | <b>0,02818163</b> | <b>2,92</b>  | <b>42612</b>  | <b>153765</b>   | <b>5169929</b>   | <b>3</b>  | <b>7702</b>  | <b>36579</b>  | <b>3,60846114</b>  | <b>0,858414761</b> |
| 92  | 0,205929 | 1.227.820 | <b>252.844</b> | <b>1.227.820</b> | <b>0,02709772</b> | <b>2,59</b>  | <b>33271</b>  | <b>111153</b>   | <b>3799988</b>   | <b>3</b>  | <b>6588</b>  | <b>28877</b>  | <b>3,34081624</b>  | <b>0,867923149</b> |
| 93  | 0,226359 | 974.976   | <b>220.695</b> | <b>974.976</b>   | <b>0,02605550</b> | <b>2,27</b>  | <b>25403</b>  | <b>77882</b>    | <b>2698590</b>   | <b>3</b>  | <b>5529</b>  | <b>22289</b>  | <b>3,06578238</b>  | <b>0,877391412</b> |
| 94  | 0,251379 | 754.282   | <b>189.611</b> | <b>754.282</b>   | <b>0,02505337</b> | <b>1,93</b>  | <b>18897</b>  | <b>52478</b>    | <b>1833961</b>   | <b>2</b>  | <b>4568</b>  | <b>16760</b>  | <b>2,77701629</b>  | <b>0,88688173</b>  |
| 95  | 0,285588 | 564.671   | <b>161.263</b> | <b>564.671</b>   | <b>0,02408978</b> | <b>1,58</b>  | <b>13603</b>  | <b>33581</b>    | <b>1174485</b>   | <b>2</b>  | <b>3735</b>  | <b>12192</b>  | <b>2,46866830</b>  | <b>0,896285303</b> |
| 96  | 0,338166 | 403.408   | <b>136.419</b> | <b>403.408</b>   | <b>0,02316325</b> | <b>1,21</b>  | <b>9344</b>   | <b>19978</b>    | <b>690446</b>    | <b>2</b>  | <b>3038</b>  | <b>8457</b>   | <b>2,13800300</b>  | <b>0,905008198</b> |
| 97  | 0,427473 | 266.989   | <b>114.131</b> | <b>266.989</b>   | <b>0,02227235</b> | <b>0,83</b>  | <b>5946</b>   | <b>10634</b>    | <b>355247</b>    | <b>1</b>  | <b>2444</b>  | <b>5418</b>   | <b>1,78824767</b>  | <b>0,911168853</b> |
| 98  | 0,590265 | 152.858   | <b>90.227</b>  | <b>152.858</b>   | <b>0,02141572</b> | <b>0,45</b>  | <b>3274</b>   | <b>4687</b>     | <b>145324</b>    | <b>1</b>  | <b>1858</b>  | <b>2974</b>   | <b>1,43185835</b>  | <b>0,908503193</b> |
| 99  | 0,900000 | 62.631    | <b>56.368</b>  | <b>62.631</b>    | <b>0,02059204</b> | <b>0,10</b>  | <b>1290</b>   | <b>1414</b>     | <b>37579</b>     | <b>1</b>  | <b>1116</b>  | <b>1116</b>   | <b>1,09615394</b>  | <b>0,865384523</b> |
| 100   | 1,000000 | 6.263     | <b>6.263</b>   | <b>6.263</b>     | <b>0,01980004</b> | <b>1,00</b>  | <b>124</b>    | <b>124</b>      | <b>3132</b>      | <b>0</b>  | <b>0</b>     | <b>0</b>      | <b>1,00000000</b>  | <b>0</b>           |

| Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Hombres |         |         |        |     |         |           |    |         |      |      |       |          |         |
|---|---------|---------|--------|-----|---------|-----------|----|---------|------|------|-------|----------|---------|
| x   | qx      | px      | lx     | dx  | D(x)    | N(x)      | VM | T(x)    | e(x) | C(x) | M(x)  | a(x)     | A(x)    |
| 0   | 0,00167 | 0,99833 | 100000 | 167 | 100.000 | 2.428.050 | 75 | 7462082 | 75   | 161  | 6.613 | 24,28050 | 0,06613 |
| 1   | 0,00043 | 0,99957 | 99833  | 43  | 95.993  | 2.328.050 | 74 | 7362166 | 74   | 40   | 6.453 | 24,25227 | 0,06722 |
| 2   | 0,00040 | 0,99960 | 99790  | 40  | 92.262  | 2.232.057 | 73 | 7262354 | 73   | 35   | 6.413 | 24,19271 | 0,06951 |
| 3   | 0,00039 | 0,99961 | 99751  | 39  | 88.678  | 2.139.795 | 72 | 7162584 | 72   | 33   | 6.378 | 24,12997 | 0,07192 |
| 4   | 0,00038 | 0,99962 | 99711  | 38  | 85.234  | 2.051.117 | 71 | 7062853 | 71   | 31   | 6.345 | 24,06461 | 0,07444 |
| 5   | 0,00046 | 0,99954 | 99674  | 45  | 81.924  | 1.965.883 | 70 | 6963160 | 70   | 36   | 6.314 | 23,99631 | 0,07706 |
| 6   | 0,00042 | 0,99958 | 99628  | 42  | 78.738  | 1.883.959 | 69 | 6863509 | 69   | 32   | 6.278 | 23,92707 | 0,07973 |
| 7   | 0,00040 | 0,99960 | 99586  | 40  | 75.677  | 1.805.221 | 68 | 6763902 | 68   | 29   | 6.245 | 23,85427 | 0,08253 |
| 8   | 0,00039 | 0,99961 | 99546  | 39  | 72.737  | 1.729.544 | 67 | 6664337 | 67   | 27   | 6.216 | 23,77802 | 0,08546 |
| 9   | 0,00039 | 0,99961 | 99507  | 39  | 69.912  | 1.656.807 | 66 | 6564810 | 66   | 26   | 6.189 | 23,69843 | 0,08852 |
| 10  | 0,00039 | 0,99961 | 99468  | 39  | 67.197  | 1.586.895 | 65 | 6465323 | 65   | 25   | 6.163 | 23,61556 | 0,09171 |
| 11  | 0,00040 | 0,99960 | 99429  | 39  | 64.587  | 1.519.698 | 65 | 6365874 | 64   | 25   | 6.137 | 23,52936 | 0,09502 |
| 12  | 0,00041 | 0,99960 | 99390  | 40  | 62.079  | 1.455.111 | 64 | 6266465 | 63   | 24   | 6.113 | 23,43984 | 0,09847 |
| 13  | 0,00041 | 0,99959 | 99349  | 41  | 59.667  | 1.393.032 | 63 | 6167095 | 62   | 24   | 6.089 | 23,34689 | 0,10204 |
| 14  | 0,00042 | 0,99958 | 99308  | 42  | 57.348  | 1.333.366 | 62 | 6067766 | 61   | 23   | 6.065 | 23,25036 | 0,10576 |
| 15  | 0,00043 | 0,99957 | 99267  | 43  | 55.119  | 1.276.017 | 61 | 5968479 | 60   | 23   | 6.042 | 23,15015 | 0,10961 |
| 16  | 0,00044 | 0,99956 | 99224  | 44  | 52.976  | 1.220.898 | 60 | 5869234 | 59   | 23   | 6.019 | 23,04613 | 0,11361 |
| 17  | 0,00046 | 0,99954 | 99180  | 45  | 50.916  | 1.167.922 | 59 | 5770032 | 58   | 22   | 5.996 | 22,93816 | 0,11776 |
| 18  | 0,00047 | 0,99953 | 99134  | 47  | 48.935  | 1.117.006 | 58 | 5670875 | 57   | 22   | 5.974 | 22,82612 | 0,12207 |
| 19  | 0,00049 | 0,99951 | 99087  | 48  | 47.031  | 1.068.070 | 57 | 5571765 | 56   | 22   | 5.951 | 22,70986 | 0,12654 |
| 20  | 0,00050 | 0,99950 | 99039  | 50  | 45.200  | 1.021.039 | 56 | 5472701 | 55   | 22   | 5.930 | 22,58923 | 0,13118 |
| 21  | 0,00052 | 0,99948 | 98990  | 52  | 43.440  | 975.839   | 55 | 5373687 | 54   | 22   | 5.908 | 22,46410 | 0,13600 |
| 22  | 0,00054 | 0,99946 | 98938  | 54  | 41.747  | 932.399   | 54 | 5274723 | 53   | 22   | 5.886 | 22,33433 | 0,14099 |
| 23  | 0,00057 | 0,99943 | 98884  | 56  | 40.120  | 890.652   | 53 | 5175812 | 52   | 22   | 5.864 | 22,19978 | 0,14616 |
| 24  | 0,00059 | 0,99941 | 98828  | 58  | 38.555  | 850.532   | 52 | 5076956 | 51   | 22   | 5.842 | 22,06025 | 0,15153 |
| 25  | 0,00062 | 0,99938 | 98770  | 61  | 37.050  | 811.977   | 51 | 4978157 | 50   | 22   | 5.820 | 21,91562 | 0,15709 |
| 26  | 0,00065 | 0,99935 | 98709  | 64  | 35.603  | 774.927   | 50 | 4879418 | 49   | 22   | 5.798 | 21,76571 | 0,16286 |
| 27  | 0,00068 | 0,99932 | 98644  | 67  | 34.211  | 739.324   | 49 | 4780742 | 48   | 23   | 5.776 | 21,61039 | 0,16883 |
| 28  | 0,00072 | 0,99928 | 98577  | 71  | 32.873  | 705.112   | 48 | 4682131 | 47   | 23   | 5.753 | 21,44948 | 0,17502 |
| 29  | 0,00076 | 0,99924 | 98506  | 75  | 31.586  | 672.239   | 47 | 4583590 | 47   | 23   | 5.731 | 21,28282 | 0,18143 |
| 30  | 0,00081 | 0,99919 | 98431  | 80  | 30.348  | 640.653   | 46 | 4485122 | 46   | 24   | 5.707 | 21,11024 | 0,18807 |
| 31  | 0,00086 | 0,99914 | 98351  | 85  | 29.157  | 610.305   | 45 | 4386731 | 45   | 24   | 5.684 | 20,93158 | 0,19494 |
| 32  | 0,00092 | 0,99908 | 98266  | 90  | 28.012  | 581.148   | 44 | 4288422 | 44   | 25   | 5.660 | 20,74669 | 0,20205 |
| 33  | 0,00098 | 0,99902 | 98176  | 96  | 26.910  | 553.136   | 43 | 4190201 | 43   | 25   | 5.635 | 20,55539 | 0,20941 |
| 34  | 0,00105 | 0,99895 | 98080  | 103 | 25.849  | 526.227   | 42 | 4092073 | 42   | 26   | 5.610 | 20,35751 | 0,21702 |
| 35  | 0,00112 | 0,99888 | 97978  | 110 | 24.829  | 500.377   | 41 | 3994044 | 41   | 27   | 5.584 | 20,15289 | 0,22489 |
| 36  | 0,00120 | 0,99880 | 97868  | 118 | 23.847  | 475.548   | 40 | 3896121 | 40   | 28   | 5.557 | 19,94138 | 0,23302 |
| 37  | 0,00130 | 0,99871 | 97750  | 127 | 22.903  | 451.701   | 39 | 3798312 | 39   | 29   | 5.529 | 19,72278 | 0,24143 |
| 38  | 0,00140 | 0,99860 | 97623  | 136 | 21.993  | 428.799   | 38 | 3700625 | 38   | 30   | 5.501 | 19,49694 | 0,25012 |
| 39  | 0,00151 | 0,99849 | 97487  | 147 | 21.118  | 406.805   | 37 | 3603070 | 37   | 31   | 5.471 | 19,26373 | 0,25909 |
| 40  | 0,00163 | 0,99837 | 97340  | 159 | 20.275  | 385.688   | 37 | 3505657 | 36   | 32   | 5.441 | 19,02299 | 0,26835 |
| 41  | 0,00179 | 0,99821 | 97181  | 174 | 19.463  | 365.413   | 36 | 3408396 | 35   | 33   | 5.409 | 18,77456 | 0,27790 |
| 42  | 0,00200 | 0,99800 | 97007  | 194 | 18.681  | 345.950   | 35 | 3311302 | 34   | 36   | 5.375 | 18,51868 | 0,28774 |
| 43  | 0,00226 | 0,99774 | 96813  | 219 | 17.927  | 327.269   | 34 | 3214392 | 33   | 39   | 5.339 | 18,25594 | 0,29785 |
| 44  | 0,00257 | 0,99743 | 96594  | 248 | 17.198  | 309.342   | 33 | 3117689 | 32   | 42   | 5.300 | 17,98682 | 0,30820 |
| 45  | 0,00292 | 0,99708 | 96346  | 282 | 16.494  | 292.144   | 32 | 3021219 | 31   | 46   | 5.258 | 17,71180 | 0,31878 |
| 46  | 0,00332 | 0,99668 | 96065  | 319 | 15.814  | 275.649   | 31 | 2925013 | 30   | 50   | 5.212 | 17,43120 | 0,32957 |
| 47  | 0,00375 | 0,99625 | 95746  | 359 | 15.155  | 259.836   | 30 | 2829108 | 30   | 55   | 5.161 | 17,14534 | 0,34056 |
| 48  | 0,00423 | 0,99577 | 95386  | 403 | 14.517  | 244.681   | 29 | 2733542 | 29   | 59   | 5.107 | 16,85442 | 0,35175 |
| 49  | 0,00474 | 0,99526 | 94983  | 450 | 13.900  | 230.164   | 28 | 2638357 | 28   | 63   | 5.047 | 16,55861 | 0,36313 |
| 50  | 0,00529 | 0,99472 | 94533  | 500 | 13.302  | 216.264   | 27 | 2543599 | 27   | 68   | 4.984 | 16,25802 | 0,37469 |
| 51  | 0,00587 | 0,99413 | 94033  | 552 | 12.723  | 202.962   | 27 | 2449316 | 26   | 72   | 4.917 | 15,95265 | 0,38644 |
| 52  | 0,00648 | 0,99352 | 93482  | 606 | 12.162  | 190.239   | 26 | 2355559 | 25   | 76   | 4.845 | 15,64253 | 0,39836 |
| 53  | 0,00713 | 0,99287 | 92876  | 662 | 11.618  | 178.077   | 25 | 2262380 | 24   | 80   | 4.769 | 15,32755 | 0,41048 |
| 54  | 0,00781 | 0,99219 | 92214  | 720 | 11.092  | 166.459   | 24 | 2169835 | 24   | 83   | 4.689 | 15,00762 | 0,42278 |
| 55  | 0,00852 | 0,99148 | 91494  | 779 | 10.582  | 155.368   | 23 | 2077981 | 23   | 87   | 4.606 | 14,68253 | 0,43529 |



| Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Hombres |         |         |       |      |        |         |    |          |      |      |       |          |         |
|---|---------|---------|-------|------|--------|---------|----|----------|------|------|-------|----------|---------|
| x   | qx      | px      | lx    | dx   | D(x)   | N(x)    | VM | T(x)     | e(x) | C(x) | M(x)  | a(x)     | A(x)    |
| 56  | 0,00926 | 0,99074 | 90715 | 840  | 10.088 | 144.786 | 22 | 1986877  | 22   | 90   | 4.519 | 14,35210 | 0,44800 |
| 57  | 0,01004 | 0,98996 | 89874 | 902  | 9.610  | 134.698 | 22 | 1896582  | 21   | 93   | 4.430 | 14,01600 | 0,46092 |
| 58  | 0,01089 | 0,98911 | 88972 | 969  | 9.148  | 125.087 | 21 | 1807159  | 20   | 96   | 4.337 | 13,67391 | 0,47408 |
| 59  | 0,01192 | 0,98808 | 88003 | 1049 | 8.700  | 115.939 | 20 | 1718671  | 20   | 100  | 4.241 | 13,32597 | 0,48746 |
| 60  | 0,01312 | 0,98688 | 86954 | 1141 | 8.266  | 107.239 | 19 | 1631192  | 19   | 104  | 4.141 | 12,97371 | 0,50101 |
| 61  | 0,01444 | 0,98556 | 85813 | 1239 | 7.844  | 98.973  | 19 | 1544809  | 18   | 109  | 4.037 | 12,61820 | 0,51468 |
| 62  | 0,01586 | 0,98414 | 84574 | 1342 | 7.433  | 91.130  | 18 | 1459615  | 17   | 113  | 3.928 | 12,25996 | 0,52846 |
| 63  | 0,01741 | 0,98259 | 83233 | 1449 | 7.034  | 83.697  | 17 | 1375712  | 17   | 118  | 3.815 | 11,89911 | 0,54234 |
| 64  | 0,01919 | 0,98082 | 81783 | 1569 | 6.646  | 76.663  | 16 | 1293204  | 16   | 123  | 3.697 | 11,53595 | 0,55631 |
| 65  | 0,02126 | 0,97874 | 80214 | 1705 | 6.267  | 70.017  | 16 | 1212205  | 15   | 128  | 3.574 | 11,17172 | 0,57032 |
| 66  | 0,02364 | 0,97636 | 78509 | 1856 | 5.898  | 63.750  | 15 | 1132844  | 14   | 134  | 3.446 | 10,80838 | 0,58429 |
| 67  | 0,02632 | 0,97368 | 76653 | 2017 | 5.537  | 57.852  | 14 | 1055263  | 14   | 140  | 3.312 | 10,44773 | 0,59816 |
| 68  | 0,02919 | 0,97081 | 74635 | 2178 | 5.184  | 52.314  | 14 | 979618,8 | 13   | 145  | 3.172 | 10,09120 | 0,61188 |
| 69  | 0,03244 | 0,96757 | 72457 | 2350 | 4.839  | 47.130  | 13 | 906072,5 | 13   | 151  | 3.027 | 9,73911  | 0,62542 |
| 70  | 0,03611 | 0,96389 | 70107 | 2531 | 4.502  | 42.291  | 12 | 834790,6 | 12   | 156  | 2.876 | 9,39335  | 0,63872 |
| 71  | 0,04001 | 0,95999 | 67576 | 2704 | 4.173  | 37.789  | 12 | 765949,4 | 11   | 161  | 2.719 | 9,05606  | 0,65169 |
| 72  | 0,04383 | 0,95617 | 64872 | 2843 | 3.852  | 33.616  | 11 | 699725,6 | 11   | 162  | 2.559 | 8,72747  | 0,66433 |
| 73  | 0,04749 | 0,95251 | 62029 | 2946 | 3.541  | 29.764  | 11 | 636275,1 | 10   | 162  | 2.397 | 8,40493  | 0,67673 |
| 74  | 0,05122 | 0,94878 | 59083 | 3026 | 3.243  | 26.223  | 10 | 575719,1 | 10   | 160  | 2.235 | 8,08508  | 0,68904 |
| 75  | 0,05529 | 0,94471 | 56057 | 3100 | 2.959  | 22.980  | 10 | 518149,1 | 9    | 157  | 2.075 | 7,76628  | 0,70130 |
| 76  | 0,06007 | 0,93993 | 52957 | 3181 | 2.688  | 20.021  | 9  | 463642   | 9    | 155  | 1.918 | 7,44880  | 0,71351 |
| 77  | 0,06592 | 0,93408 | 49776 | 3281 | 2.429  | 17.333  | 9  | 412275,2 | 8    | 154  | 1.763 | 7,13536  | 0,72556 |
| 78  | 0,07260 | 0,92741 | 46495 | 3375 | 2.182  | 14.904  | 8  | 364139,6 | 8    | 152  | 1.609 | 6,83111  | 0,73727 |
| 79  | 0,07969 | 0,92031 | 43120 | 3436 | 1.946  | 12.722  | 8  | 319332,4 | 7    | 149  | 1.456 | 6,53905  | 0,74850 |
| 80  | 0,08743 | 0,91257 | 39683 | 3470 | 1.722  | 10.776  | 8  | 277931   | 7    | 145  | 1.307 | 6,25944  | 0,75925 |
| 81  | 0,09545 | 0,90456 | 36214 | 3456 | 1.511  | 9.055   | 7  | 239982,5 | 7    | 139  | 1.162 | 5,99387  | 0,76947 |
| 82  | 0,10369 | 0,89631 | 32757 | 3397 | 1.314  | 7.544   | 7  | 205497   | 6    | 131  | 1.024 | 5,74164  | 0,77917 |
| 83  | 0,11230 | 0,88770 | 29361 | 3297 | 1.132  | 6.230   | 6  | 174438   | 6    | 122  | 893   | 5,50179  | 0,78839 |
| 84  | 0,12112 | 0,87888 | 26063 | 3157 | 967    | 5.098   | 6  | 146726   | 6    | 113  | 770   | 5,27416  | 0,79715 |
| 85  | 0,13010 | 0,86990 | 22907 | 2980 | 817    | 4.131   | 6  | 122241   | 5    | 102  | 658   | 5,05770  | 0,80547 |
| 86  | 0,13932 | 0,86069 | 19926 | 2776 | 683    | 3.314   | 6  | 100824,4 | 5    | 92   | 556   | 4,85115  | 0,81342 |
| 87  | 0,14871 | 0,85129 | 17150 | 2551 | 565    | 2.631   | 5  | 82285,97 | 5    | 81   | 464   | 4,65350  | 0,82102 |
| 88  | 0,15849 | 0,84151 | 14600 | 2314 | 463    | 2.066   | 5  | 66410,81 | 5    | 71   | 383   | 4,46341  | 0,82833 |
| 89  | 0,16871 | 0,83129 | 12286 | 2073 | 374    | 1.603   | 5  | 52967,84 | 4    | 61   | 313   | 4,28032  | 0,83537 |
| 90  | 0,17945 | 0,82055 | 10213 | 1833 | 299    | 1.228   | 5  | 41718,19 | 4    | 52   | 252   | 4,10390  | 0,84216 |
| 91  | 0,19049 | 0,80951 | 8380  | 1596 | 236    | 929     | 4  | 32421,32 | 4    | 43   | 200   | 3,93402  | 0,84869 |
| 92  | 0,20168 | 0,79832 | 6784  | 1368 | 184    | 693     | 4  | 24839,04 | 4    | 36   | 157   | 3,76941  | 0,85502 |
| 93  | 0,21299 | 0,78701 | 5416  | 1154 | 141    | 509     | 4  | 18739,07 | 3    | 29   | 122   | 3,60782  | 0,86124 |
| 94  | 0,22654 | 0,77347 | 4262  | 966  | 107    | 368     | 4  | 13899,96 | 3    | 23   | 93    | 3,44610  | 0,86746 |
| 95  | 0,24116 | 0,75884 | 3297  | 795  | 79     | 261     | 4  | 10120,38 | 3    | 18   | 69    | 3,28903  | 0,87350 |
| 96  | 0,25620 | 0,74380 | 2502  | 641  | 58     | 182     | 3  | 7221,127 | 3    | 14   | 51    | 3,13716  | 0,87934 |
| 97  | 0,27248 | 0,72752 | 1861  | 507  | 41     | 124     | 3  | 5039,881 | 3    | 11   | 37    | 2,98825  | 0,88507 |
| 98  | 0,29016 | 0,70984 | 1354  | 393  | 29     | 82      | 3  | 3432,622 | 3    | 8    | 26    | 2,84222  | 0,89068 |
| 99  | 0,30913 | 0,69088 | 961   | 297  | 20     | 53      | 3  | 2275,279 | 2    | 6    | 18    | 2,69909  | 0,89619 |
| 100   | 0,32983 | 0,67018 | 664   | 219  | 13     | 34      | 3  | 1462,864 | 2    | 4    | 12    | 2,55770  | 0,90163 |
| 101   | 0,35246 | 0,64755 | 445   | 157  | 8      | 20      | 3  | 908,4581 | 2    | 3    | 8     | 2,41729  | 0,90703 |
| 102   | 0,37722 | 0,62278 | 288   | 109  | 5      | 12      | 2  | 541,9436 | 2    | 2    | 5     | 2,27627  | 0,91245 |
| 103   | 0,40621 | 0,59380 | 179   | 73   | 3      | 7       | 2  | 308,1764 | 2    | 1    | 3     | 2,13128  | 0,91803 |
| 104   | 0,44150 | 0,55850 | 107   | 47   | 2      | 4       | 2  | 165,1912 | 2    | 1    | 2     | 1,98138  | 0,92379 |
| 105   | 0,48518 | 0,51482 | 60    | 29   | 1      | 2       | 2  | 82,16733 | 1    | 0    | 1     | 1,82744  | 0,92971 |
| 106   | 0,53934 | 0,46066 | 31    | 17   | 0      | 1       | 2  | 37,098   | 1    | 0    | 0     | 1,67154  | 0,93571 |
| 107   | 0,60607 | 0,39393 | 14    | 9    | 0      | 0       | 2  | 14,72509 | 1    | 0    | 0     | 1,51609  | 0,94169 |
| 108   | 0,68744 | 0,31256 | 6     | 4    | 0      | 0       | 1  | 4,889659 | 1    | 0    | 0     | 1,36250  | 0,94760 |
| 109   | 0,78556 | 0,21445 | 2     | 1    | 0      | 0       | 1  | 1,241363 | 1    | 0    | 0     | 1,20620  | 0,95361 |
| 110   | 1,00000 | 0,00000 | 0     | 0    | 0      | 0       | 1  | 0,186301 | 1    | 0    | 0     | 1,00000  | 0,96154 |

| Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Mujeres |         |         |        |     |         |           |    |           |      |      |      |          |         |
|---|---------|---------|--------|-----|---------|-----------|----|-----------|------|------|------|----------|---------|
| x   | qx      | px      | lx     | dx  | D(x)    | N(x)      | VM | T(x)      | e(x) | C(x) | M(x) | a(x)     | A(x)    |
| 0   | 0,00087 | 0,99913 | 100000 | 87  | 100.000 | 2.472.162 | 82 | 8.227.069 | 82   | 83   | 4917 | 24,72162 | 0,04917 |
| 1   | 0,00026 | 0,99974 | 99913  | 26  | 96.070  | 2.372.162 | 81 | 8.127.026 | 81   | 24   | 4833 | 24,69189 | 0,05031 |
| 2   | 0,00024 | 0,99976 | 99887  | 24  | 92.351  | 2.276.091 | 80 | 8.027.099 | 80   | 22   | 4809 | 24,64600 | 0,05208 |
| 3   | 0,00024 | 0,99976 | 99863  | 24  | 88.778  | 2.183.740 | 79 | 7.927.200 | 79   | 20   | 4788 | 24,59782 | 0,05393 |
| 4   | 0,00023 | 0,99977 | 99839  | 23  | 85.343  | 2.094.962 | 78 | 7.827.325 | 78   | 19   | 4768 | 24,54755 | 0,05586 |
| 5   | 0,00023 | 0,99977 | 99816  | 23  | 82.042  | 2.009.619 | 77 | 7.727.474 | 77   | 18   | 4749 | 24,49511 | 0,05788 |
| 6   | 0,00019 | 0,99981 | 99793  | 19  | 78.868  | 1.927.578 | 76 | 7.627.647 | 76   | 15   | 4730 | 24,44063 | 0,05998 |
| 7   | 0,00016 | 0,99984 | 99774  | 16  | 75.820  | 1.848.710 | 75 | 7.527.844 | 75   | 12   | 4716 | 24,38296 | 0,06219 |
| 8   | 0,00014 | 0,99986 | 99757  | 14  | 72.892  | 1.772.890 | 74 | 7.428.062 | 74   | 10   | 4704 | 24,32222 | 0,06453 |
| 9   | 0,00013 | 0,99987 | 99743  | 13  | 70.078  | 1.699.998 | 73 | 7.328.298 | 73   | 9    | 4694 | 24,25858 | 0,06698 |
| 10  | 0,00013 | 0,99987 | 99730  | 13  | 67.374  | 1.629.920 | 72 | 7.228.548 | 72   | 9    | 4685 | 24,19216 | 0,06953 |
| 11  | 0,00014 | 0,99986 | 99717  | 14  | 64.774  | 1.562.546 | 71 | 7.128.812 | 71   | 9    | 4676 | 24,12303 | 0,07219 |
| 12  | 0,00016 | 0,99985 | 99702  | 15  | 62.274  | 1.497.772 | 70 | 7.029.088 | 71   | 9    | 4667 | 24,05140 | 0,07495 |
| 13  | 0,00017 | 0,99983 | 99687  | 17  | 59.869  | 1.435.498 | 69 | 6.929.378 | 70   | 10   | 4658 | 23,97717 | 0,07780 |
| 14  | 0,00018 | 0,99982 | 99670  | 18  | 57.557  | 1.375.629 | 68 | 6.829.682 | 69   | 10   | 4648 | 23,90025 | 0,08076 |
| 15  | 0,00019 | 0,99981 | 99652  | 19  | 55.333  | 1.318.072 | 67 | 6.730.003 | 68   | 10   | 4638 | 23,82054 | 0,08383 |
| 16  | 0,00021 | 0,99980 | 99633  | 20  | 53.195  | 1.262.738 | 66 | 6.630.341 | 67   | 10   | 4628 | 23,73795 | 0,08700 |
| 17  | 0,00022 | 0,99978 | 99613  | 22  | 51.138  | 1.209.543 | 65 | 6.530.698 | 66   | 11   | 4618 | 23,65231 | 0,09030 |
| 18  | 0,00023 | 0,99977 | 99591  | 23  | 49.161  | 1.158.405 | 64 | 6.431.074 | 65   | 11   | 4607 | 23,56354 | 0,09371 |
| 19  | 0,00025 | 0,99976 | 99568  | 24  | 47.259  | 1.109.244 | 63 | 6.331.472 | 64   | 11   | 4596 | 23,47151 | 0,09725 |
| 20  | 0,00026 | 0,99974 | 99544  | 26  | 45.430  | 1.061.985 | 62 | 6.231.892 | 63   | 11   | 4585 | 23,37609 | 0,10092 |
| 21  | 0,00028 | 0,99973 | 99518  | 27  | 43.672  | 1.016.555 | 61 | 6.132.335 | 62   | 12   | 4573 | 23,27719 | 0,10472 |
| 22  | 0,00029 | 0,99971 | 99490  | 29  | 41.980  | 972.883   | 60 | 6.032.804 | 61   | 12   | 4562 | 23,17465 | 0,10867 |
| 23  | 0,00031 | 0,99969 | 99461  | 31  | 40.354  | 930.902   | 59 | 5.933.299 | 60   | 12   | 4550 | 23,06837 | 0,11275 |
| 24  | 0,00033 | 0,99967 | 99431  | 33  | 38.790  | 890.548   | 58 | 5.833.822 | 59   | 12   | 4538 | 22,95820 | 0,11699 |
| 25  | 0,00035 | 0,99965 | 99398  | 34  | 37.286  | 851.758   | 57 | 5.734.376 | 58   | 12   | 4526 | 22,84400 | 0,12138 |
| 26  | 0,00037 | 0,99963 | 99364  | 37  | 35.839  | 814.472   | 56 | 5.634.960 | 57   | 13   | 4513 | 22,72564 | 0,12594 |
| 27  | 0,00039 | 0,99961 | 99327  | 39  | 34.448  | 778.633   | 55 | 5.535.579 | 56   | 13   | 4501 | 22,60299 | 0,13065 |
| 28  | 0,00041 | 0,99959 | 99288  | 41  | 33.110  | 744.185   | 54 | 5.436.232 | 55   | 13   | 4488 | 22,47587 | 0,13554 |
| 29  | 0,00044 | 0,99956 | 99247  | 44  | 31.824  | 711.074   | 53 | 5.336.923 | 54   | 13   | 4475 | 22,34416 | 0,14061 |
| 30  | 0,00047 | 0,99953 | 99203  | 47  | 30.586  | 679.251   | 52 | 5.237.654 | 53   | 14   | 4461 | 22,20770 | 0,14586 |
| 31  | 0,00050 | 0,99950 | 99157  | 49  | 29.396  | 648.664   | 51 | 5.138.428 | 52   | 14   | 4447 | 22,06635 | 0,15129 |
| 32  | 0,00053 | 0,99947 | 99107  | 53  | 28.251  | 619.268   | 50 | 5.039.246 | 51   | 14   | 4433 | 21,91994 | 0,15693 |
| 33  | 0,00057 | 0,99943 | 99055  | 56  | 27.150  | 591.017   | 49 | 4.940.112 | 50   | 15   | 4419 | 21,76835 | 0,16276 |
| 34  | 0,00061 | 0,99939 | 98998  | 60  | 26.091  | 563.867   | 48 | 4.841.029 | 49   | 15   | 4404 | 21,61138 | 0,16879 |
| 35  | 0,00065 | 0,99935 | 98938  | 64  | 25.072  | 537.776   | 47 | 4.742.001 | 48   | 16   | 4389 | 21,44887 | 0,17504 |
| 36  | 0,00070 | 0,99930 | 98874  | 69  | 24.092  | 512.703   | 46 | 4.643.031 | 47   | 16   | 4373 | 21,28068 | 0,18151 |
| 37  | 0,00075 | 0,99925 | 98805  | 74  | 23.150  | 488.611   | 45 | 4.544.123 | 46   | 17   | 4357 | 21,10664 | 0,18821 |
| 38  | 0,00081 | 0,99919 | 98731  | 80  | 22.243  | 465.461   | 45 | 4.445.281 | 45   | 17   | 4340 | 20,92660 | 0,19513 |
| 39  | 0,00087 | 0,99913 | 98651  | 86  | 21.370  | 443.218   | 44 | 4.346.510 | 44   | 18   | 4323 | 20,74040 | 0,20229 |
| 40  | 0,00094 | 0,99906 | 98565  | 92  | 20.530  | 421.849   | 43 | 4.247.817 | 43   | 19   | 4305 | 20,54787 | 0,20970 |
| 41  | 0,00101 | 0,99899 | 98473  | 100 | 19.722  | 401.319   | 42 | 4.149.205 | 42   | 19   | 4287 | 20,34888 | 0,21735 |
| 42  | 0,00109 | 0,99891 | 98373  | 108 | 18.944  | 381.597   | 41 | 4.050.683 | 41   | 20   | 4267 | 20,14324 | 0,22526 |
| 43  | 0,00119 | 0,99881 | 98265  | 117 | 18.196  | 362.653   | 40 | 3.952.256 | 40   | 21   | 4247 | 19,93077 | 0,23343 |
| 44  | 0,00129 | 0,99871 | 98149  | 126 | 17.475  | 344.457   | 39 | 3.853.933 | 39   | 22   | 4227 | 19,71138 | 0,24187 |
| 45  | 0,00140 | 0,99860 | 98023  | 137 | 16.781  | 326.982   | 38 | 3.755.721 | 38   | 23   | 4205 | 19,48489 | 0,25058 |
| 46  | 0,00152 | 0,99848 | 97886  | 149 | 16.113  | 310.201   | 37 | 3.657.630 | 37   | 24   | 4183 | 19,25118 | 0,25957 |
| 47  | 0,00165 | 0,99835 | 97737  | 162 | 15.470  | 294.087   | 36 | 3.559.670 | 36   | 25   | 4159 | 19,01011 | 0,26884 |
| 48  | 0,00180 | 0,99820 | 97575  | 176 | 14.850  | 278.617   | 35 | 3.461.852 | 35   | 26   | 4134 | 18,76154 | 0,27840 |
| 49  | 0,00197 | 0,99803 | 97399  | 192 | 14.254  | 263.767   | 34 | 3.364.189 | 35   | 27   | 4109 | 18,50535 | 0,28826 |
| 50  | 0,00215 | 0,99785 | 97208  | 209 | 13.678  | 249.513   | 33 | 3.266.693 | 34   | 28   | 4082 | 18,24144 | 0,29841 |
| 51  | 0,00232 | 0,99768 | 96999  | 225 | 13.124  | 235.835   | 32 | 3.169.381 | 33   | 29   | 4053 | 17,96975 | 0,30886 |
| 52  | 0,00252 | 0,99748 | 96773  | 244 | 12.590  | 222.711   | 31 | 3.072.270 | 32   | 31   | 4024 | 17,68966 | 0,31963 |
| 53  | 0,00274 | 0,99726 | 96529  | 264 | 12.075  | 210.121   | 30 | 2.975.374 | 31   | 32   | 3994 | 17,40109 | 0,33073 |
| 54  | 0,00298 | 0,99702 | 96265  | 287 | 11.579  | 198.046   | 29 | 2.878.713 | 30   | 33   | 3962 | 17,10397 | 0,34216 |
| 55  | 0,00326 | 0,99674 | 95978  | 313 | 11.100  | 186.467   | 28 | 2.782.304 | 29   | 35   | 3929 | 16,79822 | 0,35391 |

| Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Mujeres |         |         |       |      |        |         |    |           |      |      |      |          |         |
|---|---------|---------|-------|------|--------|---------|----|-----------|------|------|------|----------|---------|
| x   | qx      | px      | lx    | dx   | D(x)   | N(x)    | VM | T(x)      | e(x) | C(x) | M(x) | a(x)     | A(x)    |
| 56  | 0,00357 | 0,99643 | 95666 | 342  | 10.639 | 175.366 | 28 | 2.686.170 | 28   | 37   | 3894 | 16,48382 | 0,36601 |
| 57  | 0,00395 | 0,99605 | 95324 | 376  | 10.193 | 164.728 | 27 | 2.590.333 | 27   | 39   | 3857 | 16,16093 | 0,37843 |
| 58  | 0,00439 | 0,99561 | 94947 | 417  | 9.762  | 154.535 | 26 | 2.494.821 | 26   | 41   | 3819 | 15,82986 | 0,39116 |
| 59  | 0,00490 | 0,99510 | 94531 | 463  | 9.346  | 144.773 | 25 | 2.399.666 | 25   | 44   | 3777 | 15,49103 | 0,40419 |
| 60  | 0,00549 | 0,99451 | 94067 | 516  | 8.942  | 135.427 | 24 | 2.304.903 | 25   | 47   | 3733 | 15,14490 | 0,41750 |
| 61  | 0,00616 | 0,99384 | 93551 | 576  | 8.551  | 126.485 | 23 | 2.210.578 | 24   | 51   | 3686 | 14,79189 | 0,43108 |
| 62  | 0,00690 | 0,99310 | 92975 | 641  | 8.171  | 117.934 | 22 | 2.116.739 | 23   | 54   | 3636 | 14,43241 | 0,44491 |
| 63  | 0,00771 | 0,99229 | 92334 | 712  | 7.803  | 109.762 | 21 | 2.023.443 | 22   | 58   | 3581 | 14,06674 | 0,45897 |
| 64  | 0,00861 | 0,99139 | 91622 | 789  | 7.445  | 101.960 | 21 | 1.930.753 | 21   | 62   | 3523 | 13,69502 | 0,47327 |
| 65  | 0,00956 | 0,99044 | 90833 | 869  | 7.097  | 94.515  | 20 | 1.838.737 | 20   | 65   | 3462 | 13,31746 | 0,48779 |
| 66  | 0,01057 | 0,98944 | 89964 | 950  | 6.759  | 87.417  | 19 | 1.747.469 | 19   | 69   | 3397 | 12,93385 | 0,50254 |
| 67  | 0,01162 | 0,98838 | 89014 | 1034 | 6.430  | 80.659  | 18 | 1.657.030 | 19   | 72   | 3328 | 12,54372 | 0,51755 |
| 68  | 0,01288 | 0,98712 | 87980 | 1133 | 6.111  | 74.228  | 17 | 1.567.498 | 18   | 76   | 3256 | 12,14663 | 0,53282 |
| 69  | 0,01446 | 0,98554 | 86847 | 1256 | 5.800  | 68.117  | 17 | 1.478.952 | 17   | 81   | 3180 | 11,74372 | 0,54832 |
| 70  | 0,01648 | 0,98352 | 85591 | 1410 | 5.497  | 62.317  | 16 | 1.391.478 | 16   | 87   | 3100 | 11,33742 | 0,56395 |
| 71  | 0,01900 | 0,98100 | 84180 | 1599 | 5.198  | 56.821  | 15 | 1.305.182 | 16   | 95   | 3013 | 10,93102 | 0,57958 |
| 72  | 0,02191 | 0,97809 | 82581 | 1809 | 4.903  | 51.622  | 14 | 1.220.202 | 15   | 103  | 2918 | 10,52830 | 0,59507 |
| 73  | 0,02511 | 0,97489 | 80772 | 2028 | 4.611  | 46.719  | 14 | 1.136.716 | 14   | 111  | 2814 | 10,13142 | 0,61033 |
| 74  | 0,02863 | 0,97137 | 78743 | 2255 | 4.323  | 42.108  | 13 | 1.054.930 | 13   | 119  | 2703 | 9,74131  | 0,62533 |
| 75  | 0,03239 | 0,96762 | 76489 | 2477 | 4.037  | 37.785  | 12 | 975.060   | 13   | 126  | 2584 | 9,35892  | 0,64004 |
| 76  | 0,03641 | 0,96359 | 74012 | 2695 | 3.756  | 33.748  | 12 | 897.332   | 12   | 132  | 2458 | 8,98423  | 0,65445 |
| 77  | 0,04077 | 0,95923 | 71317 | 2908 | 3.480  | 29.992  | 11 | 821.973   | 12   | 136  | 2327 | 8,61734  | 0,66856 |
| 78  | 0,04547 | 0,95453 | 68409 | 3111 | 3.210  | 26.511  | 10 | 749.203   | 11   | 140  | 2190 | 8,25874  | 0,68236 |
| 79  | 0,05062 | 0,94938 | 65299 | 3305 | 2.946  | 23.301  | 10 | 679.238   | 10   | 143  | 2050 | 7,90871  | 0,69582 |
| 80  | 0,05609 | 0,94392 | 61994 | 3477 | 2.690  | 20.355  | 9  | 612.287   | 10   | 145  | 1907 | 7,56813  | 0,70892 |
| 81  | 0,06185 | 0,93815 | 58517 | 3619 | 2.441  | 17.665  | 9  | 548.555   | 9    | 145  | 1762 | 7,23673  | 0,72166 |
| 82  | 0,06794 | 0,93206 | 54897 | 3729 | 2.202  | 15.224  | 8  | 488.228   | 9    | 144  | 1616 | 6,91384  | 0,73408 |
| 83  | 0,07435 | 0,92565 | 51168 | 3804 | 1.973  | 13.022  | 8  | 431.466   | 8    | 141  | 1473 | 6,59868  | 0,74620 |
| 84  | 0,08150 | 0,91850 | 47363 | 3860 | 1.756  | 11.049  | 7  | 378.396   | 8    | 138  | 1332 | 6,29032  | 0,75806 |
| 85  | 0,08918 | 0,91082 | 43503 | 3880 | 1.551  | 9.292   | 7  | 329.103   | 8    | 133  | 1194 | 5,99013  | 0,76961 |
| 86  | 0,09747 | 0,90253 | 39624 | 3862 | 1.359  | 7.741   | 7  | 283.660   | 7    | 127  | 1061 | 5,69786  | 0,78085 |
| 87  | 0,10645 | 0,89355 | 35762 | 3807 | 1.179  | 6.382   | 6  | 242.105   | 7    | 121  | 934  | 5,41341  | 0,79179 |
| 88  | 0,11623 | 0,88377 | 31955 | 3714 | 1.013  | 5.203   | 6  | 204.440   | 6    | 113  | 813  | 5,13677  | 0,80243 |
| 89  | 0,12689 | 0,87311 | 28241 | 3584 | 861    | 4.190   | 6  | 170.628   | 6    | 105  | 700  | 4,86803  | 0,81277 |
| 90  | 0,13858 | 0,86142 | 24657 | 3417 | 723    | 3.330   | 5  | 140.596   | 6    | 96   | 595  | 4,60740  | 0,82279 |
| 91  | 0,15119 | 0,84881 | 21240 | 3211 | 599    | 2.607   | 5  | 114.230   | 5    | 87   | 498  | 4,35523  | 0,83249 |
| 92  | 0,16508 | 0,83492 | 18029 | 2976 | 489    | 2.008   | 5  | 91.384    | 5    | 78   | 411  | 4,11099  | 0,84189 |
| 93  | 0,18040 | 0,81960 | 15053 | 2716 | 392    | 1.520   | 4  | 71.867    | 5    | 68   | 334  | 3,87512  | 0,85096 |
| 94  | 0,19735 | 0,80265 | 12337 | 2435 | 309    | 1.128   | 4  | 55.457    | 4    | 59   | 266  | 3,64828  | 0,85968 |
| 95  | 0,21613 | 0,78387 | 9902  | 2140 | 239    | 819     | 4  | 41.902    | 4    | 50   | 207  | 3,43140  | 0,86802 |
| 96  | 0,23697 | 0,76303 | 7762  | 1839 | 180    | 580     | 3  | 30.930    | 4    | 41   | 157  | 3,22585  | 0,87593 |
| 97  | 0,25806 | 0,74194 | 5923  | 1528 | 132    | 400     | 3  | 22.248    | 4    | 33   | 117  | 3,03381  | 0,88332 |
| 98  | 0,28024 | 0,71976 | 4394  | 1231 | 94     | 268     | 3  | 15.560    | 4    | 25   | 84   | 2,85085  | 0,89035 |
| 99  | 0,30468 | 0,69532 | 3163  | 964  | 65     | 174     | 3  | 10.550    | 3    | 19   | 58   | 2,67432  | 0,89714 |
| 100   | 0,33163 | 0,66837 | 2199  | 729  | 44     | 109     | 3  | 6.906     | 3    | 14   | 39   | 2,50431  | 0,90368 |
| 101   | 0,36136 | 0,63864 | 1470  | 531  | 28     | 66      | 2  | 4.342     | 3    | 10   | 25   | 2,34074  | 0,90997 |
| 102   | 0,39417 | 0,60583 | 939   | 370  | 17     | 38      | 2  | 2.606     | 3    | 7    | 16   | 2,18334  | 0,91603 |
| 103   | 0,43037 | 0,56963 | 569   | 245  | 10     | 20      | 2  | 1.482     | 3    | 4    | 9    | 2,03137  | 0,92187 |
| 104   | 0,47152 | 0,52848 | 324   | 153  | 5      | 10      | 2  | 791       | 2    | 2    | 5    | 1,88301  | 0,92758 |
| 105   | 0,51920 | 0,48080 | 171   | 89   | 3      | 5       | 2  | 391       | 2    | 1    | 3    | 1,73770  | 0,93317 |
| 106   | 0,57495 | 0,42505 | 82    | 47   | 1      | 2       | 2  | 175       | 2    | 1    | 1    | 1,59567  | 0,93863 |
| 107   | 0,64035 | 0,35966 | 35    | 22   | 1      | 1       | 1  | 69        | 2    | 0    | 0    | 1,45747  | 0,94394 |
| 108   | 0,71694 | 0,28306 | 13    | 9    | 0      | 0       | 1  | 23        | 2    | 0    | 0    | 1,32286  | 0,94912 |
| 109   | 0,80631 | 0,19369 | 4     | 3    | 0      | 0       | 1  | 6         | 2    | 0    | 0    | 1,18624  | 0,95438 |
| 110   | 1,00000 | 0,00000 | 1     | 1    | 0      | 0       | 1  | 1         | 2    | 0    | 0    | 1,00000  | 0,96154 |

# La Autora

## Títulos de Post grado

- Especialización en Dirección de Empresas de Salud, dictado en sede de la Universidad Austral, modulo nacional, desde el 29 de mayo de 1997 hasta el 3 de octubre de 1997. **Programa DIRES. -**
- Especialización en Dirección de Empresas de Salud, modulo internacional, dictado en sede del IESE (Instituto de Estudios Superiores de España), Barcelona, dependiente de la UNIVERSIDAD DE NAVARRA (España), entre los días 18 y 24 de octubre de 1997. **Programa DIRES. -**
- **Maestría Internacional en Gestión Actuarial de la Seguridad Social”:** dictada por Centro Iberoamericano de Estudios de la Seguridad Social (CIESS - México)-Universidad de Buenos Aires (UBA – Argentina): Finalizada diciembre 2013. Tesis aprobada el 18 de diciembre de 2014, calificación obtenida “Distinguido” (8). -
- **Especialización en Evaluación Universitaria:** dictado por la Universidad de Buenos Aires. Desarrollado entre los años 2019 y 2020. 384 horas. Aprobado. Pendiente de exposición del Trabajo Final Integrador.

## Títulos de Grado

- **Contador Público:** Otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). -
- **Licenciado en Administración:** Otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). -

## Actividad Docente

- Profesor Titular Ordinario con Dedicación Simple desde el 27-09-05 en la asignatura “Matemática Para Decisiones Empresarias” en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP y con extensión a Semi dedicación desde el 12-05-2010 a la fecha. -
- Profesor titular por concurso de la Universidad Nacional de Quilmes, (UNQ) modalidad virtual, de la asignatura Matemática de las Operaciones Financieras, desde abril de 2009 a la fecha.

-

- Profesor del Post Grado “Maestría en Gestión de Salud Pública” en la Facultad de Ciencias Médicas de la UNLP, cohortes 2017-2018 y 2021-2022
- Docente de la Escuela de Negocios de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, para el curso de mandos intermedios del Banco Nación, para la asignatura Análisis Financiero, ciclo académico 2018, 2019 y 2022.-

### Distinciones – Premios

- Participante del curso “SIMULACIÓN BURSÁTIL” dictado en la Bolsa de Comercio de la ciudad de La Plata, durante los meses de mayo y junio de 2.000, obteniendo el **Primer Premio** del mismo. -
- Coordinador General del Equipo de Investigaciones que presentó el trabajo denominado “Evaluación de proyectos de inversión: Mejorando el análisis tradicional: Matemática Borrosa y opciones reales” obteniendo el **Premio José Fernando Carrizo**, en las XXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, desarrolladas en la sede de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, durante los días 10 a 12 de octubre de 2002.-
- Coordinador y Tutor del trabajo denominado “Marketing Japonés” presentado al Congreso de ADENAG, que obtuviera el **Premio “Prof. Kasilari”**, edición 2004.-
- Coordinador General del Equipo de Investigaciones que presentó el trabajo denominado “Duration, Convexity e Inmunización” obteniendo el **Premio José Fernando Carrizo**, en las XXVII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, desarrolladas en la sede de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Pampa, durante los días 14,15 y 16 de octubre de 2006.-
- Coordinador de los trabajos: “Cobertura mediante Futuros y Opciones” y “Coberturas de los Riesgos Agrícolas mediante estrategias combinadas” que obtuvieran el **segundo y primer premio** respectivamente, en el concurso **Centenario** que organizara el Mercado a Término de Buenos Aires (MATba), en septiembre de 2007.-

### Actividad Profesional

- Integrante de la Junta Directiva del Instituto de Postgrado e Investigación Técnica del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, desde el año 2002 a la fecha.
- Presidente de la Delegación La Plata del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, desde el 17-11-2003 al 14-11-2007.-
- Desempeño de la profesión en Ciencias Económicas de manera independiente en Estudio Profesional propio.
- Socio Fundador en la categoría de Miembro Pleno de la Asociación de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (APUMF). -
- Socio de la Bolsa de Comercio de La Plata. -

**Miembro de Jurados (Tesis - Concursos - Otros)**

- Jurado docente titular en los concursos para la cobertura de cargos de Jefe de Trabajos Prácticos, Auxiliar docente, Ayudante diplomado y profesor Adjunto de las cátedras: **Matemática Financiera y Matemática Para las decisiones Empresarias**, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. -
- Jurado evaluador del XV° Congreso Nacional de Ciencias Económicas, llevado a cabo en la ciudad de Salta, entre los días 20 a 23 de octubre 2004.-
- Miembro del Comité Técnico de la carrera de Post Grado “Especialización en Contabilidad Superior y Auditoría”, que se dictara por convenio entre el Consejo Profesional de Ciencias Económicas –Delegación La Plata- y la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. Aprobada por Disposición Resolutiva Consejo Superior de la UNLP N°32/08
- Jurado evaluador del Concurso de Investigación del Bicentenario, llevado a cabo en el marco de las Primeras Jornadas de Matemática para Decisiones Empresarias, llevado a cabo en la ciudad de La Plata, el 30-10-2010.-
- Jurado evaluador del Concurso de Investigación del Bicentenario, llevado a cabo en el marco de las Segundas Jornadas de Matemática para Decisiones Empresarias, llevado a cabo en la ciudad de La Plata, el 31-10-2011.-
- Jurado Titular de la Comisión Asesora para la provisión de cargo docente del Área: “Licenciatura en Comercio Internacional.” Campo Curricular: “Evaluación de Proyectos de Inversión.” Cargo: “Profesor Adjunto.” Perfil: “Docencia y Desarrollo Profesional.” Ref. 59. Realizado el 28-09-2011. Universidad Nacional de Quilmes.
- Jurado Titular de la Comisión Asesora para la provisión de cargo docente del Área: “Licenciatura en Comercio Internacional.” Campo Curricular: “Evaluación de Proyectos de Inversión.” Cargo: “Profesor Titular.” Perfil: “Docencia y Desarrollo Profesional.” Ref. 60. Realizado el: 28-09-2011. Universidad Nacional de Quilmes.
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Jefe de Auxiliares Docentes de la asignatura Contabilidad VII (Análisis de los Estados Contables), de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, llevado a cabo el 30 de junio de 2015, que tramitara por Expediente N° 0900-003224/15. Resolución Consejo Directivo FCE N° 327/15.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor Adjunto de la asignatura Matemática Para Decisiones Empresarias, de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, llevado a cabo el 10 de julio de 2015, que tramitara por expediente 0900-003242/15.- Resolución Consejo Directivo FCE N° 330/15.
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2017, Modalidad I, marzo de 2017.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Titular, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 6499/2017.-

- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Asociado, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución C.S N° 7969/2017.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 106/2018
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 109/2018
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2018, Modalidad II, marzo de 2018. Tema: “Aplicación de los conceptos y principales técnicas prospectivas en el análisis de inversión y actores económicos”.
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 2019-1855-E-UBA-REC.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 2019-95-E-UBA-REC.-
- Jurado docente suplente para la cobertura de cargo de Profesor Titular con dedicación simple, en la asignatura Administración Financiera de las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos. Resolución del C.D N° 187/2019 del 30 de mayo de 2019.
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2020, Modalidad I, desde marzo de 2020.-
- Evaluadora de la propuesta de material didáctico para la asignatura “Matemáticas” en el Comité Editorial designado por la Secretaría de Educación Virtual de la Universidad Nacional de Quilmes. Julio de 2020.-
- Jurado Evaluador Carpeta de Trabajo de la asignatura “Matemáticas” de la Tecnicatura Universitaria en Ciencias Empresariales - Departamento de Economía y Administración. Dictamen emitido en julio del 2020.
- Jurado calificador de la Primera Edición del Premio Consejo – Delegación Lomas de Zamora: “El rol del profesional en Ciencias Económicas en el Siglo XXI”. Diciembre 2020
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargo de Profesor regular Titular, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. - Expediente EX-2020-02182340-UBA-DME#FCE. Resolución CS N° 13-2021
- Jurado docente suplente del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS-2021-482-E-UBA-REC

- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto del grupo de asignaturas del Área Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. EX-2021-02137924- UBA-DME#FCE.

### **Libros publicados**

- **Libro: “Decisiones Empresarias – Aplicaciones de Cálculo Financiero e Investigación de Operaciones”**. Editorial Osmar Buyatti (2008), 2ª Edición septiembre 2010.- ISBN N°: 978-987-1577-37-8
- **Libro: “Aplicaciones Prácticas de Cálculo Financiero e Investigación de Operaciones”** en coautoría con los integrantes de la cátedra Matemática para Decisiones Empresarias, editado por Librería Haber en julio de 2008, 2ª Edición julio 2010, 3º Edición 2013, 3º Edición corregidas 2015 y 2018.- ISBN: 978- 987- 95643- 32.
- **Libro: “Introducción a las Criptomonedas”**, en coautoría con el el Esp. Máximo de Oliveira y el Mg. Mario Cittadini. Publicado por la Editorial Académica Europea. Primera Edición septiembre 2019 (Registro N°: 90012088472) y por la Universidad Nacional de La Plata. Se puede consultar en el repositorio SEDICI: [www.sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/74074](http://www.sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/74074).

Ha participado de numerosos congresos, seminarios y jornadas como expositor de trabajos y conferencista.

Cuenta además, con numerosas publicaciones de trabajos en diferentes revistas y sitios de interés, en el país y en el exterior.



Buzzi, Ana María

Cálculo actuarial del seguro de personas : nociones fundamentales / Ana María Buzzi ; prólogo de Leticia Martínez Martiñon. - 1a ed. - La Plata : Universidad Nacional de La Plata ; EDULP, 2022.

Libro digital, PDF - (Libros de cátedra)

Archivo Digital: descarga  
ISBN 978-950-34-2182-6

1. Seguros. I. Martínez Martiñon, Leticia, prolog. II. Título.  
CDD 332.38

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP

Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata  
48 N.º 551-599 / La Plata B1900AMX / Buenos Aires, Argentina  
+54 221 644 7150  
edulp.editorial@gmail.com  
www.editorial.unlp.edu.ar

Edulp integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2022  
ISBN 978-950-34-2182-6  
© 2022 - Edulp

**S**  
sociales

  
Edulp  
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA