Libros de Cátedra

Ejercicios de Finanzas Públicas

Diego Fernández Felices, Mariela Pistorio
y Francisco Pizzi

FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS

S
sociales

edulp
Editorial
de la Universidad
de La Plata

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

Ejercicios de Finanzas Públicas

Diego Fernández Felices
Mariela Pistorio
Francisco Pizzi

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de La Plata

Índice general

Introducción

Este libro tiene como objetivo el desarrollo de ejercicios prácticos como complemento del estudio de los temas teorícos de un curso introductorio de finanzas públicas[1]. Los conocimientos analíticos previos para la solución de los ejercicios no van más allá de conceptos básicos de cálculo, principalmente ligados a la obtención de condiciones de primer orden para hallar el extremo de una función. Si bien las soluciones a los ejercicios a lo largo del texto hacen frecuente mención a los conceptos o temas teóricos relacionados al tema, en ningún sentido este texto debe utilizarse como sustituto de la lectura de los textos y bibliografía de base sobre el tema. En particular, se recomienda enfáticamente la lectura previa de algunos de los siguientes textos para profundizar en los conceptos aquí abordados:

- Rosen, H. (2008). Hacienda Pública. 7^{ma} edición, McGraw-Hill/Interamericana de España, Madrid.
- Musgrave, R. y P. Musgrave (1997). Hacienda Pública Teórica y Aplicada, Quinta Edición, Mc Graw Hill / Interamericana de España, Madrid.
- Stigliz, J. y J. Rosengard (2016). La Economía del Sector Público, 4^{ta} edición, Antoni Bosch, Barcelona.

A su vez, se asume que el lector posee los conocimientos desarrollados en un curso inicial de microeconomía y macroeconomía de las carreras de grado ligadas a las ciencias económicas. Para su consulta sugerimos la lectura de:

- Varian, H. (2011). Microeconomía Intermedia, un Enfoque Actual. 7^{ma} Edición, Antoni Bosch. Barcelona. (Para profundizar en alguno de los conceptos de microeconomía aquí explicados).
- Mankiw, N. (2014). Macroeconomía. 8^{va} edición, Antoni Bosch. Barcelona. (Para profundizar en alguno de los conceptos de macroeconomía abordados, en particular en el capítulo 10).

Resulta útil realizar una breve descripción de los conceptos incluidos en los ejercicios para cada capítulo del libro:

- Capítulo 1: abarca aspectos metodológicos e instrumentales básicos utilizados en cualquier curso de esta disciplina: el uso de la función de bienestar social como función objetivo de una sociedad, ligado a los sub-objetivos de eficiencia de Pareto y equidad distributiva; la idea básica del tamaño y crecimiento del sector público de un país; así como la construcción y uso del esquema Ahorro-Inversión-Financiamiento para encontrar el resultado financiero, primario y económico surgidos de las cuentas públicas.

[1]Los contenidos del libro responden casi en su totalidad al material desarrollado en las clases prácticas del curso de Finanzas Públicas dictado en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del La Plata.

- Capítulo 2: introduce el estudio de dos de las fallas de mercado más estudiadas en este tipo de cursos: las externalidades y los bienes públicos. En cuanto a estos últimos, se aborda la cuestión de la provisión eficiente de los mismos y la ineficiencia de la provisión privada debido al problema del *free riding*. En lo que respecta a las externalidades, se aborda el caso de las externalidades negativas en la producción y las externalidades por congestión, y se discute tanto la solución privada ligada a la negociación (vinculada al teorema de Coase) como la solución intervencionista ligada a los impuestos Pigouvianos.

- Capítulo 3: aborda la toma de decisiones colectivas o sociales mediante distintos esquemas, evaluando en particular la votación por mayoría, el bienestar resultante de esta en distintos contextos y la posibilidad de voto estratégico. Se exploran además otros conceptos como la ley de Wagner, el modelo de burocracia de Niskanen, la obtención de rentas por parte de grupos de interés y el teorema de la imposibilidad de Arrow.

- Capítulo 4: analiza los conceptos de distribución del ingreso, redistribución y programas sociales. Se discute el cómputo del indicador más utilizado para medir la desigualdad en la distrubución del ingreso nacional (el coeficiente de Gini), junto con la contrucción de la curva de Lorenz. Se explora también el concepto de redistribución en función de distintas funciones de bienestar social reperesentanto diferentes visiones acerca de la cuestión distributiva. En cuanto a los programas sociales, se evalúan las modificaciones en las decisiones de los individuos ante distintos programas de asistencia por parte del gobierno.

- Capítulo 5: se profundiza en los diferentes seguros sociales. En este sentido se introducen en los ejercicios algunos conceptos necesarios para su estudio, como el de utilidad esperada, aversión al riesgo y el equivalente de certeza. A su vez, se analizan los dos fenómenos más conocidos en presencia de situaciones de información asimétrica en una economía: el *riesgo moral* y la *selección adversa*. Los últimos ejercicios del capítulo tratan sobre los esquemas jubilatorios como una clase particular de seguro en el contexto de las decisiones intertemporales de los individuos.

- Capítulo 6: introduce el uso de la evaluación de proyectos de inversión, ligado a los conceptos de valor presente neto y tasa interna de retorno. Se analiza también la provisión de bienes y fijación de precios bajo condiciones de monopolio natural, así como en casos de empresas públicas con tamaño de planta fijo en el corto plazo.

- Capítulo 7: se analizan dos de los conceptos más importantes ligados a los esquemas impositivos: la incidencia tributaria y la carga excedente de los impuestos y subsidios distorsivos, tanto en mercados competitivos como monópolicos. En los distintos ejercicios desarrollados se consideran tanto los impuestos ligados a mercados de bienes como de factores productivos. Se discute también la idea de progresividad, neutralidad y regresividad de los sistemas impositivos, así como la diferencias entre impuestos ad-valorem y por unidad.

- Capítulo 8: se aborda el problema del diseño de impuestos óptimos desde la perspectiva de un gobierno interesado en aspectos de eficiencia (minimización de la carga excedente de un esquema de impuestos distorsivos) y la equidad distributiva. Se introduce el concepto de curva de Laffer asociado a un gobierno interesado en maximizar su recaudación. También se introduce el estudio de impuestos intertemporales y la comparación de diferentes esquemas de imposición en una o varias etapas del proceso de producción y comercialización de los bienes (impuestos a las ventas, IVA, ingresos brutos, etc).

- Capítulo 9: Se discuten algunos de los aspectos importantes ligados a los sistemas federales de gobierno y a la provisión de bienes públicos locales: la teoría de los clubes (como analogía del problema de los gobiernos subnacionales eligiendo la provisión óptima de bienes publicos locales y el número óptimo de miembros de su jurisdicción), el modelo de Tiebout, el teorema de descentralización de Oates y la competencia tributaria entre niveles de gobierno. Se evalúan también diferentes mecanismos de transferencias verticales entre niveles de gobierno en estructuras federales.

- Capítulo 10: En este último capítulo se introduce la idea del financiamiento público a través del déficit (con énfasis en la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno) y el concepto de *Equivalencia Ricardiana*. También se incluyen ejercicios para analizar los efectos de las políticas públicas desde la macroeconomía, utilizando el modelo *IS-LM* estudiado en los cursos básicos sobre el tema.

  Los autores aclaran que las figuras y tablas presentadas en el libro son de elaboración propia a menos que se indique lo contrario, donde se detalla la fuente respectivamente.

Capítulo 1

Aspectos metodológicos, instrumentales y descriptivos del sector público

Ejercicio 1.1. Maximización del bienestar social

Ana y Luis son los únicos integrantes de una pequeña sociedad cuya función de bienestar social viene dada por:

$$W = U^A + U^L \tag{1.1}$$

donde U^A y U^L son las utilidades de Ana y Luis, respectivamente.

(a) Representar gráficamente las curvas de indiferencia social. Describir la importancia relativa que en este caso se asigna al bienestar de cada persona en la sociedad.

(b) Repetir el análisis del inciso anterior suponiendo que la función de bienestar social es ahora:

$$W = 2U^A + U^L \tag{1.2}$$

(c) Suponer que la frontera de posibilidades de utilidad tiene la forma representada en la Figura 1.1. Mostrar en el gráfico que el óptimo para la sociedad será diferente de acuerdo a si la función de bienestar social es la representada en (a) o en (b).

Respuesta

(a) Dado que las curvas de indiferencia social representan combinaciones de niveles de utilidad individuales que brindan un nivel de bienestar social constante, es posible hallar una expresión matemática para una cierta curva de indiferencia suponiendo un nivel fijo de bienestar social y resolviendo para la utilidad de uno de los dos individuos. Para un nivel de bienestar social dado W^0, se tiene a partir de (1.1):

$$U^L = W^0 - U^A \tag{1.3}$$

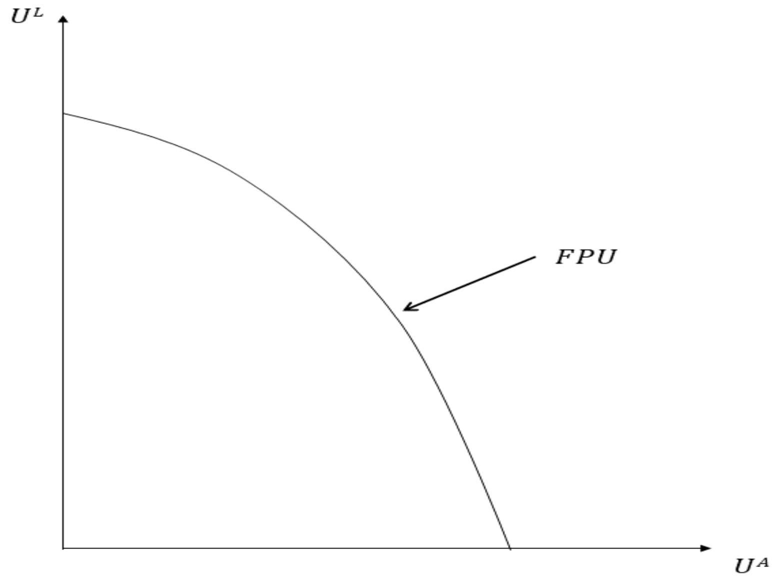

Figura 1.1: Frontera de posibilidades de utilidad.

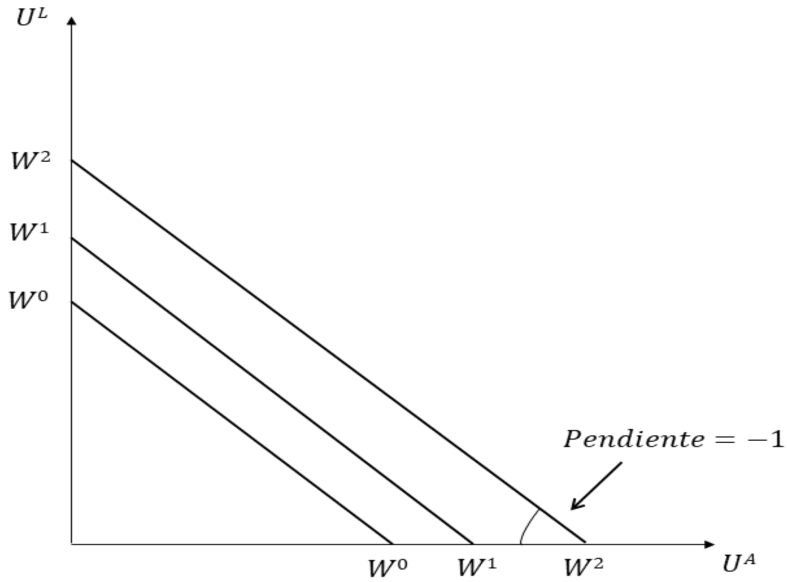

Figura 1.2: Curvas de indiferencia social, caso $W = U^A + U^L$.

La expresión (1.3) es una recta con ordenada al origen igual al nivel de bienestar social elegido (W^0) y pendiente constante e igual a -1. Repitiendo lo anterior para distintos niveles de bienestar social se puede obtener el mapa de curvas de indiferencia social. Observar la Figura 1.2, en donde se supone que $W^2 > W^1 > W^0$.

Nótese que, en este caso, la sociedad pondera de igual modo cambios en la utilidad para ambos individuos. Esto es:

$$\frac{\partial W}{\partial U^A} = \frac{\partial W}{\partial U^L} = 1 \tag{1.4}$$

(b) En este caso la expresión correspondiente a la curva de indiferencia social con nivel de bienestar social W^0 será:

$$U^L = W^0 - 2U^A \tag{1.5}$$

Observando la Figura 1.3, las curvas de indiferencia social tendrán ahora pendiente constante e igual a -2. Esto implica que la sociedad está dispuesta a sacrificar dos unidades de utilidad de Luis para darle una unidad extra de utilidad a Ana. Esta sociedad le asigna una mayor ponderación a un cambio marginal de la utilidad de Ana que a un cambio marginal de la utilidad de Luis. Esto es:

$$\frac{\partial W}{\partial U^A} = 2 > \frac{\partial W}{\partial U^L} = 1 \tag{1.6}$$

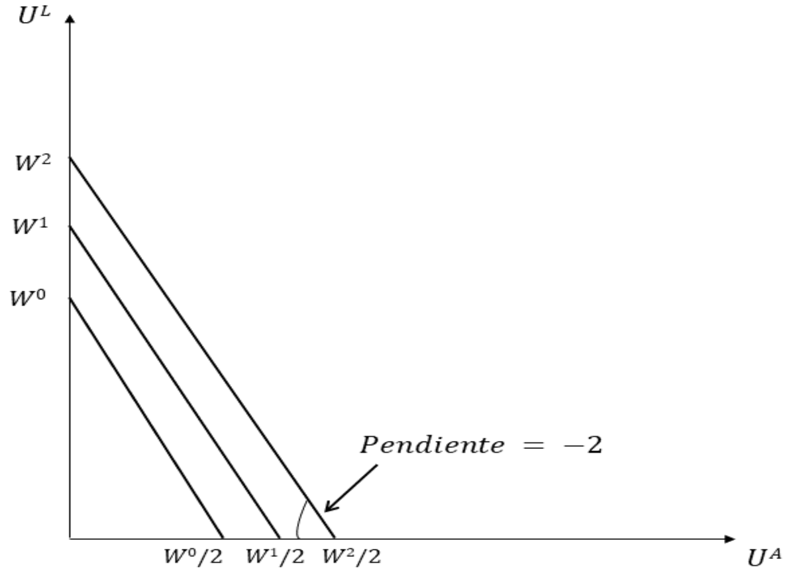

Figura 1.3: Curvas de indiferencia social, caso $W = U^A + 2U^L$.

(c) En el caso de las preferencias del inciso (a), la solución al problema del máximo del bienestar está en el punto A (ver Figura 1.4). En el caso de las preferencias del inciso (b), la solución es diferente y se halla en el punto B (ver Figura 1.5). Comparando ambas soluciones, la distribución de utilidades que maximiza el bienestar será más favorable a Ana en el caso (b) que en el caso (a), lo cual se relaciona con las ponderaciones diferentes asignadas a las utilidades de los individuos en ambas funciones de bienestar social.

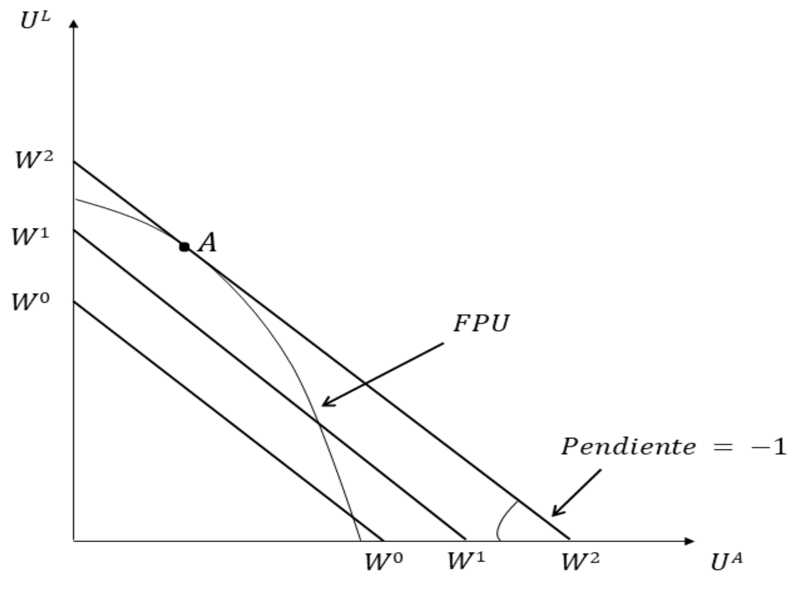

Figura 1.4: Maximización del bienestar, caso $W = U^A + U^L$.

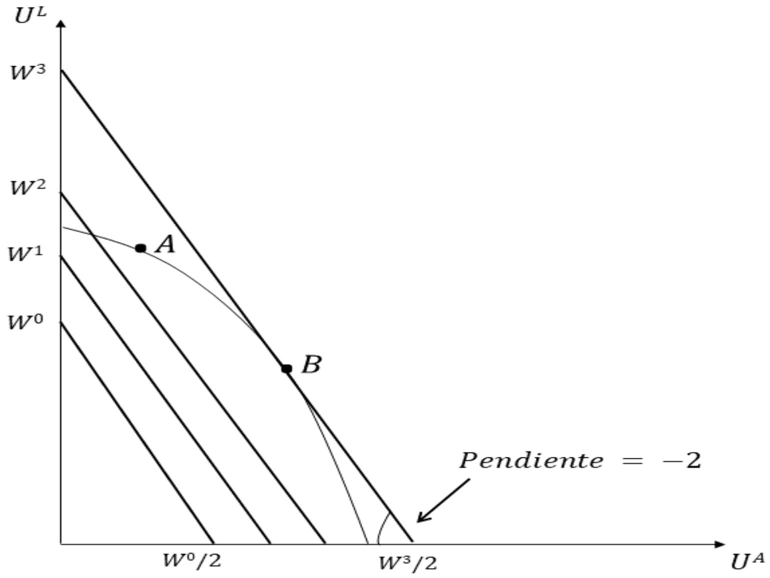

Figura 1.5: Maximización del bienestar, caso $W = U^A + 2U^L$.

Ejercicio 1.2. Eficiencia en el consumo

Arturo y Betina poseen las siguientes funciones de utilidad del consumo de dos bienes 1 y 2 (x_1 y x_2):

$$\begin{aligned} U^A &= ln(x_1^A) + ln(x_2^A) \\ U^B &= ln(x_1^B) + ln(x_2^B) \end{aligned} \tag{1.7}$$

(a) Obtener la expresión para la tasa marginal de sustitución entre bienes para cada uno de los individuos.

(b) ¿Qué condición se debe satisfacer para que una asignación del consumo de los dos bienes entre individuos sea eficiente? Obtener dicha condición a partir de lo encontrado en el inciso anterior.

(c) Representar gráficamente la caja de Edgeworth de esta economía, suponiendo que existen 2 unidades del bien 1 y 3 unidades del bien 2 disponibles para el consumo.

(d) A partir de lo hallado en (b) y (c) encontrar una expresión para la curva de contrato de esta economía. Representar en el gráfico de la caja de Edgeworth.

Respuesta

(a) La tasa marginal de sustitución para Arturo puede obtenerse a partir del cociente de las utilidades marginales del consumo para ambos bienes. Su utilidad marginal por el bien 1 será (utilizando 1.7):

$$\frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} = \frac{1}{x_1^A} \tag{1.8}$$

Similarmente, la utilidad marginal de Arturo por el bien 2 será:

$$\frac{\partial U^A}{\partial x_2^A} = \frac{1}{x_2^A} \tag{1.9}$$

Combinando (1.8) y (1.9), la tasa marginal de sustitución para Arturo será:

$$TMS_{12}^{A} = \frac{\frac{\partial U^A}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial U^A}{\partial x_2^A}} = \frac{x_2^A}{x_1^A} \tag{1.10}$$

Siguiendo el mismo procedimiento, la expresión para la tasa marginal de sustitución correspondiente a Betina será:

$$TMS_{12}^{B} = \frac{\frac{\partial U^B}{\partial x_1^B}}{\frac{\partial U^B}{\partial x_2^B}} = \frac{x_2^B}{x_1^B} \tag{1.11}$$

(b) Una asignación eficiente en el consumo se dará cuando:

$$TMS_{12}^{A} = TMS_{12}^{B} \tag{1.12}$$

Utilizando lo obtenido en el inciso anterior, esto implica que:

$$\frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} \tag{1.13}$$

La asignación eficiente en este caso exige que el cociente del consumo entre ambos bienes se iguale para ambos individuos.

(c) La Figura 1.6 representa la caja de Edgeworth para una economía con 2 unidades disponibles del bien 1 ($x_1 = 2$) y 3 unidades disponibles del bien 2 ($x_2 = 3$).

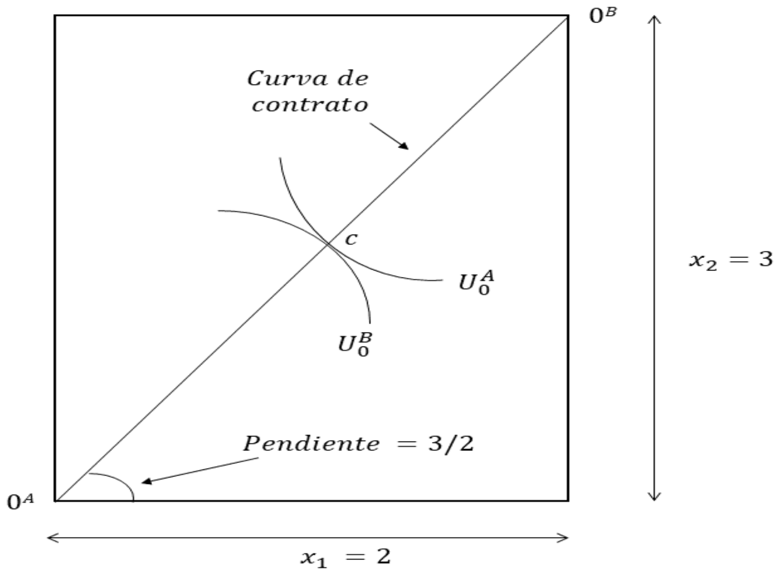

Figura 1.6: Curva de contrato, caso $U^A = ln(x_1^A) + ln(x_2^A)$, $U^B = ln(x_1^B) + ln(x_2^B)$.

(d) Teniendo en cuenta que existen 2 unidades del bien 1 en la economía, se debe satisfacer la restricción:

$$x_1^A + x_1^B = 2 \tag{1.14}$$

O:

$$x_1^B = 2 - x_1^A \tag{1.15}$$

Similarmente, dado que existen 3 unidades disponibles del bien 2, se deberá cumplir que:

$$x_2^A + x_2^B = 3 \tag{1.16}$$

O:

$$x_2^B = 3 - x_2^A \tag{1.17}$$

La curva de contrato está dada por todos los valores de x_1^A y x_2^A que satisfacen:

$$\frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{3 - x_2^A}{2 - x_1^A} \tag{1.18}$$

Notar que la primera igualdad en (1.18) corresponde a la condición de eficiencia descripta en el inciso (b), mientras que la segunda igualdad hace uso de las restricciones (1.15) y (1.17). Simplificando (1.18), se obtiene la expresión para la curva de contrato:

$$x_2^A = \frac{3}{2}x_1^A \tag{1.19}$$

La curva de contrato en este caso será una recta con pendiente igual a 3/2 en la caja de Edgeworth. La Figura 1.6 representa dicha curva. Notar que en el punto c, situado sobre la curva de contrato, las curvas de indiferencia para ambos individuos son tangentes, lo que implica la igualación de ambas tasas marginales de sustitución en el consumo.

Ejercicio 1.3. Eficiencia de Pareto en una economía de intercambio puro

Suponer una economía de caja de Edgeworth (intercambio puro) compuesta por los individuos A y B. En esta economía solo se puede consumir dos bienes: pan (P) y gaseosa (G). Suponer que existen 10 unidades de gaseosa y 10 unidades de pan disponibles para el consumo.

(a) Construir la caja de Edgeworth para esta economía e identificar el conjunto de asignaciones Pareto óptimas, sabiendo que las funciones de utilidad de ambos individuos son de la forma $U = P + G$.

(b) Repetir lo anterior para el caso en el que el individuo A sigue valorando cada unidad de pan de igual modo que una unidad de gaseosa, pero el individuo B valora cada unidad de pan como dos unidades de gaseosa.

(c) Repetir lo anterior bajo el caso en el que el individuo A sigue valorando cada unidad de pan de igual modo que una unidad de gaseosa, pero el individuo B tiene una función de utilidad dada por $U = min\{P, G\}$.

Respuesta

(a) La Figura 1.7 representa la Caja de Edgeworth para el caso con diez unidades de cada bien y preferencias idénticas para ambos individuos, quienes estarán dispuestos a sustituir los bienes a tasa 1 a 1. Notar que para cualquier punto elegido dentro de la caja, incluyendo los lados de la misma, no resulta posible aumentar la utilidad de uno de los individuos sin a la vez reducir la utilidad del otro. Esto implica que todos los puntos dentro de la caja de Edgeworth representan asignaciones Pareto óptimas.

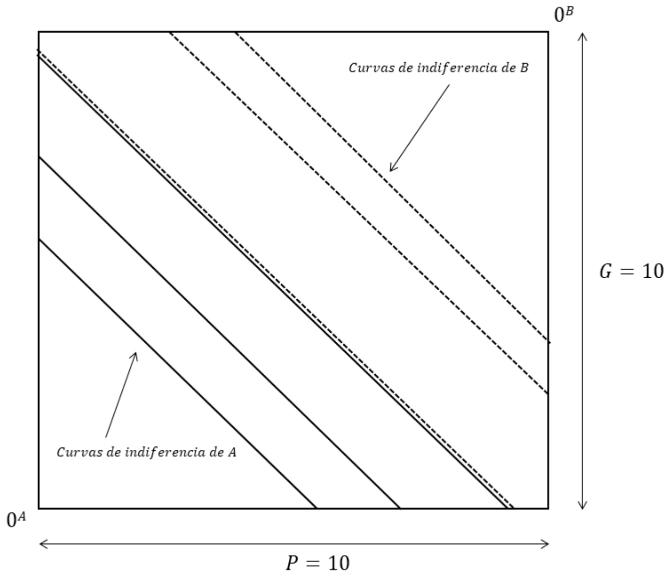

Figura 1.7: Asignaciones Pareto eficientes, caso $U^h = P^h + G^h$, $h = A, B$.

(b) Las funciones de utilidad correspondientes a este caso serán:

$$
\begin{aligned}
U^A &= P^A + G^A \\
U^B &= 2P^B + G^B
\end{aligned}
\tag{1.20}
$$

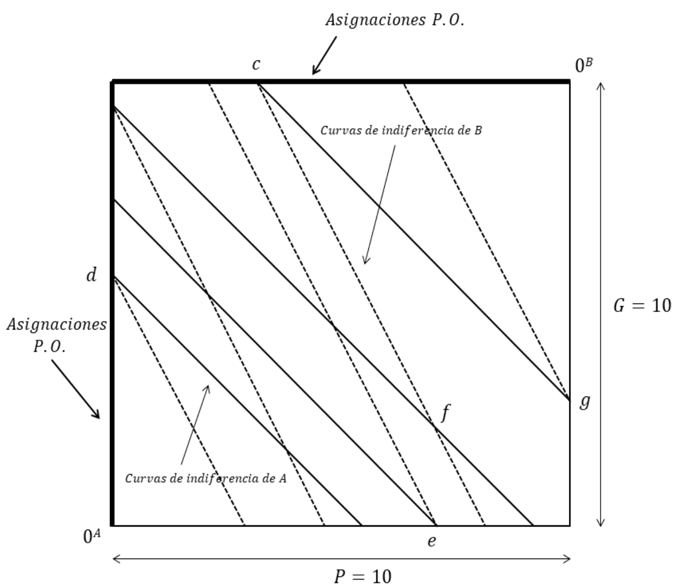

Figura 1.8: Asignaciones Pareto eficientes, caso $U^A = P^A + G^A$, $U^B = 2P^B + G^B$.

Como se indica en la Figura 1.8, las asignaciones Pareto óptimas son todas aquellas que están a lo largo de dos de los lados de la caja de Edgeworth. Nótese que a partir de puntos como c y d, situados a lo largo de dichos segmentos, no resulta posible aumentar la utilidad de un individuo sin reducir a la vez la utilidad del otro. Por otro lado, a partir de cualquier punto interior (como el punto f) o cualquier punto sobre los otros dos lados de la caja (como los puntos e o g) resulta posible obtener una mejora de Pareto, por lo que dichos puntos no son asignaciones Pareto óptimas.

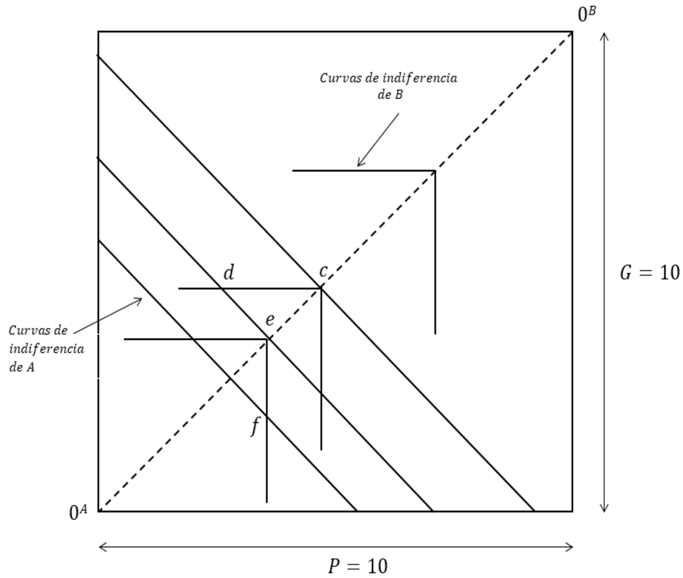

Figura 1.9: Asignaciones Pareto eficientes, caso $U^A = P^A + G^A$, $U^B = min\{P^B, G^B\}$.

(c) La Figura 1.9 representa este caso. El conjunto de asignaciones Pareto óptimas coincide con la diagonal que une los orígenes para ambos individuos. Los puntos c y e, a lo largo de dicha diagonal, son Pareto óptimos. A partir de cualquier otro punto en la caja, pero fuera de la diagonal, será posible obtener una mejora de Pareto. Observar, por ejemplo, que partiendo de puntos como d y f se puede generar una mejora de Pareto al pasar al punto e, por lo que dichos puntos no son eficientes.

Ejercicio 1.4. Asignaciones eficientes de un solo bien

Dos náufragos llegan a una isla desierta provistos solamente de una caja con 200 barras de cereal, siendo este el único alimento disponible en la isla. Representar gráficamente el conjunto de asignaciones factibles de esta economía con un bien, dos consumidores y sin producción. Mostrar las asignaciones Pareto óptimas de esta economía. ¿Es posible asegurar cuáles de estas asignaciones son justas?

Respuesta La Figura 1.10 muestra el conjunto de asignaciones factibles como un segmento de dimensión 200. Un punto a lo largo de este segmento indica un cierto reparto de las 200 barras de cereal entre los dos náufragos. Nótese que cualquier reparto implicará una asignación Pareto óptima, ya que moverse en cualquier dirección a partir de dicho punto implicará una mejora en la utilidad de un náufrago a expensas de la utilidad del otro. La justicia en la asignación de barras de cereal dependerá de cuál sea la función de bienestar social para esta sociedad de dos personas. Si la función de bienestar social fuera utilitarista (suma de utilidades), cualquier reparto sería justo, mientras que bajo una función de tipo maximin (Rawls) la única asignación justa será aquella que asigne 100 barras a cada náufrago.

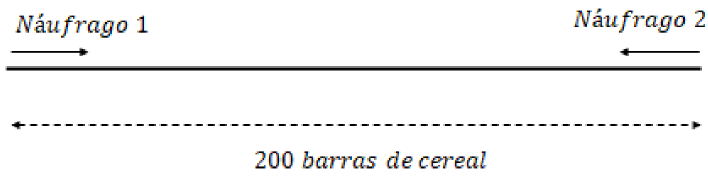

Figura 1.10: Asignaciones posibles de un bien entre dos personas.

Ejercicio 1.5. Equidad distributiva bajo utilitarismo

Considerar una sociedad compuesta por dos personas, Marcos y Julia, quienes deben repartirse un ingreso fijo total de \$300. Las funciones de utilidad de ambos dependen solamente de su propio ingreso y vienen dadas por:

$$\begin{aligned} U^M &= 100\, I_M^{1/2} \\ U^J &= 200\, I_J^{1/2} \end{aligned} \tag{1.21}$$

donde I_M y I_J son los ingresos monetarios de Marcos y Julia, respectivamente.

(a) Sabiendo que la función de bienestar social es utilitarista (esto es, $W = U^J + U^M$) ¿cuál será la distribución del ingreso que maximiza el bienestar social?

(b) Explicar la intuición de este resultado.

Respuesta

(a) El problema puede plantearse como la maximización de la función $W = 100\, I_M^{1/2} + 200\, I_J^{1/2}$ sujeto a la restricción $I_M + I_J = 300$. Reemplazando la restricción en la función de bienestar, puede expresarse el problema en términos del ingreso de uno de los individuos. Por ejemplo, dado que $I_M = 300 - I_J$, se deberá elegir el ingreso de Julia que maximice $W = 100(300 - I_J)^{1/2} + 200\, I_J^{1/2}$. La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$-50(300 - I_J)^{-1/2} + 100\, I_J^{-1/2} = 0 \tag{1.22}$$

Resolviendo (1.22), se obtiene que el ingreso de Julia será $I_J = 240$. El ingreso correspondiente a Marcos puede hallarse reemplazando la solución anterior en la restricción del problema. Esto es, $I_M = 300 - 240 = 60$. Notar que la distribución del ingreso obtenida corresponde a la situación bajo la cual las utilidades marginales del ingreso se igualan para ambas personas. Las utilidades marginales del ingreso para Marcos y Julia son:

$$\begin{aligned} UMg^M &= \tfrac{dU^M}{dI_M} = \tfrac{50}{I_M^{1/2}} \\ UMg^J &= \tfrac{dU^J}{dI_J} = \tfrac{100}{I_J^{1/2}} \end{aligned} \tag{1.23}$$

Igualando estas expresiones y reordenando se llega a la condición (1.22).

(b) Siempre que la distribución del ingreso no corresponda a la obtenida en el inciso (a), habrá lugar para una redistribución entre los individuos que aumente el bienestar social. Por ejemplo, si la distribución del ingreso fuera igualitaria (es decir, un ingreso de \$150 para cada individuo) la utilidad marginal del ingreso para Julia será $UMg^J = 8,16$, mientras que la de Marcos será $UMg^M = 4,08$. En este caso habrá una ganancia de bienestar social de redistribuir ingreso hacia Julia, dado que la ganancia en utilidad para Julia (y por tanto, ganancia en bienestar social) por el mayor ingreso recibido será mayor que la pérdida en utilidad (y por tanto, pérdida de bienestar social) del menor ingreso recibido por Marcos.

Ejercicio 1.6. Tamaño y crecimiento del sector público

(a) En base a la información de la base de datos del Banco Mundial, realice un análisis gráfico evaluando la evolución del gasto público como porcentaje del PBI, y de los ingresos tributarios como porcentaje del PBI para un conjunto de países de la región, incluyendo Argentina.

(b) Comentar acerca del tamaño del sector público argentino en comparación con los países de la región.

Respuesta

(a) En la Figura 1.11 se muestran las series de recaudación y gasto del gobierno en porcentaje del PIB para 4 países de Latinoamérica en el perìodo 1999-2020. Los datos provienen del Cuadro 1.4 que se encuentra al final del capítulo.

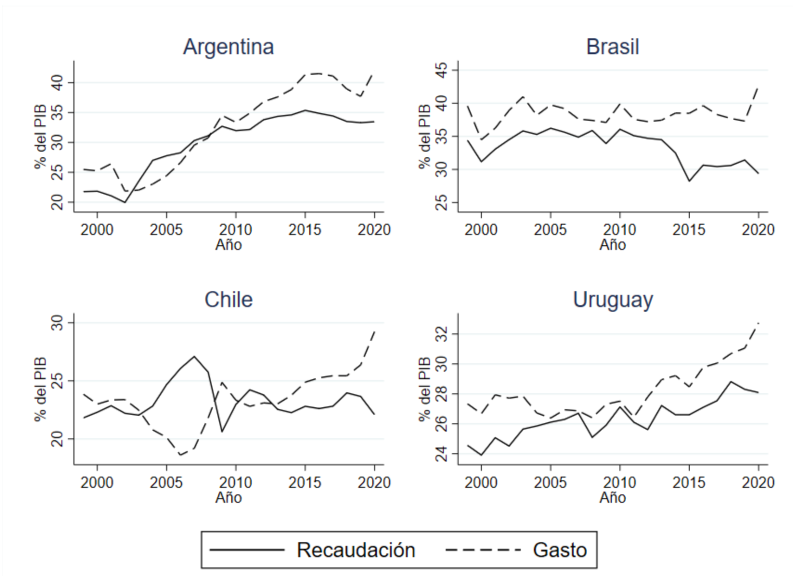

Figura 1.11: Gasto y recaudación del gobierno en porcentaje del PIB, países seleccionados.

(b) Como se puede apreciar de la Figura 1.11, el tamaño del sector público oscila entre un 20 % y 40 % en relación al producto bruto interno de cada país. Argentina, Chile y Uruguay presentan un aumento del gasto y de la recaudación desde principios de los años 2000[1]. Exceptuando

[1]Aunque la recaudación en Chile crece rápidamente desde 2003, cae fuertemente en 2008 y se estabiliza a partir de la década de 2010.

Argentina y Chile en algunos años alrededor de 2005, en los cuatro países sistemáticamente se observa que el gasto se encuentra por encima de la recaudación. Argentina es el país que presenta el mayor aumento en sus variables en el período, tanto de gasto como de recaudación, pasando de valores cercanos al 25 % al comienzo del período para terminar con magnitudes alrededor del 40 % del PIB.

Ejercicio 1.7. El esquema Ahorro-Inversión-Financiamiento

El Cuadro 1.1 enumera las operaciones del sector público de la República de Elaif para el corriente ejercicio (las cifras están expresadas en millones de pesos)[2]. Construir el esquema Ahorro–Inversión–Financiamiento (AIF), determinando:

(a) El resultado económico, el resultado financiero, el resultado primario y la brecha a financiar.

(b) Suponiendo que el gobierno de Elaif no tuviera acceso al mercado de capitales, ¿qué política recomendaría para lograr el equilibrio de las cuentas públicas en el corto plazo?

Cuadro 1.1: Operaciones del Sector Público.

Operación	**Monto, en mill. de $**
Ingresos tributarios	2.600
Ingresos no tributarios	100
Aportes y contribuciones a la seguridad social	1.450
Venta de edificios e instalaciones	500
Personal	900
Productos de papel y cartón	100
Combustibles y lubricantes	200
Servicios básicos	250
Servicios técnicos y profesionales	170
Construcciones	2.500
Jubilaciones y/o retiros y pensiones	1.900
Intereses de la deuda en moneda nacional a largo plazo	500
Amortización de la deuda en moneda nacional a largo plazo	1.800
Efectivo depositado en cuentas oficiales del Banco Nacional	1.500

Respuesta

(a) El esquema AIF se representa en el Cuadro 1.2.[3] El esquema AIF tiene por propósito ordenar las cuentas públicas de modo de permitir su análisis económico. Este esquema surge de relacionar la clasificación económica de los recursos públicos con la clasificación económica de los gastos públicos, permitiendo determinar diferentes resultados. El resultado económico muestra el ahorro o desahorro del período. En este caso, tenemos superávit en el resultado económico de 130 millones de pesos, lo que implica la existencia de financiamiento de la inversión. A su vez, de la suma del resultado económico y de la diferencia entre los recursos de capital y gastos de capital se obtiene el resultado financiero, que muestra un déficit de 1.870 millones de pesos, lo cual indica que el sector público deberá reducir sus activos financieros

[2]Se agradadece la colaboración de Raúl Gaya en la elaboración del ejercicio.

[3]Para la construcción del esquema AIF se utilizó el Manual de Clasificaciones Presupuestarias para el Sector Público Nacional, valiéndose de las clasificaciones por Rubro de Recursos y por Objeto del Gasto y la tabla de relaciones con la clasificación económica. El manual puede descargarse del siguiente *link*.

o aumentar la deuda. El resultado primario surge de excluir del cálculo anterior al pago de intereses, e indica la capacidad del gobierno de cumplir con los servicios de la deuda pública. En este caso, Elaif presenta nuevamente un déficit, en este caso de 1.370 millones de pesos.

Cuadro 1.2: Esquema Ahorro Inversión Financiamiento

Concepto	
I Ingresos corrientes	**4.150**
Ingresos tributarios	2.600
Aportes y contribuciones a la Seg	1.450
Ingresos no tributarios	100
II Gastos corrientes	**4.020**
Gastos de consumo	1.620
Intereses y otras rentas de la propiedad	500
Prestaciones de la Seguridad Social	1.900
(a) III Resultado Económico Ahorro -Desahorro	**130**
IV ingresos de capital	**500**
V gastos de capital	**2.500**
(b) VI resultado financiero	**-1.870**
VII Fuentes financieras	**1.500**
Disminución de la inversión financiera	1.500
Endeudamiento público e incremento de otros pasivos	
VIII Aplicaciones financieras	1.800
Amortización de deuda y disminución de otros pasivos	1.800
(c) Resultado primario	-1370
(d) Brecha a financiar	-2.170

(b) La brecha a financiar[4] es de 2.170 millones de pesos. El gobierno tiene varias alternativas a considerar para cerrar la brecha. O bien podría conseguir fondos a través de un mayor endeudamiento, o podría subir impuestos para obtener una mayor recaudación. Otra alternativa es bajar el gasto en alguna de sus partidas, ya sea corriente o de capital.

Ejercicio 1.8. Variables nominales, reales y per cápita

Supóngase un país en donde se cuenta con los siguientes datos: La población en 2019 fue de 40 millones, y aumentó a 41 millones en 2020. El producto bruto interno fue de 500 millones durante el año 2019 y aumentó un 35 % en moneda corriente en 2020. El gasto público ascendió a 175 millones el año 2019 y creció un 40 % en términos nominales en 2020. La inflación en 2020 fue del 20 %. Calcule y muestre en una tabla, el gasto público real constante en moneda de 2020, el gasto per cápita constante en moneda de 2020 y analice su evolución de un año a otro.

Respuesta Como se observa en el Cuadro 1.3, el gasto público aumentó $16,7\,\%$ en términos reales entre el año 2019 y el 2020, mientras que el gasto público per cápita lo hizo en un $13,8\,\%$. Con respecto al PIB, el gasto aumento $1,3$ puntos porcentuales en dicho período.

[4]La brecha a financiar surge de sumarle al resultado financiero las fuentes financieras y restar las aplicaciones financieras.

Cuadro 1.3: Evolución variables reales y nominales.

Variable	Año 2019	Año 2020	Variación
Producto bruto interno (en mill.)	500	675	35 %
Índice de precios 2019=100	100	120	20 %
PIB constante (en mill.)	500	562, 5	12, 5 %
Población (en mill.)	40	41	2, 5 %
Gasto público corriente (en mill.)	175	245	40 %
Gasto público constante (en mill.)	175	204, 5	16, 7 %
Gasto público corriente per cápita	4, 38	5, 98	36, 6 %
Gasto público constante per cápita	4, 38	4, 98	13, 8 %
Gasto público en porcentaje del PIB	35 %	36, 3 %	1, 3*pp.*

Cuadro 1.4: Gasto, Recaudación y PIB del gobierno, países seleccionados.

	Argentina			Brasil			Chile			Uruguay		
Año	PIB	Recaudación	Gasto	PIB	Recaudación	Gasto	PIB	Recaudación	Gasto	PIB	Recaudación	Gasto
1999	317, 0	21, 8	25, 5	599, 6	34, 4	39, 6	75, 1	21, 8	23, 9	26, 1	24, 6	27, 3
2000	317, 8	21, 8	25, 2	655, 5	31, 2	34, 5	77, 8	22, 3	23, 0	24, 8	23, 9	26, 7
2001	300, 4	21, 1	26, 4	560, 0	33, 1	36, 2	71, 0	22, 9	23, 4	22, 7	25, 1	27, 9
2002	112, 5	19, 9	21, 9	509, 8	34, 5	38, 9	69, 7	22, 2	23, 4	14, 8	24, 5	27, 7
2003	142, 4	23, 5	22, 0	558, 2	35, 8	41, 0	75, 6	22, 1	22, 5	13, 1	25, 6	27, 8
2004	164, 9	27, 0	23, 0	669, 3	35, 3	38, 2	99, 2	22, 8	20, 8	14, 9	25, 9	26, 7
2005	199, 3	27, 8	24, 4	891, 6	36, 2	39, 8	123, 0	24, 7	20, 1	18, 9	26, 1	26, 4
2006	232, 9	28, 3	26, 6	1.107, 6	35, 6	39, 2	154, 9	26, 1	18, 6	21, 3	26, 3	26, 9
2007	287, 9	30, 3	29, 6	1.397, 1	34, 9	37, 6	173, 6	27, 1	19, 2	25, 5	26, 7	26, 9
2008	363, 5	31, 1	30, 8	1.695, 9	35, 9	37, 4	179, 5	25, 7	21, 8	33, 0	25, 1	26, 4
2009	334, 6	32, 7	34, 5	1.669, 2	33, 9	37, 1	172, 5	20, 6	24, 9	34, 4	25, 9	27, 3
2010	424, 7	32, 0	33, 4	2.208, 7	36, 1	39, 9	218, 3	23, 0	23, 3	43, 8	27, 1	27, 5
2011	527, 6	32, 2	34, 9	2.614, 0	35, 1	37, 6	252, 1	24, 2	22, 8	52, 1	26, 1	26, 4
2012	579, 7	33, 8	36, 8	2.464, 1	34, 7	37, 2	267, 0	23, 8	23, 1	55, 7	25, 6	27, 8
2013	611, 5	34, 3	37, 6	2.471, 7	34, 5	37, 4	278, 3	22, 6	23, 0	62, 5	27, 2	29, 0
2014	563, 6	34, 6	38, 9	2.456, 1	32, 5	38, 5	260, 5	22, 3	23, 8	62, 2	26, 6	29, 2
2015	642, 5	35, 4	41, 4	1.800, 1	28, 2	38, 5	243, 9	22, 8	24, 9	57, 9	26, 6	28, 5
2016	556, 8	34, 9	41, 5	1.796, 6	30, 6	39, 6	250, 3	22, 6	25, 3	57, 2	27, 1	29, 8
2017	643, 9	34, 4	41, 1	2.063, 5	30, 4	38, 3	276, 9	22, 8	25, 4	64, 2	27, 5	30, 1
2018	524, 4	33, 5	38, 9	1.916, 9	30, 6	37, 7	297, 5	24, 0	25, 4	64, 8	28, 8	30, 7
2019	451, 8	33, 3	37, 7	1.877, 8	31, 4	37, 3	279, 3	23, 7	26, 4	61, 9	28, 3	31, 1
2020	389, 1	33, 5	42, 1	1.444, 7	29, 4	42, 7	252, 8	22, 1	29, 2	56, 6	28, 1	32, 8

Nota: El PIB está expresado en millones de dólares. La recaudación y el gasto del gobierno se encuentran expresados en porcentaje del PIB. Fuente: Elaboración propia en base a datos del FMI-World Economic Outlook.

Capítulo 2

Bienes públicos y externalidades

Ejercicio 2.1. Bienes públicos puros: demanda agregada y eficiencia

Suponer que existen tres consumidores (1,2 y 3) de un bien público puro (G). Las funciones inversas de demanda por el bien público correspondientes a cada individuo son:

$$\begin{aligned} P_1 &= 50 - G \\ P_2 &= 110 - G \\ P_3 &= 150 - G \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde P_i $(i = 1, 2, 3)$ representa la disposición marginal a pagar por el bien público correspondiente al individuo i, medida en pesos por unidad. El costo marginal de producción de G es constante e igual a \$190.

(a) Calcular el nivel eficiente de provisión de G. Graficar.

(b) Suponiendo que el bien público no se provee debido a la existencia del problema de *"free riding"* ¿cuál será la magnitud de la pérdida de bienestar (cambio en el excedente de los consumidores) sufrida por esta economía?

Respuesta

(a) Las funciones inversas de demanda por el bien público representan el beneficio marginal para cada persona por su consumo. La demanda de la sociedad por el bien público se obtiene sumando verticalmente dichas funciones. Así, a partir de (2.1) puede hallarse el beneficio marginal social por el bien público (BMg_{social}) como:

$$BMg_{social} = P_1 + P_2 + P_3 = 310 - 3G \tag{2.2}$$

La cantidad socialmente óptima del bien público será la que iguale el beneficio marginal social (BMg_{social}) obtenido en (2.2) con el costo marginal de producción del bien (CMg_{social}):

$$\begin{aligned} BMg_{social} &= CMg_{social} \\ 310 - 3G &= 190 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Por lo tanto, la cantidad eficiente del bien público será $G^* = 40$.

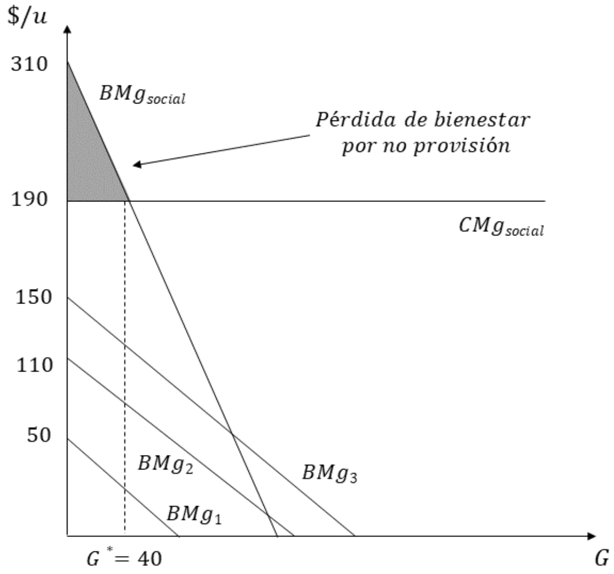

Figura 2.1: Beneficio marginal privado, social y costo marginal social del bien público.

(b) Si el bien público no se provee, la pérdida para la sociedad viene dada por la caída en el excedente de los consumidores (EC) entre la cantidad eficiente obtenida en (a) ($G^* = 40$) y $G = 0$. Esto puede calcularse como:

$$EC(G^*) = \frac{(310 - 190) \times 40}{2} = 2400 \tag{2.4}$$

En la Figura 2.1 se puede observar que el área de pérdida de bienestar por no provisión del bien público corresponde al triángulo sombreado. Notar en la figura que ninguno de los individuos estaría dispuesto a contribuir individualmente a la provisión del bien público, ya que el costo marginal de provisión (igual a \$190) se encuentra totalmente por encima de cada una de las curvas de beneficio marginal individual del bien público.

Ejercicio 2.2. Asignación eficiente de un bien público puro

En un pequeño pueblo viven 10 personas. Cada una de ellas está dispuesta a pagar \$4 por cada árbol extra plantado en la plaza principal del pueblo, independientemente del número de árboles plantados. El costo total de plantar x árboles en la plaza es $C(x) = x^2$.

(a) Calcular el número de árboles socialmente óptimo.

(b) ¿Cómo cambia la respuesta al punto anterior si el costo total fuera $C(x) = 2x^2$?

(c) Realizar un gráfico representando lo obtenido en (a) y (b).

Respuesta

(a) Al tratarse de un bien público, el número socialmente óptimo de árboles será aquel que iguale el beneficio marginal social de plantar un árbol con el correspondiente costo marginal (ver Ejercicio 2.1). Teniendo en cuenta que la función de valuación o beneficio marginal individual es constante e igual a \$4, y que los 10 individuos son iguales en su valuación, el beneficio marginal individual para cualquier persona i será $BMg_i = 4$. De este modo, el beneficio marginal social puede calcularse como:

$$BMg_{social} = \sum_{i=10}^{10} BMg_i = 10 \times 4 = 40 \tag{2.5}$$

Dado que el costo total de de plantar x árboles es $C(x) = x^2$, la función de costo marginal será:

$$CMg = \frac{dC(x)}{dx} = \frac{dx^2}{dx} = 2x \tag{2.6}$$

La cantidad de árboles socialmente óptima es la que iguala el costo marginal con la valuación marginal social; es decir, aquella que resuelve:

$$\begin{aligned} BMg_{social} &= CMg \\ 40 &= 2x \end{aligned} \tag{2.7}$$

De aquí surge que la cantidad socialmente óptima de árboles a plantar será $x^* = 20$.

(b) La valuación de los árboles no se modifica respecto del inciso anterior, mientras que el costo total es ahora $C(x) = 2x^2$. De este modo:

$$CMg = \frac{dC(x)}{dx} = \frac{d(2x^2)}{dx} = 4x \tag{2.8}$$

La nueva cantidad de árboles socialmente óptima surge de resolver:

$$\begin{aligned} BMg_{social} &= CMg \\ 40 &= 4x \end{aligned} \tag{2.9}$$

Por lo tanto, la nueva cantidad óptima será $x^{**} = 10$.

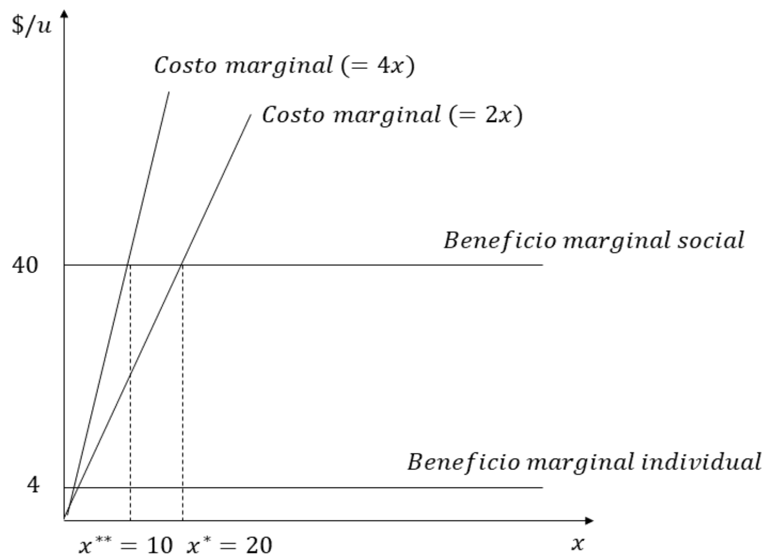

Figura 2.2: Beneficio y costo marginal social.

(c) Ver la Figura 2.2, en la cual se representan las curvas de beneficio marginal social y costo marginal social para los incisos anteriores, junto con las respectivas cantidades socialmente óptimas.

Ejercicio 2.3. Asignación eficiente bajo distintas preferencias

Suponer una población con 3 individuos ($i = 1, 2, 3$), con las siguientes funciones de utilidad del consumo de un bien privado (Y_i) y un bien público puro (G):

$$U_i = 8\ \alpha_i\ G^{\frac{1}{4}} + Y_i \tag{2.10}$$

(a) Obtener una expresión para la utilidad marginal del consumo de G para el individuo i.

(b) ¿Cuál es la utilidad marginal del consumo del bien privado para el individuo i?

(c) Suponer que todos los individuos son iguales en preferencias, ya que se conoce que $\alpha_i = 4$ para los tres. Si el costo marginal de producción del bien público (en términos del bien privado) es igual a 1 ¿cuál será la cantidad eficiente del bien público para esta economía? Explicar.

(d) Repetir el punto anterior para el caso en el que las preferencias de los consumidores difieren. Específicamente, suponer que $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 4$ y $\alpha_3 = 12$. Comparar con lo obtenido en (c) y comentar.

Respuesta

(a) La función de utilidad marginal del bien público correspondiente al individuo i se obtiene tomando la derivada parcial de su función de utilidad con respecto a G:

$$\frac{\partial U_i}{\partial G} = \frac{\partial(8\ \alpha_i\ G^{\frac{1}{4}} + Y_i)}{\partial G} = 2\ \alpha_i\ G^{-\frac{3}{4}} \tag{2.11}$$

Notar que la utilidad marginal depende de cada persona, ya que α_i podría diferir para los distintos individuos en la población.

(b) La función de utilidad marginal del bien privado correspondiente al individuo i se obtiene tomando la derivada de su función de utilidad con respecto a Y_i:

$$\frac{\partial U_i}{\partial Y_i} = \frac{\partial(8\ \alpha_i\ G^{\frac{1}{4}} + Y_i)}{\partial Y_i} = 1 \tag{2.12}$$

Notar que en este caso la utilidad marginal del bien privado es la misma para todos los individuos[1].

(c) El nivel óptimo de un bien público puro será aquel que surja del cumplimiento de la Regla de Samuelson. Dicha regla iguala la suma para todos los individuos de las tasas marginales de sustitución entre el bien público y el bien privado ($TMS^i_{G,Y}$) con la tasa marginal de transformación en producción entre dichos bienes ($TMT_{G,Y}$). En este caso:

[1] Esto tiene que ver con la forma particular de la función de utilidad utilizada, correspondiente a preferencias cuasilineales.

$$\sum_{i=1}^{3} TMS^{i}_{G,Y} = TMT_{G,Y} \tag{2.13}$$

La tasa marginal de sustitución para cada individuo puede escribirse como el cociente de utilidades marginales entre los dos bienes, y la tasa marginal de transformación como el cociente de costos marginales entre bienes. De este modo, la Regla de Samuelson puede expresarse como:

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{UMg_G}{UMg_Y} = \frac{CMg_G}{CMg_Y} \tag{2.14}$$

Dado que el costo marginal del bien público en términos del bien privado (lado derecho de la expresión (2.14)) es igual a 1, y reemplazando lo obtenido en los incisos (a) y (b) respecto de las utilidades marginales de ambos bienes, se tiene que:

$$\sum_{i=1}^{3} 2\alpha_i G^{-\frac{3}{4}} = 1 \tag{2.15}$$

Teniendo en cuenta que $\alpha_i = 4$ para todos los individuos, es posible obtener la cantidad eficiente del bien público (G^*) a partir de la expresión (2.15):

$$G^* = 69,23 \tag{2.16}$$

(d) A partir de la expresión obtenida en el ítem (c):

$$\sum_{i=1}^{3} 2\,\alpha_i\,G^{-\frac{3}{4}} = 1 \tag{2.17}$$

y considerando que en este caso $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 4$ y $\alpha_3 = 12$, es posible hallar cantidad eficiente G^{**}:

$$G^{**} = 110,15 \tag{2.18}$$

Esta cantidad es mayor que la obtenida en el ítem (c) ($G^\star = 69,23$) debido a un mayor beneficio marginal social del bien público, a igual costo marginal de provisión.

Ejercicio 2.4. Provisión privada de un bien público puro

Ana y Bruno son los únicos habitantes de una ciudad en la que solamente se pueden consumir dos bienes, un bien privado (X) y un bien público puro (G). Ambos bienes tienen un precio de mercado igual a $1 y cada uno de los consumidores posee un ingreso monetario de $100. Suponer que cada individuo puede proveer unidades del bien público de manera privada, tomando como dada la cantidad provista por el otro. Esto es, el bien público puede comprarse en el mercado de igual manera que cualquier otro bien. De este modo, suponiendo que el gobierno no provee el bien público, la cantidad total del bien público disponible para cada individuo en un esquema de provisión privada será $G_P = G_a + G_b$; esto es, la suma de las contribuciones individuales de Ana (G_a) y de Bruno (G_b). La función de utilidad de cada individuo i ($i = a, b$) viene dada por $U_i = 2\,ln(X_i) + ln(G_a + G_b)$

(a) Escribir la restricción presupuestaria para Ana y para Bruno.

(b) Hallar una expresión de la curva de reacción (o mejor respuesta) para cada individuo; esto es, la cantidad de bien público que compraría un individuo, dada la cantidad que compra el otro.

(c) ¿Qué cantidad de bien público compraría cada individuo en una situación de equilibrio de provisión privada? ¿cuál sería la cantidad total provista del bien público en este esquema?

(d) Graficar ambas curvas de reacción y mostrar el equilibrio de provisión privada.

(e) Obtener la cantidad socialmente óptima del bien público ($G^\star$). Comparar con la cantidad obtenida del equilibrio de provisión privada. Interpretar.

Respuesta

(a) La restricción presupuestaria para el individuo i ($i = a, b$) puede escribirse en general como:

$$Y_i = P_x\, X_i + P_G\, G_i \tag{2.19}$$

donde Y_i es el ingreso monetario del individuo i, P_x y P_G son los precios de mercado de ambos bienes, mientras que X_i y G_i representan las cantidades compradas de ambos bienes por el individuo i. Notar que, si bien la cantidad consumida del bien público por cada individuo es la suma de lo que ambos contribuyan, el gasto en el bien viene dado por la compra individual realizada del mismo (G_i) al precio de mercado (P_G). Teniendo en cuenta que en este caso ambos precios son iguales a \$1 y que tanto Ana como Bruno cuentan con un ingreso monetario de \$100, las restricciones presupuestarias para cada consumidor serán:

$$100 = X_a + G_a \quad (Ana) \tag{2.20}$$

$$100 = X_b + G_b \quad (Bruno) \tag{2.21}$$

(b) La decisión de cada individuo acerca de su compra de bien público va estar influenciada por lo que el otro individuo decida comprar del bien. Considerando primero la decisión óptima para Ana, el problema consiste en maximizar su función de utilidad:

$$U_a = 2\,ln(X_a) + ln(G_a + G_b) \tag{2.22}$$

sujeto a su restricción presupuestaria:

$$100 = X_a + G_a \tag{2.23}$$

Notar que la interacción estratégica en las decisiones respecto de las compras del bien público surge de la aparición de la compra de bien público del otro individuo (Bruno en este caso) en la función de utilidad de Ana (ver la expresión (2.22)). Una manera sencilla de resolver este problema de maximización restringida consiste en reemplazar la restricción presupuestaria en la función de utilidad. Resolviendo para X_a de (2.23) y reemplazando en (2.22), se tiene:

$$U_a = 2\,ln(100 - G_a) + ln(G_a + G_b) \tag{2.24}$$

El problema de máximo puede ahora resolverse como uno sin restricciones. Derivando la expresión (2.24) respecto de G_a e igualando a cero, se obtiene la condición de primer orden para un máximo de la utilidad de Ana:

$$-\frac{2}{100 - G_a} + \frac{1}{G_a + G_b} = 0 \tag{2.25}$$

Resolviendo para G_a, se tiene:

$$G_a = \frac{100 - 2G_b}{3} \tag{2.26}$$

La expresión (2.26) es la función de reacción de Ana. Dicha función permite determinar su decisión óptima en la compra del bien público ante diferentes posibles cantidades del bien público compradas por Bruno. Notar que, en este caso, la función de reacción es una línea recta con pendiente negativa e igual a $-2/3$. La pendiente negativa implica que Ana responderá comprando una menor cantidad del bien público ante una mayor cantidad comprada por Bruno. Repitiendo el mismo proceso para el caso de Bruno, obtenemos su función de reacción:

$$G_b = \frac{100 - 2G_a}{3} \tag{2.27}$$

(c) El equilibrio de provisión privada surge de la solución simultánea de las funciones de reacción (2.26) y (2.27):

$$G_a = \tfrac{100-2G_b}{3}$$
$$G_b = \tfrac{100-2G_a}{3}$$

Resolviendo para G_b y G_b se obtienen las contribuciones individuales correspondientes al equilibrio de provisión privada del bien público:

$$G_a = G_b = 20 \tag{2.28}$$

La cantidad total provista privadamente será:

$$G^{Priv} = G_a + G_b = 40 \tag{2.29}$$

(d) La Figura 2.3 representa las funciones de reacción de Ana y Bruno[2]. El equilibrio de provisión privada del bien público se encontrará en la intersección de las curvas de reacción.

[2] Notar que para la representación gráfica de la función de reacción de Ana, debe invertirse la expresión (2.26), obteniéndose la expresión $G_b = 50 - \frac{3}{2}G_a$.

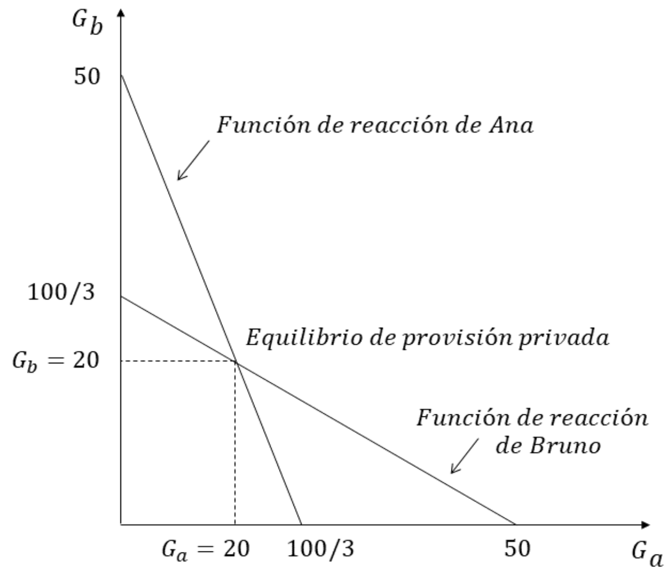

Figura 2.3: Funciones de reacción y equilibrio de provisión privada.

(e) El nivel socialmente óptimo del bien público puro será aquel que surja del cumplimiento de la Regla de Samuelson. Dicha regla iguala la suma para todos los individuos de las tasas marginales de sustitución entre el bien público y el bien privado ($TMS^i_{G,X}$, con $i = a, b$) con la tasa marginal de transformación en producción entre dichos bienes ($TMT_{G,X}$). En este caso:

$$TMS^a_{G,X} + TMS^b_{G,X} = TMT_{G,X} \tag{2.30}$$

La tasa marginal de sustitución de un individuo entre el bien público y el privado es igual al cociente de las utilidades marginales respecto de ambos bienes. En el caso de Ana, dichas utilidades marginales pueden calcurse a partir de su función de utilidad:

$$\frac{\partial U_a}{\partial G} = \frac{1}{G_a + G_b} \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial U_a}{\partial x_a} = \frac{2}{100 - G_a} \tag{2.32}$$

Por tanto, su tasa marginal de sustitución será:

$$TMS^a_{G,X} = \frac{100 - G_a}{2(G_a + G_b)} \tag{2.33}$$

De modo similar puede obtenerse la tasa marginal de sustitución para Bruno:

$$TMS^b_{G,X} = \frac{100 - G_b}{2(G_a + G_b)} \tag{2.34}$$

Dado que los precios de mercado para ambos bienes son iguales a \$1 y que los precios en competencia igualan a los costos marginales de producción, la tasa marginal de transformación entre los bienes será igual a 1. De este modo, la regla de Samuelson (2.30) puede expresarse como:

$$\frac{100 - G_a}{2(G_a + G_b)} + \frac{100 - G_b}{2(G_a + G_b)} = 1 \tag{2.35}$$

Teniendo en cuenta que $G_a + G_b = G$ y denotando con G^* a la cantidad eficiente surgida de la condición (2.35), se obtiene:

$$G^* = 66,6$$

Comparando esta cantidad con la cantidad total provista en el esquema de provisión privada analizado anteriormente, se tiene que:

$$G^{Priv} = 40 < 66,6 = G^*$$

Un esquema de provisión privada de un bien público puro implicará, en general, una cantidad total provista menor que la socialmente óptima. Cada uno de los individuos contemplará solamente sus beneficios y costos privados al momento de decidir cuánto contribuir del bien público, sin considerar los beneficios que dicha provisión genera sobre el resto de la población.

Ejercicio 2.5. Externalidad en la producción

Una empresa dedicada a la producción de papel contamina el aire de la zona, perjudicando el proceso de producción de una empresa dedicada a la lavandería, ubicada en las cercanías. ¿Cómo describiría la función de producción de la lavandería?

Respuesta. Si la papelera contamina a la lavandería a través de su proceso de producción, esto representa un ejemplo de externalidad negativa en producción. La cantidad producida por la lavandería se verá reducida para cada combinación de factores de producción elegido por la misma. Suponiendo que la lavandería utiliza dos factores de producción en su proceso productivo (L y K), y denotando con Y^L y Y^P los niveles de producción de la lavandería y la papelera, respectivamente, la forma general de la función de producción de la lavandería puede escribirse como:

$$Y^L = f(L, K, Y^P) \tag{2.36}$$

donde $\frac{\partial Y^L}{\partial Y^P} < 0$. Este último supuesto refleja la idea de que la externalidad en este caso es de signo negativo. Notar que la función de producción de la empresa de lavandería depende directamente de la cantidad producida de papel, la cual está directamente vinculada a la contaminación del ambiente.

Ejercicio 2.6. Eficiencia y falla de mercado en presencia de una externalidad

Suponer que el mercado de gasolina es perfectamente competitivo, con una función de demanda inversa dada por $p^d = 20 - q$. Esta función representa el beneficio marginal para los compradores de consumir q litros de gasolina. La función de costo marginal de producción de gasolina para el mercado viene dada por $CMP = 2+q$, representando el costo que los vendedores de gasolina tienen que pagar a los factores de producción utilizados, a los efectos de incrementar marginalmente su producción. Por otro lado, la venta de gasolina generará un incremento en la polución ambiental, cuyo daño puede ser medido en términos monetarios. Dicho daño generado por una unidad extra de gasolina vendida viene dado por la función $DME = 0,5q$ (esto es, el daño marginal externo).

(a) Representar gráficamente las funciones de beneficio marginal de consumo de gasolina, el costo marginal privado de producción (esto es, para las firmas vendedoras) y el daño marginal externo. Obtener una expresión para el costo marginal social de producción de gasolina (CMS) y representar en el gráfico.

(b) Suponiendo que en el contexto competitivo las firmas productoras no toman en cuenta los daños generados por la contaminación, ¿cuáles serán la cantidad y el precio de equilibrio de gasolina? Mostrar en el gráfico anterior.

(c) ¿Cuánto se debería producir del bien en el óptimo social? Calcular y mostrar en el gráfico. Comparar con lo obtenido en el inciso anterior.

(d) Calcular la pérdida de bienestar surgida por no corregir la externalidad. Mostrar en el gráfico.

(e) Suponer que el gobierno decide gravar a las empresas vendedoras de gasolina con un impuesto de monto t por unidad de producción. Calcular el valor de t que genera la cantidad socialmente óptima de gasolina. Mostrar en el gráfico.

Respuesta

(a) La Figura 2.4 muestra el beneficio marginal del consumo de gasolina (BM), el costo marginal privado de producción (CMP) y el daño marginal externo (DME). La función de costo marginal social (CMS) (también representada en la figura) resulta de la suma de las funciones de costo marginal privado (CMP) y daño marginal externo (DME):

$$\begin{gathered} CMS = CMP + DME = 2 + q + 0,5q \\ CMS = 2 + 1,5q \end{gathered} \tag{2.37}$$

(b) La cantidad de gasolina correspondiente al equilibrio competitivo surge de igualar el costo marginal privado (CMP, que representa la inversa de la función de oferta del mercado) y el beneficio marginal del consumo de gasolina (BM):

$$\begin{gathered} BM = CMP \\ 20 - q = 2 + q \end{gathered} \tag{2.38}$$

Por lo tanto, la cantidad de equilibrio competitivo será $q^* = 9$. Reemplazando esta cantidad en la función inversa de demanda se obtiene que el precio correspondiente al equilibrio competitivo será $p^* = 20 - q^* = 11$ (Ver Figura 2.4).

(c) La cantidad socialmente óptima de gasolina surge de igualar las funciones de costo marginal social (CMS) y el beneficio marginal del consumo de gasolina (BM):

$$\begin{gathered} BM = CMS \\ 20 - q = 2 + 1,5q \end{gathered} \tag{2.39}$$

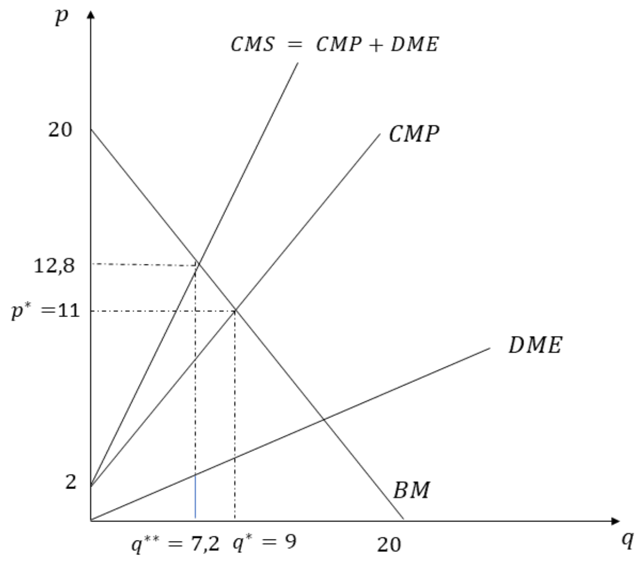

Figura 2.4: Externalidad en producción: Equilibrio competitivo y óptimo social.

Por lo tanto, la cantidad socialmente óptima de gasolina será $q^{**} = 7,2$ (Ver Figura 2.4). Nótese que la cantidad socialmente óptima de gasolina resulta menor a la que surgiría en un contexto competitivo:

$$q^{**} = 7,2 < q^{*} = 9 \tag{2.40}$$

Esto se debe a que las firmas en competencia no toman en cuenta los efectos externos negativos de sus deciciones.

(d) La medida de la pérdida de bienestar por la producción excesiva de gasolina en competencia puede calcularse a partir del gráfico anterior (ver Figura 2.5). Corresponde a la diferencia entre el área por debajo del costo marginal social (CMS) y el beneficio marginal (BM) entre la cantidad competitiva ($q^{*} = 9$) y la socialmente óptima ($q^{**} = 7,2$). Observar que dicha medida será en este caso igual al área del triángulo abc de la figura. Es decir:

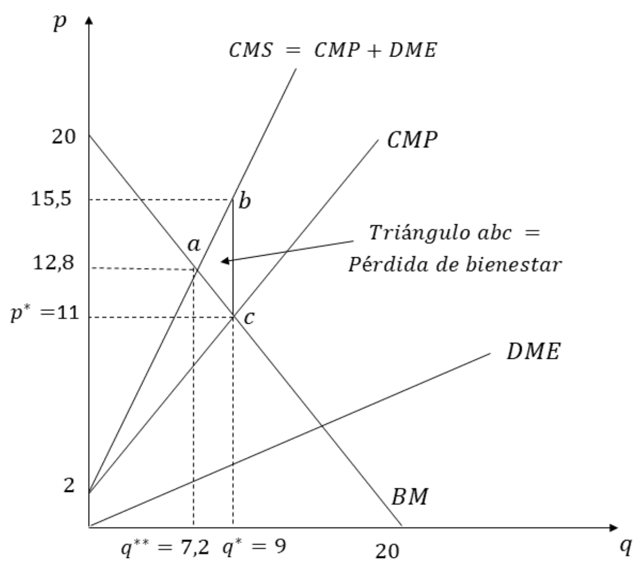

Figura 2.5: Pérdida de bienestar en presencia de la externalidad negativa.

$$\textit{Pérdida de bienestar} = \frac{(9-7,2)\times(15,5-11)}{2} = 4,05 \tag{2.41}$$

(e) El impuesto correctivo de la externalidad generada por la producción de gasolina (impuesto de Pigou) debe ser de un monto tal que genere la cantidad Pareto óptima bajo el equilibrio competitivo con impuesto. Dicho impuesto será igual al daño marginal externo evaluado en la cantidad eficiente; es decir:

$$t = DME(q^{**}) = 0,5 \times 7,2 = 3,6 \tag{2.42}$$

Una vez implementado el impuesto t, la curva de costo marginal relevante para las firmas será la que incluya el impuesto (observar la Figura 2.6):

$$CMP + t = 2 + q + DME(q^{**}) = 5,6 + q \tag{2.43}$$

El equilibrio competitivo luego de implementado el impuesto surgirá de igualar esta expresión con la demanda inversa de gasolina (BM):

$$20 - \hat{q} = 5,6 + \hat{q} \tag{2.44}$$

Por lo tanto, la nueva cantidad de equilibrio competitivo será $\hat{q} = 7,2$. Notar que esta cantidad coincide con la cantidad socialmente óptima; es, decir, $\hat{q} = q^{**} = 7,2$. Reemplazando $\hat{q}$ en la función inversa de demanda se obtiene el precio en el nuevo equilibrio, $\hat{p} = 12,8$ (ver Figura 2.6).

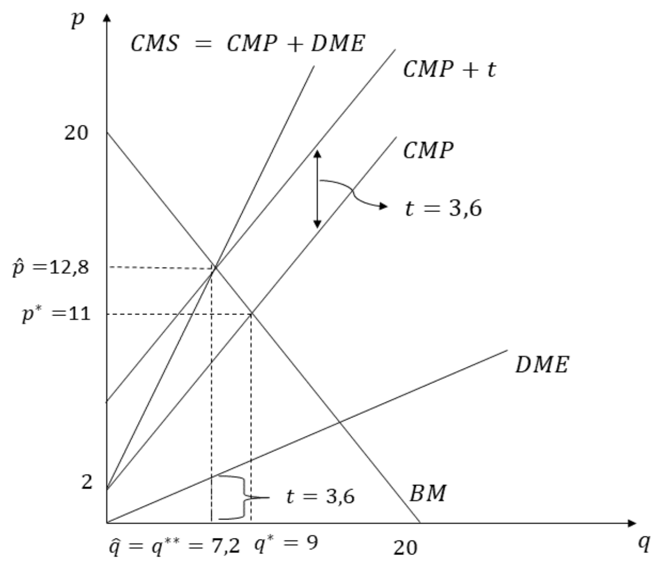

Figura 2.6: Impuesto de Pigou correctivo de la externalidad negativa.

Ejercicio 2.7. Externalidades en presencia de congestión

La mayoría de las personas que trabajan en una gran ciudad viven en diferentes suburbios alrededor de la misma y deben decidir si viajar en auto o en tren para llegar diariamente a sus trabajos. El viaje en tren a la ciudad toma 70 minutos, sin importar el número de pasajeros. La duración del viaje en auto viene dada por la función $T(x) = 20 + 60\,x$ minutos, donde x representa la fracción del total de viajeros que utiliza el auto ($0 \leq x \leq 1$).

(a) Representar gráficamente los tiempos de viaje en tren y en auto en función de la proporción de viajeros en auto (x).

(b) Calcular cuál sería la proporción de viajeros en auto si cada uno de los viajeros decidiera la modalidad de transporte de manera independiente y de acuerdo a la minimización de su propio tiempo de viaje. Si se conoce que el total de viajes realizados en un mes bajo ambas modalidades de transporte es 2.000, ¿cuál sería la duración total de los viajes realizados?

(c) Calcular la proporción de viajeros en auto que minimiza el tiempo total de viaje.

(d) Comparar las respuestas para (b) y (c) e interpretar la diferencia.¿Cuál es la pérdida de eficiencia por la externalidad que genera la congestión?

Respuesta

(a) La Figura 2.7 representa el tiempo de viaje para ambos medios de transporte en función de x, la fracción del total de viajeros que elige el auto ($0 \leq x \leq 1$). El tiempo de viaje en tren no depende de esta variable y será siempre de 70 minutos. El tiempo de viaje en auto es creciente en x y está dado por la función $T(x) = 20 + 60x$. Notar en la figura que si ningún viajero utilizara su auto ($x = 0$) la duración del viaje para cada uno sería de 70, mientras que si ningún viajero utilizara el tren ($x = 1$), la duración del viaje para cada uno sería igual a 80 minutos.

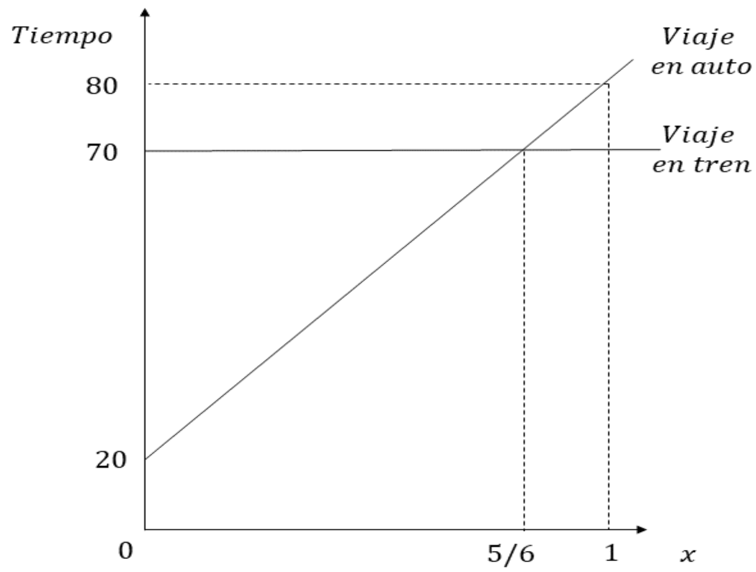

Figura 2.7: Tiempos de viaje en tren y en auto.

(b) Cada uno de los viajeros, sabiendo que toma 70 minutos el viaje en tren y que la duracion del viaje en auto está determinada por la función $T(x) = 20 + 60x$, elegirá de manera independiente el modo de viaje que le resulte más rápido. El valor de equilibrio de x, la proporción de viajeros que efectivamente utilizará el auto, será el que surja de igualar el tiempo de viaje para ambos medios de transporte. Esto es, surgirá del valor de x que resuelva la siguiente expresión:

$$70 = 20 + 60x \tag{2.45}$$

Denotando con $x^\star$ a dicho valor de equilibrio, se obtiene que $x^\star = \frac{5}{6} = 0,83$. Esto quiere decir que el 83 % del total de viajeros utilizará el auto, mientras que el 17 % restante utilizará el tren, siendo la duración del viaje 70 minutos para cualquiera de los dos medios de transporte utilizados (ver la Figura 2.7).

Para obtener la duración total de N viajes realizados en un período de tiempo (T^{total}), se calcula:

$$T^{total} = N\, x\, (20 + 60x) + N\, (1 - x)\, 70 \tag{2.46}$$

Dado el valor de equilibrio $x^\star = \dfrac{5}{6}$ obtenido anteriormente y conociendo que $N = 2.000$, reemplazando en (2.46) se obtiene que $T^{total} = 139.668$

(c) Para calcular la proporción de viajeros que minimiza el tiempo total de todos los viajes realizados, se obtiene la condición de primer orden para un mínimo de la expresión (2.46) obtenida en el inciso anterior:

$$\frac{\partial T^{total}}{\partial x} = 120x - 50 = 0 \tag{2.47}$$

Denominando x^{**} al valor de x que resuelve esta expresión, se obtiene que $x^{**} = 0,42$. De este modo, el 42 % de los viajes que se realizan deberían realizarse en auto para minimizar el tiempo total de viaje, mientras que 58 % debería realizarse en tren. Para el caso de $N = 2.000$, dicha duración mínima total será de 119.168 minutos.

(d) Comparando las soluciones obtenidas para el óptimo social (inciso (c)) y el caso descentralizado (inciso (b))) se concluye que en este último caso la proporción de viajes en auto es mayor que la socialmente óptima debido a que los automovilistas no toman en cuenta en sus decisiones individuales la externalidad negativa de los viajes en auto generada por la congestión vehicular. La pérdida de eficiencia ocasionada por dicho comportamiento puede calcularse como la diferencia en las duraciones totales de todos los viajes bajo ambos escenarios:

$$Pérdida\, de\, eficiencia = 139.668 - 119.168 = 20.500$$

Ejercicio 2.8. Externalidades, impuesto de Pigou y negociación a la Coase

Fabián y Nicolás comparten un departamento. Fabián fuma z cigarrillos por semana. Nicolás no fuma y odia el cigarrillo. Las funciones de utilidad de Fabián y Nicolás son:

$$U^F = 100 + 10z - 0,1z^2 \tag{2.48}$$

$$U^N = 100 - 10z \tag{2.49}$$

Notar que la utilidad de Fabián (expresión (2.48)) ya incluye en su último término el costo de z cigarrillos fumados.

(a) Determinar el número de cigarrillos que fumará Fabián si ignora la externalidad que genera sobre Nicolás al fumar.

(b) Determinar el número socialmente óptimo de cigarrillos a ser fumados, suponiendo que el bienestar de esta sociedad de dos personas consiste en la suma de sus utilidades. Comparar con lo obtenido en (a) e interpretar.

(c) Hallar el impuesto de Pigou necesario para descentralizar el óptimo social.

(d) ¿Cuál será el resultado de una negociación a la Coase si Fabián fuera el dueño de los derechos a fumar en el departamento?

(e) ¿Cuál será el resultado de una negociación a la Coase si Nicolás fuera el dueño de los derechos a que no se fume en el departamento?

Respuesta

(a) En este caso Fabián elegirá cuántos cigarrillos fumar maximizando su propia utilidad (expresión (2.48)). La condición de primer orden para un máximo de la utilidad de Fabián es:

$$10 - 0,2z = 0 \tag{2.50}$$

Por lo tanto, la cantidad de cigarrillos que fumará Fabián será $z^* = 50$.

(b) Si el bienestar de esta sociedad (W) viene dado por la suma de las utilidades individuales, se tiene:

$$\begin{gathered} W = U^F + U^N = 100 + 10z - 0,1z^2 + 100 - 10z \\ W = 200 - 0,1z^2 \end{gathered} \tag{2.51}$$

Notar que cualquier incremento en el número de cigarrillos fumados hará decrecer el bienestar social. Esto implica que la cantidad de cigarrillos Pareto óptima será cero; es decir, $z^{PO} = 0$.

(c) El objetivo del impuesto correctivo de Pigou será en este caso lograr que Fabián decida individualmente no fumar, ya que la cantidad socialmente óptima de cigarrillos fumados es cero. Si se introduce un impuesto t por cigarrillo fumado, la nueva función de utilidad de Fabián (neta de costos) será:

$$U^F(z,t) = 100 + 10z - 0,1z^2 - t\,z \tag{2.52}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$10 - 0,2z - t = 0 \tag{2.53}$$

De este expresión se obtiene que la nueva cantidad óptima de cigarrillos que decidirá fumar Fabián depende del valor del impuesto t:

$$z^{**} = \frac{10 - t}{0,2} \tag{2.54}$$

Teniendo en cuenta que el objetivo de esta política es hacer que Fabián no fume, el valor del impuesto de Pigou será el que resuelva la expresión:

$$\frac{10-t}{0,2}=0 \tag{2.55}$$

Por lo tanto, un impuesto de $t = 10$ por cigarrillo fumado implicará que $z^{**} = z^{PO} = 0$.

(d) Si Fabián tiene el derecho a fumar, elegiría fumar 50 cigarrillos (ver inciso (a)). Su utilidad en ese caso será $U^F(50) = 350$. Si Fabián dejara de fumar, su utilidad sería $U^F(0) = 100$. Esto implica que Fabián estaría dispuesto a recibir una compensación de parte de Nicolás de al menos 250 (esto es, $U^F(50)-U^F(0)$) por dejar de fumar. Por su parte, Nicolás obtendría una utilidad de $U^N(50) = -400$ si Fabián ejerciera su derecho de fumar 50 cigarrillos, mientras que la utilidad obtenida si Fabián deja de fumar será $U^N(0) = 100$. Por lo tanto, Nicolás pagaría una suma de al menos 500 (esto es, $U^N(50)-U^N(0)$) para que Fabián deje de fumar. De lo anterior, teniendo en cuenta que el monto mínimo que está dispuesto a recibir Fabián en compensación por dejar de fumar es menor que el monto máximo que pagaría Nicolás, hay lugar para que las partes negocien. Suponiendo que ambos son racionales, Nicolás le pagará una compensación a Fabián que estará entre 250 y 500, y éste dejará de fumar. El monto exacto de la compensación dependerá del poder de negociación entre las partes.

(e) De modo similar a lo planteado en (d), pero ahora bajo el escenario en el que Nicolás tiene el derecho a que no se fume en el departamento, el resultado sin negociación es que se fumen 0 cigarrillos, que es el valor de z que maximiza la utilidad de Nicolás. Dicho valor de z coincide con el socialmente óptimo. En ese caso, se tiene que $U^N(0) = 100$. Si Nicolás permitiera que Fabián fume 50 cigarrillos, su utilidad sería $U^N(50) = -400$. Por lo tanto, Nicolás aceptaría que Fabián fume recibiendo al menos un monto de 500. Por su parte, Fabián estará dispuesto a pagarle a Nicolás una compensación que no supere 250, igual a la diferencia entre su utilidad de no fumar ($U^F(0) = 100$) y la correspondiente a fumar 50 cigarrillos ($U^N(50) = 350$). Teniendo en cuenta que lo mínimo que está dispuesto a recibir Nicolás en compensación es superior a lo máximo que está dispuesto a pagar Fabián, la negociación no se llevará a cabo y persistirá la prohibición de fumar, que es el resultado eficiente.

Capítulo 3

Economía política y teoría de las decisiones colectivas

Ejercicio 3.1. Provisión de bienes públicos a través de votación: El esquema de Lindahl

Considerar una economía con 3 personas ($i = 1, 2, 3$) consumiendo un bien privado (x) y un bien público puro (G). La función de utilidad de la persona i es:

$$U_i = x_i\, G, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{3.1}$$

El precio del bien privado es igual a \$1 y el costo unitario del bien público es igual a \$10, por lo que la tasa marginal de transformación del bien público por el bien privado es igual a 10. Los niveles de ingreso de los individuos son $w_1 = 30$, $w_2 = 50$ y $w_3 = 20$.

(a) Hallar el nivel eficiente del bien público G dada una función de bienestar social utilitarista.

(b) Suponer que el gobierno decide proveer el bien público mediante el esquema de precios personalizados de Lindahl. Hallar los precios α_i correspondientes al equilibrio de dicho esquema.

(c) Comentar cual sería el resultado esperado si los individuos intentaran manipular el resultado del esquema de Lindahl implementado por el gobierno.

Respuesta

(a) Al tener precio igual a \$1, puede considerarse al bien privado como el numerario de esta economía. La restricción de recursos de la economía puede escribirse como:

$$x_1 + x_2 + x_3 + 10\, G = w_1 + w_2 + w_3 \tag{3.2}$$

El ingreso agregado de la economía (lado derecho de la expresión (3.2)) debe igualarse al valor total del consumo del bien privado más el valor del bien público en términos del bien privado (lado izquierdo). La función de bienestar social utilitarista será en este caso:

$$W = (x_1 + x_2 + x_3)\, G \tag{3.3}$$

Utilizando la restricción de recursos (3.2) para reemplazar en la función de bienestar, se obtiene:

$$W = (100 - 10\,G)\,G \tag{3.4}$$

donde ya se reemplazaron los valores de los ingresos para cada individuo especificados en el enunciado. La condición de primer orden para un máximo de W es:

$$100 - 20\,G = 0 \tag{3.5}$$

Por lo tanto, la cantidad óptima del bien público será $G^* = 5$, como se observa en la Figura 3.1.

(b) Denominando α_1, α_2 y α_3 a los precios personalilzados del bien público correspondientes al esquema de Lindahl, los mismos deben satisfacer la restricción:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 10 \tag{3.6}$$

El problema del individuo i puede plantearse como:

$$\underset{(x_i, G_i)}{Max} \;\; x_i\, G_i \quad sujeto\ a \quad x_i + \alpha_i G_i = w_i \tag{3.7}$$

Reemplazando la restricción presupuestaria en la función de utilidad para eliminar x_i, se tiene:

$$\underset{G_i}{Max} \;\; (w_i - \alpha_i\, G_i)\, G_i \tag{3.8}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$w_i - 2\alpha_i\, G_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \tag{3.9}$$

Resolviendo para G_i, se obtienen las demandas de cada individuo por el bien público, dado su ingreso y el precio personalizado:

$$G_i = \frac{w_i}{2\alpha_i}, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{3.10}$$

Expresando dichas demandas de manera inversa:

$$\alpha_i = \frac{w_i}{2G_i}, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{3.11}$$

En el equilibrio de precios personalizados de Lindahl, los precios para cada individuo deberán ser tales que sus demandas por el bien público coincidan; es decir, $G_i = G$ $(i = 1, 2, 3)$. Sumando las expresiones (3.11) en sus valores de equilibrio, luego de reemplazar los niveles de ingreso especificados, se tiene:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \frac{30}{2G} + \frac{50}{2G} + \frac{20}{2G} = 10 \tag{3.12}$$

donde la última igualdad corresponde a la restricción del esquema consistente en que la suma de los precios personalizados debe cubrir el costo marginal del bien público en términos del bien privado ($MRT_{G,x} = 10$). Denominando G^L a la cantidad del bien público correspondiente al equilibrio de Lindahl, dicha cantidad puede obtenerse a partir de la expresión (3.12) y será $G^L = 5$. Reemplazando G^L y los niveles de ingreso para cada individuo en (3.11), se obtienen los precios correspondientes al equilibrio de Lindahl:

$$\alpha_1 = 3, \quad \alpha_2 = 5, \quad \alpha_3 = 2 \tag{3.13}$$

Observar que la cantidad del equilibrio de Lindahl coincide con la eficiente, obtenida en el inciso (a). Es decir, $G^L = G^* = 5$.

(c) El esquema de Lindahl alcanza la eficiencia suponiendo que los individuos no están dispuestos a manipular el esquema. Teniendo en cuenta que el esquema exige que cada persona pague un impuesto o precio personalizado que refleje su beneficio marginal por el bien público, no habrá incentivos de parte de los participantes a revelar su verdadera demanda. Si uno o más de los individuos en la población decidiera sacar provecho del esquema y falsear sus preferencias, la cantidad del bien público provista en el equilibrio de Lindahl dejará de ser la cantidad eficiente.

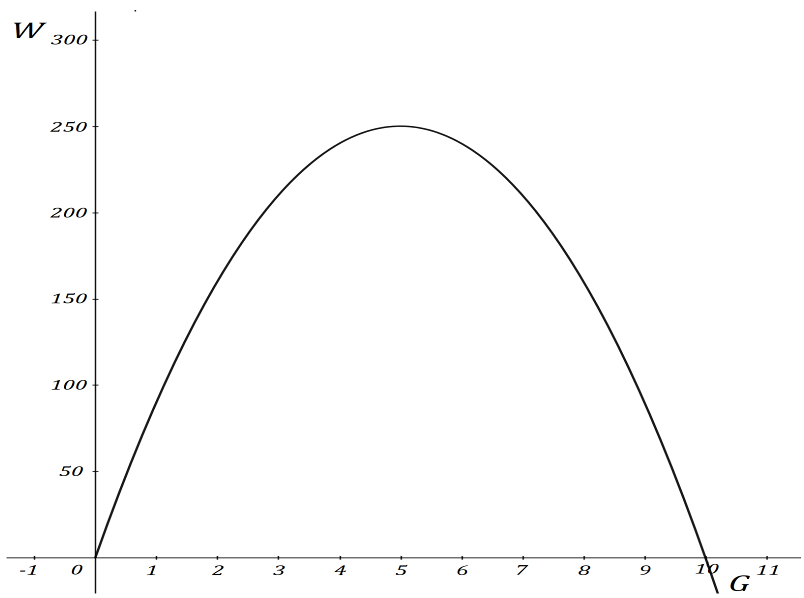

Figura 3.1: Función de Bienestar Social con un máximo en G=5.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

Ejercicio 3.2. Votación por mayoría bajo una democracia directa

Considerar el orden de preferencias de cinco personas (1 a 5) respecto de cuatro proyectos sociales (denominados W, X, Y y Z). El Cuadro 3.1 indica que el individuo 1, por ejemplo, posee un ranking individual en el que prefiere en primer lugar la alternativa X, en segundo lugar la Y, luego la Z y por último la alternativa W.

Cuadro 3.1: Preferencias entre proyectos sociales.

1	2	3	4	5
X	W	Y	W	Z
Y	Z	X	Y	X
Z	Y	Z	X	Y
W	X	W	Z	W

(a) Graficar las preferencias de cada uno de los votantes, ordenando los proyectos en orden alfabético en el eje de las abscisas. Determinar si se cumple la propiedad de preferencias indviduales unimodales o de máximo único.

(b) ¿Será elegido alguno de los cuatro proyectos si se utiliza un esquema de elección por mayoría de a pares de alternativas?

Respuesta

(a) Como se observa en las Figuras 3.2 y 3.3, solamente los individuos 1 y 3 poseen preferencias unimodales al ordenar las alternativas en orden alfabético. El individuo 1 posee un único máximo para la alternativa X, mientras que el máximo único para el individuo 3 coresponde a la alternativa Y. Notar que el individuo 2, por ejemplo, posee su máximo en la alternativa W. Sin embargo, sus preferencias no son unimodales, ya que su utilidad no cae monotónicamente a la derecha de dicho punto, sino que comienza a incrementarse a partir de la alternativa X. Los individuos 4 y 5 tampoco posee preferencias unimodales, por razones similares.

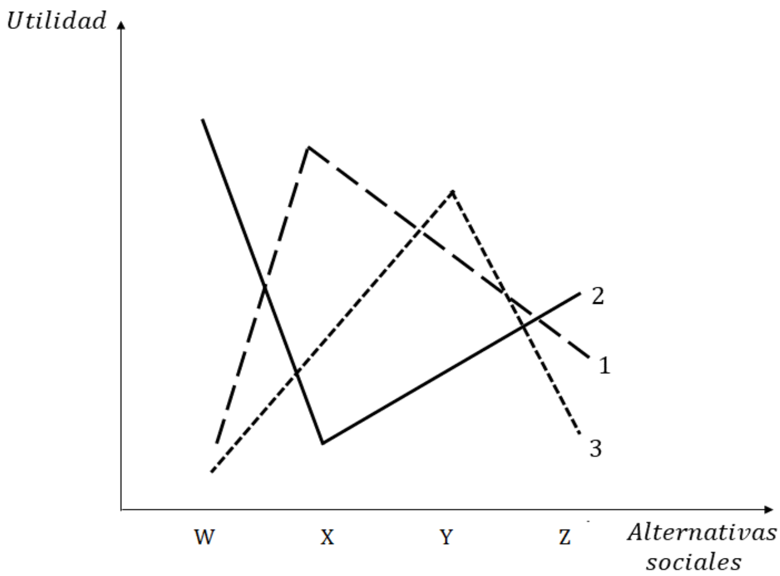

Figura 3.2: Orden de preferencias para individuos 1, 2 y 3.

(b) De la tabla puede observarse que la alternativa Y vence por mayoría a cualquier otra en un enfrentamiento de a pares. Es importante recordar que la propiedad de preferencias individuales unimodales es una condición suficiente, pero no necesaria, para asegurar que no surjan ciclos o no transitividades en el método de votación por mayoría. En este caso en particular, si bien tres de los cinco individuos no poseen preferencias unimodales, existe una alternativa que le gana al resto por mayoría en enfrentamiento de a pares.

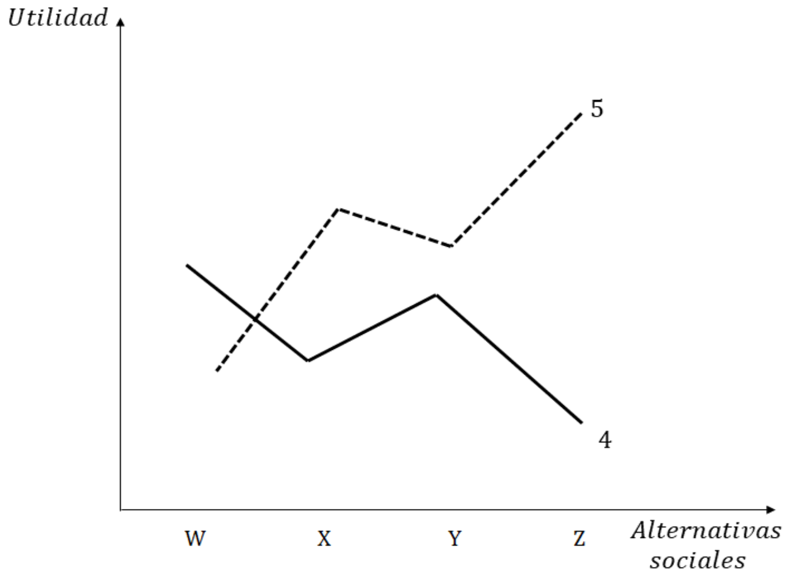

Figura 3.3: Orden de preferencias para individuos 4, y 5.

Ejercicio 3.3. Gasto público y votación por mayoría

Una localidad debe decidir acerca del presupuesto de gasto en educación para el siguiente período. La siguiente tabla muestra los niveles de gasto educativo preferidos por cada uno de los 7 individuos que residen en la localidad:

Individuo	Gasto deseado en educación	Sí/No
A	$49	
B	$56	
C	$63	
D	$70	
E	$77	
F	$84	
G	$91	

Suponer que las preferencias de todos los residentes son unimodales, de modo que los gastos detallados en la tabla correponden al gasto de máxima utilidad para cada residente. Las autoridades locales deciden llevar a cabo una secuencia de votaciones para decidir esta cuestión. En una secuencia dada de votaciones proponen inicialmente un cierto nivel de gasto, que deberá ser aceptado o rechazado por cada votante (es decir, cada individuo vota por *Sí* o por *No* el presupuesto propuesto por las autoridades). Si la propuesta no logra la mayoría de los votos, las autoridades proponen un presupuesto $10 menor y lanzan otra elección similar. Este proceso continúa hasta lograr una propuesta que gane por mayoría de votos. Ese nivel de gasto educativo será entonces el elegido por la localidad (nota: cada votante conoce el mecanismo por el que, si una cierta propuesta falla, las autoridades propondrán presupuestos $10 menores en posteriores votaciones).

(a) Completar la tabla presentada con los votos correspondientes a cada individuo (*Sí* o *No*) suponiendo que el presupuesto inicial propuesto es de $90.

(b) ¿Es $90 el nivel de presupuesto de equilibrio obtenido mediante este esquema? De no ser así, ¿cuántas votaciones se necesitarán para llegar al equilibrio y cuál es el nivel del mismo? Interpretar el resultado.

(c) ¿Se modificará el equilibrio del esquema si las autoridades utilizaran el mecanismo inverso? (esto es, comenzando con una propuesta de gasto baja, e incrementando las propuestas de a \$10).

Respuesta

(a) Dado el presupuesto inicial propuesto de \$90, los individuos votarán de la siguiente manera:

Individuo	**Gasto deseado en educación**	**Sí/No**
A	\$49	No
B	\$56	No
C	\$63	No
D	\$70	No
E	\$77	No
F	\$84	No
G	\$91	Sí

(b) El presupuesto de \$90 no representa un equilibrio, dado que solo el individuo G estaría a favor. Notar que el individuo F no lo aceptará, dado que conoce que en la siguiente ronda se ofrecerá un presupuesto de \$80, que es más cercano a su presupuesto deseado de \$84. Con la propuesta siguiente (presupuesto de \$80) los individuos E, F y G votarían a favor (\$80 está más cerca para E de su presupuesto deseado -igual a \$77- de lo que está el presupuesto de la siguiente iteración). La propuesta de \$70 es la que permite llegar al equilibrio, dado que en ese caso existe una mayoría (cuatro individuos) que la aprueban. Notar que el presupuesto elegido representa el gasto deseado por el individuo mediano (individuo D). Se necesitan 3 votaciones para llegar al equilibrio.

(c) El equilibrio sería el mismo. Partiendo, por ejemplo, de una propuesta igual a \$50, se llegará al mismo equilibrio de \$70 luego de tres votaciones.

Ejercicio 3.4. Bienestar social y votación por mayoría

Sea G el nivel de un bien público puro provisto en un pueblo con tres habitantes, cuyas funciones de utilidad vienen dadas por:

$$U^A = \frac{G}{4}, \quad U^B = 2 - G^{3/4}, \quad U^C = G - \frac{G^2}{2} \tag{3.14}$$

(a) Mostrar que los tres consumidores poseen preferencias unimodales por la cantidad del bien público.

(b) ¿Cuál sería el nivel del bien público elegido si el gobierno decide elegir el mismo en el rango $0 \leq G \leq 2$ mediante el método de votación por mayoría? Mostrar e interpretar.

(c) ¿Es el nivel elegido en (b) el que maximiza una función de bienestar social utilitarista? Interpretar.

Respuesta

(a) La Figura 3.4 representa las funciones de utilidad de los tres individuos por el bien público. La utilidad del individuo A es lineal, creciente en G y posee una pendiente igual a $1/4$. La máxima utilidad de A corresponde al máximo nivel posible de G. La utilidad del individuo B es estrictamente decreciente en G. La utilidad del individuo C tendrá máximo único en $G = 1$. Por lo tanto, los tres individuos poseen preferencias unimodales.

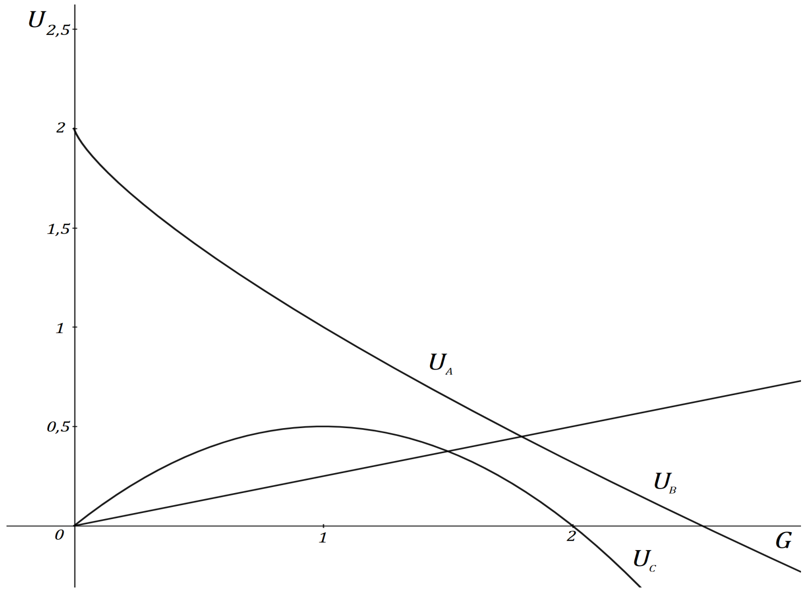

Figura 3.4: Funciones de utilidad individuales.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

(b) El consumidor A votará por la mayor cantidad disponible; en este caso $G = 2$. El individuo B votará por la menor cantidad disponible; en este caso $G = 0$. Por su parte, el individuo C votará por la cantidad $G = 1$. La cantidad de bien público ganadora bajo el mecanismo de votación por mayoría será la correspondiente al individuo C, por ser C el votante mediano. Por lo tanto, la cantidad de equilibrio de la votación será $G = 1$ (ver la Figura 3.4).

(c) La función de bienestar social utilitarista será en este caso:

$$W = \frac{G}{4} + 2 - G^{\frac{3}{4}} + G - \frac{G^2}{2} \tag{3.15}$$

que puede rescribirse como:

$$W = \frac{5G}{4} + 2 - G^{\frac{3}{4}} - \frac{G^2}{2} \tag{3.16}$$

La Figura 3.5 muestra que el bienestar social es estrictamente decreciente en G, por lo que la cantidad óptima será $G = 0$. Por lo tanto, la cantidad de equilibrio de votación por mayoría (obtenida en el inciso (b)) es mayor que la cantidad que maximiza el bienestar.

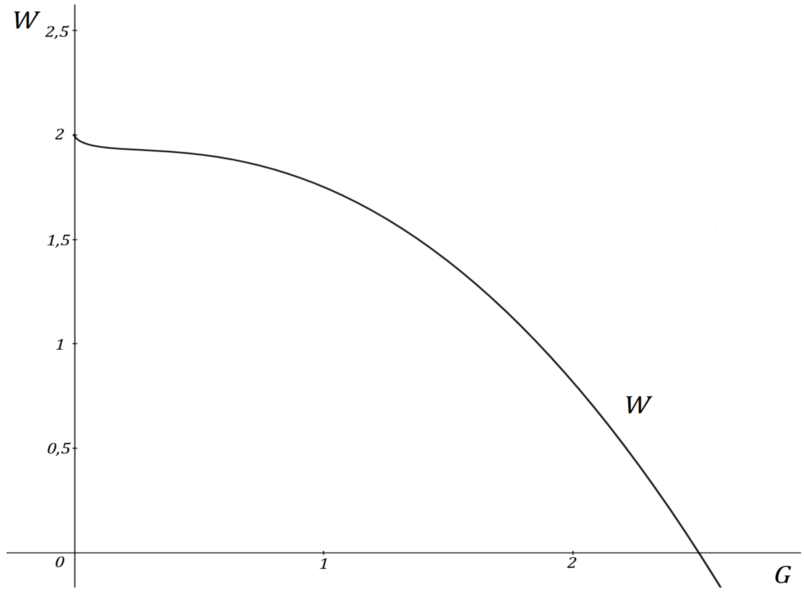

Figura 3.5: Función de bienestar social.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

Ejercicio 3.5. Comparación de reglas de votación

Considerar el ranking de preferencias de las siguientes cinco personas respecto de los proyectos sociales W, X, Y y Z presentados en el Cuadro 3.2. El cuadro indica que el individuo 1, por ejemplo, posee un ranking individual en el que prefiere en primer lugar la alternativa W, en segundo lugar la X, luego la Y y por último la alternativa Z.

Cuadro 3.2: Orden de preferencias individuales sobre alternativas sociales

1	2	3	4	5
W	X	Z	X	Y
X	W	W	W	W
Y	Y	X	Y	X
Z	Z	Y	Z	Z

(a) Encontrar la alternativa social ganadora por mayoría, si es que existe.

(b) Considerar una regla de votación de alternativas simultáneas mediante la cual la alternativa preferida por cada votante obtiene un punto y las restantes ningún punto ¿Coincide la alternativa ganadora con la ganadora por mayoría? Comentar.

(c) Suponiendo que cada votante conoce las preferencias reales del resto (representadas en la tabla del enunciado): ¿hay lugar para votaciones falsas a partir del esquema planteado en el inciso (b)? Dar algún ejemplo.

Respuesta

(a) Del Cuadro 3.2 puede verse que el proyecto W le gana por mayoría en enfrentamientos de a pares a cualquier otro proyecto social (por 3 votos a 2 a la alternativa X y por 4 votos a 1 tanto a la alternativa Y como a la Z). Por lo tanto, el proyecto W resulta la alternativa social ganadora por mayoría.

(b) En este tipo de reglas de votación todas las alternativas sociales se eligen en simultáneo. El esquema planteado corresponde al caso de la pluralidad, bajo el cual solo la primera alternativa social cuenta en el ranking de cada individuo. Del cuadro se puede inferir que el proyecto X resulta el ganador, dado que es el único que cuenta con dos primeros puestos (dos puntos) entre los cinco votantes. Las alternativas W, Y y Z cuentan solamente con un primer puesto (un punto cada una).

(c) Cualquier regla consistente en establecer puntuaciones entre un conjunto de alternativas puede inducir a los votantes a falsear sus verdaderos rankings ante la posibilidad de que su primera opción no resulte ganadora bajo revelación honesta. En el caso planteado en el inciso anterior, los votantes 3 y 5 podrían comparar el resultado que surge bajo honestidad, en donde la alternativa ganadora es la X (su tercera opción), contra un escenario en donde revelen falsamente que su primera opción es la opción W, que es para ambos su segunda opción bajo honestidad. Hay incentivos de parte de los votantes 3 y 5 a revelar falsamente sus rankings, elegir la opción W en primer lugar y así lograr que esta alternativa le gane a la opción X bajo pluralidad. Obviamente, esto resultará posible si cada votante conoce las preferencias del resto.

Ejercicio 3.6. Voto estratégico

Considerar el Cuadro 3.3, que muestra el ranking de preferencias de cinco votantes por los candidatos políticos A, B y C (nota: en la primera fila, los números entre paréntesis indican el número de votantes con cada ranking. Por ejemplo, la columna del centro indica que hay dos votantes que ubican en primer lugar al candidato B, en segundo lugar al A, y por último al C):

Cuadro 3.3: Preferencias por proyectos A,B y C.

(1)	(2)	(2)
A	B	C
B	A	A
C	C	B

Suponer un sistema de votación con votos transferibles, mediante el cual cada votante provee su ranking sobre los candidatos y el candidato con el menor número de primeros puestos queda eliminado, siendo sus votos transferidos a los candidatos restantes. Este proceso sigue hasta que se encuentra un candidato ganador.

(a) Dado el ejemplo planteado, ¿podría el candidato ganador por mayoría resultar perdedor según el presente esquema de votación? Explicar.

(b) ¿Es posible que un candidato sin ningún primer puesto resulte ganador?

(c) Mostrar cómo el voto estratégico pude afectar el resultado.

Respuesta

(a) El candidato A es el ganador por mayoría, ya que le gana tanto a B como a C por 3 votos a 2 en enfrentamientos de a pares. Sin embargo, quedará eliminado mediante el esquema planteado, ya que solo cuenta con un primer puesto entre los votantes. Al quedar eliminado el candidato A, el votante de la primera columna elegiría al candidato B sobre el C, por lo que la transferencia de dicho voto permite al candidato B ganar la elección, al obtener tres primeros puestos en la segunda ronda, por encima de dos primeros puestos obtenidos por el candidato C.

(b) Claramente esto no es posible en este esquema bajo un escenario de honestidad (ausencia de voto estratégico), ya que si se diera esa situación el candidato sin ningún primer puesto quedaría eliminado en la primera ronda.

(c) Los votantes estratégicos considerarán las chances de que su primera opción resulte ganadora. Si esto no fuera posible, evaluarán elegir otra opción para evitar que gane un candidato que resulte peor para ellos. En el caso del ejemplo planteado aquí, en el cual el candidato B resulta ganador en la segunda vuelta frente a C, los dos votantes de la última columna podrían optar por falsear su verdadero ranking y elegir al candidato A en primer lugar. En este caso el candidato A ganaría en primera vuelta (por 3 votos a 2 frente a B), ya que la opción C no obtendrá ningún primer puesto.

Ejercicio 3.7. Elasticidad ingreso de demanda por un bien público

En un contexto de una economía con dos bienes (un bien privado y un bien público) proveer un ejemplo gráfico de preferencias para un individuo generando una elasticidad ingreso de demanda por el bien público mayor que uno. Mostrar que, en este caso, la fracción del presupuesto destinado al gasto en el bien público se incrementa cuando se incrementa el ingreso.

Respuesta La Figura 3.6 representa la situación planteada. El aumento en la cantidad elegida del bien público G ante un cierto aumento en el ingreso (desplazamiento paralelo y hacia la derecha de la restricción presupuestaria del individuo) es mayor que el aumento experimentado en el ingreso. En el gráfico de abajo, si el ingreso inicial M^0 se duplica, pasando a ser $M^1 = 2M^0$, el consumidor elegirá consumir más del doble del bien público que en la situación inicial; es decir $G^1 > 2G^0$. Suponiendo que el precio del bien público es igual a 1, la proporción del ingreso (M) gastado en el bien público será $\frac{G}{M}$. El efecto de un aumento en el ingreso sobre dicha proporción es:

$$\frac{\partial\left(\frac{G}{M}\right)}{\partial M} = \frac{1}{M}\frac{\partial G}{\partial M} - \frac{G}{M^2} = \frac{G}{M^2}\left(\frac{M}{G}\frac{\partial G}{\partial M} - 1\right) = \frac{G}{M^2}\left(\varepsilon_M^d - 1\right) \tag{3.17}$$

donde ε_M^d es la elasticidad ingreso de la demanda del bien público. Por lo tanto, si dicha elasticidad es mayor que 1, la proporción del ingreso gastada en G se incrementará ante un aumento en el ingreso (observar el lado derecho de la expresión (3.17)).

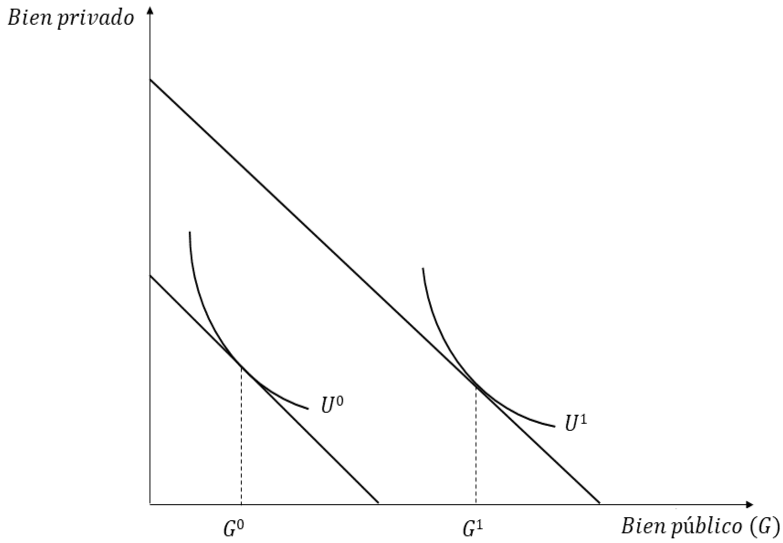

Figura 3.6: Elasticidad ingreso del bien público mayor que 1.

Ejercicio 3.8. Ley de Wagner

Suponer que la demanda agregada por gasto público (G) en un cierto momento del tiempo depende del ingreso nacional (Y) y viene dada por la expresión $G = Y^{\alpha}$.

(a) Calcular la elasticidad ingreso de la demanda de gasto público.

(b) ¿Para qué valores de α se cumple la Ley de Wagner?

(c) Obtener una expresión del gasto público como proporción del ingreso nacional. Mostrar que, para los valores de α obtenidos en (b), dicha proporción es creciente en el ingreso nacional.

Respuesta

(a) La elasticidad ingreso de la demanda de gasto público está dada por:

$$\varepsilon_Y^d = \frac{Y}{G}\frac{dG}{dY} = \frac{Y}{G}\,\alpha\,Y^{(\alpha-1)} = \alpha \tag{3.18}$$

(b) La Ley de Wagner requiere que la demanda del gasto público sea elástica respecto del ingreso. De acuerdo a la expresión obtenida en (a), esto ocurrirá siempre que $\alpha > 1$.

(c) El gasto público como proporción del ingreso nacional será, en este caso:

$$\frac{G}{Y} = \frac{Y^{\alpha}}{Y} = Y^{(\alpha-1)} \tag{3.19}$$

La derivada de esta expresión ante un cambio en el ingreso será:

$$\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{G}{Y}\right) = (\alpha-1)Y^{(\alpha-2)} \tag{3.20}$$

Por lo tanto, esta expresión será positiva si $\alpha > 1$. De acuerdo a lo obtenido en los incisos anteriores, la proporción del ingreso nacional correspondiente al gasto público crecerá ante cambios en el ingreso nacional si la elasticidad ingreso del gasto público es mayor a la unidad.

Ejercicio 3.9. Democracias representativas: El modelo de la burocracia de Niskanen

En el contexto del modelo de la burocracia de Niskanen[1], suponer que la valoración total atribuida al nivel de bienes y servicios (Q) producidos por una agencia del gobierno es $V(Q) = Q^{1/2}$, mientras que el costo total de proveer cada nivel de producción de la agencia es $C(Q) = Q^2$.

(a) Calcular el nivel de Q que elegirá el funcionario a cargo de la agencia.

(b) Calcular el nivel eficiente de Q.

(c) Comparar lo obtenido en ambos casos. Interpretar.

Respuesta

(a) La Figura 3.7 representa las funciones $V(Q)$ y $C(Q)$. De acuerdo al modelo de Niskanen, el funcionario/burócrata elegirá aquel nivel de Q que maximice su valoración total, sujeto a que el costo de proveer dicha cantidad no supere a su valoración. Dado que la función $V(Q)$ es estrictamente creciente en Q, el burócrata elegirá el nivel de Q que resuelva:

$$V(Q) = C(Q) \quad o \quad Q^{1/2} = Q^2 \tag{3.21}$$

El nivel de Q que resuelve la expresión anterior es $Q^b = 1$ (observar la Figura 3.7).

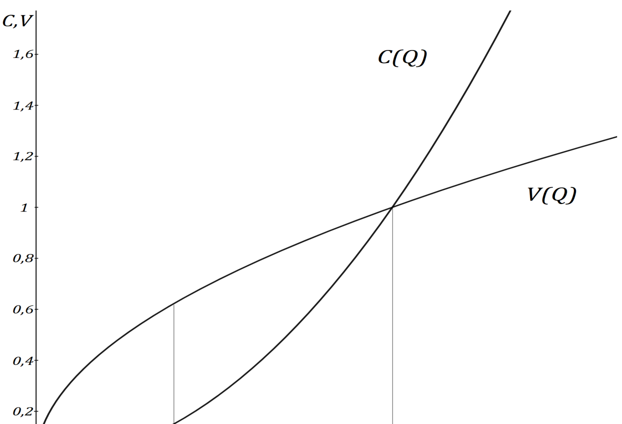

Figura 3.7: Valoración y costo de Q.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

[1] Niskanen, William A. (May 1968). "Nonmarket Decision Making: The Peculiar Economics of Bureaucracy". The American Economic Review.

(b) El nivel eficiente de Q será el que maximice la diferencia entre la valoración y el costo. Es decir, la cantidad que resuelva:

$$\underset{Q}{Max} \quad Q^{\frac{1}{2}} - Q^2 \tag{3.22}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$\frac{1}{2}Q^{-1/2} - 2Q = 0 \tag{3.23}$$

El nivel eficiente será entonces $Q^* = 0,39685$, el nivel de Q que iguala la valoración marginal con el costo marginal.

(c) la Figura 3.7 muestra la comparación de ambas soluciones; esto es $Q^* = 0,39685 < Q^b = 1$. El burócrata elegirá un tamaño de agencia ineficientemente alto, pues propondrá el máximo nivel de Q siempre que su valoración total no supere al costo total de producción.

Ejercicio 3.10. Democracias representativas: Grupos de interés y obtención de rentas

La curva de demanda del mercado de leche viene dada por $Q = 100 - 10P$, donde Q es el número de litros demandados por año y P es el precio por litro. El costo marginal de producción de leche es constante e igual a \$2.

(a) Calcular el precio y la cantidad de equilibrio de mercado, suponiendo que el mismo es perfectamente competitivo. Graficar.

(b) Suponer que, con la complicidad de algunos políticos, el sector lechero conforma un cartel. Calcular cuál sería el precio y la cantidad de litros de leche vendidos por el cartel. Graficar y comparar con lo obtenido en el inciso anterior.

(c) Calcular el monto de las rentas obtenidas por el cartel.

(d) Suponer que el cartel es sostenible si los productores realizan aportes a las campañas electorales de los políticos señalados arriba ¿Cuál es la contribución máxima que estarían dispuestos a hacer los productores? Calcular la pérdida de bienestar asociada al cartel.

Respuesta

(a) Bajo competencia perfecta, el equilibrio se dará cuando la demanda iguale a la oferta, que en este caso es infinitamente elástica al precio $P = 2$. De este modo, la cantidad vendida será $Q^{EC} = 100 - 10 \times 2 = 80$. La Figura 3.8 ilustra el equilibrio en competencia.

(b) La solución del cartel corresponde al precio y cantidad que elegiría un monopolista. La demanda inversa del mercado es:

$$P = 10 - \left(\frac{1}{10}\right) Q \tag{3.24}$$

El ingreso marginal correspondiente es:

$$IM_g = 10 - \left(\frac{1}{5}\right) Q \tag{3.25}$$

La cantidad elegida por el cartel será la que iguale el ingreso marginal con el costo marginal. Esto es:

$$10 - \left(\frac{1}{5}\right) Q = 2 \tag{3.26}$$

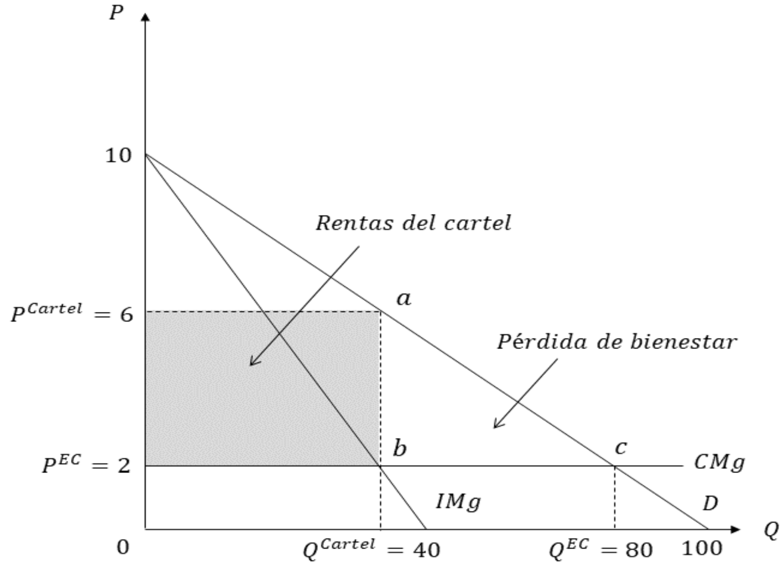

Figura 3.8: Comportamiento del cartel monopólico.

La cantidad vendida por el cartel será entonces $Q^{Cartel} = 40$. El precio fijado por el cartel será el que determine la demanda para esta cantidad; es decir $P^{Cartel} = 6$ (ver Figura 3.8).

(c) Las rentas obtenidas por el cartel serán el producto del beneficio marginal por unidad y la cantidad vendida. El beneficio marginal por litro de leche vendido es igual a \$4 (= \$6 – \$2), por lo que las rentas serán iguales a \$160 (ver Figura 3.8).

(d) La máxima contribución que estarán dispuestos a realizar los participantes del cartel corresponde a las rentas calculadas en el inciso anterior; es decir, estarán dispuestos a contribuir como máximo \$160.

Por otro lado, la pérdida de bienestar por la existencia del cartel será el triángulo de pérdida de bienestar por la menor cantidad vendida respecto de la solución competitiva. La base de dicho triángulo es igual a 40 (diferencia entre la cantidad competitiva y la del cartel), mientras que su altura es igual a 4 (diferencia de los precios en las dos situaciones). De este modo, la pérdida de bienestar será igual a 80, correspondiente al triángulo *abc* de la Figura 3.8.

Ejercicio 3.11. Teorema de imposibilidad de Arrow

Discutir cuál de las condiciones del teorema de la Imposibilidad de Arrow se viola:

(a) Para que se cumpla el teorema del votante mediano.

(b) Bajo el esquema de votación por mayoría.

Respuesta

(a) El Teorema del votante mediano exige preferencias individuales de máximo único o unimodales respecto de alternativas sociales. Esto podría excluir situaciones en donde uno o más individuos tenga preferencias con más de un máximo. En este caso se estaría violando el supuesto de *Universalidad* o *Dominio irrestricto*, el cual exige que ningún patrón de preferencias individuales debe dejarse fuera del proceso de decisión social.

(b) Sin restricciones sobre preferencias individuales podría violarse el requisito de que el orden social sea transitivo. La *paradoja de la votación* (también conocida como *paradoja de Condorcet*) es un claro ejemplo de esto. A pesar de partir de preferencias individuales racionales sobre las alternativas sociales, la no existencia de un orden de alternativas de único máximo podría generar un ciclo o no transitividad en la votación por mayoría.

Capítulo 4

Distribución del ingreso, redistribución y programas sociales

Ejercicio 4.1. Curva de Lorenz

Considerar una pequeño país con una población compuesta por 10 personas para la cual se cuenta con información sobre los ingresos individuales.

(a) Representar la curva de Lorenz si la distribución del ingreso total de la población es (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20), donde el vector anterior representa los ingresos ordenados del individuo más pobre al más rico.

(b) Considerar una redistribución de la distribución inicial planteada en (a). La misma consiste en quitarle dos unidades de ingreso a los cuatro individuos más ricos y transerir dichas unidades dos unidades de ingreso a los cuatro individuos más pobres. Mostrar que dicha redistribución disminuye la desigualdad de acuerdo a la nueva curva de Lorenz.

(c) Representar la curva de Lorenz para la distribución $(1, 2, 3, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21)$ y mostrar que cruza a la curva de Lorenz correspondiente a la distribución del punto (a).

(d) Mostrar que las dos funciones de bienestar social $W = \sum Y^h$ y $W = \sum \ln(Y^h)$ (donde Y^h representa el ingreso del individuo h) rankean las distribuciones de los puntos (a) y (c) de manera diferente.

Respuesta

(a) El Cuadro 4.1 presenta los ingresos ordenados de las 10 personas, el ingreso acumulado y la población acumulada. Notar que la entrada de la fila correspondiente a la persona i de la cuarta columna del Cuadro 4.1 (proporción de ingreso acumulado) se obtiene como el cociente entre el ingreso acumulado hasta la persona i y el ingreso acumulado total. A modo de ejemplo, la proporción de ingreso acumulado hasta la persona 3 se obtiene como el cociente $\frac{12}{110} = 0,1091 = 10,91\,\%$. Una vez completado el cuadro, para la obtención de la curva de Lorenz se representa en el eje de las abscisas (eje x) la última columna del Cuadro (proporción de población acumulada), mientras que en el eje de las ordenadas se representa la cuarta columna, correspondiente a la proporción de ingreso acumulado. La curva de Lorenz

($L_a(p)$) se obtiene uniendo todos los puntos representados, como se muestra en la Figura 4.1 (notar que la línea punteada representa la *línea de perfecta igualdad*[1]).

Cuadro 4.1: Distribución del ingreso, inciso (a).

Persona	Ingreso	Ingreso Acumulado	Prop ing. acumulado	Prop. de la población	Prop. pob. acumulada
1	2	2	1,82 %	10 %	10 %
2	4	6	5,45 %	10 %	20 %
3	6	12	10,91 %	10 %	30 %
4	8	20	18,18 %	10 %	40 %
5	10	30	27,27 %	10 %	50 %
6	12	42	38,18 %	10 %	60 %
7	14	56	50,91 %	10 %	70 %
8	16	72	65,45 %	10 %	80 %
9	18	90	81,82 %	10 %	90 %
10	20	110	100 %	10 %	100 %

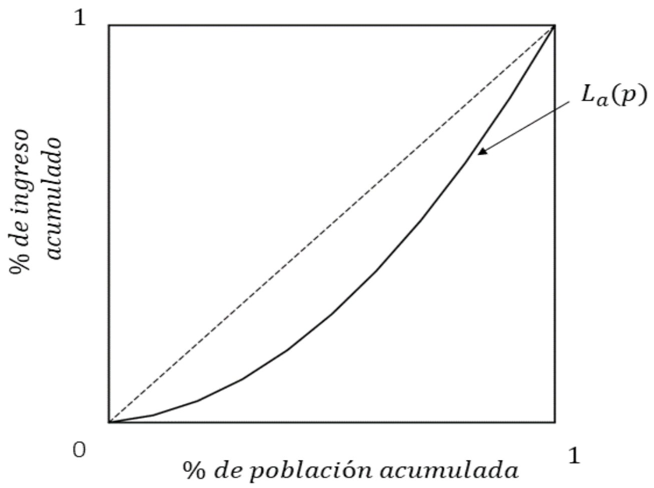

Figura 4.1: Distribución del ingreso, inciso (a).

(b) Repitiendo el mismo procedimiento que en el inciso (a), el Cuadro 4.2 presenta la información necesaria para la construcción de la curva de Lorenz correspondiente a la distribución del ingreso luego de la redistribución planteada. La Figura 4.2 presenta las dos curvas de Lorenz. Como puede observarse, la curva de Lorenz del inciso (b) se encuentra más cerca de la línea de perfecta igualdad, indicando que la redistribución planteada mejora la distribución del ingreso.

(c) De igual manera que en los incisos anteriores, utilizando el Cuadro 4.3 con la nueva distribución planteada, se obtiene la correspondiente curva de Lorenz (ver Figura 4.3). Observar que, al representar en conjunto con la distribución del inciso (a), las curvas de Lorenz de (a) y (c) se cruzan. Esto implica que, en este caso, no será posible utilizar esta herramienta gráfica para rankear las distribuciones planteadas.

(d) Calculando, para ambas funciones planteadas, el nivel de bienestar social para la distribución del ingreso del inciso (a), se obtiene:

[1]Es decir, la representación de la curva de Lorenz si el ingreso se encontrara distribuido igualitariamente.

Cuadro 4.2: Distribución del ingreso, inciso (b).

Persona	Ingreso Original	Ingreso Redistribuido	Ingreso Acumulado	Prop ing. acumulado	Prop. de la población	Prop. pob. acumulada
1	2	4	4	3,6 %	10 %	10 %
2	4	6	10	9,1 %	10 %	20 %
3	6	8	18	16,4 %	10 %	30 %
4	8	10	28	25,5 %	10 %	40 %
5	10	10	38	34,5 %	10 %	50 %
6	12	12	50	45,5 %	10 %	60 %
7	14	12	62	56,4 %	10 %	70 %
8	16	14	76	69,1 %	10 %	80 %
9	18	16	92	83,6 %	10 %	90 %
10	20	18	110	100 %	10 %	100 %

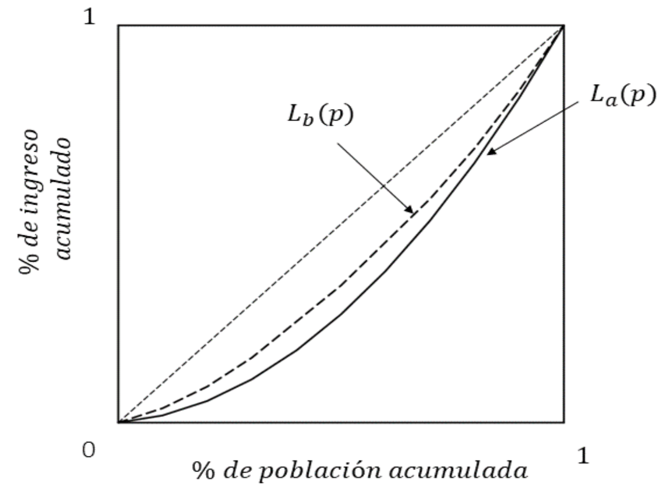

Figura 4.2: Distribución del ingreso, inciso (b).

$$W = \sum Y^h = 110 \tag{4.1}$$

$$W = \sum \ln Y^h = 22,04 \tag{4.2}$$

Mientras que para la distribución del ingreso del inciso (c), se obtiene:

$$W = \sum Y^h = 132 \tag{4.3}$$

$$W = \sum \ln Y^h = 21,98 \tag{4.4}$$

Observar que la primera función de bienestar social (suma de ingresos) rankea la distribución (c) más alto que la (a), mientras que la segunda (suma de logaritmos naturales del ingreso) arroja el ranking inverso. Esto implica que una misma política que lleve a una economía de la distribución (a) a la distribución (c) puede ser vista como deseable o no deseable (aumento o disminución en el bienestar social, respectivamente) dependiendo de la forma de la función

Cuadro 4.3: Distribución del ingreso, inciso (c).

Persona	Ingreso	Ingreso Acumulado	Prop ing. acumulado	Prop. de la población	Prop. pob. acumulada
1	1	1	0,7 %	10 %	10 %
2	2	4	2,0 %	10 %	20 %
3	3	6	3,9 %	10 %	30 %
4	15	24	15,7 %	10 %	40 %
5	16	43	28,1 %	10 %	50 %
6	17	63	41,2 %	10 %	60 %
7	18	84	54,9 %	10 %	70 %
8	19	106	69,3 %	10 %	80 %
9	20	129	84,3 %	10 %	90 %
10	21	153	100 %	10 %	100 %

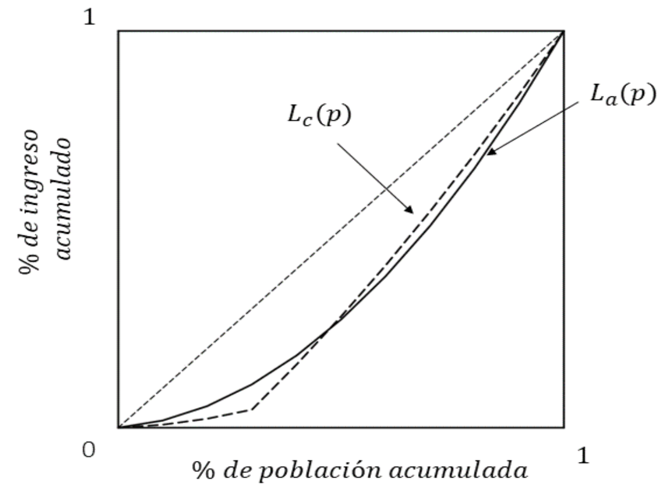

Figura 4.3: Distribución del ingreso, inciso (c).

de bienestar social.

Ejercicio 4.2. Índice de Gini

(a) ¿Qué es el índice o coeficiente de Gini y cómo puede utilizarse para evaluar el impacto de impuestos y subsidios sobre la desigualdad?

(b) Explicar cuál es la relación del coeficiente de Gini con la curva Lorenz.

Respuesta

(a) El coeficiente de Gini es una medida de desigualdad del ingreso que indica en qué proporción la distribución del ingreso observada difiere de una situación con completa igualdad en la distribución del ingreso. El coeficiente toma valores entre 0 (distribución observada igual a la distribución igualitaria) y 1 (distribución observada correspondiente a una situación bajo la cual el individuo más rico posee todo el ingreso disponible). Es posible utilizar el coeficiente de Gini para comparar la desigualdad del ingreso entre dos países en un cierto momento del tiempo, así como para comparar la desigualdad del ingreso de un cierto país en dos momentos del tiempo. De este modo, por ejemplo, si una cierta política impositiva implementada por el gobierno aumenta el coeficiente de Gini (es decir, el coeficiente luego de la política es mayor que el correspondiente a la situación anterior a la política) es posible concluir que, de acuerdo a esta medida de desigualdad, la politica impositiva ha generado un aumento en la desigualdad del ingreso.

(b) La curva de Lorenz provee un ranking parcial entre distribuciones. Esto quiere decir que es factible realizar comparaciones entre dos curvas de Lorenz siempre que las mismas no se crucen. En el gráfico de la izquierda de la Figura 4.4, puede concluirse que la distribución B es más desigual que la distribución A de acuerdo a la comparación de las curvas de Lorenz. Sin embargo, no es factible comparar entre distribuciones que se cruzan solamente observando las curvas de Lorenz, como en el caso presentado en el gráfico de las derecha de la Figura 4.4.

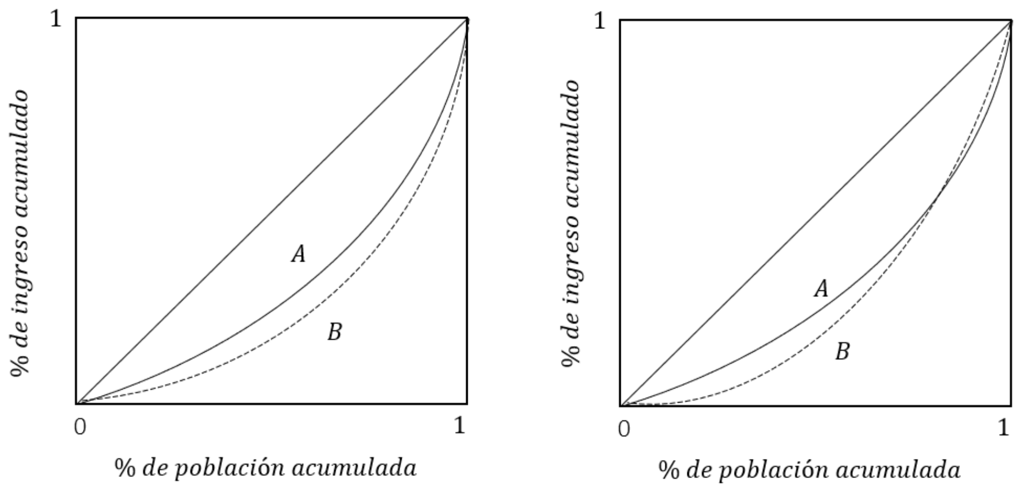

Figura 4.4: Curvas de Lorenz para distintas distribuciones del ingreso.

Es posible calcular el coeficiente de Gini en base a la información que brinda la curva de Lorenz, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$G = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \tag{4.5}$$

donde α respresenta el valor del área comprendida entre la línea de completa igualdad y la curva de Lorenz, mientras que β representa el valor del área por debajo de la curva de Lorenz (observar la Figura 4.5).

Dado que el área del gráfico es igual a 1, el área del triángulo debajo de la diagonal es igual a $\frac{1}{2}$. De este modo:

$$G = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = 2\alpha = 2\left(\frac{1}{2} - \beta\right) = 1 - 2\beta \tag{4.6}$$

Dado que β es el área debajo de la curva de Lorenz (llamada $L(p)$ en la figura), se tiene que el coeficiente de Gini puede calcularse como:

$$G = 1 - 2\int_0^1 L(p)dp \tag{4.7}$$

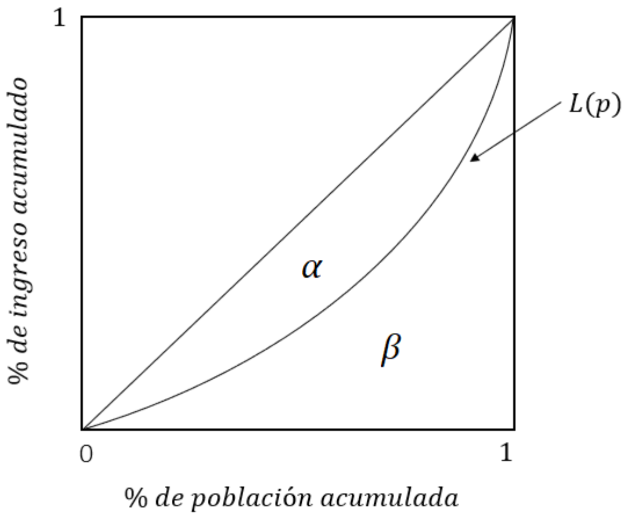

Figura 4.5: Curva de Lorenz e índice de Gini.

Es decir:

$$G = 1 - 2 \times \textit{(Área debajo de la curva de Lorenz)} \tag{4.8}$$

De este modo, es posible comparar entre dos distribuciones cualesquiera de acuerdo a esta medida de desigualdad.

Ejercicio 4.3. Distribución socialmente óptima

Suponer que en una sociedad existen solo dos personas, Susana y Carlos, que deben repartirse un ingreso total de \$100. La utilidad marginal del ingreso para Susana es $U_s^{mg} = 400 - 2Y_s$, mientras que para Carlos es $U_c^{mg} = 400 - 6Y_c$, donde Y_s e Y_c representan los ingresos de Susana y Carlos, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la distribución del ingreso óptima si la función de bienestar social fuera utilitarista?

(b) ¿Cuál es la distribución del ingreso óptima si esta sociedad valorara solamente la utilidad de Carlos? ¿Y si valorara solamente la utilidad de Susana? Interpretar.

(c) Explicar cómo varía la respuesta si las utilidades marginales del ingreso para ambas personas fueran constantes e iguales a 400.

Respuesta

(a) La función de bienestar social utilitarista tiene la siguiente forma:

$$W = U_c(Y_c) + U_s(Y_s) \tag{4.9}$$

donde $U_c(Y_c)$ y $U_s(Y_s)$ representan las funciones de utilidad de Carlos y Susana, respectivamente. Dado que el ingreso a repartir entre Susana y Carlos es de \$100, se tiene necesariamente que $Y_s + Y_c = 100$, por lo que se puede escribir la ecuación anterior como:

$$W = U_c(100 - Y_s) + U_s(Y_s) \tag{4.10}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$-U_c^{mg} + U_s^{mg} = 0 \tag{4.11}$$

lo cual implica:

$$U_c^{mg} = U_s^{mg} \tag{4.12}$$

La condición de arriba indica que la distribución óptima del ingreso será aquella que iguale las utilidades marginales del ingreso para ambas personas.

Reemplazando en (4.12) por las expresiones dadas para las utilidades marginales del ingreso:

$$\begin{gathered} 400 - 6Y_c = 400 - 2Y_s \\ 400 - 6(100 - Y_s) = 400 - 2Y_s \end{gathered} \tag{4.13}$$

Resolviendo para Y_s se obtiene que $Y_s = 75$, por lo que $Y_c = 25$.

(b) Si la sociedad solo valora la utilidad de Carlos, la función de bienestar social coincidirá con su función de utilidad; es decir $W = U_c(Y_c)$. La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$400 - 6Y_c = 0 \tag{4.14}$$

Es decir, deberá asignarse ingreso a Carlos hasta el punto en que su utilidad marginal del ingreso sea nula. Esto implica que Carlos debe recibir un ingreso de $Y_c = 66,67$. Un nivel de ingreso más alto hará que su utilidad marginal sea negativa. Notar que darle el ingreso remanente de $33,33 a Susana no afectará el nivel de bienestar social, ya que en este caso su utilidad no es valorada por la sociedad. De modo similar, si la sociedad valorara solamente la utilidad de Susana, su utilidad marginal se igualará a 0 para un nivel de ingreso igual a $200, por lo cual el total del ingreso disponible en la economía debe asignársele a Susana. Es decir, $Y_s = 100$.

(c) El caso presentado en los incisos anteriores corresponde a una situación en la que las utilidades marginales del ingreso para ambas personas es decreciente. Por lo tanto, cualquier situación en la que el ingreso se distribuya de modo tal que las utilidades marginales del ingreso sean distintas no sería óptima. Por ejemplo si $U_c^{mg} < U_s^{mg}$, redistribuir ingreso a favor de Susana implicaría una ganancia de bienestar social, pues la ganancia en bienestar de un peso más hacia ella sería superior a la pérdida de bienestar de un peso menos en manos de Carlos.

Sin embargo, el caso presentado en este inciso es diferente, ya que corresponde a una situación bajo la cual la utilidad marginal del ingreso es constante e igual para ambas personas. Por lo tanto, si $U_c^{mg} = U_s^{mg} = 400$, la sociedad será indiferente a cualquier distribución del ingreso entre ambos. La ganancia en bienestar de darle un peso extra a cualquier individuo coincide con la pérdida de bienestar de quitarle ese peso al otro individuo.

Ejercicio 4.4. Bienestar social y redistribución del ingreso

Considerar una sociedad conformada por dos personas, Luisa y Juan.

(a) Si la función de bienestar social fuera $W = U_L + U_J$, la sociedad estará indiferente entre darle un peso de ingreso a Luisa o a Juan. ¿Verdadero o falso?

(b) Suponer que la función de bienestar social fuera $W = U_L + 8\,U_J$. La sociedad valorará más la utilidad de Juan que la de Luisa. ¿Verdadero o falso?

(c) Suponer que la función de bienestar social fuera $W = min\,\{U_L, U_J\}$. En este caso, la distribución óptima del ingreso es la que reparte el ingreso total por igual entre Luisa y Juan. ¿Verdadero o falso?

Respuesta

(a) Falso. Dada la función de utilidad planteada, la sociedad estará indiferente entre darle una unidad de utilidad a uno u otro, pero no estará necesariamente indiferente entre dar un peso de ingreso a uno u otro. Suponer, por ejemplo, que $U_L = 2Y_L$ y $U_J = Y_J$. En este caso, cada peso de ingreso dado a Luisa incrementará el bienestar social en mayor magnitud que si lo obtiene Juan.

(b) Verdadero. La función de bienestar social supone una interpretación cardinal de la utilidad, por lo que es posible la comparación de utilidades entre personas. Observar que en este caso la ponderación social de una unidad extra de utilidad hacia Juan es mayor que la correspondiente a Luisa.

(c) Falso. El bienestar social máximo implica en este caso $U_L = U_J$, y no necesariamente igualdad en la distribución del ingreso. Por ejemplo, si $U_L = 2Y_L$ y $U_J = Y_J$, la igualación de utilidades corresponderá a una distribución del ingreso con Juan recibiendo el doble de ingreso que Luisa.

Ejercicio 4.5. Beneficio en especie y beneficio monetario

Considerar un modelo en el cual un individuo puede elegir consumir dos bienes: transporte público (T) y un bien compuesto (R) representando el gasto agregado en el resto de los bienes.

(a) Suponer que el individuo posee un ingreso monetario inicial de \$40 y que los precios de T y R son \$2 y \$1, respectivamente. Escribir y representar gráficamente su restricción presupuestaria.

(b) El gobierno decide proveer al individuo un beneficio en especie consistente en 10 unidades de transporte público, con un costo total de \$20. Suponiendo que el individuo no tiene posibilidad de revender las unidades de transporte transferidas, representar gráficamente la restricción presupuestaria luego de otorgado el beneficio.

(c) Representar la restricción presupuestaria si el beneficio otorgado por el gobierno fuera un subsidio monetario de \$20.

(d) Representar un caso en el cual el nuevo óptimo (luego de la ayuda del gobierno) es igual para los casos planteados en (b) y (c).

(e) Representar un caso en el cual el nuevo óptimo (luego de la ayuda del gobierno) es distinto para los casos (b) y (c). ¿En qué caso el individuo estará mejor? ¿De qué depende, a igual valor monetario de la ayuda, estar en un caso u otro?

Respuesta

(a) Para el caso general en el cual el precio de T es P_T, el precio de R es P_R y el ingreso monetario del individuo es Y, su restricción presupuestaria será:

$$Y = P_T T + P_R R \tag{4.15}$$

En el caso planteado aquí, $P_T = 2$, $P_R = 1$ e $Y = 40$, por lo cual:

$$40 = 2T + R \tag{4.16}$$

La Figura 4.6 representa esta restricción, cuya pendiente es igual a -2.

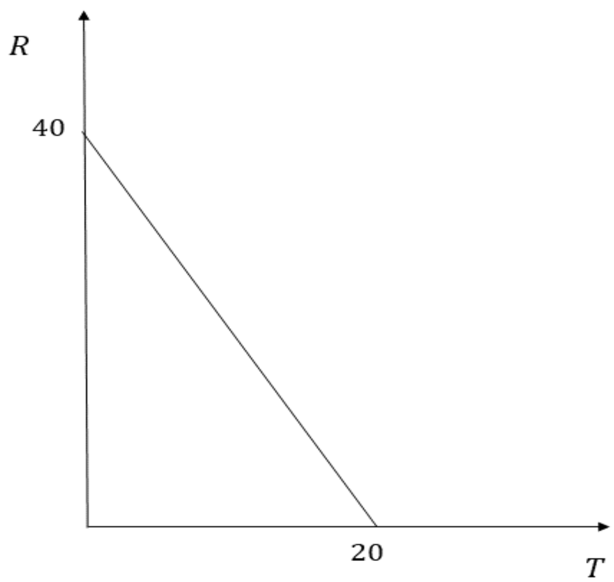

Figura 4.6: Restricción presupuestaria antes de transferencias.

(b) Observar la Figura 4.7, que representa la nueva restricción presupuestaria luego de la redistribución en especie de 10 unidades de transporte. La nueva restricción tendrá un tramo horizontal al nivel de $R = 40$, ya que en este caso el individuo podrá consumir todo su ingreso en R y aún así consumir las 10 unidades de T transferidas por el gobierno. En el punto en el que $T = 10$, la restricción tendrá un quiebre y presentará una pendiente igual a -2, tal como la restricción original. La máxima cantidad de consumo posible de T será 30; esto es, las 20 unidades que podría adquirir con su ingreso, más las 10 unidades transferidas a través de la redistribución.

(c) El subsidio monetario de \$20 hará que la nueva restricción sea paralela a la original y se sitúe a su derecha, con cortes en los ejes en los puntos $R = 60$ y $T = 30$ (ver Figura 4.8). Notar que, a diferencia del inciso anterior, el consumidor podría consumir los \$20 del subsidio en

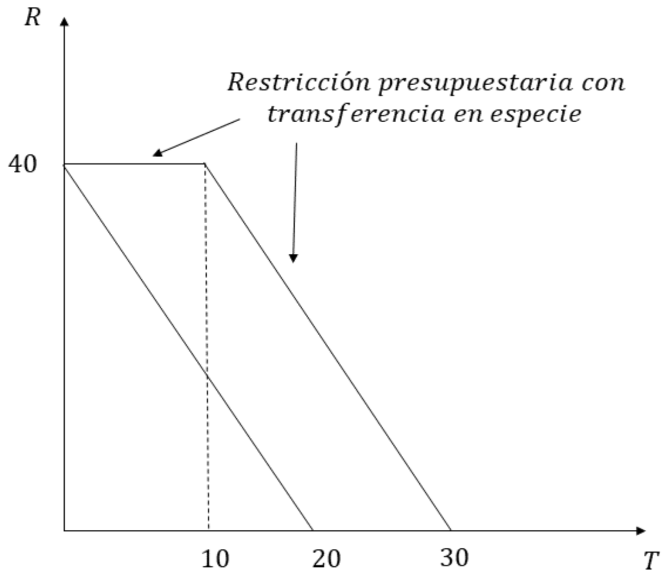

Figura 4.7: Restricción presupuestaria con transferencia en especie.

R. Esta transferencia representa el equivalente monetario de la transferencia de 10 unidades de transporte del punto anterior, dado que el precio de T es igual a \$2.

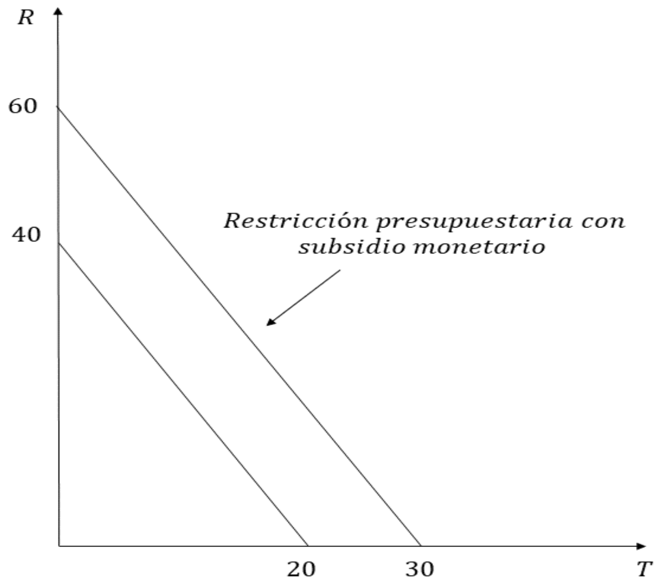

Figura 4.8: Restricción presupuestaria con subsidio monetario.

(d) La Figura 4.9 representa el caso planteado. El individuo consume, previo a la ayuda del gobierno, 10 unidades de transporte (punto A). En este caso, el individuo será indiferente entre una ayuda en especie y otra en efectivo. A los efectos de la elección de su canasta de consumo óptima, a este individuo no le resulta relevante que la nueva restricción presente un quiebre en el punto en el que $T = 10$. Su nuevo punto de óptimo será el punto B. Nótese que lo mismo ocurriría si en el óptimo inicial el individuo estuviera consumiendo cualquier cantidad de transporte superior al monto de la ayuda; es decir, $T > 10$.

(e) La Figura 4.10 representa el caso planteado. El individuo tiene su punto óptimo en A' previo a cualquier ayuda del gobierno. Obsérvese que si la transferencia es en especie e igual a 10

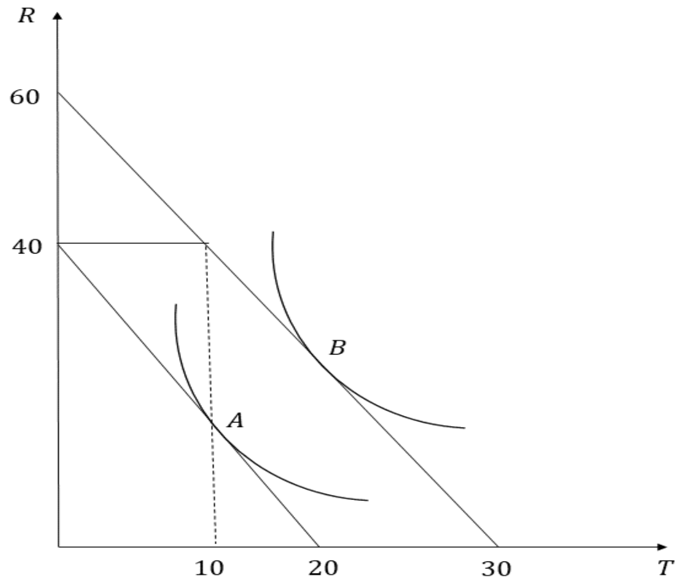

Figura 4.9: Individuo indiferente entre ayuda en especie o en efectivo.

unidades de transporte, el nuevo óptimo se ubicará en B', punto de quiebre de la restricción quebrada. Aquí el consumidor gastará todo el monto de la transferencia en transporte, lo cual le permite aumentar el gasto en el resto de los bienes respecto de su óptimo original. Por otro lado, si la transferencia es en efectivo e igual al equivalente monetario de la anterior (es decir, \$20), el individuo se ubicará en C', con un mayor consumo de transporte que al inicio (bien normal) pero menor que 10 unidades. Por un argumento de preferencia revelada, el individuo estará mejor (mayor utilidad) en este caso que bajo una transferencia en especie. Es decir, la canasta C' se elige estando la B' disponible, pero cuando se elige B' la canasta C' no es factible para el individuo. Por lo tanto, este tipo de individuo preferirá la transferencia en efectivo. Nótese que este resultado surge en casos en los que la cantidad inicial consumida de transporte está suficientemente por debajo de 10 unidades (punto de quiebre de la nueva restricción en el caso de la transferencia en especie).

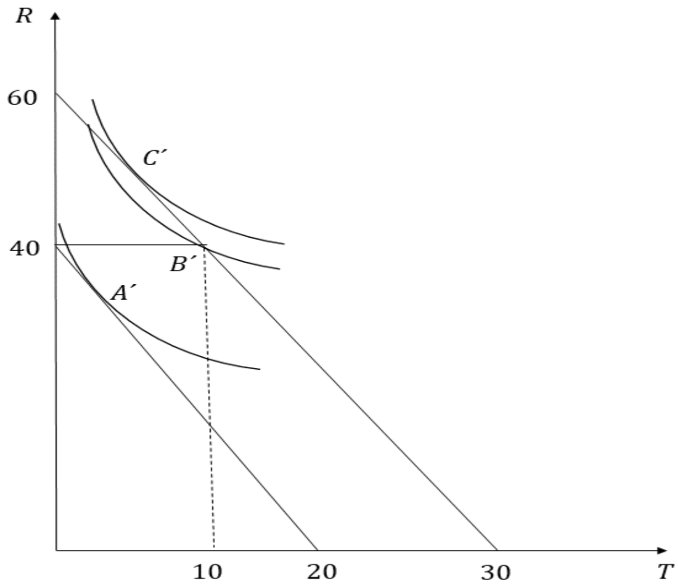

Figura 4.10: Individuo que prefiere ayuda en efectivo.

Ejercicio 4.6. Redistribución eficiente

Considerar las funciones de utilidad de Sofía y Mario:

$$\begin{aligned} U_S &= 100\,Y_S^{\frac{1}{2}} \\ U_M &= 100\,Y_M^{\frac{1}{2}} + 0,8\,U_S \end{aligned} \tag{4.17}$$

donde Y_S e Y_M son los ingresos monetarios de Sofía y Mario, respectivamente.

(a) Explicar la idea de la redistribución eficiente en el sentido de Pareto, y porqué es relevante en este caso.

(b) Suponer que Sofía y Mario poseen \$100 de ingreso cada uno. Si la función de bienestar social es utilitarista ¿cómo se afecta el bienestar social si se le quita \$36 a Mario para dárselos a Sofía? Interpretar.

Respuesta

(a) La idea de la redistribución Pareto eficiente consiste en situaciones en las que la reasignación del ingreso entre los individuos mejora (o al menos no empeora) la utilidad de todos los individuos. En el caso de Sofía y Mario aquí presentado, Mario es un individuo con cierto grado de altruismo, ya que su utilidad aumenta ante aumentos en la utilidad de Sofía. De este modo, resultaría posible en algunos casos reasignar ingreso de Mario a Sofía y lograr que la utilidad de ambos aumente. Nótese que esta mejora de Pareto nunca sería posible en una situación en la que la utilidad de ambos solo dependiera de sus propios ingresos, ya que en dicha situación cualquier redistribución de un individuo hacia el otro necesariamente aumentará la utilidad de uno a expensas de la utilidad del otro.

(b) Utilizando las funciones de utilidad suministradas, es posible calcular los niveles de utilidad y de bienestar social antes y después de la redistribución de los \$36 de Mario hacia Sofía. La utilidad que obtendrá Sofía con sus \$100 iniciales es igual a 1.000. Por su parte, la utilidad de Mario en el escenario inicial será de 1.800. Con una función de bienestar social utilitarista, el bienestar social en el escenario inicial será $W = U_S + U_M = 1.000 + 1.800 = 2.800$.

    Al redistribuir los \$36 de Mario hacia Sofía, Sofía obtendrá un nivel de utilidad de $1.166,20$, mientras que el nuevo nivel de utilidad de Mario será de 1.733. El nuevo nivel de bienestar social será mayor que antes de la redistribución, e igual a $2.899,1$. Sin embargo, esta redistribución no genera una mejora de Pareto, ya que Mario resulta perjudicado en su nivel de utilidad respecto de la situación inicial $(1.733 < 1.800)$.

Ejercicio 4.7. Demanda por vivienda y subsidio

La Figura 4.11 representa la demanda por vivienda de Felipe, suponiendo que la cantidad demandada pueda medirse en metros cuadrados de vivienda (H). El precio del metro cuadrado es P_1 (asumiendo que la curva de oferta es horizontal en dicho nivel). El gobierno ha introducido un plan de viviendas mediante el cual el precio del metro cuadrado es P_2, pero la única vivienda pública a la que tiene acceso Felipe a través del plan cuenta con un tamaño de H_2 metros cuadrados. Analice

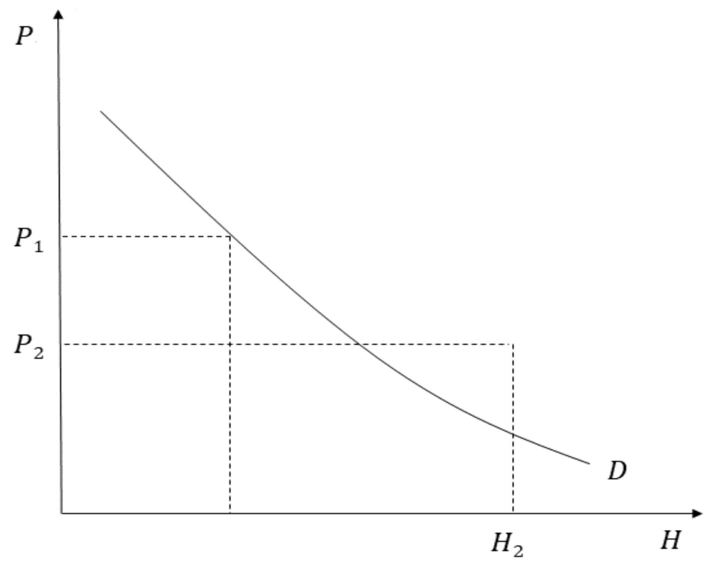

Figura 4.11: Demanda individual de vivienda.

si Felipe elegirá vivir en la vivienda pública o elegirá el tamaño de su vivienda en el mercado privado.

Respuesta La Figura 4.12 ilustra los determinantes de la decisión de Felipe. Notar en primer término cuál sería la ganancia en excedente del consumidor que recibiría Felipe si pudiera elegir libremente el tamaño de su vivienda al precio P_2 fijado en el plan de viviendas. Felipe elegiría un tamaño de vivienda de H^* metros cuadrados, con un incremento de su excedente del consumidor igual al área P_1acP_2. Sin embargo, el programa planteado ofrece un tamaño fijo de vivienda mayor que el que elegiría Felipe al precio P_2 (notar que $H_2 > H^*$), por lo cual Felipe tendrá una pérdida de excedente por tener que pagar un precio mayor que el deseado para una vivienda de H_2 metros cuadrados. Esta pérdida de excedente corresponde al área cef. Por lo tanto, Felipe decidirá participar en el programa de viviendas públicas siempre que $P_1acP_2 > cef$.

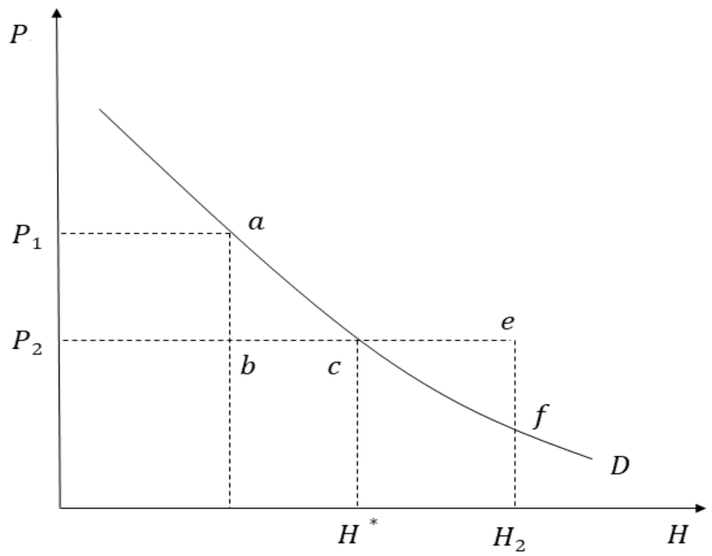

Figura 4.12: Criterio de decisión de participación individual en el plan de vivienda.

Ejercicio 4.8. Restricción presupuestaria y ayuda social

Suponer un individuo que resulta beneficiado por un programa de ayuda pública consistente en cupones de alimentos cuyo valor monetario total es \$2.000. Representar la restricción presupuestaria de este individuo en términos de ocio e ingreso para los siguientes casos:

(a) El beneficio se reduce progresivamente con el ingreso laboral del individuo y desaparece para ingresos por encima del correspondiente a la línea de pobreza, calculada en \$3.000.

(b) El beneficio se mantiene constante con el ingreso laboral del individuo, pero desaparece para ingresos por encima del correspondiente a la línea de pobreza, calculada en \$3.000.

Respuesta

(a) En la Figura 4.13 la restricción original AB representa las opciones para el individuo bajo un salario de horario de w. El beneficio equivale en términos monetarios a \$2.000, de modo que un individuo que no trabaja tendrá un ingreso de \$2.000 (ver el punto F sobre la nueva restricción ACF). El caso mostrado ilustra cómo el beneficio monetario se va reduciendo a medida que el individuo obtiene mayores ingresos laborales. El valor de t (tasa de reducción del beneficio) será tal que cuando el individuo trabaja un total de FB horas (correspondientes al ingreso de la línea de pobreza de \$3.000) el beneficio del esquema desaparece. Notar que un individuo con un óptimo ubicado inicialmente en el tramo AC de la restricción original no cambiará su decisión laboral luego de introducido el beneficio.

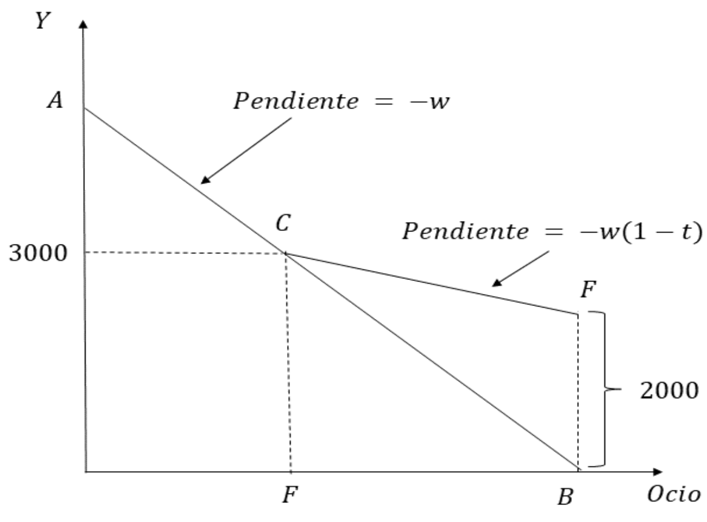

Figura 4.13: Programa de cupones de alimentos bajo reducción progresiva del beneficio.

(b) En este caso no se aplica una tasa impositiva implícita sobre el ingreso laboral, sino que el beneficio de \$2.000 se mantiene constante. Pero al igual que en el caso anterior, el beneficio desaparece para ingresos laborales a partir de \$3.000. Como se puede observar en la Figura 4.14, esto implica que la nueva restricción presupuestaria será $ACDFB$, presentando un salto en el punto correspondiente a BF horas de trabajo (ingreso laboral de \$3.000).

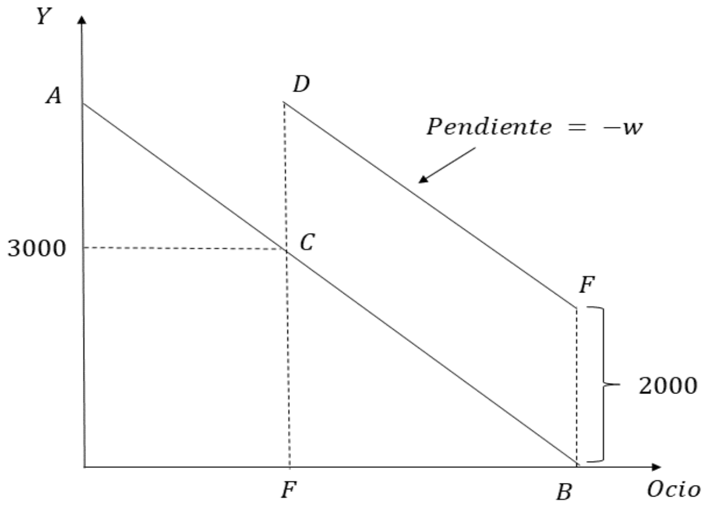

Figura 4.14: Programa de cupones de alimentos con tope de ingreso.

Ejercicio 4.9. Oferta laboral y ayuda social

El sistema de bienestar social de un cierto país otorga una ayuda de \$645 mensuales a las personas que no realizan ningún trabajo. Si la persona trabaja y tiene un ingreso laboral de hasta \$225, el sistema no reduce sus prestaciones, mientras que si trabaja y obtiene un ingreso laboral superior a \$225, el sistema reduce la ayuda en 50 % por hora trabajada hasta que la ayuda se agota para un cierto nivel de renta laboral mensual. Un individuo residiendo en este país puede trabajar y obtener un salario horario de \$10.

(a) ¿Cuál será el ingreso laboral del individuo si decidiera trabajar 10 horas? ¿Cuánto recibirá en términos de ayuda proveniente del sistema? ¿Cuál será su ingreso total?

(b) Calcular el número de horas de trabajo a partir del cual el individuo dejará de recibir ayuda alguna del sistema.

(c) En base a toda la información provista, graficar la restricción presupuestaria del individuo.

(d) Representar gráficamente la decisión óptima de un individuo:

   I. que decide trabajar un cierto número de horas, está beneficiado por el esquema, pero obtiene un beneficio reducido.

   II. que trabaja un cierto número de horas antes de introducir el programa, pero decide no trabajar luego de introducido el mismo.

   III. cuya decisión laboral resulta inafectada por la introducción del programa.

Respuesta

(a) Dado que el ingreso laboral por hora es \$10, trabajar 10 horas le generaría al individuo un ingreso laboral de \$100. Como este ingreso no alcanza el límite a partir del cual comienza a reducirse la ayuda de \$645 (dado por un ingreso laboral superior a \$225) su ingreso total será igual a $\$100 + \$645 = \$745$.

(b) Sea B a la ayuda o beneficio efectivo que un cierto individuo recibe de este esquema, G a la ayuda en suma fija, D al nivel crítico de ingreso por encima del cual la ayuda se empieza a reducir, y t a la tasa a la cual se reduce la ayuda para aquellos individuos por encima de D, se tiene:

$$B = \begin{cases} G & si \quad Y \leq D \\ \\ G - t(Y - D) & si \quad Y > D \end{cases} \tag{4.18}$$

Dados los datos suministrados en el enunciado, el esquema se puede escribir como:

$$B = \begin{cases} 645 & si \quad Y \leq 225 \\ \\ 645 - 0,5(Y - 225) & si \quad Y > 225 \end{cases} \tag{4.19}$$

Para un cierto nivel de ingreso laboral $\hat{Y}$, el beneficio B se hará nulo. Todos los individuos cuyo nivel de ingreso sea $\hat{Y}$ o mayor, dejarán de percibir beneficios a través del esquema. Observando la definición general para B detallada arriba, dicho nivel de ingreso será el que resuelva la expresión:

$$G - t(\hat{Y} - D) = 0 \tag{4.20}$$

Por lo tanto:

$$\hat{Y} = \frac{G}{t} + D \tag{4.21}$$

Teniendo en cuenta los datos del enunciado, se obtiene que $\hat{Y} = 1.515$. Dado el salario horario de \$10, un individuo que trabaje al menos $151,5$ horas mensuales dejará de percibir beneficio alguno a través del presente esquema.

(c) La Figura 4.15 representa las restricciones presupuestarias (antes y después de introducido el esquema de ayuda) en el contexto de un modelo ingreso-ocio. La restricción original (AE) tiene pendiente constante e igual a -10, correspondiente al salario horario obtenido por el trabajador. Si el individuo sacrifica una hora de su ocio a partir del punto E (todo ocio) podrá obtener un ingreso de \$10. Su ingreso laboral total será igual al producto del salario por el número de horas trabajadas.

La restricción presupuestaria luego de introducido el esquema de ayuda será $ABCD$. Notar que en este caso el individuo puede destinar todo su tiempo disponible al ocio y obtener un ingreso no laboral de \$645 (punto D). El tramo CD, correspondiente a ofertas laborales de hasta $22,5$ horas (ingreso laboral de \$225), tiene pendiente igual a -10. El tramo BC, correspondiente a ofertas laborales de hasta $151,5$ horas, tendrá una pendiente más plana, dado el descuento de $0,5$ por peso de ingreso extra establecido por el esquema. El tramo AB coincide con la restricción original, ya que para ofertas laborales mayores que $151,5$ horas el individuo deja de recibir el beneficio otorgado por el esquema de ayuda.

(d) I. El caso planteado debe corresponder a una situación final que lleve al individuo al tramo BC de la nueva restricción presupuestaria, ya que dicho tramo corresponde a las situaciones con beneficio reducido. El individuo pasa del punto a al punto b sobre la

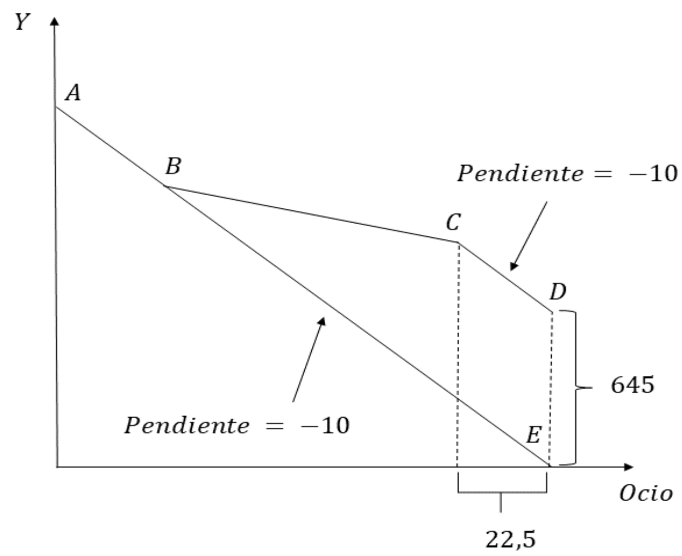

Figura 4.15: Restricción presupuestaria antes y luego de introducido el beneficio social.

nueva restricción (ver Figura 4.16). El caso representado corresponde a una situación bajo la cual el individuo decide consumir más ocio (trabajar menos) que al inicio.

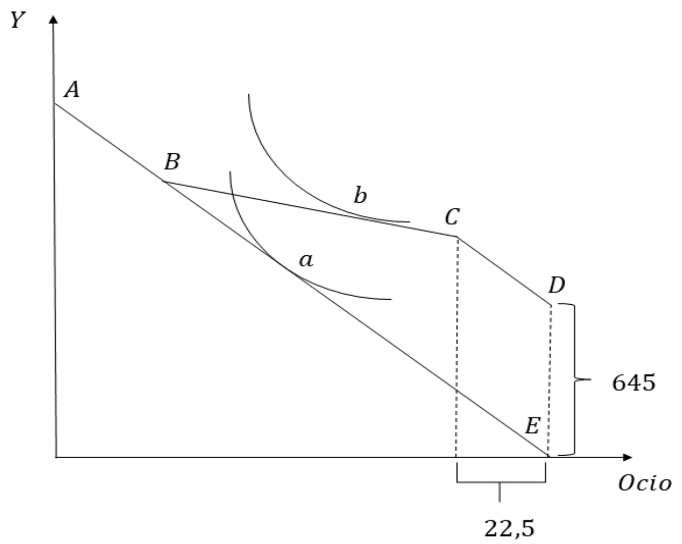

Figura 4.16: Caso de individuo con beneficio reducido y reducción de horas trabajadas.

II. El individuo ubicado inicialmente en el punto a' de la Figura 4.17 decide trabajar pocas horas previo a la introducción del esquema (esto es, menos horas que las mínimas para que comience a operar el descuento del beneficio). El beneficio de \$645 genera un efecto ingreso que lo lleva al punto D, con oferta laboral nula.

III. El individuo ubicado en el punto a'' de la Figura 4.18 posee un ingreso laboral inicial ubicado en el tramo AB de su restricción presupuestaria. Dicho tramo de la restricción no se ve alterado por el esquema de ayuda, por lo cual su oferta laboral no cambiará.

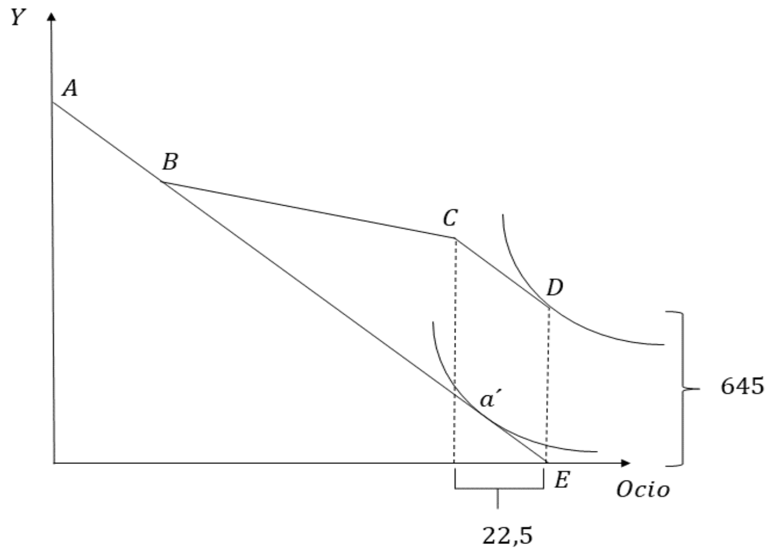

Figura 4.17: Caso de individuo con oferta laboral nula luego del beneficio.

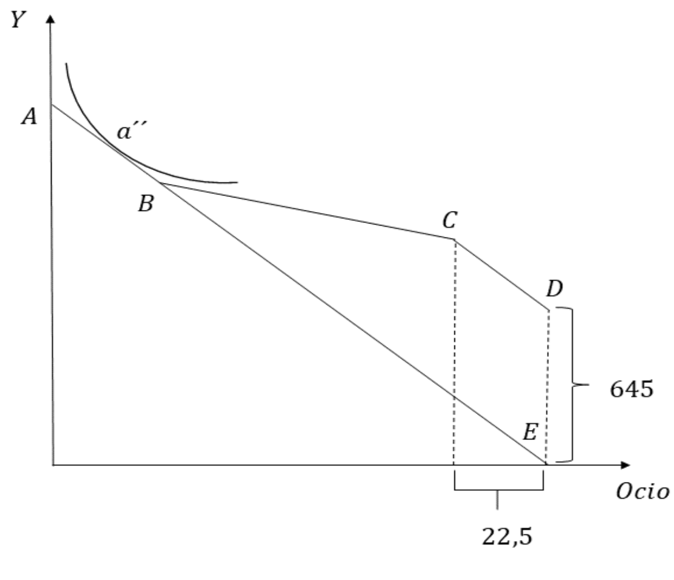

Figura 4.18: Caso de individuo sin cambios en su oferta laboral luego del beneficio.

Capítulo 5

Seguros sociales

Ejercicio 5.1. Cálculo de seguro óptimo

Suponer dos automovilistas, María y Leandro, bien diferentes en su modo de conducir. Ambos tienen asegurado su automóvil con la misma compañía aseguradora. Leandro no es un conductor demasiado precavido, por lo que existe una chance de $7,5\,\%$ de que tenga un accidente dentro del próximo año. María es relativamente más cuidadosa, y su chance de verse involucrada en un accidente el próximo año es $1\,\%$. Si Leandro tuviera un accidente, le costaría a su empresa aseguradora \$1.000.000 en términos de compensaciones, mientras que si María se accidentara, el costo para la empresa sería de \$500.000. ¿Cuál es el pago esperado o compensación esperada para la compañía que asegura a estos dos automovilistas?

Respuesta El pago esperado para la compañía aseguradora será igual a la suma de los costos en compensaciones por accidente correspondientes a cada individuo, cada uno ponderado por su probabilidad de ocurrencia. Esto es:

$$1.000.000 \times 0,075 + 500.000 \times 0,01 = \$80.000 \tag{5.1}$$

Ejercicio 5.2. Prima por riesgo y utilidad esperada

Suponer un individuo en un contexto temporal de dos períodos, con una función de utilidad dada por $U = \ln(4Y)$, donde Y representa el ingreso que el individuo obtiene en un período dado. Dicho individuo obtiene normalmente un ingreso de \$30.000 por período, pero existe una chance o probabilidad de $5\,\%$ de que en el próximo período el individuo se enferme. Si dicho evento ocurre, el individuo tendrá que incurrir en gastos médicos por \$20.000.

(a) Calcular el ingreso esperado para este individuo. ¿Qué forma tendrá su función de utilidad?

(b) Calcular su utilidad esperada, suponiendo que no posee seguro de salud para afrontar el evento adverso.

(c) Suponer que el individuo puede contratar un seguro que lo cubra contra las pérdidas monetarias de la enfermedad. ¿Cuál será la prima actuarialmente justa del seguro? ¿Cuál será la utilidad esperada del individuo si contrata el seguro?

(d) ¿Es este individuo averso, neutral o amante del riesgo? Justificar.

(e) ¿Cuánto sería lo máximo que estaría dispuesto a pagar el individuo por el seguro planteado en (c)?

Respuesta

(a) Dado que existe una probabilidad del 5 % de que el individuo se enferme durante el próximo período y su ingreso sea de \$10.000 luego de afrontar los gastos médicos por \$20.000, la probabilidad de que no se enferme será del 95 %. En este último caso no tendrá que afrontar gastos médicos, y su ingreso será \$30.000. De este modo, su ingreso esperado será:

$$Ingreso\, Esperado = 0,95 \times 30.000 + 0,05 \times 10.000 = 29.000 \tag{5.2}$$

La Figura 5.1 representa la función de utilidad planteada. Notar que es una función cóncava en el ingreso.

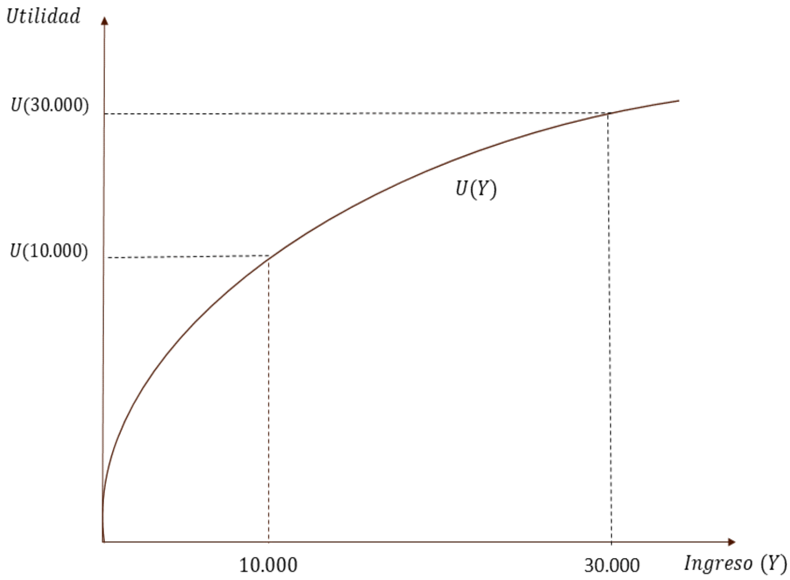

Figura 5.1: Utilidad del ingreso del individuo: $U = \ln(4Y)$.

(b) La utilidad esperada (UE) se calcula como la suma ponderada de las utilidades de cada posible evento, en donde los ponderadores son las probabilidades de ocurrencia de dichos eventos. Esto es:

$$UE = 0,95 \times U(30.000) + 0,05 \times U(10.000) \tag{5.3}$$

Utilizando la información suministrada sobre la función de utilidad del individuo, se tiene:

$$UE = 0,95 \times \ln(4 \times 30.000) + 0,05 \times \ln(4 \times 10.000) = 11,64 \tag{5.4}$$

(c) La prima actuarialmente justa del seguro será la que iguale los costos esperados para la aseguradora. Dado que existe una chance de 5 % de que la empresa tenga pérdidas por \$20.000, la prima actuarialmente justa será igual a \$1.000 (= 0,05×20.000). Si el individuo contrata el seguro pagando dicha prima, su utilidad esperada será:

$$UE = 0,95 \times \ln(4 \times (30.000 - 1.000)) + 0,05 \times \ln(4 \times (10.000 - 1.000 + 20.000)) = 11,66 \quad (5.5)$$

Notar que este nivel de utilidad coincide con el que surgiría de obtener \$29.000 con certeza. Esto es, $U = \ln(4 \times 29.000) = 11,66$.

(d) El individuo será averso al riesgo cuando su función de utilidad sea cóncava. La Figura 5.2 ilustra esto. Notar que el individuo tendrá un mayor nivel de utilidad bajo un escenario en el que obtiene \$29.000 con certeza (punto D sobre la función de utilidad, con una utilidad de $11,66$) que en otro en el que obtiene igual ingreso esperado bajo incertidumbre. La utilidad esperada (UE) de obtener \$10.000 con probabilidad $0,05$ y \$30.000 con probabilidad $0,95$ es $11,64$ (calculada en el inciso (b)). Geométricamente, este punto se halla a lo largo de la línea que une los puntos A y B, correspondiente a un ingreso esperado de \$29.000 (punto C). En casos como el representado, en los que el individuo es averso al riesgo se tiene que $U(C) < U(D)$.[1]

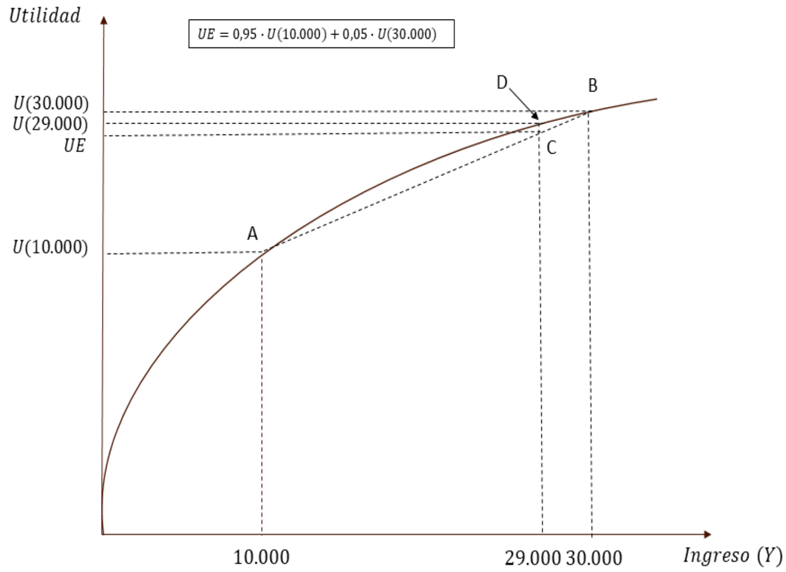

Figura 5.2: Utilidad esperada bajo el caso de un individuo averso al riesgo.

(e) La utilidad esperada que obtiene el individuo sin asegurarse es igual a $11,64$ (ver inciso (b)). Fijando este nivel con la función de utilidad se tiene que $11.64 = \ln(4Y)$. El nivel de ingreso que resuelve esta expresión es aproximadamente \$28.388. Esto quiere decir que el individuo estará indiferente entre afrontar el riesgo de la enfermedad y obtener un ingreso esperado de \$29.000 o pagar un seguro que le brinde \$28.388 con certeza. Esto lo lograría con una prima de \$1.612 (= \$30.000 − \$28.388). Si el seguro le costara al individuo dicha suma, estaría indiferente entre estar o no asegurado. De este modo, \$1.612 es lo máximo que estará dispuesto a pagar este individuo por asegurarse completamente. La Figura 5.3 ilustra esto.

[1] El lector puede verificar que, en casos en los que el individuo es amante del riesgo (función de utilidad convexa en el ingreso), la desigualdad anterior se invierte; es decir, $U(D) < U(C)$. Los casos de neutralidad al riesgo (función de utilidad lineal en el ingreso) implicarán que $U(D) = U(C)$.

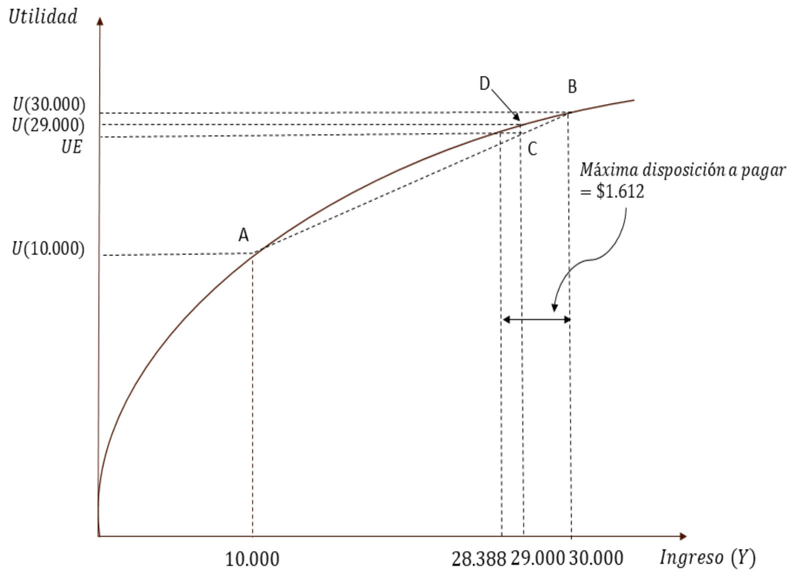

Figura 5.3: Máxima disposición a pagar por un seguro completo.

Ejercicio 5.3. Monto de aseguración

Un individuo con un ingreso monetario de $30.000 tiene una chance de 1 % de tener un accidente con su auto durante el próximo año. Si eso ocurre, tendría que incurrir en gastos médicos iguales a $10.000. El individuo puede contratar un seguro, el cual implica el pago de una prima de $0,01 por peso asegurado. Si el individuo contrata el seguro, la compañía le pagará $$b$ si el accidente ocurre. Suponer que la compañía no enfrenta otros costos adicionales al de la cobertura por las eventuales pérdidas de sus asegurados.

(a) Suponiendo que el individuo maximiza la utilidad esperada de su ingreso, calcular el monto del seguro que contratará si su función de utilidad viene dada por $U = \sqrt{Y}$, donde Y representa su ingreso monetario. Interpretar.

(b) Verificar que la prima por peso asegurado fijada por la compañía aseguradora es actuarialmente justa.

(c) Suponer ahora que existe una población de 200 individuos, con 100 individuos cuidadosos (C) y 100 individuos no cuidadosos (NC). Los individuos cuidadosos tienen una probabilidad de accidentarse del 1 % (esto es, $p_c = 0,01$), mientras que los no cuidadosos enfrentan una mayor chance de accidente e igual a 5 % (esto es, $p_{nc} = 0,05$). Al igual que en el inciso anterior, los gastos médicos son iguales a $10.000 si ocurre el accidente, e iguales para ambos tipos de individuos. ¿Qué ocurriría bajo un escenario en la cual la compañía es capaz de detectar si un cierto individuo es cuidadoso o no cuidadoso?

(d) Dentro del escenario del inciso anterior con individuos cuidadosos y no cuidadosos, suponer ahora que la compañía conoce que hay 100 individuos de cada clase, pero desconoce a qué clase pertenece un individuo determinado. La compañía decide preguntar a cada individuo al momento de contratar el seguro si es cuidadoso o no cuidadoso, y en base a la respuesta le cobrará una prima actuarialmente justa a cada tipo de asegurado. ¿Cuál sería la respuesta de cada individuo? ¿Cuáles serían los beneficios esperados para la firma bajo esta estrategia?

(e) Teniendo en cuenta lo que ocurriría bajo el escenario del inciso anterior, la compañía reconoce que no sabe quién es quién. Dado que sí conoce que existen 100 individuos de cada clase, decide ofrecer una prima única igual al promedio de las primas ofrecidas anteriormente; es decir una prima de \$300 por asegurar completamente a cualquier tipo de individuo. Explicar qué ocurriría en este caso.

(f) Suponer que el gobierno decide corregir la falla del mercado anterior (bajo la cual los individuos cuidadosos deciden no asegurarse bajo información asimétrica) mediante una política de seguro obligatorio consistente en que todos los individuos (cuidadosos o no) se aseguren por completo a un valor promedio de \$300. ¿Corregiría esto la ineficiencia? ¿Estarán ambos tipos de individuos mejor que antes?

Respuesta

(a) Denominando Y_A al ingreso monetario del individuo si se accidenta e Y_{NA} al ingreso si no se accidenta, la expresión general para la utilidad esperada (UE) de su ingreso es:

$$UE = (1-p)\,U(Y_{NA}) + p\,U(Y_A) \tag{5.6}$$

donde p representa la probabilidad de que ocurra el accidente. Notar que, dada la información suministrada, los niveles de ingreso monetario en cada evento posible serán:

$$\begin{gathered} Y_{NA} = 30.000 - 0,01b \\ Y_A = 30.000 - 0,01b - 10.000 + b = 20.000 + 0,99b \end{gathered} \tag{5.7}$$

siendo b el monto del seguro a ser contratado. El individuo debe elegir el monto b que maximiza su utilidad esperada (expresión (5.6)). Utilizando (5.7) para reemplazar en (5.6), su problema de óptimo será:

$$\underset{b}{Max} \quad 0,99 \times \sqrt{30.000 - 0,01\,b} + 0,01 \times \sqrt{20.000 + 0,99\,b} \tag{5.8}$$

De aquí surge que el monto de cobertura elegido por el individuo será $b^* = 10.000$. Es decir, elegirá asegurarse por el total de la pérdida (seguro completo). Esto le brindará al individuo el mismo ingreso esperado ante ambos eventos posibles. Reemplazando el valor de $b^* = 10.000$ en la expresión de la utilidad esperada, se tiene:

$$UE = 0,99 \times \sqrt{29.900} + 0,01 \times \sqrt{29.900} \tag{5.9}$$

Es decir, el individuo recibirá una utilidad de $\sqrt{29.900}$ sin importar que ocurra o no el accidente. Notar que, al ser $b^* = 10.000$ el nivel de cobertura óptimo para el individuo, su utilidad será mayor con cobertura completa que bajo cualquier otro nivel de b, en particular el caso sin seguro ($b = 0$).

(b) El valor de la prima actuarialmente justa es aquel que genera beneficios esperados (BE) iguales a cero para la compañía aseguradora. Es decir:

$$BE = mb - pb = 0$$

donde m es la prima por peso asegurado. Esto implica que $m = p$. Es decir, la prima por peso recaudado debe igualarse a la probabilidad de ocurrencia del accidente. Dicha condición se satisface para el caso de este ejercicio, ya que $m = p = 0,01$. En los casos en los cuales la prima del seguro es actuarialmente justa, el individuo optará por asegurarse completamente, como se vio en el inciso (a).

(c) Como en el caso anterior, si la firma cobrara un precio por peso asegurado que sea actuarialmente justo para cada tipo de individuo (es decir, igual a la probabilidad de ocurrencia del accidente), ambos tipos de individuo elegirán asegurarse completamente. En el caso de información completa, los individuos menos cuidadosos (NC) deberán pagar un precio más caro por asegurarse que los individuos no cuidadosos (C), ya que $p_{nc} > p_c$. Esta sociedad estará alcanzando el óptimo social.

Respecto a la firma, esta estrategia le asegurará beneficios esperados nulos. La compañía recibirá ingresos iguales a \$10.000 ($= 100 \times 0,01 \times$\$10.000) de parte de los individuos cuidadosos, e ingresos por \$50.000 ($= 100 \times 0,05 \times$\$10.000) de parte de los no cuidadosos. Por lo tanto, sus ingresos totales serán de \$60.000. Por otro lado, la compañía espera que se accidente 1 individuo de los 100 individuos cuidadosos (dada la chance de 1 %), con un costo esperado de pago del seguro de \$10.000, mientras espera 5 accidentes dentro del grupo de los no cuidadosos, con un costo esperado de pago del seguro de \$50.000. Por lo tanto, el costo total esperado será de \$60.000. En consecuencia, los beneficios esperados serán iguales a 0 y la firma cubrirá sus costos en términos esperados. Esto se detalla en la primera fila del Cuadro 5.1.

(d) En este caso, la prima que pagará un individuo que dice ser cuidadoso y recibe un seguro completo será de \$100, mientras que si dice ser no cuidadoso su prima será de \$500. Dado que la compañía no conoce a qué clase pertenece cada individuo, todos los potenciales clientes declararán ser cuidadosos de modo de acceder a la prima más barata de \$100. En consecuencia, los ingresos totales para la compañía serán iguales a \$20.000 ($= 200 \times$ \$100), mientras que los costos esperados serán de \$60.000 ($= 100 \times 0,01 \times$\$10.000$+ 100 \times 0,05 \times$\$10.000). Esto implica que la firma no cubrirá sus costos y tendrá beneficios esperados negativos iguales a $-$\$40.000 (ver la segunda fila del Cuadro 5.1).

En consecuencia, la compañía aseguradora no ofrecerá seguro alguno bajo estas condiciones y el mercado falla. Este resultado es consecuencia de la asimetría informativa: los individuos no recibirán la cantidad óptima de seguro, porque no habrá seguros a la venta.

(e) Si los 200 individuos se aseguraran bajo esta política de prima única de \$300, la firma cubrirá sus costos en términos esperados, ya que sus ingresos serán iguales a \$60.000 ($= 200 \times$ \$300) y sus costos esperados de \$60.000. Pero en este caso, los individuos cuidadosos probablemente no contratarán el seguro, debido a que les resultará demasiado caro para sus relativamente bajas chances de accidentarse. Mientras ellos esperan compensaciones de parte de la compañía por \$100 ($= 0,01 \times$\$10.000), estarían pagando una prima de \$300. Por otro lado, los individuos no cuidadosos sí contratarán el seguro bajo este esquema, ya que estarían pagando una prima menor a la actuarialmente justa para su clase, que es de \$500.

De este modo, si los 100 individuos cuidadosos deciden no contratar el seguro, la compañía tendrá ingresos por \$30.000 ($= 100 \times$\$300) y costos esperados iguales a \$50.000 ($= 5 \times$\$10.000) por el pago a los 5 individuos no cuidadosos que se accidentarían. En consecuencia, la firma nuevamente tendría una pérdida. Ante esto, la firma podría no ofrecer ningún seguro o subir la prima en base a los individuos remanentes; es decir, una prima actuarialmente justa de \$500 que deje en el mercado solamente a los individuos no cuidadosos. En ese caso, la mitad de la población (los cuidadosos) que estaba idealmente (bajo información simétrica) dispuesta a asegurarse completamente termina no haciéndolo. El mercado nuevamente falla en proveer seguros de manera óptima a cada tipo de individuo (ver la tercera fila del Cuadro 5.1).

Este es un ejemplo del fenómeno conocido como *selección adversa*; esto es, debido a la asimetría informativa, la parte menos informada en una transacción (en este caso, la compañía aseguradora) termina con una cartera de clientes que, desde su punto de vista, resulta ser la peor o más riesgosa (en este caso, los individuos no cuidadosos). Debido a la asimetría informativa, la compañía aseguradora debe fijar una prima basada en el riesgo promedio de la población asegurada, por lo que los individuos menos riesgosos no comprarán el seguro.

(f) La política de seguro obligatorio con una prima que refleje el riesgo promedio generaría que todos se aseguren por completo, que es el resultado eficiente bajo información simétrica. Sin embargo, como se discutió anteriormente, un individuo cuidadoso puede estar mejor sin seguro que con un seguro de este tipo, por lo cual la obligatoriedad del seguro lo haría estar peor. En ese sentido, la intervención del gobierno, si bien lograría el seguro óptimo para el total los individuos, generaría una redistribución en contra de los cuidadosos y a favor de los no cuidadosos. [2]

Cuadro 5.1: Situaciones con distintos tipo de seguros y niveles de información.

Información	**Tipo de seguro**	**Prima si cuidadoso (seguro completo)**	**Prima si no cuidadoso (seguro completo)**	**Ingresos totales (total primas pagadas)**	**Costos esperados totales**	**Beneficios esperados**
Completa (*inciso (c)*)	Separado	\$100	\$500	\$60.000 ($= 100 \times \$100 + 100 \times \$500$)	\$60.000 *	\$0
Asimétrica (*inciso (d)*)	Separado	\$100	\$500	\$20.000 ($= 200 \times \$100$)	\$60.000 (*idem anterior*)	-\$40.000
Asimétrica (*inciso (e)*)	Único (promedio)	\$300	\$300	\$30.000	\$50.000 ($= 0,05 \times 100 \times \$10000$)	-\$20.000

$(^{*}60.000 = 0,01 \times 100 \times \$10.000 + 0,05 \times 100 \times \$10.000)$

Ejercicio 5.4. Demanda por servicios de salud

La función inversa de demanda de un individuo por visitas al médico es $P = 100 - 25Q$, donde Q es el número de visitas al médico realizadas en un año y P es el precio por visita. El costo marginal de cada visita al médico es igual a \$50.

(a) ¿Cuál es el número eficiente de visitas anuales al médico? ¿Cuál es el costo total de dicho número de visitas? Graficar.

(b) Suponer que el individuo contrata un seguro médico. Si no existe franquicia y la tasa de coaseguro es del 50 %, ¿cuál será el número de visitas al año? ¿Cuál es el costo que soportará el individuo y el que soportará la compañía aseguradora? Graficar.

(c) ¿Existe pérdida de eficiencia por la introducción de la póliza de seguro planteada en (b)? Si es así, calcular dicha medida y justificar.

Respuesta

(a) La cantidad eficiente de visitas al médico será la que iguale el beneficio marginal por visita (dado por la función inversa de demanda) y el costo marginal de cada visita. Esto es, la cantidad Q que resuelve la expresión $100 - 25Q = 50$. De aquí surge que $Q^* = 2$. Al fijar un precio por visita (P_0) igual al costo marginal de \$50, el costo total correspondiente al número óptimo de visitas será \$100 (ver la Figura 5.4).

[2]Es pertinente señalar que en el ejercicio los tipos de individuos se consideran dados y no pueden ser alterados consecuencia de la existencia del seguro.

(b) Ahora el individuo enfrentará un precio efectivo que será la mitad del original. Al precio efectivo de \$25, su nueva cantidad de visitas médicas será la que resuelva la expresión $100 - 25Q = 25$. De aquí surge que $Q^{**} = 3$. El costo total de las 3 visitas (igual a \$150) será soportado en partes iguales por la compañía aseguradora y el individuo (\$75 cada uno).

(c) La introducción del seguro genera un incremento en la cantidad demandada de visitas de 2 a 3, ya que el precio efectivo para el individuo se reduce a la mitad con el seguro. Sin embargo, el costo marginal de la visita se mantiene en \$50. El individuo consume servicios médicos más allá del punto en el que el beneficio marginal de la visita iguala al costo marginal, generando una pérdida de eficiencia. El tríangulo *abc* de la Figura 5.4 representa dicha pérdida, que será igual a $\$12,5$.

Este es un ejemplo de lo que se conoce como *riesgo moral* o riesgo de abuso ("moral hazard"). En este caso, los individuos asegurados consumirán servicios médicos más allá del punto eficiente, debido a que no enfrentan directamente los verdaderos costos de los servicios que consumen. Notar que este efecto es independiente de que el seguro se provea de manera privada o pública, por lo cual no habría a priori una ventaja de la intervención del gobierno para corregir esta ineficiencia.

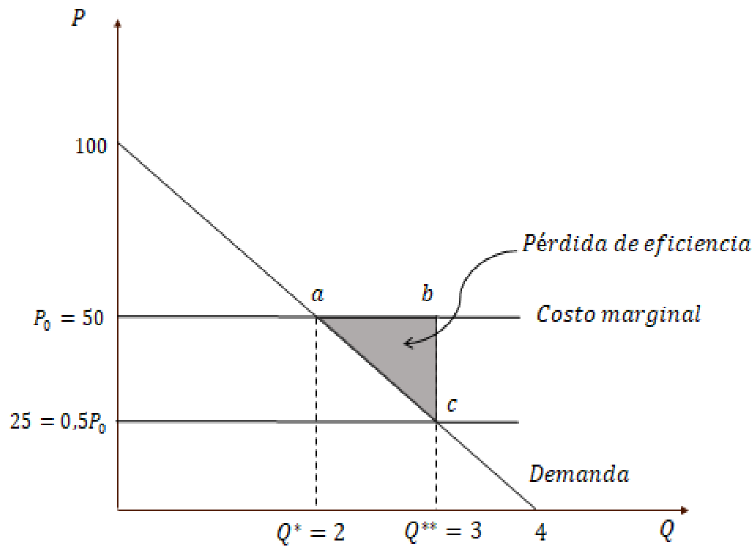

Figura 5.4: Sobreutilización de servicios médicos en presencia del seguro.

Ejercicio 5.5. Restricción intertemporal y decisiones del gobierno

Considerar una economía en la que un individuo vive durante dos períodos. Su función de utilidad viene dada por:

$$U = 2\,ln(C_1) + 2\,ln(C_2)$$

donde C_1 y C_2 representan el consumo en cada uno de los períodos. El individuo obtiene un ingreso laboral de \$100 en el período 1 y otro de \$50 en el período 2. Tiene la posibilidad de ahorrar en el período 1 (hasta el monto de \$100, que es su ingreso en ese período) depositando sus ahorros en el banco, lo cual le reportará un interés del 5 %. Se supone que en el período 2 el individuo consume todo su ingreso (laboral y de sus ahorros, si es que decidió ahorrar). Denominando S al monto ahorrado:

(a) Escribir la restricción presupuestaria de esta persona en cada uno de los períodos.

(b) Escribir la restricción presupuestaria intertemporal para el individuo en valores presentes (período 1). Representar gráficamente.

(c) Si el individuo elige cuánto consumir en ambos períodos a partir de la maximización de su utilidad sujeto a su restricción presupuestaria intertemporal ¿cuánto consumirá en cada período? ¿Cuánto ahorrará? Representar gráficamente.

(d) Suponer que el gobierno introduce un sistema de seguridad social mediante el cual sustrae \$10 del ingreso del individuo en el primer período, lo deposita en el banco a la tasa de interés de mercado, y transfiere el ingreso capitalizado al individuo en el período 2. Escribir la nueva restricción presupuestaria del individuo para cada período, y obtener la restricción presupuestaria intertemporal. ¿Cuál es el efecto sobre el ahorro privado (S) de este sistema de seguridad social? ¿Cuál es el monto global de ahorro (privado más público)? Interpretar y graficar.

Respuesta

(a) La restricción presupuestaria del individuo en el período 1 viene dada por:

$$C_1 + S = 100 \tag{5.10}$$

Esto es, la suma de lo que decide consumir en el período 1 más el monto ahorrado debe ser igual al ingreso del período. En el período 2 su restricción será:

$$C_2 = (1 + 0,05)S + 50 \tag{5.11}$$

El consumo en el período 2 se financia con el ingreso laboral del propio período (\$50) más el ingreso capitalizado de lo ahorrado en el período 1.

(b) De la restricción presupuestaria del período 1 (expresión (5.10)) se tiene que:

$$S = 100 - C_1 \tag{5.12}$$

Reemplazando en la restricción del período 2 (expresión (5.11)):

$$C_2 = (1 + 0,05)(100 - C_1) + 50 \tag{5.13}$$

Dividiendo a ambos lados por $(1 + 0,05)$ y reordenando, se obtiene:

$$C_1 + \frac{C_2}{(1 + 0,05)} = 100 + \frac{50}{(1 + 0,05)} \tag{5.14}$$

La expresión (5.14) es la restricción presupuestaria intertemporal en valores presentes. La forma general de esta restricción puede expresarse como:

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+r)} = M_1 + \frac{M_2}{(1+r)} \tag{5.15}$$

donde r representa la tasa de interés y M_i el ingreso laboral en el período i ($i = 1, 2$). La Figura 5.5 ilustra la restricción intertemporal.

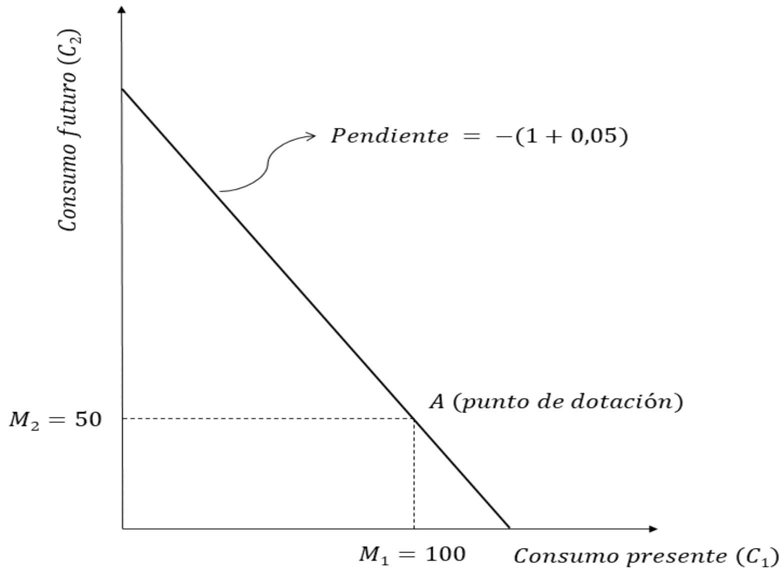

Figura 5.5: Restricción presupuestaria intertemporal.

(c) De las expresiones (5.14) y (5.15) halladas en el inciso anterior se tiene:

$$\begin{gathered} C_1 = M_1 + \tfrac{M_2}{(1+r)} - \tfrac{C_2}{(1+r)} = 100 + \tfrac{50}{1+0{,}05} - \tfrac{C_2}{1+0{,}05} \\ C_1 = 147,62 - \tfrac{C_2}{1{,}05} \end{gathered} \tag{5.16}$$

Reemplazando C_1 en la función de utilidad se tiene:

$$U = 2\,ln\left(147,62 - \frac{C_2}{1,05}\right) + 2\,ln\,C_2 \tag{5.17}$$

La condición de primer orden para un máximo de la utilidad respecto del consumo del segundo período es:

$$\frac{2}{\left(147,62 - \frac{C_2}{1{,}05}\right)} \times \left(-\frac{1}{1,05}\right) + \frac{2}{C_2} = 0 \tag{5.18}$$

Resolviendo esta expresión para C_2 se obtiene que el consumo óptimo del individuo en el segundo período es $C_2 = 77,5$. Reemplazando esta solución en la expresión (5.16) se obtiene el valor óptimo para el consumo en el primer período:

$$C_1 = 147,62 - \frac{C_2}{1,05} = 147,62 - \frac{77,5}{1,05} = 73,81 \tag{5.19}$$

El monto ahorrado por el individuo en el primer período será entonces (reemplazando (5.19) en (5.12)):

$$S = 100 - C_1 = 100 - 73,81 = 24,19 \tag{5.20}$$

La Figura 5.6 muestra la decición de consumo óptimo del individuo en ambos períodos y el monto ahorrado.

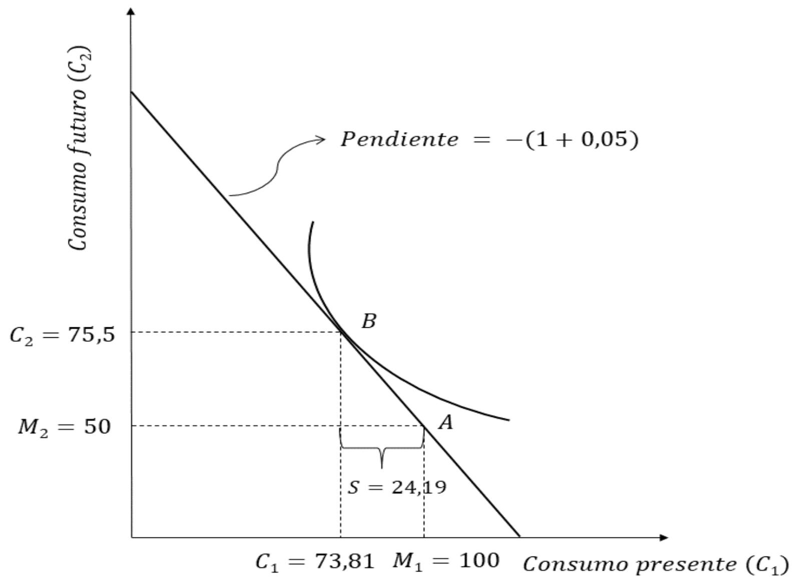

Figura 5.6: Decisión óptima de consumo en ambos períodos y ahorro.

(d) La restricción presupuestaria del individuo luego de introducido el sistema de seguridad social es:

$$C_1 + S = 100 - 10 = 90 \tag{5.21}$$

La restricción presupuestaria correspondiente al segundo período es:

$$C_2 = (1 + 0,05)\, S + 50 + (1 + 0,05) \times 10 \tag{5.22}$$

Del mismo modo que en el inciso (b), combinando las dos expresiones anteriores (eliminando S) es posible obtener la restricción presupuestaria intertemporal en valores presentes:

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+0,05)} = 100 + \frac{50}{(1+0,05)} \tag{5.23}$$

Esta restricción intertemporal coincide exactamente con la obtenida en el inciso (b). El monto de ahorro privado caerá en \$10 y el monto del ahorro público aumenta en \$10. La introducción de este esquema de seguridad social reemplaza ahorro privado por ahorro público, manteniendo inalterado el monto global de ahorro. En la Figura 5.7 puede verse que la forma de la restricción presupuestaria intertemporal no se modifica para el individuo, pero que el impuesto de \$10 para sostener el sistema de seguridad social implica un desplazamiento del punto de dotación inicial de A a A', ya que si el individuo deseara no ahorrar por su cuenta en el primer período, podría consumir solamente \$90. El nuevo monto de ahorro privado ($S' = 14,19$) será menor que el ahorro inicial en \$10, pero esta disminución se compensa exactamente por el aumento del impuesto ($T = 10$) para financiar el sistema. Este efecto se denomina "efecto sustitución de la riqueza".

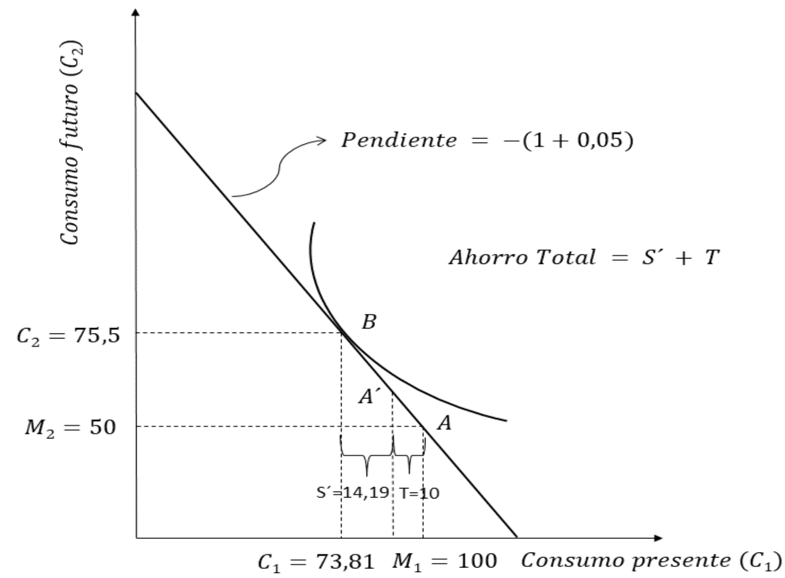

Figura 5.7: Efecto sustitución de la riqueza ante la introducción del sistema de seguridad social.

Ejercicio 5.6. Esquema de reparto

En un pequeño país con un sistema de seguridad social de reparto, resulta posible separar la vida de sus habitantes en dos períodos de igual duración: el período de trabajo y el período de retiro. Suponer que existen 100 trabajadores en el primer período (por lo que habrá 100 jubilados en el segundo período), que cada trabajador obtiene un ingreso salarial de \$10.000 en su período laboral, y que existe un impuesto sobre dichos ingresos del 20 %, por lo que pagan \$2.000 en impuestos. Dichos impuestos son utilizados para financiar las prestaciones del sistema de la seguridad social del país, de modo que en cada período la recaudación del impuesto sobre los trabajadores se utiliza para pagar las prestaciones jubilatorias. Es decir, en general:

$$P\,N_p = t\,N_w\,w \tag{5.24}$$

donde P son las prestaciones medias por trabajador jubilado en el período actual, N_p el número de jubilados existentes, t la tasa impositiva sobre los ingresos de los trabajadores actuales, w el ingreso salarial promedio y N_w el número de trabajadores del período.

(a) Suponiendo que el tamaño de la población de trabajadores no crece del período 1 al 2, ni tampoco los salarios y la tasa impositiva ¿cuál será la prestación media recibida en el período 2 por un trabajador del período 1?

(b) Evaluar ahora los siguientes tres escenarios y calcular para cada uno de ellos la tasa de retorno implícita del sistema, el índice de dependencia y la tasa de reemplazo:

I. La población de trabajadores crece un 25 % respecto de la existente en el período 1, mientras que los salarios y la tasa impositiva se mantienen constantes.

II. Los salarios se incrementan en un 20 % respecto de los vigentes en el período 1, mientras que la tasa impositiva y el tamaño de la población laboralmente activa se mantienen constantes.

III. Los salarios se incrementan en un 20 % y la población de trabajadores se incrementa en un 25 % respecto del período 1, mientras que la tasa impositiva se mantiene constante.

Respuesta

(a) Utilizando la expresión (5.24), y dado que también habrá 100 trabajadores en el período 2, se tiene que $N_p = N_w$, por lo que un trabajador en el período 1 recibirá una prestación de \$2.000 ($= 0,2\times$ \$10.000).

(b) El Cuadro 5.2 resume los tres escenarios planteados.

I. Aplicando la expresión (5.24), la prestación media de un jubilado para el período 2 será:

$$P = \frac{N_w}{N_p}\, t\, w = \frac{125}{100} \times 0,2 \times 10.000 = 2.500 \tag{5.25}$$

La tasa de retorno implícita del sistema será entonces del 25 % (= (2.500/2.000) − 1), ya que un trabajador del período 1 realiza un aporte al sistema de \$2.000 ($= 0,2\times$\$10.000), recibiendo una prestación de \$2.500 cuando se jubila en el período 2. El índice de dependencia (definido como el cociente entre el número de jubilados y el número de trabajadores en el período) es igual a 0,8 (= 100/125), mientras que la tasa de reemplazo (definida como el cociente entre prestaciones medias y salario promedio) es igual a 0,25 (= 2.500/10.000).

II. En este caso se tiene:

$$P = \frac{N_w}{N_p}\, t\, w = \frac{100}{100} \times 0,2 \times 12.000 = 2.400 \tag{5.26}$$

La tasa de retorno del sistema será del 20 % (= (2.400/2000) − 1). El índice de dependencia es igual a 1 y la tasa de reemplazo es igual a 0,2.

III. En este caso se tiene:

$$P = \frac{N_w}{N_p}\, t\, w = \frac{125}{100} \times 0,2 \times 12.000 = 3.000 \tag{5.27}$$

La tasa de retorno será del 50 %. El índice de dependencia es igual a 0,8 y la tasa de reemplazo es igual a 0,25.

Cuadro 5.2: Esquema de reparto bajo distintos escenarios.

Escenario	Período	Trabajadores (N_w)	Salario	Impuesto (por trabajador)	Recaudación (w)	Jubilados (N_p)	Prestaciones (P)	Tasa de retorno
I	1	100	\$10.000	\$2.000	\$200.000	-	-	
	2	125	\$10.000	\$2.000	\$250.000	100	\$2.500	25 %
II	1	100	\$10.000	\$2.000	\$200.000	-	-	
	2	100	\$12.000	\$2.400	\$240.000	100	\$2.400	20 %
III	1	100	\$10.000	\$2.000	\$200.000	-	-	
	2	125	\$12.000	\$2.400	\$300.000	100	\$3.000	50 %

Capítulo 6

Provisión pública de bienes privados y principios del análisis costo-beneficio

Ejercicio 6.1. Monopolio natural: solución eficiente y regulación.

Una firma monopólica proveedora de electricidad posee una función de costos totales dada por $C(x) = 3 + 4x$, donde x es la cantidad de electricidad producida. La demanda inversa de mercado que enfrenta la firma viene dada por $P(x) = 10 - 2x$.

(a) Hallar el nivel de producción y el precio que fijaría esta firma si se le permitiera maximizar sus beneficios cargando un único precio. ¿Tiene la firma beneficios económicos positivos? Graficar.

(b) Calcular el precio y la cantidad eficientes del servicio y justificar por qué no coinciden con los obtenidos en (a). Calcular los beneficios en este caso. Graficar.

(c) Calcular el precio y la cantidad correspondientes a una regulación bajo la cual la firma tenga beneficios económicos nulos. Comparar con el caso anterior. Mostrar en el gráfico.

(d) Comparar el excedente de los consumidores para los escenarios planteados en (a), (b) y (c).

Respuesta

(a) El monopolista no regulado eligirá la cantidad x que maximiza sus beneficios (π):

$$\begin{aligned} \pi &= P(x)\,x - C(x) \\ \pi &= (10 - 2x)\,x - (3 + 4x) = -2x^2 + 6x - 3 \end{aligned} \tag{6.1}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$\frac{d\pi(x)}{dx} = -4x + 6 = 0 \tag{6.2}$$

Resolviendo (6.2) para la cantidad óptima del monopolista, se obtiene:

$$x^m = 1,5 \tag{6.3}$$

El precio que fijará el monopolista puede hallarse reemplazando x^m en la función inversa de demanda:

$$p^m = 10 - 2x^m = 10 - 2 \times 1,5 \tag{6.4}$$

$$p^m = 7 \tag{6.5}$$

La Figura 6.1 ilustra la cantidad y el precio óptimos para el monopolista. El valor de sus beneficios económicos puede hallarse reemplazando x^m en (6.1):

$$\begin{gathered} \pi^m = -2x^2 + 6x - 3 = -2(1,5)^2 + 6 \times (1,5) - 3 \\ \pi^m = 1,5 \end{gathered} \tag{6.6}$$

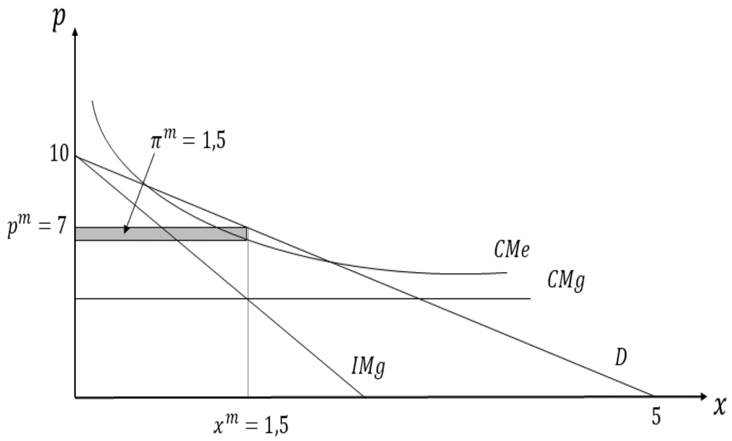

Figura 6.1: Solución de máximo beneficio para el monopolio natural.

(b) La cantidad eficiente será aquella que iguale el beneficio del consumo de una unidad extra del bien (dado por la función inversa de demanda) con el costo de producir una unidad extra (dado por el costo marginal):

$$10 - 2x = 4 \tag{6.7}$$

Por lo tanto, la cantidad óptima será $x^{po} = 3$ y el precio óptimo será $p^{po} = 4$, igual al costo marginal. Notar que en este caso los beneficios económicos serán negativos e iguales al costo fijo de \$3:

$$\pi^{po} = 4 \times 3 - 4 \times 3 - 3 = -3 \tag{6.8}$$

La Figura 6.2 ilustra este caso.

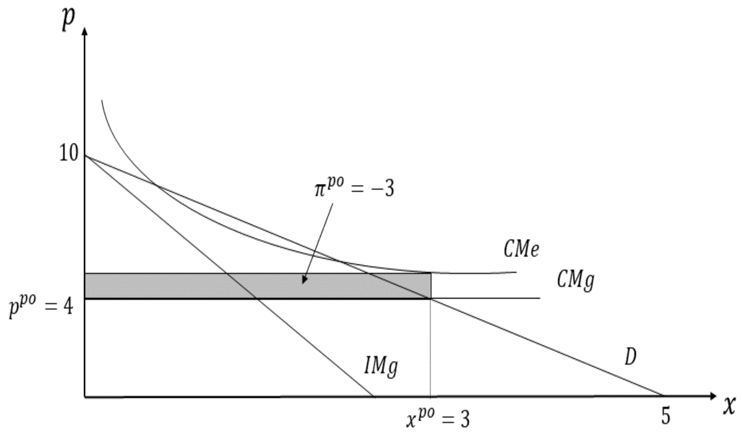

Figura 6.2: Solucion eficiente para el monopolio natural.

(c) Igualando a cero la expresión (6.1) puede hallarse el nivel de producción que corresponde a la situación de beneficios económicos nulos para la firma monopólica:

$$\pi = -2x^2 + 6x - 3 = 0 \tag{6.9}$$

Esta expresión tiene dos raíces, $x = 1,5 \pm \sqrt{3}/2$. Descartando la más baja (dado que implica un mayor precio, una menor cantidad y por lo tanto menor bienestar para el consumidor), se tiene que $x^{Cme} = 2,37$. Reemplazando esta solución en la función inversa de demanda se obtiene el precio correspondiente, $p^{Cme} = 5,27$ (ver Figura 6.3).

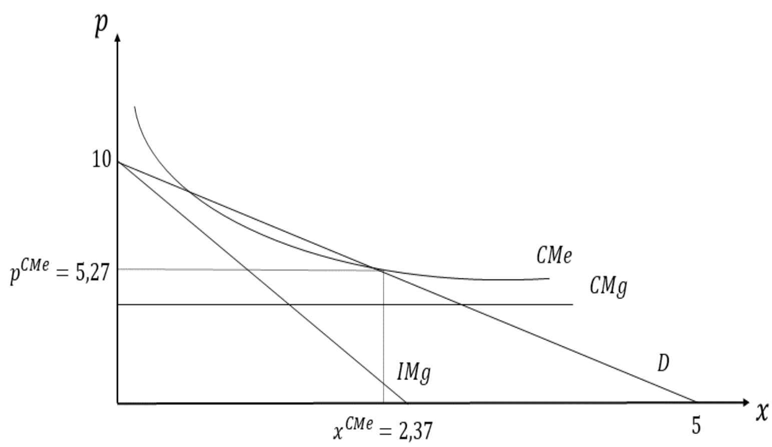

Figura 6.3: Solución de regulación $p = Cme$ para el monopolio natural.

(d) Teniendo en cuenta la forma lineal de la función de demanda, el excedente del consumidor (EC) correspondiente a una situación dada, puede calcularse sencillamente cómo el área del triángulo cuya altura es la diferencia entre la ordenada al origen de la demanda y el precio, y su base es la cantidad correspondiente.

Para el caso del monopolista maximizador de beneficios del inciso (a), el excedente del consumidor será entonces:

$$EC^m = \frac{x^m(10 - p^m)}{2} = \frac{1,5 \times (10 - 7)}{2} = 2,25 \tag{6.10}$$

Para el caso de la cantidad eficiente del inciso (b) el excedente del consumidor será:

$$EC^{po} = \frac{x^{po}(10 - p^{po})}{2} = \frac{3 \times (10 - 4)}{2} = 9 \tag{6.11}$$

Por último, para el caso de la cantidad correspondiente a los beneficios económicos nulos del inciso (c), el excedente del consumidor será:

$$EC^{Cme} = \frac{x^{Cme}(10 - p^{Cme})}{2} = \frac{2.37 \times (10 - 5.27)}{2} = 5,61 \tag{6.12}$$

Comparando lo obtenido en las tres situaciones, se tiene que:

$$EC^{po} > EC^{Cme} > EC^m \tag{6.13}$$

Ejercicio 6.2. Empresa pública en el corto y largo plazo

Una empresa de servicios públicos posee la siguiente función de costos totales en el largo plazo:

$$CT_{LP} = (\alpha + \beta)q \tag{6.14}$$

donde α representa los costos marginales de operación y β los costos marginales de capacidad. Así, si la firma construye una planta con capacidad para producir q unidades y produce con su capacidad a pleno, sus costos operativos serán αq y sus costos de capacidad serán βq. Se supone que la empresa no puede variar el tamaño de su planta en el corto plazo, por lo que sus costos totales de corto plazo serán:

$$CT_{CP} = \alpha q + \beta q^0 \tag{6.15}$$

donde βq^0 representa el costo fijo de contar con una planta de tamaño igual a q^0. Suponer que el objetivo de esta empresa pública es maximizar el bienestar social, medido en este contexto de equilibrio parcial como la suma de excedentes de los consumidores y la firma.

(a) Suponer que la demanda estimada por este servicio viene dada por $q = 100 - 10p$. ¿Cuál será el tamaño de planta óptimo (q^0) que deberá construirse para proveer el servicio si $\alpha = 2$ y $\beta = 4$ ¿Cuál será el precio óptimo? Graficar.

(b) Suponer que luego de construida la planta de tamaño q^0 obtenida en el inciso anterior, la firma enfrenta una demanda efectiva considerablemente menor que la estimada, dada por $q = 35 - 5p$. Si el tamaño de planta no puede modificarse en el corto plazo, ¿debería la firma seguir cobrando el precio determinado en (a)? Justificar la respuesta y mostrar gráficamente.

(c) Repetir lo realizado en el inciso (b) suponiendo que la demanda efectiva es $q = 80 - 10p$.

(d) Repetir lo realizado en el inciso (b) suponiendo que la demanda efectiva es $q = 120 - 10p$.

(e) Para cada una las tres situaciones anteriores ¿cuál sería el ajuste en el tamaño de planta óptimo que debería realizar esta empresa en el largo plazo? Justificar.

(f) Suponer por último que la firma se encuentra en el escenario del inciso (d), con una demanda superior a la estimada, y que tiene la capacidad de ajustar el tamaño de planta. Sin embargo, dicha capacidad solo podría ser duplicada; es decir, la empresa solamente podría ampliarse a una de tamaño $2q^0$. ¿Debería la empresa ampliar su capacidad al doble o permanecer con su capacidad inicial? Justificar.

(g) En base al inciso anterior, representar una situación bajo la cual la decisión óptima sea no duplicar el tamaño de planta.

Respuesta

(a) Dada la demanda estimada y el objetivo planteado para la empresa pública (maximización del bienestar), el tamaño de planta óptimo será aquel que iguale el beneficio marginal social con el costo marginal de largo plazo. El beneficio marginal social corresponde a la función de demanda inversa obtenida a partir de la demanda estimada:

$$p = 10 - \frac{q}{10} \tag{6.16}$$

La empresa podrá elegir libremente el tamaño de planta q^0 en el largo plazo. Conociendo la expresión (6.14) correspondiente a los costos totales de largo plazo, el costo marginal de largo plazo será:

$$CMg_{LP} = \frac{dCT_{LP}}{dq} = \alpha + \beta = 6 \tag{6.17}$$

De este modo, el tamaño de planta óptimo q^0 surgirá de igualar las expresiones (6.16) y (6.17):

$$10 - \frac{q^0}{10} = 6 \tag{6.18}$$

El tamaño de planta óptimo será $q^0 = 40$. El precio óptimo surge de reemplazar q^0 en (6.16) y será igual a $p^0 = 6$. La solución obtenida, con un precio igual al costo marginal de largo plazo, hará que la firma obtenga beneficios económicos nulos y se maximice el excedente agregado (suma de excedente de consumidores y de la firma). La Figura 6.4 ilustra la situación, llamando a la demanda estimada D_0 y representando los costos marginales de largo plazo y de corto plazo para el tamaño de planta óptimo $q^0 = 40$. Notar que la curva de costos marginales de corto plazo es horizontal al nivel de los costos marginales operativos y se representa vertical cuando el nivel de producción llega a la capacidad máxima para la planta. El excedente agregado (igual al excedente de los consumidores en este caso) es máximo e igual al triángulo A.

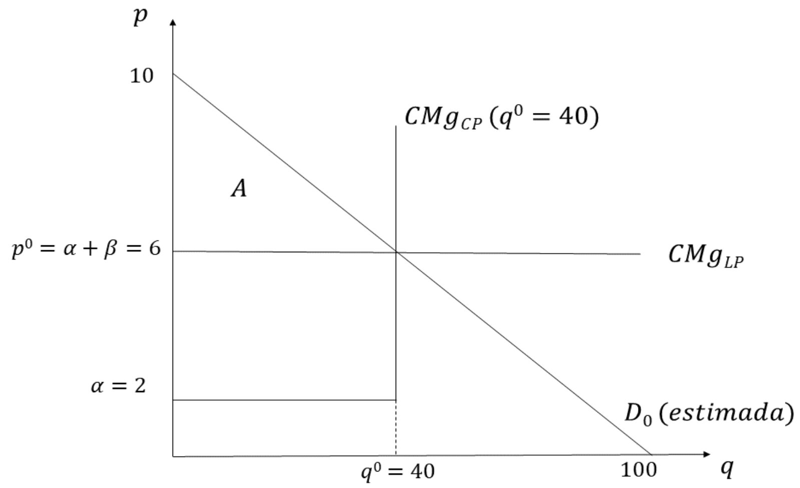

Figura 6.4: Determinación del tamaño óptimo de planta.

(b) Si la demanda efectiva resulta inferior a la estimada y suficientemente baja como para cortar a la curva de costo marginal de corto plazo en su tramo horizontal, no será óptimo para la empresa pública fijar un precio igual a \$6; esto es, igual al costo marginal de largo plazo. Observar que la demanda efectiva $q = 35 - 5p$ (representada en la Figura 6.5 como la recta D_1), en su intersección con la curva de costo marginal de largo plazo, implicaría una cantidad producida igual a 5 unidades. Notar que existirá una ganancia de bienestar respecto de dicha asignación (vía una ganancia neta del excedente de los consumidores) si el precio fijado por la firma fuera igual a α, el costo marginal operativo o de corto plazo. El cambio en el excedente neto de los consumidores (EC) se representa en la Figura 6.5 con el triángulo B, y será igual a:

$$\Delta EC = \frac{(6-2) \times (25-5)}{2} = 40 \tag{6.19}$$

Notar que el rectángulo C representa una transferencia de la firma hacia los consumidores, por lo que no afecta el bienestar agregado. De este modo, la asignación eficiente corresponde a una cantidad $q^1 = 25$ y un precio de $p^1 = 2$. En el corto plazo la firma producirá con capacidad ociosa y soportará beneficios negativos de \$160, el total de los costos de capacidad. En un contexto de Primero Mejor ("First Best") dicho déficit deberá ser cubierto por un subsidio no distorsivo (subsidio de suma fija) hacia la firma.

(c) En este caso, la demanda efectiva $q = 80 - 10p$ sigue siendo inferior a la demanda estimada, pero corta al costo marginal de corto plazo en su tramo vertical (ver Figura 6.6, donde la demanda efectiva es D_2). De este modo, si la firma decidiera fijar un precio igual al precio eficiente correspondiente al inciso anterior (esto es, igual al costo marginal operativo α), la cantidad demandada excedería a la capacidad de producción de la planta en 20 unidades. Por lo tanto, la solución eficiente corresponderá a la fijación de un precio más alto, de modo tal que la demanda iguale a la capacidad dada. La asignación eficiente corresponde a un precio $p^2 = 4$ y una cantidad igual a $q^2 = q^0 = 40$. Notar que existe una ganancia neta de bienestar respecto de fijar un precio igual al costo marginal de largo plazo, y dicha ganancia viene dada por el área $E + F = 60$. El rectángulo F es apropiado por la empresa y el triángulo E es apropiado por los consumidores. En el corto plazo la firma soportará un déficit igual a \$80. Sin embargo, dicho déficit será menor que el del inciso anterior, dado que el precio de \$4 es

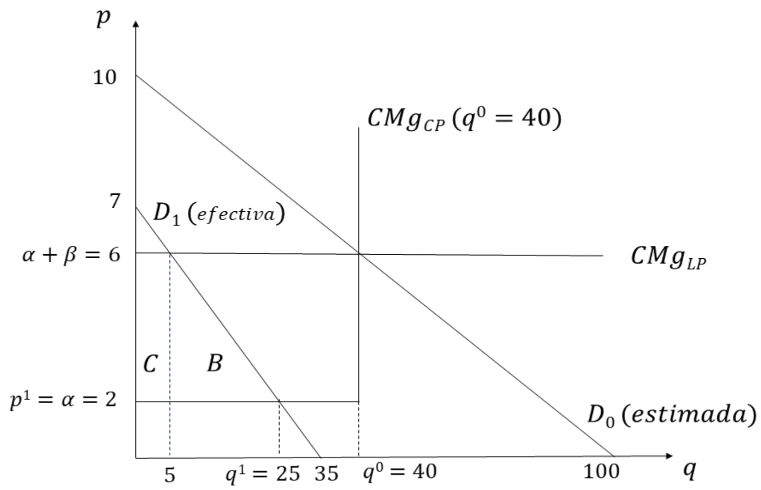

Figura 6.5: Demanda efectiva inferior a la estimada. Caso con capacidad ociosa.

superior a los costos marginales operativos, contribuyendo a recuperar parte de los costos de capacidad de la empresa.

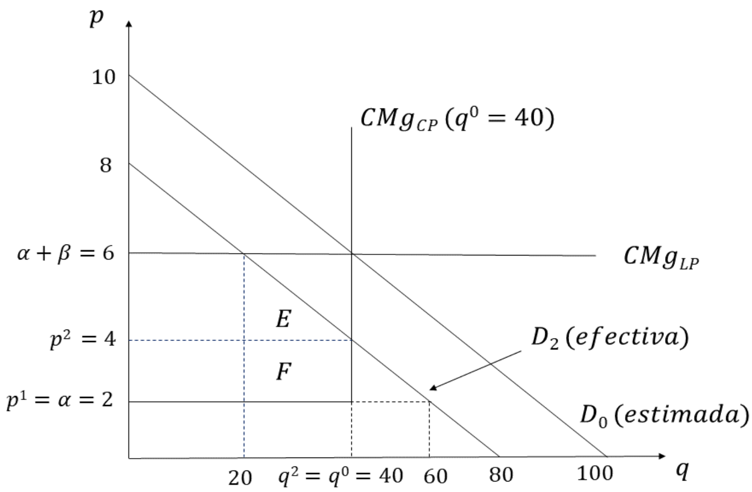

Figura 6.6: Demanda efectiva inferior a la estimada. Caso sin capacidad ociosa.

(d) La demanda efectiva $q = 120 - 10p$ resulta superior en este caso a la demanda estimada (ver Figura 6.7, donde la demanda efectiva es D_3). Ya no será posible abastecer la demanda fijando un precio igual al costo marginal de largo plazo, por lo que la solución eficiente de corto plazo será fijar un precio superior, de modo de racionar la demanda efectiva al tamaño de la capacidad de planta. La asignación eficiente corresponde entonces a un precio $p^3 = 8$ y a una cantidad $q^3 = q^0 = 40$. La firma obtendrá beneficios económicos positivos en el corto plazo iguales a \$80.

(e) El principio a aplicar en el largo plazo es el mismo aplicado en el inciso (a), cuando la firma decide su tamaño de planta óptimo; es decir, ajustar la capacidad de modo que la demanda iguale al costo marginal de largo plazo. Por lo tanto, en el caso planteado en el inciso (b) la planta de tamaño óptimo será igual a 5 unidades, mientras que en los casos planteados en (c) y (d) dichos tamaños óptimos serán iguales a 20 y 60 unidades, respectivamente. En todos los casos el precio óptimo será igual a \$6, el costo marginal de largo plazo.

(f) La Figura 6.8 representa la situación planteada. Si la empresa decide duplicar su capacidad,

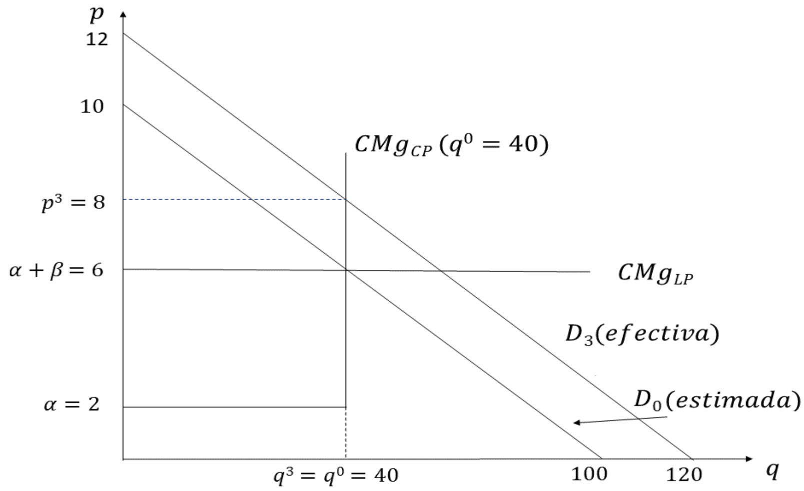

Figura 6.7: Demanda efectiva superior a la estimada.

la demanda D_3 cortará a la porción vertical de la nueva curva de costo marginal de corto plazo, correspondiente a la planta de tamaño igual a 80. En ese caso, el precio a fijar será igual a \$4. La ganancia en bienestar es ese caso será igual al área $G + H + I$. Por otro lado, la expansión al doble de la capacidad inicial implicaría un costo extra igual al área $H+J+I$. Por lo tanto, la expansión resultará deseable siempre que $G+H+I > H+J+I$, o equivalentemente si $G > J$. Notar que en este caso, dado que los dos triángulos son de igual área, habrá indiferencia entre ampliar o no ampliar la capacidad al doble del tamaño inicial.

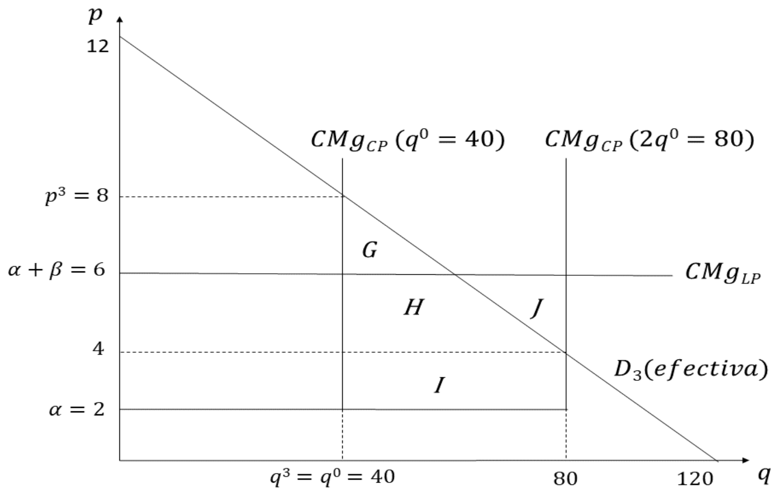

Figura 6.8: Tamaño de planta bajo indivisibilidades. La firma será indiferente entre ampliar o no ampliar su capacidad.

(g) Para analizar este caso, observar la Figura 6.9. La ganancia en bienestar por la expansión, obtenida vía el incremento en el excedente neto de los consumidores, será igual al área $K+L$, dado que el precio en este caso deberá ser igual a α, el costo marginal operativo. Dicha ganancia resulta inferior al costo de la expansión en capacidad (igual al área $L+M$), por lo que la figura ilustra el caso bajo el cual la decisión óptima será no expandir la capacidad de la planta.

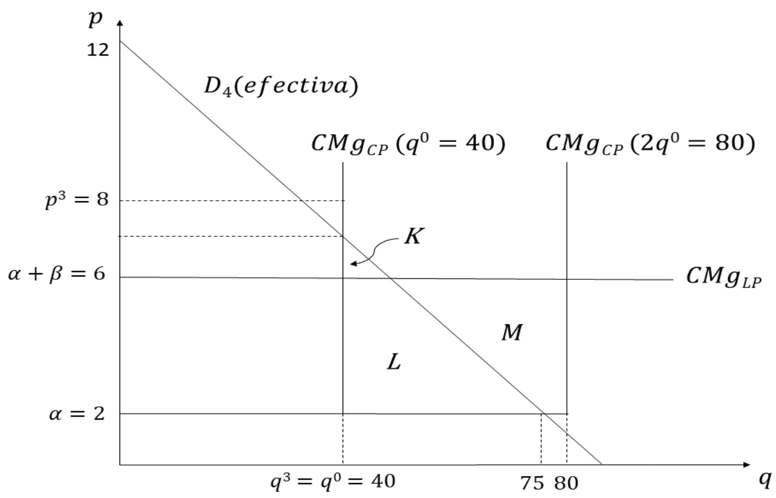

Figura 6.9: Tamaño de planta bajo indivisibilidades. La firma decidirá no ampliar su capacidad.

Ejercicio 6.3. Intervención en educación

Suponer una familia con un solo hijo en edad escolar y un ingreso anual de $500.000. Dicha familia vive en una ciudad sin acceso a escuelas públicas, teniendo que recurrir a la provisión privada de educación para su hijo.

(a) Representar la restricción presupuestaria para esta familia, mostrando las opciones disponibles entre cantidad de educación para su hijo y el resto de los bienes.

(b) Suponer ahora que se introduce una opción de educación pública gratuita por un valor de $80.000 por estudiante. Mostrar de qué manera se modifica la restricción presupuestaria de la familia.

(c) Considerar la respuesta de la familia ante la introducción de la opción de escuela pública mencionada en el inciso anterior. Suponer que las preferencias de la familia entre educación y el resto de los bienes son tales que la introducción de la escuela pública genera una reducción en la cantidad de educación recibida por el hijo. Representar esta situación y explicar por qué podría ocurrir dicho resultado.

(d) Representar el caso de otra familia de igual composición que la anterior, cuya decisión de gasto en educación no varíe ante la aparición de la opción pública.

(e) Representar el caso de otra familia de igual composición que la anterior que decide una mayor cantidad de educación que la inicial al cambiar a su hijo a la escuela pública.

(f) Suponer ahora que en lugar de la escuela pública, el gobierno introduce un sistema de cheques (o vouchers) escolares por un valor de $80.000, que pueden utilizarse por las familias para canjearlos en la escuela acreditada de su preferencia. Representar la restricción presupuestaria en este caso. ¿Cambiaría la decisión de gasto en educación de la familia respecto del planteado en el inciso (b)? Ilustrar esto para familias con distintas preferencias.

Respuesta

(a) La restricción presupuestaria sin acceso a educación pública se ilustra en la Figura 6.10. Suponiendo que el precio de una unidad de educación en términos del resto de los bienes (bien numerario) es igual a 1, la restricción presupuestaria entre cantidad de educación y el resto de los bienes tendrá pendiente igual a -1. De esto modo, la familia podrá consumir como máximo \$500.000 del resto de los bienes o \$500.000 en educación.

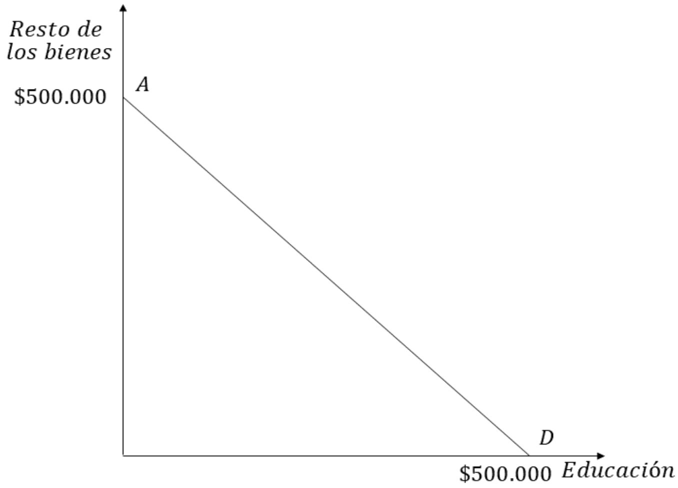

Figura 6.10: Restricción presupuestaria de la familia sin acceso a escuela pública.

(b) La opción de educación pública gratuita le permite a la familia que lo desee enviar a su hijo a la escuela pública sin sacrificar consumo del resto de los bienes. Sin embargo, la cantidad de educación provista públicamente está fija en \$80.000, por lo que si la familia desea un mayor nivel de educación deberá seguir enviando a su hijo a una escuela privada, financiándose con fondos propios. De este modo, la restricción presupuestaria será $ABCD$ (ver Figura 6.11).

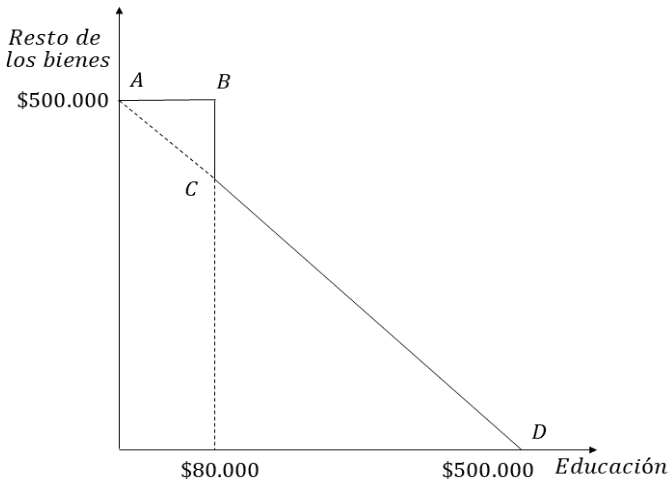

Figura 6.11: Restricción presupuestaria de la familia con acceso a escuela pública.

(c) Suponer que la situación inicial para la familia es la de la Figura 6.12, situándose en el punto E_1, con un gasto de \$100.000 en educación privada. Al introducirse la opción pública, esta familia tendrá una mayor utilidad en el punto $E_2 = B$ (quiebre de la nueva restricción presupuestaria). Esto implicará una reducción total del gasto en educación de la familia, ya que opta por la educación gratuita pública de \$80.000. Esta familia valora más la ganancia en consumo del resto de los bienes derivada de los fondos antes utilizados en educación, que la reducción en \$20.000 en el nivel de educación adquirido por su hijo. Por lo tanto, optará por enviar a su hijo a la escuela pública, a pesar de dicha disminución en la cantidad total de educación provista respecto de la inicial.

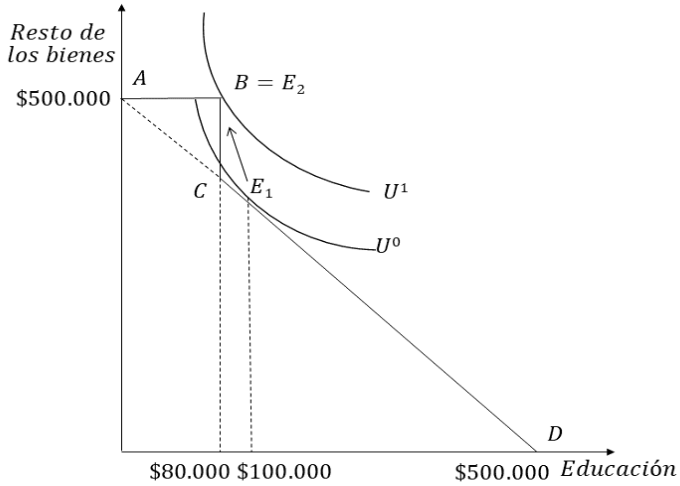

Figura 6.12: Restricción presupuestaria de la familia con acceso a escuela pública. Reducción en la cantidad total de educación

(d) En la situación representada en la Figura 6.13, la familia inicialmente decide gastar \$300.000 en educación privada, correspondiente al óptimo inicial E_1. Dado que esta decisión respecto del gasto en educación supera ampliamente al gasto provisto gratuitamente por el gobierno bajo la opción pública (\$80.000), la decisión de la familia no variará a pesar de la introducción de la escuela pública.

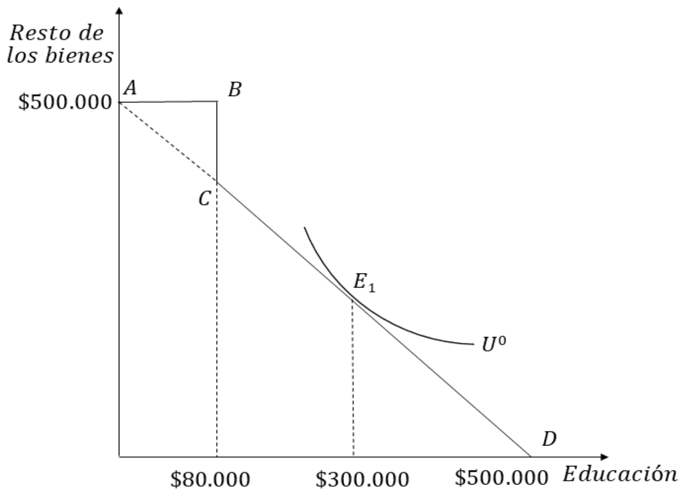

Figura 6.13: Restricción presupuestaria de la familia con acceso a escuela pública. La cantidad total de educación permanece inalterada.

(e) La familia representada en la Figura 6.14 opta por una cantidad de educación relativamente baja al inicio, gastando solamente \$40.000. Al introducirse la opción de escuela pública, la utilidad de la familia se ve incrementada al cambiar a su hijo a la escuela pública, con una cantidad equivalente a \$80.000 financiada por el gobierno. En el nuevo óptimo (E_2), la familia gasta todo su ingreso disponible de \$500.000 en el resto de los bienes.

(f) Con el esquema de cheques escolares, y suponiendo que dichos cheques no pueden ser revendidos, la familia podría gastar todo su ingreso de \$500.000 en el resto de los bienes y aún optar por canjear el cheque escolar por valor \$80.000. La restricción presupuestaria sufre un cambio similar al de una redistribución en especie, pasando a ser ABF (ver Figura 6.15). La respuesta respecto del gasto en educación luego de introducida la política de cheques escola-

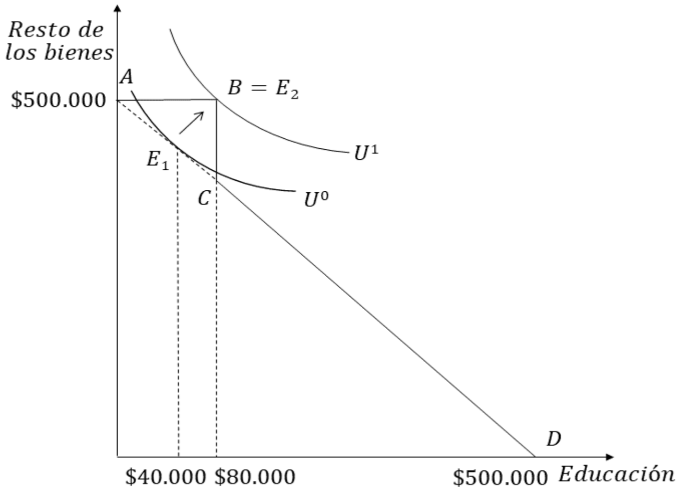

Figura 6.14: Restricción presupuestaria de la familia con acceso a escuela pública. Aumento en la cantidad total de educación.

res dependerá del óptimo inicial en el que se sitúe la familia. La Figura 6.15 ilustra tres casos posibles, correspondientes a las familias denominadas 1, 2 y 3, con diferentes preferencias y diferentes óptimos iniciales:

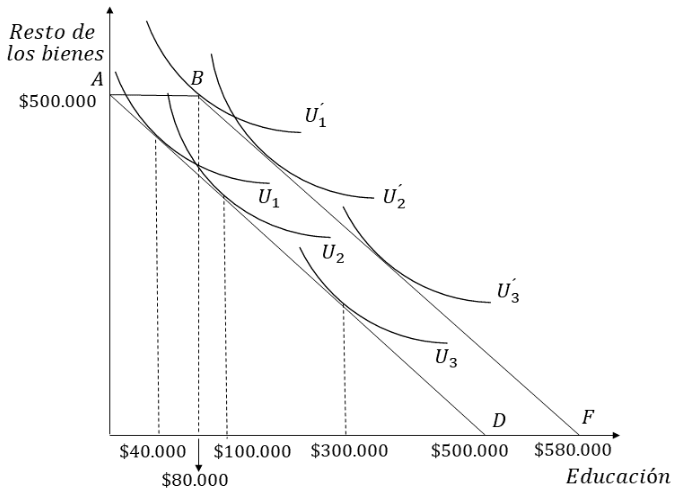

Figura 6.15: Decisión óptima de las familias ante la introducción de un sistema de cheques escolares.

- La familia 1, con nivel de utilidad inicial U_1 y un gasto inicial bajo en educación privada (\$40.000), pasará a gastar \$80.000 (el valor del cheque), lo que le permite gastar todo su ingreso inicial en el resto de los bienes. Esta familia no variará su decisión en cuanto a la cantidad de educación respecto de la política del inciso anterior (introducción de la escuela pública).
- La familia 2, con nivel de utilidad inicial U_2 y un gasto inicial de \$100.000 en educación privada, modificará su respuesta respecto de la tomada ante la política de escuela pública, caso en el que decidía disminuir la cantidad de educación respecto de la inicial (comparar con lo comentado en el inciso (c)). Si la educación es un bien normal, el aumento efectivo del ingreso producido por el cheque escolar hará que la cantidad de educación consumida aumente, al igual que el gasto en el resto de los bienes.
- La familia 3, con nivel de utilidad inicial U_3 y un gasto inicial alto en educación priva-

da (\$300.000), decidirá aumentar la cantidad consumida de ambos bienes (suponiendo normalidad) por el efecto ingreso generado por el cheque escolar. Recordar que bajo el caso de la escuela pública, esta familia no variaba su canasta de consumo, ya que al no optar por la escuela pública el 100 % del financiamiento de la educación privada era soportado por la familia.

Ejercicio 6.4. Cálculo del valor actual neto

Suponer un proyecto que tiene un costo de \$300 en el año inicial, genera beneficios de \$80 anuales durante los siguientes 5 años e implica un costo de cierre de \$60 en el sexto año.

(a) ¿Se debe realizar este proyecto si la tasa de descuento es del 5 %?

(b) ¿Cuál es la tasa interna de retorno del proyecto?

(c) ¿Es sensible el proyecto a la magnitud del costo de cierre? Justificar.

Respuesta

(a) Dado que el proyecto en cuestión implica beneficios y costos a lo largo de diferentes momentos del tiempo, resulta necesario calcular su Valor Actual Neto (VAN) para evaluar si el mismo resulta admisible. En general, si en el momento presente (momento $t = 0$) el proyecto genera un beneficio medido en pesos igual a B_0 e implica un costo igual a C_0, el beneficio o retorno neto en dicho período será $B_0 - C_0$. De igual modo, el retorno neto del proyecto en el período 1 será $B_1 - C_1$. Por lo tanto, para un proyecto que tiene una duración de T períodos, es posible describir el flujo de retornos netos como:

$$(B_0 - C_0), (B_1 - C_1), ..., (B_t - C_t), ..., (B_T - C_T) \tag{6.20}$$

Si se desea hacer comparables los retornos netos generados por el proyecto en diferentes momentos del tiempo, es necesario expresar los montos presentes en valores futuros, o bien los montos futuros en valores presentes. El valor presente correspondiente al retorno neto del proyecto en el momento t se puede calcular como:

$$\frac{(B_t - C_t)}{(1 + r)^t} \tag{6.21}$$

donde $(1+r)^t$ es el factor de descuento y r la tasa de descuento. El Valor Actual Neto (VAN) de un proyecto con una duración de T períodos puede calcularse como:

$$VAN = (B_0 - C_0) + \frac{(B_1 - C_1)}{(1 + r)} + \frac{(B_2 - C_2)}{(1 + r)^2} + ... + \frac{(B_t - C_t)}{(1 + r)^t} + ... + \frac{(B_T - C_T)}{(1 + r)^T} \tag{6.22}$$

Por lo tanto, el VAN del proyecto en cuestión será:

$$VAN = -\$300 + \sum_{t=1}^{5} \frac{\$80}{(1 + 0,05)^t} - \frac{\$60}{(1 + 0,05)^6} = 1,585 \tag{6.23}$$

Dado que el VAN correspondiente el proyecto es positivo, el proyecto resulta admisible y debe realizarse.

(b) Se define la tasa interna de retorno (TIR) como aquella tasa de retorno ρ que haría el VAN del proyecto igual a cero. Esto es:

$$(B_0 - C_0) + \frac{(B_1 - C_1)}{(1+\rho)} + \frac{(B_2 - C_2)}{(1+\rho)^2} + ... + \frac{(B_t - C_t)}{(1+\rho)^t} + ... + \frac{(B_T - C_T)}{(1+\rho)^T} = 0 \tag{6.24}$$

De este modo, la TIR correspondiente al proyecto enunciado será igual al valor de ρ que resuelva la expresión:

$$-\$300 + \sum_{t=1}^{5} \frac{\$80}{(1+\rho)^t} - \frac{\$60}{(1+\rho)^6} = 0 \tag{6.25}$$

Tomando la raíz positiva de (6.25), se tiene que la TIR será $\rho = 0,0522$. Esto implica que un pequeño aumento de la tasa de descuento respecto de la vigente ($r = 0,05$) haría negativo el VAN del proyecto.

(c) Notar que un pequeño incremento de, por ejemplo, \$3 en el costo de cierre del proyecto, haría (ceteris paribus) negativo el VAN del mismo:

$$VAN = -\$300 + \sum_{t=1}^{5} \frac{\$80}{(1+0,05)^t} - \frac{\$63}{(1+0,05)^6} = -0,653 \tag{6.26}$$

En este caso, el proyecto ya no resulta admisible y no sería recomendable llevarlo a cabo. Suponer que el verdadero costo de cierre del proyecto es \$60, y que el valor de \$63 surge de una estimación errónea del mismo (sobreestimación del 5 % del costo de cierre real). Este pequeño error de estimación haría tomar la decisión errónea respecto del proyecto, dado que dicha decisión se tomaría en base a (6.26), y no en base a (6.23).

Ejercicio 6.5. Ranking de proyectos de inversión

El Cuadro 6.1 presenta los flujos de fondos correspondientes a tres proyectos. ¿Es posible realizar un ranking de los mismos sin especificar la tasa de descuento? Proveer una justificación.

Cuadro 6.1: Comparación de proyectos sin conocer la tasa de descuento.

Período	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Proyecto A	−2.000	400	400	800	1.200
Proyecto B	−1.200	0	0	800	1.200
Proyecto C	−2.000	0	0	1.200	1.600

Respuesta Notar que el valor sin descontar de los tres flujos de fondos es igual a \$800. Comparando en primer lugar el proyecto A con el C, ambos tienen un mismo desembolso inicial, y el proyecto A genera fondos positivos por \$400 en los períodos 2 y 3, mientras que el proyecto C no genera fondos en esos períodos. Durante los períodos 3 y 4, el proyecto C supera al A en \$400 por período. Sin embargo, dado que estas diferencias a favor del proyecto C se generan en momentos más alejados en el tiempo, el proyecto A será preferible, porque dará un valor del VAN mayor para cualquier tasa de descuento positiva.

Comparando el proyecto A con el B, nótese que nos podemos concentrar solamente en los tres primeros períodos, ya que los fondos coinciden para ambos proyectos en los períodos 3 y 4. El proyecto B tiene un desembolso inicial menor que el A en \$800, mientras que el proyecto A genera flujos sin descontar \$400 mayores que B en los períodos 1 y 2. El proyecto B será preferible, ya que la diferencia inicial de \$800 no será descontada, generando un VAN mayor para cualquier tasa de descuento positiva.

En conclusión,el proyecto B resultará preferible al A, que a su vez será preferible al proyecto C.

Ejercicio 6.6. Cociente Costo/Beneficio

Suponer que el gobierno lo contrata como asesor para evaluar la conveniencia de llevar a cabo un proyecto. Se espera que el mismo genere beneficios por 14 millones de pesos en el período presente, 5 millones de pesos en un año a partir de hoy y 1 millón de pesos en dos años a partir de hoy. Por otro lado, el proyecto no implica costos hoy, pero implicará costos por 20 millones de pesos en dos años. Si la tasa de interés es del 10 % y se evalúa la conveniencia del mismo mediante el cociente beneficio-costo ¿cuál sería su recomendación al gobierno? ¿Cambiaría la recomendación si se evalúa el proyecto mediante el Valor Actual Neto (VAN)?

Respuesta El método del cociente beneficio-costo para evaluar proyectos consiste simplemente en calcular el cociente entre el valor presente del flujo de beneficio derivados del proyecto (B) y el valor presente del flujo de costos del mismo (C):

$$\frac{B}{C} = \frac{Valor\ Presente\ Beneficios}{Valor\ Presente\ Costos} \tag{6.27}$$

De acuerdo a los datos proporcionados por el gobierno, el valor presente de los beneficios será:

$$B = 14 + \frac{5}{1,1} + \frac{1}{1,1^2} = 19,372 \tag{6.28}$$

mientras que el valor presente de los costos del proyecto será:

$$C = \frac{20}{1,1^2} = 16,529 \tag{6.29}$$

Por lo tanto, el cociente beneficio-costo será $\frac{B}{C} = 1,172$. Teniendo en cuenta que el valor obtenido es mayor que 1, el valor presente de los beneficios superará al valor presente de los costos, por lo que la recomendación al utilizar esté método será llevar a cabo el proyecto del gobierno. Por otro lado, el Valor Actual Neto (VAN) correspondiente al proyecto será [1]:

$$VAN = 14 + \frac{5}{1,1} + \frac{(1-20)}{1,1^2} = 2,843 > 0 \tag{6.30}$$

Dado que el VAN del proyecto es positivo, la recomendación al gobierno no variará respecto de la realizada al utilizar el método del cociente $\frac{B}{C}$.

[1] Ver expresión (6.22) para la definición general.

Capítulo 7

El sistema impositivo: equidad distributiva e incidencia tributaria

Ejercicio 7.1. Progresividad, neutralidad y regresividad

Suponer que en un determinado país, la deuda tributaria T que acumula una persona depende de sus ingresos totales (Y), de acuerdo a la siguiente expresión:

$$T = -4.000 + 0,2\,Y \tag{7.1}$$

(a) Calcular la tasa impositiva media y la tasa impositiva marginal para diferentes niveles de ingreso de este país. ¿Qué comportamiento sigue la tasa media a mayores niveles de ingreso? Graficar.

(b) Repetir lo obtenido en el inciso (a) para el esquema tributario $T = 4.000 + 0,2\,Y$.

(c) Repetir lo obtenido para el inciso (a) para el esquema tributario $T = 0,2\,Y$.

(d) Determinar si cada uno de los esquemas anteriores es progresivo, neutral o regresivo.

(e) Los esquemas anteriores pueden generalizarse de la siguiente manera:

$$T = a + t\,Y \tag{7.2}$$

donde a y t son constantes. Mostrar que el esquema será progresivo si $a < 0$ y regresivo si $a > 0$.

Respuesta

(a) La expresión para la tasa impositiva media ($\frac{T}{Y}$) correspondiente al esquema tributario dado es:

$$\frac{T}{Y} = -\frac{4.000}{Y} + 0,2 \tag{7.3}$$

El Cuadro (7.1) presenta la deuda tributaria (T), la tasa impositiva media ($\frac{T}{Y}$) y la tasa marginal ($\frac{dT}{dY}$) para distintos niveles de ingreso personal Y. Observar que un individuo con ingreso cercano a cero recibirá un pago por casi la totalidad del subsidio uniforme de \$4.000. A medida que se pasa a estratos superiores de ingreso, la deuda tributaria crece. El individuo con ingreso \$20.000 tendrá una deuda impositiva nula, ya que el esquema lo subsidia por \$4.000, pero deberá abonar \$4.000 correspondientes al 20 % de su ingreso. Su tasa impositiva media también será cero. Los individuos con ingresos superiores a \$20.000 soportarán tasas impositivas medias crecientes. Notar que la tasa media converge al valor de la tasa marginal, mientras que la tasa marginal es constante e igual a $0,2$. En la Figura 7.1 se representa la deuda tributaria total T para distintos valores de ingreso. En la Figura 7.2 se representa la tasa media (creciente con el nivel de ingreso), mientras que la Figura 7.3 representa la tasa marginal (independiente del nivel de ingreso e igual a $0,2$).

Cuadro 7.1: Tasa impositiva media y marginal ($T = -4.000 + 0,2Y$)

Ingreso (Y)	**Deuda tributaria** (T)	**Tasa impositiva media** ($\frac{T}{Y}$)	**Tasa impositiva marginal** ($\frac{dT}{dY}$)
1	$-3.999,80$	$-3.999,80$	$0,20$
1.000	-3.800	$-3,80$	$0,20$
10.000	-2.000	$-0,20$	$0,20$
20.000	0	0	$0,20$
30.000	2.000	$0,07$	$0,20$
50.000	6.000	$0,12$	$0,20$
100.000	16.000	$0,16$	$0,20$
300.000	56.000	$0,19$	$0,20$

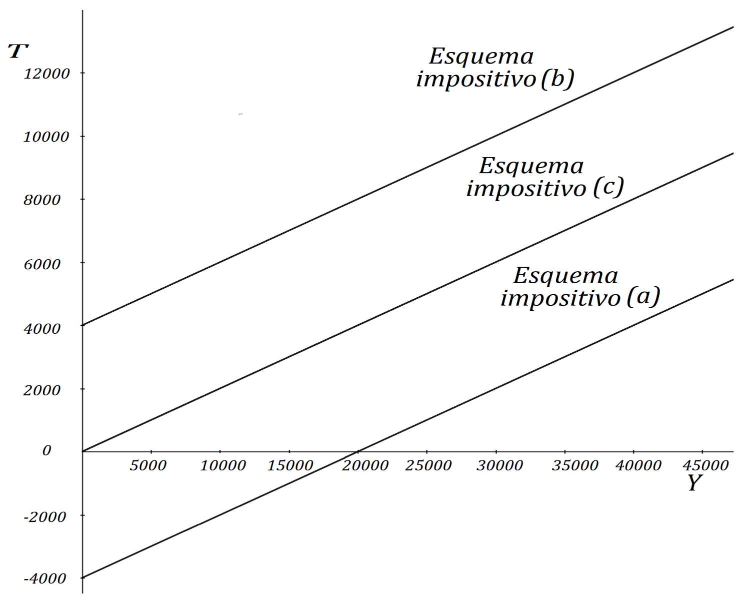

Figura 7.1: Deuda tributaria total.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

(b) La expresión correspondiente a la tasa media en este caso será:

$$\frac{T}{Y} = \frac{4.000}{Y} + 0,2 \tag{7.4}$$

El Cuadro 7.2 calcula la deuda tributaria total y las tasas media y marginal correspondientes a este esquema tributario. Observar que, si bien la deuda tributaria T crece con el nivel

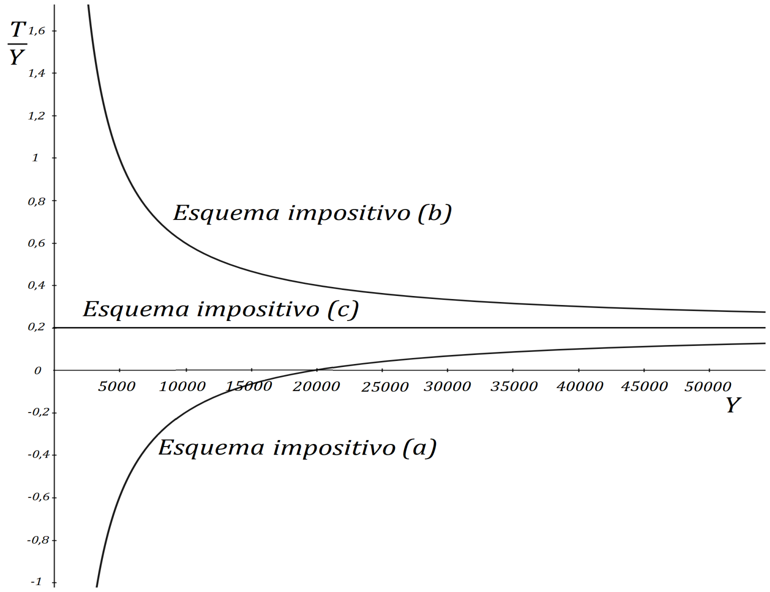

Figura 7.2: Tasa impositiva media.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

de ingreso, la tasa media es decreciente. Al igual que en el inciso anterior, la tasa marginal es constante e igual a $0,2$. En la Figura 7.1 se representa la deuda tributaria total T para distintos valores de ingreso. En la Figura 7.2 se representa la tasa media (decreciente con el nivel de ingreso), mientras que la Figura 7.3 representa la tasa marginal (independiente del nivel de ingreso e igual a $0,2$).

Cuadro 7.2: Tasa impositiva media y marginal ($T = 4.000 + 0,2Y$)

Ingreso (Y)	**Deuda tributaria** (T)	**Tasa impositiva media** ($\frac{T}{Y}$)	**Tasa impositiva marginal** ($\frac{dT}{dY}$)
1	$4.000,20$	$4.000,20$	$0,20$
1.000	4.200	$4,20$	$0,20$
10.000	6.000	$0,60$	$0,20$
20.000	8.000	$0,40$	$0,20$
30.000	10.000	$0,33$	$0,20$
50.000	14.000	$0,28$	$0,20$
100.000	24.000	$0,24$	$0,20$
300.000	64.000	$0,21$	$0,20$

(c) La información correspondiente a este caso se resume en el Cuadro 7.3. Las tasas impositivas media y marginal coinciden y son constantes para cualquier nivel de ingreso. En la Figura 7.1 se representa la deuda tributaria total T para distintos valores de ingreso. En la Figura 7.2 se representa la tasa media (constante con el nivel de ingreso), mientras que la Figura 7.3 representa la tasa marginal (independiente del nivel de ingreso e igual a $0,2$).

(d) La regresividad, neutralidad (también denominada proporcionalidad) o progresividad del esquema tributario se define en base al comportamiento de la tasa media en relación al ingreso del individuo. Dicho comportamiento puede determinarse calculando la derivada de la tasa media respecto del ingreso, de modo que:

- Si $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} > 0$, el esquema es progresivo. A mayor nivel de ingreso, el individuo enfrenta una mayor deuda tributaria relativa a su nivel de ingreso.

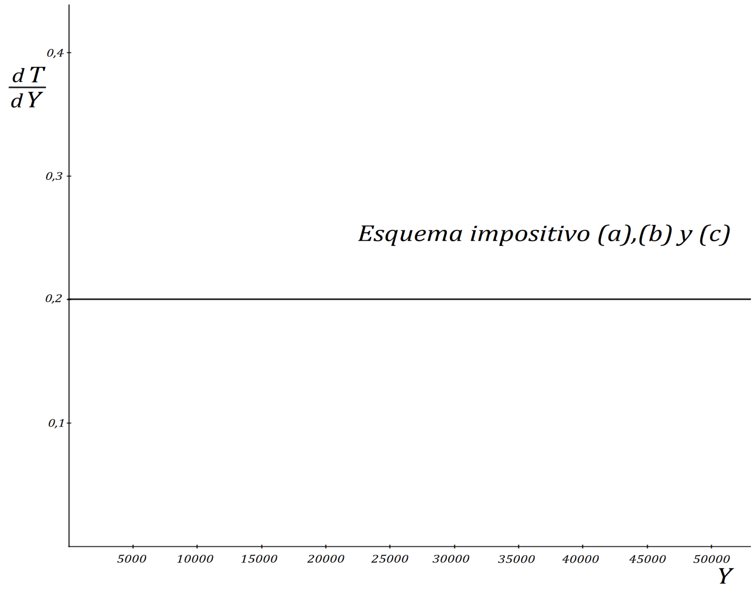

Figura 7.3: Tasa impositiva marginal.

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

Cuadro 7.3: Tasa impositiva media y marginal ($T = 0,2Y$)

Ingreso (Y)	**Deuda tributaria** (T)	**Tasa impositiva media** ($\frac{T}{Y}$)	**Tasa impositiva marginal** ($\frac{dT}{dY}$)
1	$0,20$	$0,20$	$0,20$
1.000	200	$0,20$	$0,20$
10.000	2.000	$0,20$	$0,20$
20.000	4.000	$0,20$	$0,20$
30.000	6.000	$0,20$	$0,20$
50.000	10.000	$0,20$	$0,20$
100.000	20.000	$0,20$	$0,20$
300.000	60.000	$0,20$	$0,20$

- Si $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} = 0$, el esquema es neutral o proporcional. A mayor nivel de ingreso, el individuo no varía su deuda tributaria relativa a su ingreso.
- Si $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} < 0$, el esquema es regresivo. A mayor nivel de ingreso, el individuo enfrenta una menor deuda tributaria relativa a su nivel de ingreso.

En base a lo analizado para los esquemas tributarios planteados en los incisos anteriores, se tiene que:

- Para el esquema tributario del inciso (a): $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} = \dfrac{4.000}{Y^2} > 0$
- Para el esquema tributario del inciso (b): $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} = -\dfrac{4.000}{Y^2} < 0$
- Para el esquema tributario del inciso (c): $\dfrac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} = 0$

Por lo tanto, el esquema tributario correspondiente al inciso (a) es progresivo, el correspondiente al inciso (b) es regresivo, mientras que el del inciso (c) es proporcional.

(e) Considerando la expresión general (7.2), se tiene que:

$$\frac{d\left(\frac{T}{Y}\right)}{dY} = \frac{-a}{Y^2} \tag{7.5}$$

De la expresión (7.5) se desprende que el carácter del esquema dependerá del signo del término constante: el esquema será progresivo si $a < 0$, regresivo si $a > 0$ y neutral o proporcional si $a = 0$.

Ejercicio 7.2. Impuesto por unidad y ad-valorem con costos marginales constantes

Suponer que la demanda de mercado de un cierto bien es $Q = 75 - 5P$, mientras que la oferta es infinitamente elástica al precio $P = 10$.

(a) Determinar la incidencia económica de un impuesto de \$2 por unidad consumida del bien, suponiendo que el mercado es de competencia perfecta. Explicar el resultado. Calcular la recaudación impositiva obtenida por el gobierno a través de este impuesto y graficar.

(b) Repetir el análisis para el caso en el cual el impuesto es de tipo ad-valorem, con una tasa igual al 20 % sobre el precio de los productores. Comparar con lo obtenido en (a).

(c) ¿Qué ocurriría con la incidencia económica de un impuesto por unidad de \$2 si el mercado fuera abastecido por un monopolista con costos marginales constantes e iguales a 10? Comparar el resultado con lo obtenido en (a). ¿Importa si la incidencia legal recae sobre el monopolista o los consumidores? Justificar la Respuesta

Respuesta

(a) El equilibrio de este mercado competitivo antes de introducir el impuesto consistirá en el precio $P^\star = 10$ y la cantidad $Q^\star = 75 - 5P^\star = 25$ (ver Figura 7.4). Para determinar el nuevo equilibrio una vez establecido el impuesto, puede obtenerse la expresión correspondiente a la inversa de la demanda de mercado:

$$P_b = 15 - \frac{Q}{5} \tag{7.6}$$

donde P_b denota el precio bruto a ser pagado por los consumidores dada una cierta cantidad Q comprada del bien. Este precio incluye el impuesto de \$2 por unidad consumida. El nuevo equilibrio surge de la intersección de la demanda inversa neta del impuesto con la oferta inversa, que en este caso es constante e igual a 10:

$$15 - \frac{Q}{5} - 2 = 10 \tag{7.7}$$

Resolviendo la condición de equilibrio (7.7), se obtiene que la nueva cantidad es $Q^{*'} = 15$. El precio pagado por los consumidores (precio bruto) se obtiene reemplazando $Q^{*'}$ en la expresión (7.6); es decir $P_b^* = 12$. El precio recibido por los oferentes (precio neto del impuesto) será $P_n^* = 10$ (ver la Figura 7.4, donde la demanda D′ es la demanda neta del impuesto). La recaudación impositiva es el producto de la cantidad de equilibrio y el monto del impuesto; es decir:

$$Recaudación = 15 \times 2 = 30 \tag{7.8}$$

Notar que los consumidores soportarán en este caso el 100 % de la carga del impuesto, ya que $(P_b^* - P^*)\, Q^{*'} = 2 \times 15 = 30$. Esto se debe a que una parte del mercado (los vendedores) escapa perfectamente del pago del impuesto, ya que la curva de oferta es infinitamente elástica. En este caso especial, la incidencia legal coincide con la económica, ya que quien paga legalmente el impuesto soportará la totalidad de la carga del mismo (ver Figura 7.4).

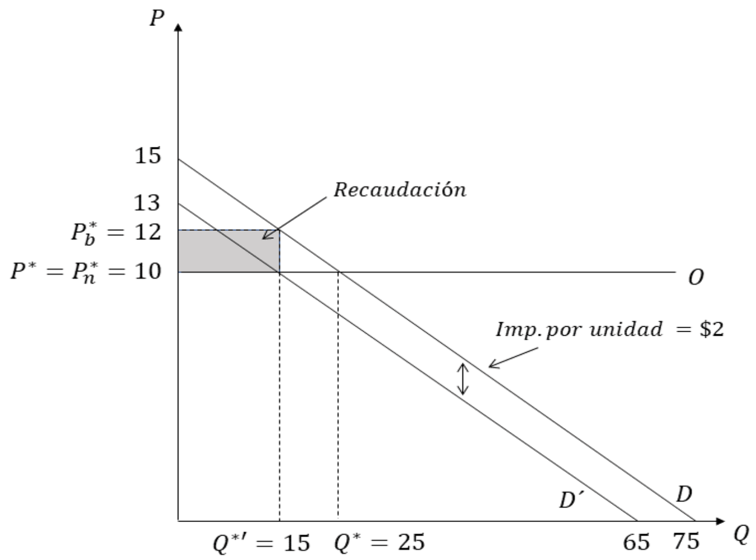

Figura 7.4: Incidencia de un impuesto por unidad bajo competencia perfecta.

(b) A diferencia de lo analizado en el inciso (a), el tipo de impuesto introducido por el gobierno es ad-valorem y la incidencia legal recae sobre los productores. A partir del equilibrio competitivo sin impuesto (ver inciso anterior), el nuevo equilibrio con impuesto surgirá de la intersección de la demanda inversa con la oferta inversa que incluye el impuesto; es decir:

$$15 - \frac{Q}{5} = 10 \times (1 + 0,2) \tag{7.9}$$

De aquí surge que la cantidad de equilibrio será $Q^{*'} = 15$, y los precios $P_b^* = 12$ y $P_n^* = 10$. El equilibrio competitivo luego del impuesto, la recaudación y la incidencia económica coinciden con lo obtenido en el inciso (a). De este modo, un impuesto por unidad de \$2 resulta equivalente a un impuesto del 20 % sobre el precio neto (ver Figura 7.5, donde O' representa la curva de oferta inversa incluyendo el impuesto). Notar que en este caso la incidencia legal difiere de la incidencia económica.

(c) Previo a la introducción del impuesto, el monopolista que maximiza beneficios elegirá la cantidad que iguala el ingreso marginal correspondiente a la demanda de mercado con el costo marginal de producción del bien. Por lo tanto, su cantidad producida óptima será la que resuelva la siguiente expresión:

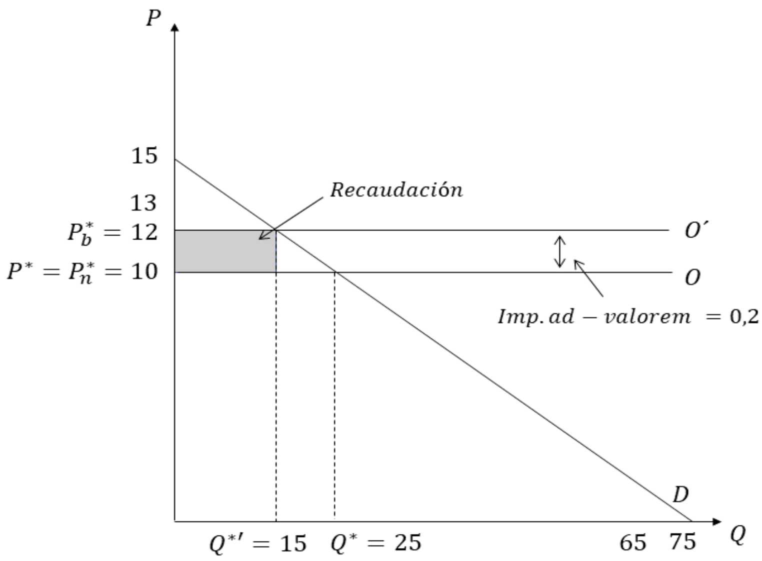

Figura 7.5: Incidencia de un impuesto ad-valorem bajo competencia perfecta.

$$15 - \frac{2}{5}Q = 10 \tag{7.10}$$

donde el lado izquierdo representa el ingreso marginal correspondiente a la demanda de mercado y el lado derecho el costo marginal. Así, la cantidad maximizadora de los beneficios del monopolista será $Q_m^* = 12,5$, mientras que el precio será $P_m^* = 12,5$. Los beneficios del monopolista serán $\$31,25$[1].

Suponer que la incidencia legal del impuesto recae sobre el monopolista. La nueva expresión para hallar el óptimo del monopolista será:

$$15 - \frac{2}{5}Q = 10 + 2 \tag{7.11}$$

donde el lado derecho representa el costo marginal más el impuesto por unidad de \$2. De aquí surge que la nueva cantidad será $Q_m^{*'} = 7,5$ y el precio pagado por el consumidor (reemplazando esta cantidad en la demanda) será $P_m' = 13,5$. La recaudación impositiva será igual a 15 ($= 7,5 \times 2$). Notar que en este caso los consumidores soportarán la mitad de la carga del impuesto, ya que el incremento en el precio pagado será igual a la mitad del monto del impuesto ($(13,5 - 12,5) \times 7,5 = 7,5$). La otra mitad la soportará el monopolista. Este resultado, consistente en el reparto por mitades de la incidencia del impuesto entre la firma y los consumidores, corresponde al caso especial con demanda lineal y costo marginal constante: el monopolista traslada hacia adelante solo la mitad del impuesto al precio del consumidor. Los beneficios del monopolista se reducen a $\$11,25$ [2]. La Figura 7.6 ilustra la solución óptima antes y luego del impuesto.

[1] $12,5 \times 12,5 - 10 \times 12,5 = 31,25$.
[2] $13,5 \times 7,5 - 12 \times 7,5 = 11,25$.

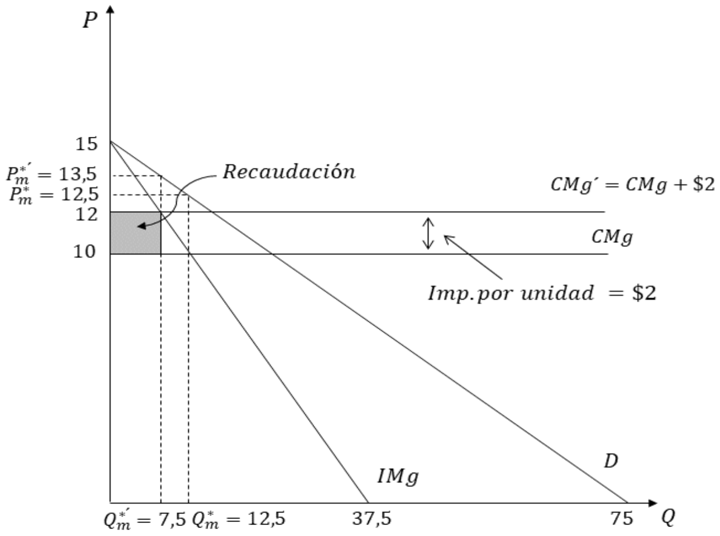

Figura 7.6: Incidencia de un impuesto por unidad con incidencia legal sobre el monopolista.

Notar que si la incidencia legal recayera sobre los consumidores, el resultado en cuanto a la incidencia económica será exactamente el mismo que en la situación anterior. En este caso, la cantidad óptima será la que iguale el costo marginal con el ingreso marginal correspondiente a la demanda inversa neta del impuesto (es decir, la demanda inversa $13 - \frac{Q}{5}$). Esto es, la cantidad que resuelve:

$$13 - \frac{2}{5}Q = 10 \tag{7.12}$$

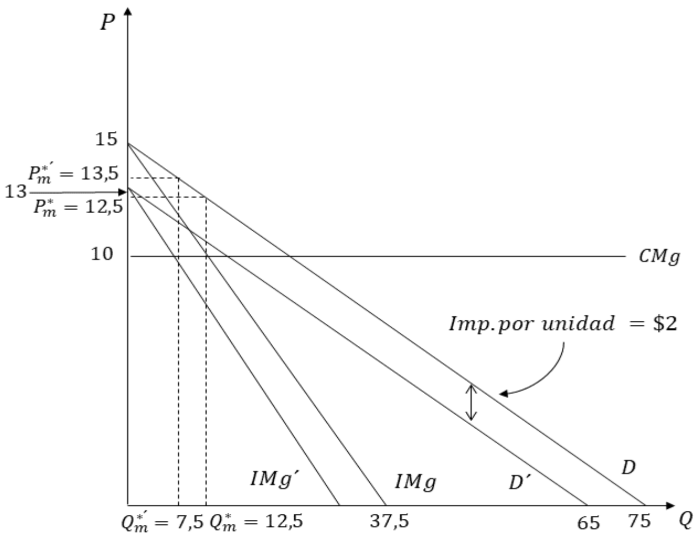

Figura 7.7: Incidencia de un impuesto por unidad con incidencia legal sobre el consumidor.

La expresión (7.12) coincide con la expresión (7.11), correspondiente al impuesto legalmente pagado por el monopolista, por lo cual la solución será la misma. La Figura 7.7 ilustra este caso, donde D' es la demanda inversa neta del impuesto y IMg' el correspondiente ingreso marginal.

Ejercicio 7.3. Carga excedente

Referirse al inciso (a) del Ejercicio 7.2, en el que un mercado en competencia perfecta soporta un impuesto de \$2 por unidad.

(a) Calcular el exceso de gravamen (o carga excedente) de dicho impuesto.

(b) Partiendo del equilibrio competitivo obtenido con el impuesto de \$2 por unidad, ¿cuál será la carga excedente extra generada por un incremento del impuesto en \$0,5? Calcular el cambio en la recaudación como consecuencia de dicho aumento impositivo.

Respuesta

(a) La Figura 7.8 representa el caso analizado en el Ejercicio 7.2. La carga excedente del impuesto de \$2 puede calcularse como la diferencia entre la caída del bienestar sufrida por los consumidores ante el incremento en el precio ocasionado por el impuesto y la recaudación del mismo. La caída en el bienestar (ΔW) puede calcularse en este caso como la caída en el excedente de los consumidores entre la situación sin impuesto ($t = 0$) y la situación con impuesto ($t = 2$):

$$\Delta W = \Delta EC = EC_{t=0} - EC_{t=2} \tag{7.13}$$

Observando la Figura 7.8, se tiene que $EC_{t=0} = 62{,}5$ (área del triángulo con base igual a 25 y altura igual a 5), mientras que $EC_{t=2} = 22{,}5$ (área del triángulo con base igual a 15 y altura igual a 3). De este modo, $\Delta W = \Delta EC = 62{,}5 - 22{,}5 = 40$. Notar en la figura que esta caída en el excedente de los consumidores equivale geométricamente a la suma de las dos áreas sombreadas (rectángulo en gris claro más triángulo en gris oscuro). El rectángulo corresponde a la recaudación del impuesto de \$2 introducido por el gobierno, cuya área es igual a 30. La carga excedente del impuesto (CE) corresponde a la diferencia entre la caída en el bienestar recién calculada (medida a través de la caída en el excedente de los consumidores) y la recaudación impositiva (Rec). Es decir:

$$CE = \Delta EC - Rec = 40 - 30 = 10 \tag{7.14}$$

La carga excedente del impuesto corresponde en la Figura 7.8 al triángulo sombreado en gris oscuro[3].

(b) La Figura 7.9 representa la situación inicial con el impuesto de \$2 por unidad, con la cantidad de equilibrio igual a 15 y el precio pagado por los consumidores igual a $P_b^* = 12$. La carga excedente de este impuesto es igual a \$10 y corresponde al área del triángulo *abc* de la Figura 7.9 (ver Ejercicio 7.4). El incremento del impuesto en \$0,5 provocará que el precio bruto pagado por los consumidores se incremente a \$12,5, por lo cual la cantidad caerá a 12,5. El incremento en la carga excedente (carga excedente marginal) será igual al área *acdf* en la figura. Este incremento en la carga excedente se puede descomponer en dos partes. Por un

[3]Es pertinente aclarar que, o bien la demanda especificada en el ejercicio es la demanda compensada, o bien las preferencias son tales que no existen efectos ingreso, de modo tal que movimientos a lo largo de la curva de demanda ordinaria solamente implican efectos sustitución ante cambios en el precio. En estos casos resulta equivalente realizar el cálculo del cambio en bienestar por el aumento en el precio utilizando la variación equivalente que mediante el cambio en el excedente del consumidor, como se ha calculado aquí.

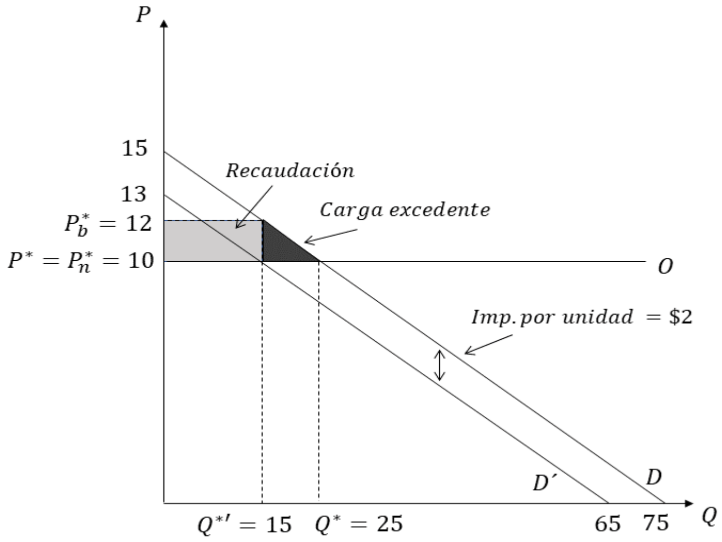

Figura 7.8: Carga excedente de un impuesto bajo competencia perfecta.

lado, observar que el excedente del consumidor caerá en $\$6,875$ $(= 0,5 \times 12,5 + (0,5 \times 2,5)/2)$ como consecuencia del mayor precio. Parte de dicha caída en el bienestar se ve compensada por el incremento en la recaudación de $\$6,25$ $(= 0,5 \times 12,5)$ dado el mayor impuesto cobrado sobre las unidades vendidas, con lo cual la caída neta en el bienestar como consecuencia del aumento en el precio será igual al área del triángulo edc $(= \$0,625)$. Por otro lado, la carga excedente se verá incrementada por la pérdida en recaudación ocasionada por la reducción de la cantidad vendida en $2,5$ unidades (área del rectángulo $ecaf$), por un monto de 5 $(= 2 \times 2,5)$. La carga excedente marginal (CEM) será entonces:

$$\begin{gathered} CEM = \text{\it Área edc} + \text{\it Área ecaf} = \text{\it Área acdf} \\ CEM = 0{,}625 + 5 = 5{,}625 \end{gathered} \tag{7.15}$$

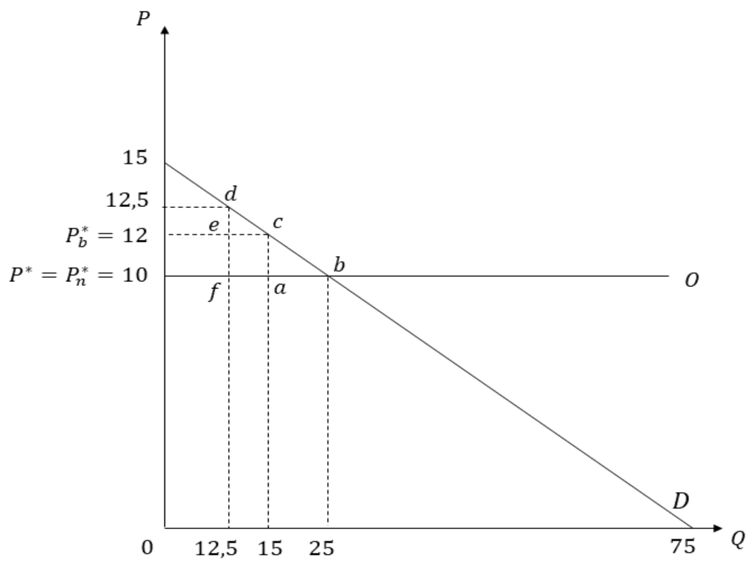

Figura 7.9: Carga excedente marginal de un aumento impositivo sobre el bien.

Ejercicio 7.4. Impuesto al consumo

Con el objetivo de reducir el consumo de alcohol, el gobierno nacional está considerando introducir un impuesto de \$1 por cada litro de alcohol vendido en el mercado; esto es, un impuesto con incidencia legal sobre los productores de alcohol. Suponer que la demanda de mercado de alcohol es $Q^D = 500.000 - 20.000P$ (donde Q^D es el número de litros de alcohol demandados y P es el precio por litro) y la oferta de mercado es $Q^O = 30.000P$ (donde Q^O es el número de litros de alcohol ofrecidos).

(a) Calcular el equilibrio competitivo (precio y cantidad) de este mercado previo a la introducción del impuesto. Representar gráficamente.

(b) Calcular de qué manera el impuesto afecta al precio pagado por los consumidores y al precio recibido por los productores. ¿Cuál será la nueva cantidad de equilibrio? Representar gráficamente.

(c) Calcular la recaudación del impuesto obtenida por el gobierno. ¿Qué proporción de la recaudación es soportada por los consumidores y qué proporción es soportada por los productores? Mostrar en el gráfico.

(d) ¿Cambiaría la distribución de la carga del impuesto entre las partes (productores y consumidores) si el impuesto de \$1 lo pagaran los consumidores por cada litro de alcohol comprado? Comprobar recalculando los incisos anteriores.

(e) Suponer que la función de demanda de alcohol para los tomadores de alcohol jóvenes es más elástica que para los tomadores no jóvenes. Discutir si el impuesto anterior será más, menos o igualmente efectivo en reducir el consumo de alcohol de la población más joven.

Respuesta

(a) En el equilibrio competitivo, $Q^D = Q^O$; es decir:

$$500.000 - 20.000P = 30.000P \tag{7.16}$$

El precio de equilibrio será entonces $P^* = 10$. La cantidad vendida y consumida en el equilibrio será $Q^* = 300.000$ (ver Figura 7.10).

(b) El impuesto por unidad genera una brecha entre el precio bruto pagado por los consumidores y el precio neto recibido por los vendedores:

$$P_b = P_n + t \tag{7.17}$$

El precio bruto para distintas cantidades viene dado por la función inversa de demanda. A partir de la función de demanda dada en el enunciado, se tiene:

$$P_b = 25 - \frac{Q}{20.000} \tag{7.18}$$

El precio neto para distintas cantidades viene dado por la inversa de la función de oferta. A partir de la función de oferta dada en el enunciado, se tiene:

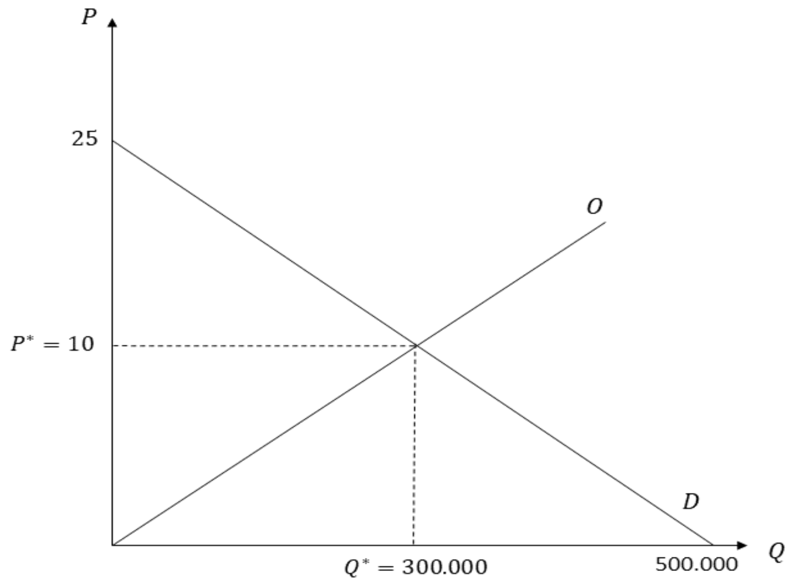

Figura 7.10: Equilibrio competitivo en el mercado de alcohol antes del impuesto.

$$P_n = \frac{Q}{30.000} \tag{7.19}$$

Reemplazando (7.18) y (7.19) en (7.17), y reemplazando t por el valor del impuesto fijado por el gobierno (igual a \$1):

$$25 - \frac{Q}{20.000} = \frac{Q}{30.000} + 1 \tag{7.20}$$

Resolviendo esta expresión para Q se obtiene que la cantidad vendida y consumida luego del impuesto es $Q^{*'} = 288.000$. Reemplazando esta solución en (7.18) se tiene que el precio pagado por los consumidores es $P_b = 10,6$. El precio que recibirán los vendedores se obtiene reemplazando $Q^{*'}$ en (7.19) y será $P_n = 9,6$ (ver la Figura 7.11).

(c) La recaudación impositiva será igual a $Rec = t\,Q^{*'} = 1 \times 288.000 = 288.000$, de la cual los consumidores soportarán el 60 % (calculada como $(P_b - P^*)\,Q^{*'} = 0,6 \times 288.000 = 172.800$) y los vendedores el 40 % restante (calculada como $(P^* - P_n)\,Q^{*'} = 0,4 \times 288.000 = 115.200$). En la Figura 7.11 se muestra que la recaudación impositiva es igual al área del rectángulo $(C + F)$, donde C corresponde a lo soportado por los consumidores y F a lo soportado por las firmas.

(d) Nada cambiará en cuanto al equilibrio competitivo con el impuesto y la distribución de la carga del mismo si el impuesto lo pagan los consumidores. La única modificación corresponde a la incidencia legal del mismo. En este caso podría rescribirse la expresión (7.17) como:

$$P_b - t = P_n \tag{7.21}$$

Como se mencionara anteriormente, el precio bruto para una cierta cantidad corresponde a la altura de la función de demanda; es decir, la disposición marginal a pagar de los consumidores para esa cantidad. Al restarle el impuesto se obtiene una expresión para la demanda inversa neta, que representa el precio que recibirían los vendedores para dicha cantidad (curva D' en

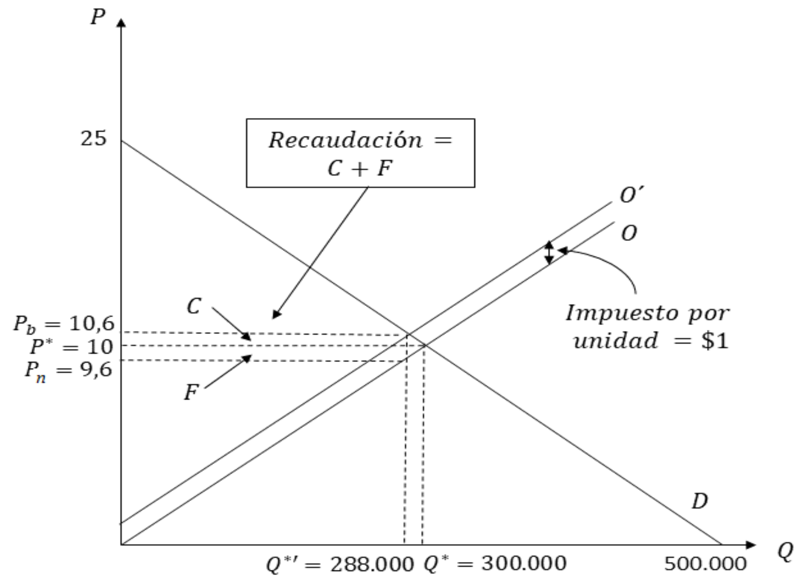

Figura 7.11: Incidencia del impuesto sobre los productores de alcohol.

la Figura 7.12). El equilibrio competitivo con el impuesto se obtiene reemplazando (7.18) y (7.19) en (7.21) (intersección de O con D' de la Figura 7.12). La cantidad, los precios y el reparto de la carga tributaria son independientes de la incidencia legal.

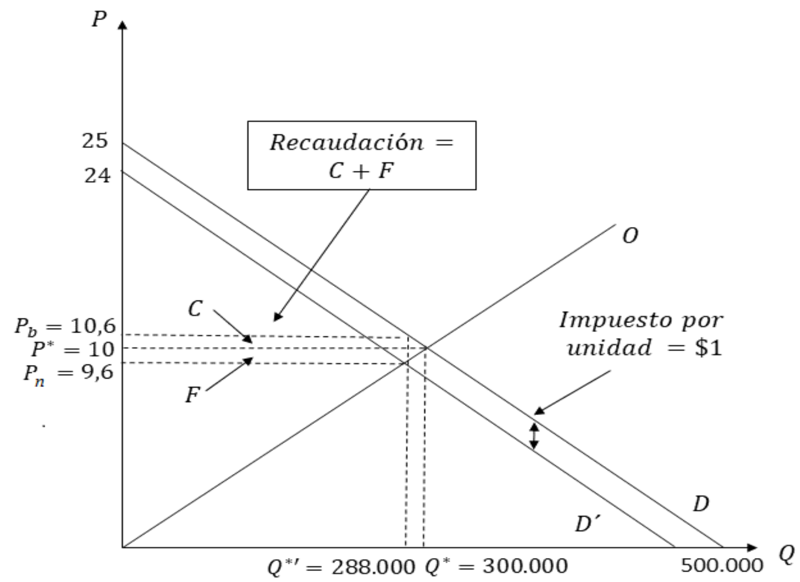

Figura 7.12: Incidencia del impuesto sobre los consumidores de alcohol.

(e) Dado que la función de demanda de alcohol es más elástica para los tomadores jóvenes que para los no jóvenes, un mismo impuesto sobre el consumo de alcohol reducirá relativamente más el consumo de los jóvenes. De este modo, el impuesto será más efectivo en su objetivo de reducción del consumo sobre los individuos jóvenes que sobre los no jóvenes.

Ejercicio 7.5. Subsidio al consumo

Suponer un país con una demanda inversa de gasolina dada por:

$$P = 100 - Q \tag{7.22}$$

La oferta de gasolina es infinitamente elástica a un precio igual a \$50 por litro, y actualmente existe un subsidio a la producción del 30 % sobre el precio de oferta.

(a) Calcular el equilibrio de mercado en dicha situación, suponiendo que dicho mercado es perfectamente competitivo. Graficar.

(b) Suponer que el gobierno decide quitar el subsidio existente. Argumentar a favor de dicha medida en base a la potencial ganancia en eficiencia de la misma.

Respuesta

(a) En el equilibrio de mercado del escenario inicial se satisface la igualación de la demanda inversa y la oferta inversa por gasolina neta del subsidio; esto es:

$$100 - Q = 50 \times (1 - 0,3) \tag{7.23}$$

El subsidio del 30 % sobre los productores reduce sus costos marginales de producción. En la Figura 7.13 el equilibro competitivo con subsidio se encuentra en la intersección de la curva de demanda D con la curva de oferta neta del subsidio (O'). La cantidad de equilibrio será $Q^* = 65$. Los consumidores pagarán un precio de \$35 por litro de gasolina. El monto del subsidio que deberá afrontar el gobierno será igual \$975 ($= 65 \times 15$). En la Figura 7.13 dicho monto es igual al área del rectángulo ($A + B + C$).

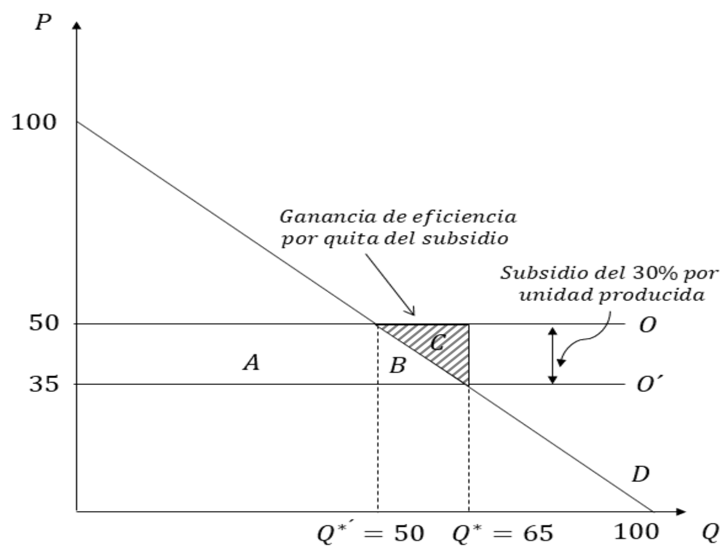

Figura 7.13: Ganancia en eficiencia de la quita del subsidio a la gasolina.

(b) La quita del subsidio llevaría al mercado a una cantidad tal que:

$$100 - Q = 50 \tag{7.24}$$

El equilibrio competitivo luego de la quita del subsidio se ve en la Figura 7.13 en la intersección de las curvas D y O. Esto implica que la cantidad de equilibrio será menor que la original en presencia del subsidio, e igual a $Q^{*'} = 50$. Dicha reducción en la cantidad por la quita del subsidio generará una caída en el excedente de los consumidores igual a:

$$\Delta EC = 15 \times 50 + \frac{15 \times 15}{2} = 862,5 \tag{7.25}$$

En la Figura 7.13 dicha pérdida está representada por el área $(A+B)$. Por otro lado, la quita del subsidio implica una reducción de \$975 en el monto pagado por el gobierno (igual al área $(A+B+C)$ de la figura). Dicha suma supera a la pérdida de excedente del consumidor por la política. De este modo, existe una ganancia de eficiencia correspondiente a la política de quita del subsidio igual a $\$112,5$ $(= \$975 - \$862,5)$, equivalente al área C de la figura. Por lo tanto, si el argumento de la quita del subsidio fuera puramente en términos de la eficiencia, la medida sería justificada. Notar que el costo marginal de producción del bien para la sociedad cuando la cantidad es $Q^* = 65$ (igual a \$50) es superior al beneficio marginal de su consumo (igual a \$35), por lo que existe una ganancia en eficiencia de reducir la cantidad producida y consumida a partir de la cantidad surgida en el equilibrio con subsidio. Dicha ganancia en eficiencia seguirá existiendo hasta el punto en el que el costo marginal de producción del bien se iguale con el beneficio marginal de su consumo, lo cual ocurre para la cantidad $Q^{*'} = 50$.

Ejercicio 7.6. Incidencia y carga excedente de un impuesto al trabajo

Suponer que el mercado de trabajo es perfectamente competitivo, con una función de oferta compensada de trabajo dada por $O^L = \frac{w}{2} - \frac{3}{2}$, donde w representa el salario por hora trabajada. La demanda de trabajo es perfectamente elástica al nivel de $w = 10$.

(a) Calcular la cantidad de equilibrio del mercado de trabajo.

(b) Suponer que el gobierno introduce un impuesto por hora trabajada de \$2. Calcular el nuevo equilibrio del mercado laboral, la recaudación del impuesto y la carga excedente correspondiente a este impuesto. Determinar quién soporta la incidencia económica del mismo.

Respuesta

(a) El equilibrio competitivo del mercado de trabajo surge de la igualación de la oferta y la demanda de trabajo. Ya que la demanda es perfectamente elástica al salario $w = 10$, la cantidad de equilibio puede hallarse reemplazando dicho nivel salarial en la función de oferta de trabajo O^L. De este modo, la cantidad de equilibrio será $L^* = 3,5$ (ver Figura 7.14).

(b) Siendo la incidencia legal independiente de la económica, suponer que el impuesto lo pagan las firmas, que son las demandantes el factor trabajo. En este caso, la demanda inversa neta

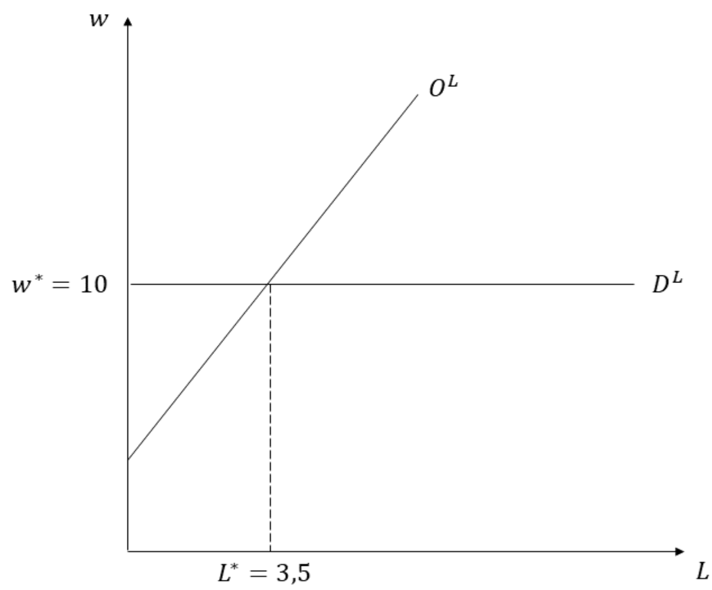

Figura 7.14: Equilibrio competitivo del mercado laboral.

del impuesto será horizontal al nivel $w = 10 - 2 = 8$ (ver Figura 7.15, en donde la curva $D^{L'}$ representa la curva de demanda de trabajo neta del impuesto de \$2 por hora trabajada).

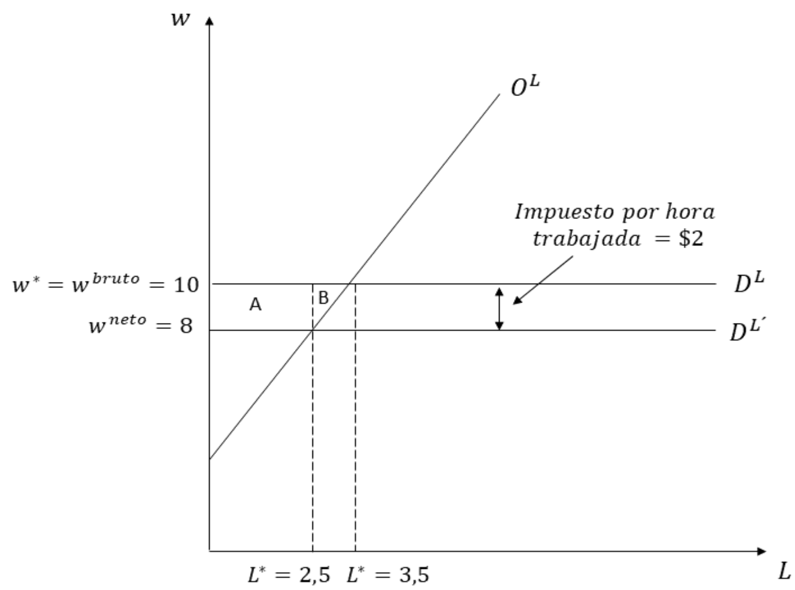

Figura 7.15: Incidencia de un impuesto al factor trabajo.

La nueva cantidad de equilibrio de mercado puede hallarse reemplazando la demanda inversa neta del impuesto ($w = 10 - 2 = 8$) en la función de oferta de trabajo, O^L. Esto es, $L^{*\prime} = \frac{8}{2} - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$ (ver Figura 7.15.) Notar que los empleadores pagarán un salario bruto igual al salario previo al impuesto ($w^* = w^{bruto} = 10$), mientras que los trabajadores soportarán el 100 % de la carga del impuesto, al recibir un salario neto $w^{neto} = 8$. La recaudación del impuesto será $R = 2 \times 2,5 = 5$. La caída en el bienestar generada por este impuesto (ΔW) puede calcularse aquí como la reducción en el excedente de los trabajadores (ΔET), y será igual al área a la izquierda de la oferta compensada entre el salario anterior y el posterior al impuesto (ver Figura 7.15). Es decir:

$$\Delta W = \Delta ET = \text{Área}\,(A + B) = 2 \times 2,5 + \frac{2 \times 1}{2} = 6 \qquad (7.26)$$

Notar que esta caída en el bienestar supera a la recaudación del impuesto (área A) en el área B. De este modo, la carga excedente (CE) del impuesto será igual al área del triángulo B. Es decir, $CE = 1$.

Ejercicio 7.7. Impuesto específico a un factor en un sector

Suponer un país con dos sectores, G y N, cuyos procesos de producción utilizan capital como uno de sus factores productivos. El valor del producto marginal del capital en el sector G viene dado por $VPM_G = 100 - K_G$, mientras que en el sector N viene dado por $VPM_N = 80 - 2K_N$, donde K_G y K_N representan las cantidades de capital utilizados en el sector G y N, respectivamente. El país cuenta con una cantidad fija de 50 unidades de capital, que deberá ser asignada entre los dos sectores.

(a) Suponiendo que el factor capital se puede mover libremente entre los dos sectores de modo de maximizar su rentabilidad neta, ¿cómo se asignarán las 50 unidades de capital entre los dos sectores? Explicar.

(b) Suponer ahora que el gobierno decide implementar una política impositiva consistente en gravar el capital utilizado en el sector G con un impuesto por unidad de capital igual a \$6. El capital utilizado en el sector N no es gravado. ¿Cambiaría la asignación de las 50 unidades de capital entre sectores obtenida en (a)? Explicar.

(c) ¿Existe carga excedente por la política impositiva impulsada por el gobierno en (b)?. Si es así, ¿de qué depende la magnitud de la misma?

Respuesta

(a) Teniendo en cuenta la libre movilidad del capital entre sectores con el objetivo de maximizar su rentabilidad neta, el capital total existente deberá asignarse entre sectores de modo tal que el valor del producto marginal del mismo se iguale para ambos sectores. Igualando dichas expresiones:

$$100 - K_G = 80 - 2K_N \qquad (7.27)$$

A su vez, dado que $K_G + K_N = 50$, se tiene que:

$$100 - K_G = 80 - 2\,(50 - K_G) \qquad (7.28)$$

Por lo tanto, la asignación del total del capital existente entre ambos sectores será $K_G^* = 40$ y $K_N^* = 10$. La Figura 7.16 representa las posibles asignaciones de las 50 unidades de capital existentes entre los sectores (notar que la dimensión horizontal de la figura corresponde al total del capital existente, y que se representa el valor del producto marginal del capital para el sector N invirtiendo el eje de las abscisas, de modo que el capital utilizado por N se obtiene hacia la izquierda del origen). El punto A (intersección de las dos funciones de valor del producto marginal del capital) representa la asignación de equilibrio del capital entre sectores. La tasa de retorno obtenida por el capital en ambos sectores será r^*.

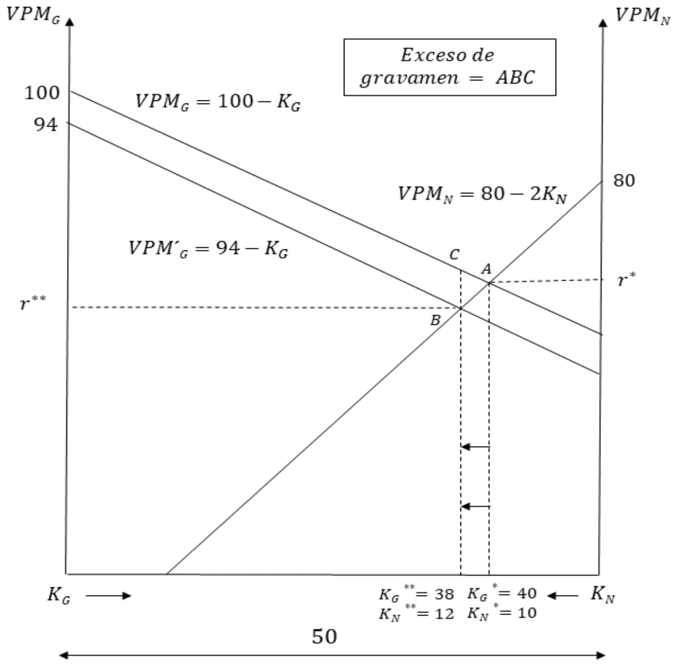

Figura 7.16: Asignación de capital entre sectores antes y después del impuesto.

(b) En este caso, la expresión para el valor del producto marginal del capital en el sector G, neto del impuesto de \$6 por unidad, deberá igualarse a la expresión original para el sector N; es decir:

$$100 - K_G - 6 = 80 - 2K_N \tag{7.29}$$

Reemplazando en (7.29) la condición que requiere el reparto de las 50 unidades de capital entre los dos sectores ($K_G + K_N = 50$), se obtiene que la cantidad de capital en el sector gravado luego del impuesto caerá a $K_G^{**} = 38$, y por lo tanto la cantidad de capital en el sector no gravado se incrementa a $K_N^{**} = 12$. La curva VPM'_G en la Figura 7.16 representa el valor del producto marginal del capital neto del impuesto para el sector G (lado izquierdo de la expresión 7.29). El punto B determina la nueva asignación de equilibrio. La tasa de retorno obtenida por el capital en ambos sectores será menor que la inicial, e igual a r^{**}. La reasignación resultante luego del impuesto, con más unidades de capital en el sector N (y menos en el sector G) que al inicio, obedece a que en la asignación inicial el capital obtiene un mayor retorno en N que en G, por la existencia del impuesto.

(c) Notar que en el nuevo equilibrio (punto B de la Figura 7.16) el capital recibirá un menor retorno neto que en el equilibrio inicial ($r^{**} < r^*$). En dicho punto, el valor del producto marginal del capital antes de impuestos en el sector G es mayor que el correspondiente al sector N (comparar el punto C con el punto B). Esto implica que sería eficiente a partir de dicho punto reasignar capital del sector G hacia el sector N, pues la ganancia en valor del producto de aumentar el capital utilizado en G será mayor que la pérdida de disminuir el capital en N. Esto será así hasta el punto A, en donde el valor del productor marginal pre-impuestos se iguala entre sectores. El triángulo ABC mide entonces el exceso de gravamen del impuesto, que será igual a 6 ($= (6 \times 2)/2$). La magnitud de la carga excedente dependerá de cuán grande sea la reasignación de capital entre sectores (altura del triángulo) y de la magnitud del impuesto (base del triángulo).

Ejercicio 7.8. Impuesto selectivo al consumo

La función de utilidad de un individuo por el consumo de los bienes 1 y 2 es:

$$U = Q_1^{1/2} Q_2^{1/2} \tag{7.30}$$

Este individuo cuenta con un ingreso monetario Y para gastar en los bienes 1 y 2, y los precios por unidad a los que puede adquirir dichos bienes son P_1 y P_2.

(a) Hallar las demandas óptimas de ambos bienes a partir del problema de maximización de utilidad del consumidor. Graficar.

(b) Suponer que el gobierno decide gravar el consumo del bien 1 mediante un impuesto de $\$0,1$ por unidad consumida. Suponiendo que el ingreso monetario del individuo es igual a $\$10$ y los precios iniciales de ambos bienes son $P_1 = 1$ y $P_2 = 1$, ¿cómo se modifican las cantidades demandadas? Graficar.

(c) Hallar la variación equivalente del cambio en bienestar ocasionado sobre el individuo por la imposición del bien 1 [4]. Graficar.

(d) Hallar la carga excedente o exceso de gravamen del impuesto. Mostrar en el gráfico e interpretar.

Respuesta

(a) La decisión óptima del consumidor, surgida de la maximización de su utilidad (expresión (7.30)) sujeta a la restricción presupuestaria $P_1Q_1 + P_2Q_2 = Y$, se dará en el punto en el que su tasa marginal de sustitución en el consumo (TMS_{12}) se iguala con el cociente de precios:

$$TMS_{12} = \frac{P_1}{P_2} \tag{7.31}$$

Teniendo en cuenta que para la función de utilidad especificada $TMS_{12} = \frac{Q_2}{Q_1}$, la canasta de consumo óptima del individuo debe satisfacer la expresión:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{P_1}{P_2} \tag{7.32}$$

De aquí se tiene que $Q_2 = \frac{P_1}{P_2}Q_1$. Reemplazando esta expresión en la restricción presupuestaria se obtiene que la función de demanda del bien 1 es $Q_1^* = \frac{Y}{2P_1}$. Esta demanda puede reemplazarse en (7.32) para obtener la demanda óptima del bien 2, $Q_2^* = \frac{Y}{2P_2}$. La Figura 7.17 representa el óptimo del consumidor.

(b) A partir de lo obtenido en (a), y reemplazando por los valores dados para el ingreso y los precios iniciales, se tiene que las cantidades demandadas son $Q_1^* = Q_2^* = 5$. El nivel de utilidad obtenido en este caso será igual a $U^0 = 5^{1/2} \times 5^{1/2} = 5$. El impuesto de $\$0,1$ por unidad consumida del bien 1 hará que las demandas óptimas sean ahora:

[4] Para una revisión teórica del concepto de variación equivalente véase Varian, H. (2011).

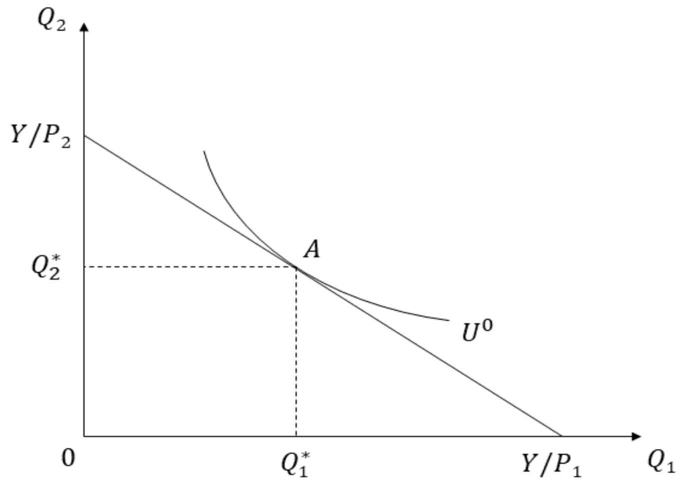

Figura 7.17: Canasta óptima del consumidor.

$$Q_1^{*\prime\prime} = \frac{Y}{2(P_1+t_1)} = \frac{10}{2\times(1+0{,}1)} = 4{,}55$$
$$Q_2^{*\prime\prime} = \frac{Y}{2P_2} = \frac{10}{2\times 1} = 5 \tag{7.33}$$

Como se puede observar, la cantidad del bien 1 se reduce respecto de la situación previa al impuesto, mientras que la correspondiente al bien 2 permanece inalterada[5]. El nivel de utilidad obtenido en este caso caerá a $U^1 = 4{,}55^{1/2} \times 5^{1/2} = 4{,}769$. La Figura 7.18 ilustra el nuevo óptimo para el consumidor.

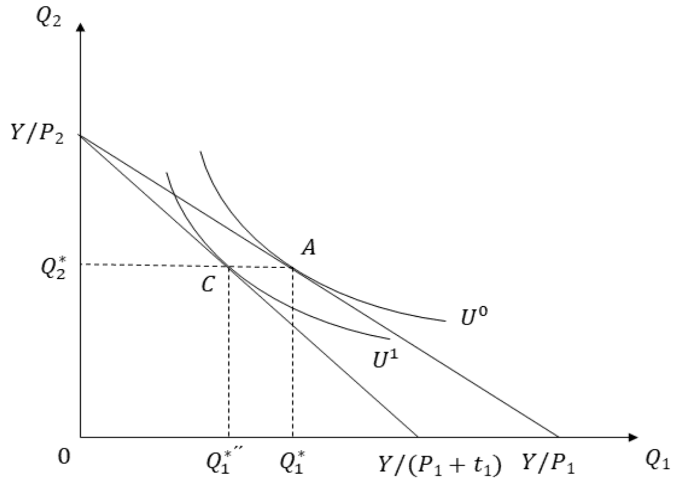

Figura 7.18: Canasta óptima del consumidor luego del impuesto sobre el bien 1.

(c) Para calcular la variación equivalente es preciso obtener el nivel de ingreso monetario necesario para que el individuo alcance el nivel de utilidad obtenido luego del impuesto (igual a $4{,}769$) bajo una situación en la cual los precios fueran los iniciales (es decir $P_1 = 1$ y $P_2 = 1$). Denominando Y' a dicho nivel hipotético de ingreso, su valor surge de la solución a la siguiente expresión (reemplazando en la función de utilidad):

[5]Esto último obedece al tipo particular de preferencias especificadas, del tipo Cobb-Douglas.

$$4,769 = \left(\frac{Y'}{2 \times 1}\right)^{1/2} \left(\frac{Y'}{2 \times 1}\right)^{1/2} = \left(\frac{Y'}{2 \times 1}\right) \tag{7.34}$$

De la expresión (7.34) se obtiene que $Y' = 9,539$. La variación equivalente (VE) del aumento en el precio generada por el impuesto será entonces igual a la diferencia entre el ingreso monetario inicial Y (necesario para obtener el nivel de utilidad inicial a los precios iniciales) y el ingreso monetario para alcanzar la utilidad final a los precios iniciales, Y':

$$\text{Variación Equivalente } (VE) = Y' - Y = 10 - 9,539 = 0,461 \tag{7.35}$$

En la Figura 7.19, la recta presupuestaria cuya pendiente es igual a -1 (dado que ambos precios son iguales a 1 en la situación original) y que es tangente a la curva de indiferencia U^1 en el punto D es la que determina el nivel de ingreso Y' calculado en (7.34). Utilizando el bien 2 como numerario, dicho ingreso Y' corresponde al segmento OH. La variación equivalente corresponde al segmento FH, igual a la diferencia entre el segmento OF y el segmento OH. La variación equivalente representa una medida monetaria de la caída en el bienestar sufrida por el individuo ante el impuesto.

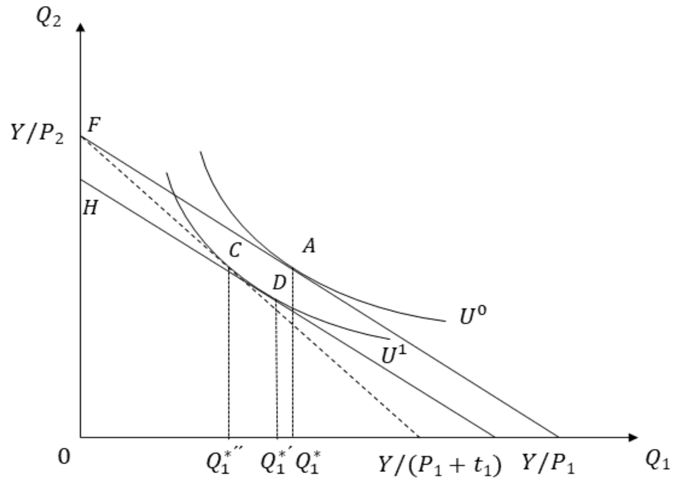

Figura 7.19: Variación equivalente del impuesto sobre el bien 1.

(d) La carga excedente (CE) corresponde a la diferencia entre la variación equivalente (VE) calculada en el inciso anterior y la recaudación del impuesto. Dado que la recaudación (R) es igual en este caso a $0,455$ ($= 0,1 \times 4,55$), se tiene que:

$$\text{Carga Excedente } (CE) = VE - R = 0,461 - 0,455 = 0,006 \tag{7.36}$$

Observar la Figura 7.20. La recaudación del impuesto (medida en términos del bien 2) es igual al segmento EC. Notar que la altura hasta el punto E representa lo máximo del bien 2 que podría consumir el individuo si consumiera la cantidad $Q_1^{*''}$ del bien 1 (cantidad óptima del bien 1 luego del impuesto) y no existiera el impuesto, mientras que la altura hasta el punto C es lo que efectivamente consume del bien 2 bajo la existencia del impuesto sobre el bien 1. La diferencia (EC) será entonces lo que recauda el gobierno. Notar además que el segmento EC coincide con el FG sobre el eje de las ordenadas. La carga excedente medida en el gráfico corresponde entonces al segmento GH $(= FH - FG)$.

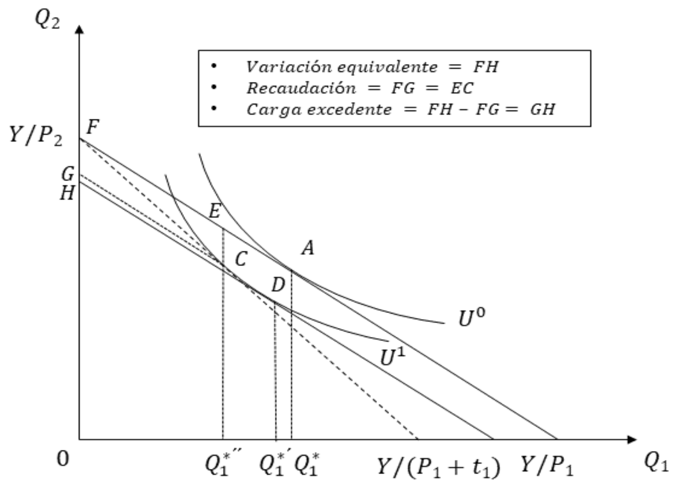

Figura 7.20: Carga excedente del impuesto sobre el bien 1.

Capítulo 8

Eficiencia y diseño de esquemas tributarios. El sistema de ingresos públicos y sus efectos económicos

Ejercicio 8.1. Comparación de esquemas impositivos

La curva inversa de demanda del bien A viene dada por $P_A = 10 - \frac{Q_A}{10}$, mientras que la curva de oferta es perfectamente elástica a un precio de \$1. Este bien soporta un impuesto de \$2 por unidad. El bien B, que es independiente en demanda del bien A, tiene una curva inversa de demanda dada por $P_B = 5 - \frac{Q_B}{20}$ y también tiene una curva de oferta perfectamente elástica a un precio de \$1. Inicialmente el bien B no está gravado.

(a) Calcular la recaudación impositiva y la carga excedente del impuesto existente sobre el bien A.

(b) El gobierno decide realizar una reforma impositiva, reduciendo el impuesto sobre el bien A en \$1, e introduciendo un impuesto de \$1 por unidad sobre el bien B. Calcular la recaudación impositiva de este nuevo esquema impositivo en el que ambos bienes resultan gravados.

(c) ¿Cuál es la carga excedente del esquema impositivo planteado en el inciso (b)?

(d) ¿Cuál de los dos esquemas impositivos es preferible desde el punto de vista de la eficiencia?

Respuesta

(a) En el mercado del bien A el equilibrio competitivo sin impuestos surge de la igualdad:

$$10 - \frac{Q_A}{10} = 1 \tag{8.1}$$

De aquí se obtiene la cantidad de equilibrio $Q_A^0 = 90$. El precio de equilibrio será $P_A^0 = 1$ (ver la Figura 8.1). Cuando se aplica el impuesto por unidad de \$2, el nuevo equilibrio surge de la igualdad:

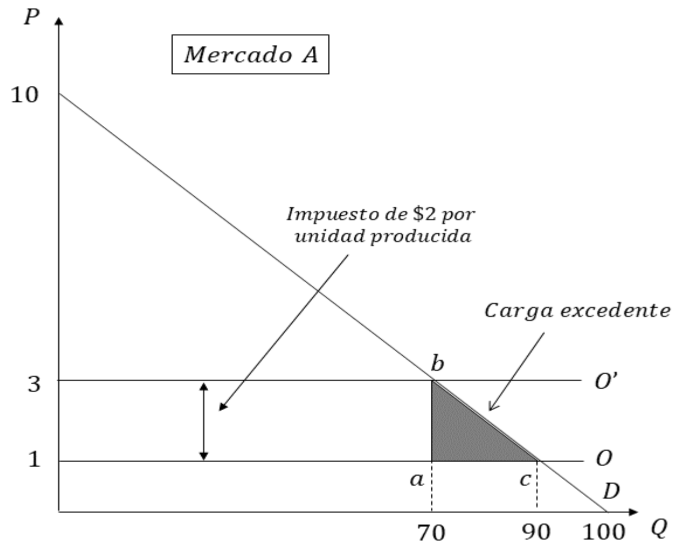

Figura 8.1: Incidencia de un impuesto por unidad de \$2 sobre el bien A.

$$10 - \frac{Q_A}{10} = 1 + 2 \tag{8.2}$$

donde el lado derecho representa la oferta inversa que incluye el impuesto (representada en la Figura 8.1 por la curva horizontal O'). La cantidad de equilibrio competitivo con el impuesto será entonces $Q_A^1 = 70$. El precio pagado por los consumidores será $P_A^1 = 3$ (notar que la incidencia económica recae en su totalidad sobre los consumidores). La recaudación del impuesto es $Rec^A = 2 \times 70 = 140$, mientras que la carga excedente es $CE^A = \frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$. En la Figura 8.1 la carga excedente corresponde al triángulo abc.

(b) En este nuevo esquema tributario, la cantidad de equilibrio con el impuesto de \$1 sobre el bien A surge de la igualdad:

$$10 - \frac{Q_A}{10} = 1 + 1 \tag{8.3}$$

Así, $Q_A^2 = 80$. La recaudación impositiva obtenida en el mercado A será $Rec^A = 1 \times 80 = 80$, mientras que la carga excedente será $CE^A = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5$. En la Figura 8.2, la curva O'' representa la oferta que incluye el impuesto de \$1 en este nuevo esquema impositivo. El triángulo edc representa la carga excedente surgida por este impuesto más bajo.

Analizando el mercado B, el equilibrio competitivo sin impuestos surge de la expresión:

$$5 - \frac{Q_B}{20} = 1 \tag{8.4}$$

por lo que $Q_B^0 = 80$ y $P_B^0 = 1$ (ver la Figura 8.3). Al introducir el impuesto de \$1 en este mercado, la nueva cantidad surge de la igualdad:

$$5 - \frac{Q_B}{20} = 1 + 1 \tag{8.5}$$

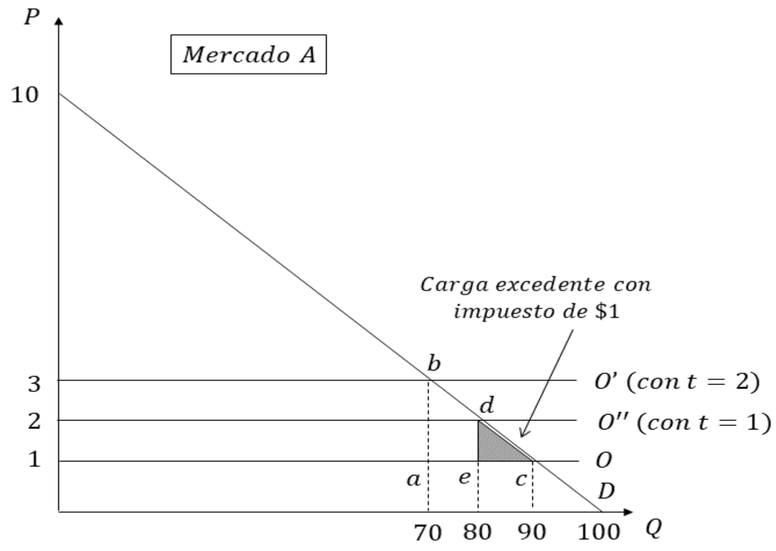

Figura 8.2: Incidencia de un impuesto por unidad de \$1 sobre el bien A.

por lo que $Q_B^1 = 60$ y $P_B^1 = 2$. La recaudación impositiva en este mercado será entonces $Rec^B = 1 \times 60 = 60$, mientras que la carga excedente en B será $CE^B = \frac{1}{2} \times 20 \times 1 = 10$. En la Figura 8.3, la curva O' representa la oferta del bien B que incluye el impuesto de \$1. La carga excedente correspondiente a este impuesto será igual al área del triángulo $a'b'c'$.

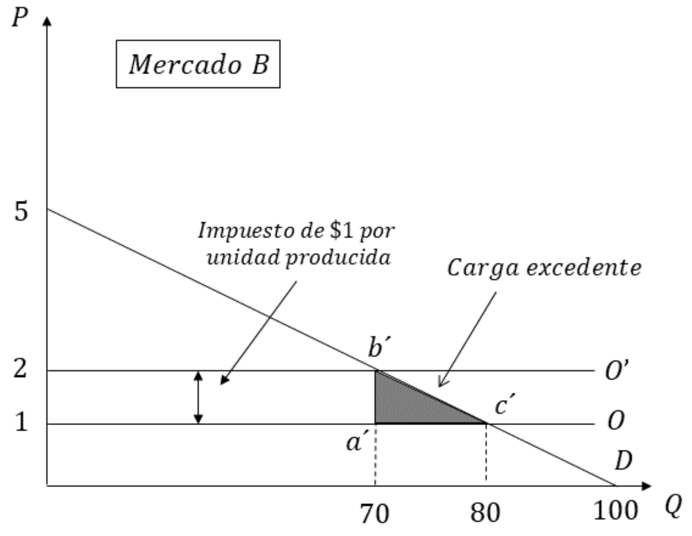

Figura 8.3: Incidencia de un impuesto por unidad de \$1 sobre el bien B.

La recaudación impositiva total obtenida por el gobierno a través de este esquema será entonces $Rec^A + Rec^B = 80 + 60 = 140$, que coincide con la del esquema del inciso (a), en el que se grava solamente al bien A en \$2 por unidad.

(c) Dado que A y B no están vinculados en demanda, la carga excedente de cobrar \$1 en cada mercado será la suma de las cargas excedentes individuales calculadas en el inciso (b). Es decir:

$$CE^{A+B} = CE^{A} + CE^{B} = 5 + 10 = 15 \tag{8.6}$$

(d) Ambos esquemas recaudan el mismo monto, pero el segundo esquema será preferible, teniendo en cuenta que la carga excedente total será menor ($15 < 20$). Notar en la Figura 8.2 que la reducción en \$1 en el impuesto sobre el bien A genera una ganancia en eficiencia dada por el trapezoide *abde*, cuya área es igual a \$15. Dicha ganancia en eficiencia supera a la pérdida de eficiencia generada por el primer peso gravado en el mercado B, que es igual a \$10. La ganancia neta en eficiencia correspondiente a la reforma del esquema impositivo es entonces igual a \$5.

Ejercicio 8.2. Regla de tributación óptima

Suponer un esquema tributario que grava el consumo de los bienes X e Y a tasas ad-valorem t_x y t_y respectivamente, minimizando la carga excedente total de recaudar un moto dado igual a R. El consumo de ambos bienes no está relacionado y se conoce por un estudio econométrico que la elasticidad de la demanda compensada del bien X es igual a 0,8, mientas que la correspondiente al bien Y es igual a 0,5. Plantear el problema que debería resolver la autoridad tributaria a cargo del diseño de este esquema y obtener una conclusión sobre la estructura impositiva en este caso. Interpretar.

Respuesta El problema que debe resolver la autoridad tributaria es el de minimizar la carga excedente del esquema tributario, sujeto a la recaudación requerida R. Matemáticamente:

$$\underset{\{t_x, t_y\}}{Min} \quad CE_x + CE_y \quad \text{sujeto a} \quad R = t_x P_x X + t_y P_y Y \tag{8.7}$$

donde CE_x y CE_y denotan las cargas excedentes impositivas para cada bien, R es el monto a recaudar, P_x y P_y son los precios antes de impuestos de ambos bienes y X e Y son las cantidades consumidas. Notar que la carga excedente total del esquema será la suma de las cargas para cada bien gravado, ya que no hay relación en demanda entre X e Y. Suponiendo una demanda lineal para el bien X, es posible expresar la carga excedente de dicho bien X como[1]:

$$CE_x = \frac{1}{2}\eta_x P_x X t_x^2 \tag{8.8}$$

donde η_x es la elasticidad precio de demanda compensada del bien X. Similarmente, denotando con η_y a la elasticidad precio de la demanda compensada del bien Y, la carga excedente para el bien Y será:

$$CE_y = \frac{1}{2}\eta_y P_y Y t_y^2 \tag{8.9}$$

Por lo tanto, el problema de la autoridad tributaria puede rescribirse como:

[1]Esta forma de expresar la carga excedente correspondiente a un bien supone que la demanda compensada del mismo es lineal y que la curva de oferta del bien es horizontal. Véase Rosen para una derivación formal.

$$\underset{\{t_x,t_y\}}{Min} \quad \frac{1}{2}\eta_x P_x X t_x^2 + \frac{1}{2}\eta_y P_y Y t_y^2 \quad \text{sujeto a} \quad R = t_x P_x X + t_y P_y Y \tag{8.10}$$

El lagrangeano correspondiente a este problema de minimización restringida es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\,\eta_x\,P_x\,X\,t_x^2 \,+\, \frac{1}{2}\,\eta_y\,P_y\,Y\,t_y^2 \,+\, \lambda\,[R - t_x\,P_x\,X - t_y\,P_y\,Y] \tag{8.11}$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange. Las condiciones de primer orden para un mínimo son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_x} = \eta_x\,P_x\,X\,t_x - \lambda\,P_x\,X = 0 \tag{8.12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_y} = \eta_y\,P_y\,Y\,t_y - \lambda\,P_y\,Y = 0 \tag{8.13}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = R - t_x\,P_x\,X - t_x\,P_y\,Y = 0 \tag{8.14}$$

Combinando las expresiones (8.12) y (8.13) se obtiene:

$$\frac{t_x}{t_y} = \frac{\eta_y}{\eta_x} \tag{8.15}$$

La expresión (8.15) se conoce como la *regla de la inversa de la elasticidad*: Siempre que los bienes no estén relacionados en demanda, las tasas impositivas deberán ser inversamente proporcionales a las elasticidades compensadas de los bienes gravados. Específicamente, cuanto más alta sea la elasticidad η_y relativa a la elasticidad η_x, mayor deberá ser la tasa impositiva t_x relativa a la tasa t_y. Reemplazando en (8.15) por los valores suministrados para las elasticidades de demanda, se tiene:

$$\frac{t_x}{t_y} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625 \tag{8.16}$$

La expresión (8.16) indica que en el caso planteado el bien X deberá soportar una tasa impositiva relativamente más baja que el bien Y, ya que es el bien relativamente más elástico en demanda.

Ejercicio 8.3. Impuesto al ingreso laboral en un modelo ocio-consumo

Suponer la siguiente restricción presupuestaria correspondiente a un individuo que consume dos bienes (X e Y) y ofrece su trabajo en el mercado:

$$w\,(\overline{T} - l) = P_X\,X + P_Y\,Y \tag{8.17}$$

El lado izquierdo de (8.17) corresponde al ingreso laboral del individuo, igual al salario (w) multiplicado por el número de horas trabajadas. El número de horas trabajadas es igual a la diferencia entre el número total de horas disponibles ($\overline{T}$) y el número de horas de ocio consumidas (l). El lado derecho corresponde al gasto del individuo en los dos bienes, dados los precios de mercado P_X y P_Y.

(a) Mostrar que un esquema impositivo en el que se grava los bienes de consumo X e Y a una tasa ad-valorem uniforme del 20 % (sin gravar los ingresos laborales) equivale a otro en el que los ingresos laborales se gravan a una tasa del 16,67 % (sin gravar el consumo).

(b) Suponer que el gobierno pudiera detectar perfectamente el número de horas de ocio consumidas por el individuo y decidiera gravarlas a la misma tasa ad-valorem que el consumo de los otros bienes (X e Y). ¿Sería distorsivo este esquema impositivo? Justificar.

Respuesta

(a) A partir de la restricción presupuestaria (8.17), la aplicación de un impuesto ad-valorem del 20 % sobre el consumo de X e Y implica que la restricción presupuestaria del individuo será ahora:

$$w\,(\overline{T} - l) = (1 + 0,2)\, P_X\, X + (1 + 0,2)\, P_Y\, Y \tag{8.18}$$

La expresión (8.18) es equivalente a:

$$\begin{aligned} 0,833\, w\,(\overline{T} - l) &= P_X\, X + P_Y\, Y \\ (1 - 0,167)\, w\,(\overline{T} - l) &= P_X\, X + P_Y\, Y \end{aligned} \tag{8.19}$$

Notar que (8.19) representa la restricción presupuestaria del individuo correspondiente a una situación bajo la cual el consumo de los bienes X e Y no resulta gravado, pero su ingreso laboral (igual a $w\,(\overline{T} - l)$) se grava a una tasa ad-valorem del 16,7 %. Esto demuestra que los dos esquemas tributarios resultan equivalentes.

(b) La restricción presupuestaria (8.17) puede escribirse como:

$$w\overline{T} = P_X X + P_Y Y + wl \tag{8.20}$$

El lado izquierdo de (8.20) representa el valor de mercado de la dotación de tiempo del individuo, ya que el costo de oportunidad de una hora de su tiempo equivale al salario de mercado. Por otro lado, el último término del lado derecho representa el valor de mercado del número de horas de ocio consumidas. Si el gobierno pudiera implementar un esquema tributario consistente en gravar a tasa uniforme ad-valorem t el consumo todos los bienes (incluido el ocio), la nueva restricción presupuestaria será:

$$w\overline{T} = (1 + t)\, P_X\, X + (1 + t)\, P_Y\, Y + (1 + t)\, w\, l \tag{8.21}$$

La expresión (8.21) equivale a:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1 + t)}\, w\, \overline{T} &= P_X\, X + P_Y\, Y + w\, l \\ (1 - \theta)\, w\, \overline{T} &= P_X\, X + P_Y\, Y + w\, l \end{aligned} \tag{8.22}$$

donde $\theta = \dfrac{t}{(1 + t)}$. Esta expresión corresponde a una situación en la que el gobierno grava el valor total de la dotación de tiempo (igual a $w\overline{T}$) a tasa ad-valorem θ. Siendo tanto w

como $\overline{T}$ exógenos para el individuo, este impuesto sobre $w\overline{T}$ representa un impuesto de suma fija, ya que el individuo no podrá hacer nada respecto de sus decisiones económicas para afectar su deuda impositiva. Por lo tanto, este esquema no es distorsivo. Y dado que el esquema planteado en (8.21) (imposición general sobre X, Y y l) es equivalente al planteado en (8.22), se tiene que la imposición general al consumo será no distorsiva, siempre que el gobierno pueda detectar las horas de ocio consumidas y gravarlas a la misma tasa que el resto de los bienes. Si el gobierno no pudiera detectar y gravar el ocio, un esquema de imposición a tasa uniforme sobre el resto de los bienes (en este ejemplo, a tasa uniforme solo sobre X e Y) será distorsivo.

Ejercicio 8.4. Alícuotas y elasticidades

Suponer que la demanda por el bien X viene dada por $X^d = 22 - \frac{1}{4}P$ mientras que la demanda por el bien Y viene dada por $Y^d = 50 - P$.

(a) Calcular las elasticidades precio de demanda para ambos bienes cuando el precio es igual a \$10.

(b) Suponer que se introduce un impuesto ad-valorem para cada bien, y que el bien Y se grava a una tasa del 5 %. Para asegurar que se satisface la regla de la inversa de la elasticidad ¿a qué tasa debería gravarse el bien X?

Respuesta

(a) Cuando el precio es igual a \$10, la cantidad demandada del bien X será 19,5. La elasticidad precio de demanda para el bien X será entonces:

$$\eta_x = -\frac{dX^d}{dP_x}\frac{P_x}{X^d} = \frac{1}{4} \times \frac{10}{19{,}5} = 0{,}128 \tag{8.23}$$

La cantidad demandada del bien Y al precio de \$10 será 40. La elasticidad precio de demanda para el bien Y será entonces:

$$\eta_y = -\frac{dY^d}{dP_y}\frac{P_y}{Y^d} = 1 \times \frac{10}{40} = 0{,}25 \tag{8.24}$$

(b) Cuando los bienes no están relacionados en demanda, la relación óptima que deberá satisfacer el sistema tributario sobre los bienes gravados X e Y viene dada por la regla de la inversa de la elasticidad (ver Ejercicio 8.1):

$$\frac{t_x}{t_y} = \frac{\eta_y}{\eta_x} \tag{8.25}$$

En base a lo obtenido en el inciso anterior y sabiendo que la tasa impositiva sobre el bien Y es $t_y = 0{,}05$, se obtiene la tasa óptima sobre el bien X a partir de la expresión (8.25):

$$t_x = \frac{\eta_y \, t_y}{\eta_x}$$
$$t_x = \frac{0,25 \times 0,05}{0,128} = 0,0976 \tag{8.26}$$

Es decir, la tasa sobre el bien X deberá ser de $9,76\,\%$. Observar que la tasa relativamente más alta sobre el bien X obedece a la menor elasticidad precio de demanda relativa a la del bien Y.

Ejercicio 8.5. Impuestos, eficiencia y equidad

Suponer que el Congreso Nacional aprueba una ley que requiere la recaudación de 500 millones de pesos vía dos nuevos impuestos, uno sobre el consumo del bien X y otro sobre el consumo del bien Y. Sin embargo, el Congreso delega en el ministro de economía la elección de las tasas de estos impuestos (llámense t_x y t_y). Suponga que estos bienes son producidos bajo condiciones de competencia perfecta con costos marginales constantes, que las demandas y ofertas son conocidas y que los bienes X e Y no están relacionados.

(a) Suponer que la demanda por el bien X es más inelástica que la del bien Y. ¿Qué recomendación le daría al ministro, basándose en las lecciones de la teoría de la imposición óptima y suponiendo que el objetivo sea el de minimizar la carga excedente total generada por estos impuestos?

(b) Si la razón por la cual la demanda de X es más inelástica proviene de que las personas de menores ingresos consumen proporcionalmente más de dicho bien por ser de carácter necesario, ¿sería esta una desventaja de la recomendación efectuada al ministro? Justificar.

Respuesta

(a) Dados los supuestos enunciados, la recomendación al ministro consiste en la aplicación de la regla de la inversa de la elasticidad, que determina la relación óptima sobre los bienes gravados X e Y (ver Ejercicio 8.2). En este sentido, el bien X debería soportar una mayor tasa impositiva que el bien Y.

(b) La respuesta a esta pregunta dependerá del objetivo planteado. Si el objetivo del esquema tributario es el planteado en el inciso (a) (es decir, solo tener en cuenta el aspecto de eficiencia a través de la minimización de la carga excedente del sistema tributario) el hecho de que los individuos de menores ingresos consuman proporcionalmente más del bien X no debería ser tomado en cuenta para la recomendación, pues la equidad distributiva no forma parte del objetivo a cumplir.

Por otro lado, si el esquema se propusiera recaudar un cierto monto con el objetivo de maximizar el bienestar social, las consideraciones de eficiencia anteriores deberían, en general, contrapesarse con las consideraciones distributivas. En este caso, si el esquema quisiera redistribuir ingresos de los inviduos con mayores ingresos a los de menores ingresos, la sociedad estaría más dispuesta que en el esquema anterior (solo eficiencia) a soportar una mayor carga impositiva sobre el bien X, ya que dicho bien es consumido en mayor proporción por los individuos de menores ingresos, que son los más valuados socialmente. Es resumen, el esquema recomendaría gravar relativamente más al bien X vía eficiencia, pero menos vía distribución. El resultado final dependerá de la forma de la función de bienestar social y de las distorsiones generadas por la imposición (vía las elasticidades precio de demanda para ambos bienes).

Ejercicio 8.6. Gasto público financiado con impuesto a los ingresos laborales

Un individuo ve compensada exactamente su pérdida de utilidad por un impuesto sobre sus ingresos laborales con los beneficios recibidos de los servicios y bienes públicos provistos con esa recaudación. Analice gráficamente cómo se vería afectada su decisión laboral como consecuencia de la combinación del impuesto y los gastos públicos recibidos.

Respuesta La Figura 8.4 representa la decisión del individuo en el contexto del modelo consumo-ocio. Inicialmente su ingreso será el producto del salario por hora (w) y las horas trabajadas, que surgen de la diferencia entre el total de horas disponibles ($\overline{T}$) y el número de horas de ocio consumidas (l). Su restricción presupuestaria tendrá pendiente igual a $-w$. El óptimo inicial se halla en el punto A, con l_0 horas de ocio y $(\overline{T} - l_0)$ horas trabajadas.

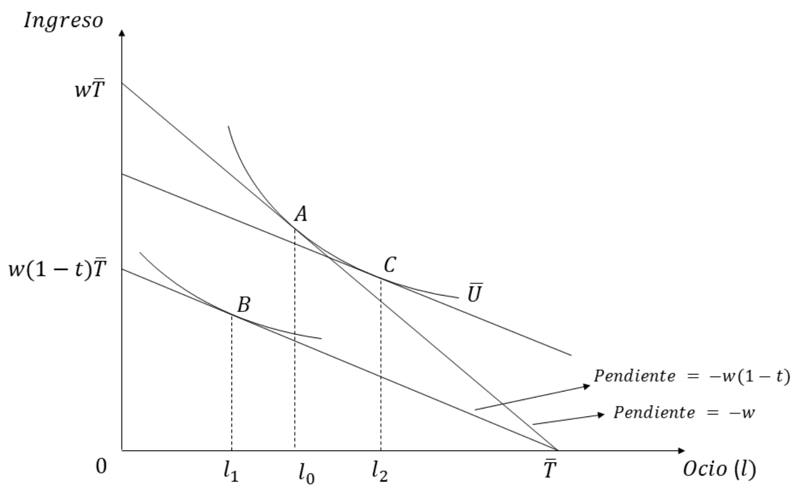

Figura 8.4: Impuesto al trabajo más gasto público: Efecto sobre la oferta laboral.

Cuando el gobierno introduce un impuesto a tasa ad-valorem t sobre el ingreso laboral, la nueva restricción presupuestaria será más plana que la original y tendrá una pendiente igual a $-w(1-t)$. Considerando solamente el efecto del impuesto sobre la oferta laboral, el nuevo punto de óptimo del individuo se encuentra en B. Observar que el número de horas de ocio se reduce a l_1, por lo cual la oferta laboral aumenta a $(\overline{T} - l_1)$. Este aumento en la oferta laboral ante el impuesto es posible debido a la existencia de un efecto ingreso que supera en magnitud al efecto sustitución. El efecto sustitución que genera el impuesto hace que el individuo decida sustituir trabajo por más ocio. Pero el impuesto genera que el individuo se haga más pobre en términos reales, por lo cual disminuye su demanda de ocio (supuesto un bien normal) y en consecuencia aumenta su oferta laboral. El efecto sustitución e ingreso del cambio en el salario neto operan en sentido contrario. El caso ilustrado muestra una situación en la que el efecto ingreso supera al efecto sustitución del impuesto, generando un aumento en la oferta laboral del individuo respecto del óptimo inicial. Si el individuo recibe beneficios por el gasto público provisto con la recaudación que compensan exactamente la caída de su bienestar por el impuesto, la caída en su ingreso real como consecuencia del impuesto mencionada anteriormente (efecto ingreso) se ve compensada por dichos beneficios. La recta presupuestaria con pendiente $w(1-t)$ y tangencia en el punto C representa el efecto de la política completa del gobierno; es decir, el impuesto más los beneficios del gasto público. En el óptimo compensado C, el individuo termina consumiendo l_2 horas de ocio, que es mayor que su demanda inicial de ocio, l_0. En consecuencia, su oferta laboral caerá en $(l_2 - l_0)$ respecto de la inicial. Esta caída tiene que ver exclusivamente con el efecto sustitución del impuesto a los ingresos laborales.

Ejercicio 8.7. Curva de Laffer e impuestos al trabajo

Suponer que la oferta de trabajo de viene dada por:

$$L^o = -100 + 200\, w^n \tag{8.27}$$

donde w^n representa el salario neto de impuestos. El salario antes de impuestos (w^b) se ha fijado en \$10.

(a) Si los ingresos laborales se gravan a una tasa ad-valorem t, hallar una expresión de la recaudación impositiva del gobierno como función de la tasa del impuesto.

(b) Graficar la función obtenida en (a). Comentar.

(c) Si el gobierno estuviera actualmente fijando una tasa impositiva del 70 %, ¿qué recomendación haría a los responsables de la política impositiva?

(d) Determinar la tasa impositiva que haría máxima la recaudación del impuesto.

Respuesta

(a) Dado el impuesto ad-valorem a tasa t, la relación entre el salario bruto y el salario neto será:

$$w^n = w^b\,(1-t) = 10\,(1-t) \tag{8.28}$$

La diferencia entre ambos, dada una tasa impositiva t, es la recaudación tributaria por hora trabajada. Es decir:

$$w^b - w^n = w^b\, t = 10\, t \tag{8.29}$$

La recaudación tributaria (R) para un cierto número de horas trabajadas será el producto del impuesto recaudado por hora trabajada y la oferta laboral. Es decir:

$$R = 10\, t\, L^o = 10\, t\,(-100 + 200\, w^n) \tag{8.30}$$

Reemplazando (8.28) en (8.30):

$$\begin{gathered} R = 10\, t\,[-100 + 200(1-t)10] \\ R = 19.000\, t - 20.000\, t^2 \end{gathered} \tag{8.31}$$

(b) La Figura 8.5 representa la función (8.31) obtenida en el inciso anterior. La recaudación total tiene la forma funcional de una parábola con ramas hacia abajo en función de la alícuota t. La recaudación aumenta a tasa decreciente hasta llegar a un máximo, para luego caer a mayores tasas impositivas. Esta es la denominada *curva de Laffer*. Para un cierto número de horas trabajadas, la recaudación será mayor a medida que la tasa impositiva aumenta. Sin embargo, la base imponible es el número de horas trabajadas, que depende negativamente de la tasa impositiva (el salario neto será menor ante aumentos en la tasa). Esto genera una caída en la recaudación para una tasa impositiva dada. El efecto final de un aumento dado en la tasa dependerá de la interacción de los dos efectos. Notar que para una tasa impositiva del 95 %, la recaudación se hace cero, ya que el salario neto recibido por los trabajadores hará que dejen de ofrecer trabajo.

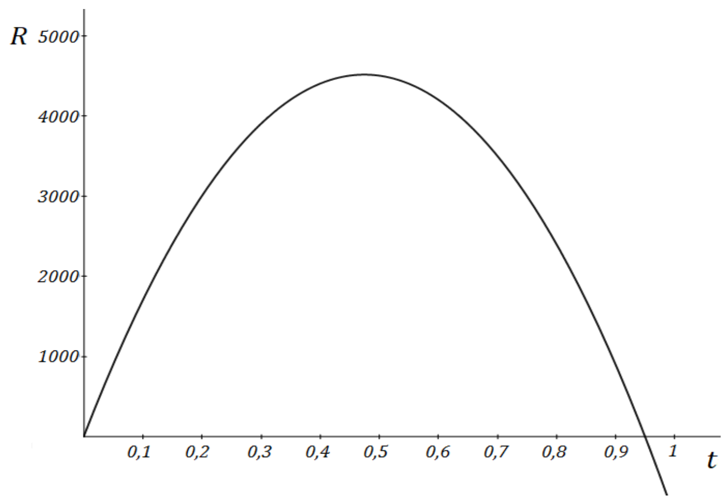

Figura 8.5: Función de recaudación impositiva (curva de Laffer).

Fuente: Desmos. (www.desmos.com)

(c) En el gráfico se puede observar que la recaudación será mayor para tasas inferiores al 70 %. Reemplazando en la expresión (8.31) se tiene que la recaudación es igual a \$3.500 si la tasa impositiva es $t = 0,7$. Una pequeña reducción en la tasa, por ejemplo $t = 0,69$, implica una recaudación igual a \$3.588. Si la recomendación al gobierno tuviera que ver solamente con el efecto de la alícuota sobre la recaudación, sería aconsejable fijar una tasa inferior a $t = 0,7$.

(d) A partir de la expresión (8.31) puede plantearse el problema de la autoridad tributaria que desea maximizar la recaudación:

$$\underset{t}{Max}\, R = \underset{t}{Max}\,(19.000\, t - 20.000\, t^2) \tag{8.32}$$

La condición de primer orden para un máximo de esta función es:

$$19.000 - 40.000\, t = 0 \tag{8.33}$$

Por lo tanto, la tasa impositiva que maximiza la recaudación será $t^{\star} = 0.475$.

Ejercicio 8.8. Restricción presupuestaria intertemporal

José vive durante dos períodos. El primer período corresponde a sus años participando en el mercado laboral y el segundo a sus años de retiro. Durante el primer período recibe un ingreso igual a Y, mientras que no recibe ningún ingreso durante el segundo período. Su consumo durante el período laboral (C^L) será igual a su ingreso laboral menos lo que ahorre (S) para consumir durante el período de retiro. Los ahorros del primer período se depositan en un banco y generan una tasa de interés de r. De este modo, el consumo de José en el período de retiro (C^R) será igual al monto ahorrado y capitalizado por la tasa de interés r.

(a) Escribir la restricción presupuestaria de José en cada uno de los períodos.

(b) En base a lo obtenido en (a), hallar la restricción presupuestaria intertemporal para José. Representar gráficamente esta restricción, mostrando sus posibilidades de consumo en cada período. Interpretar.

(c) Suponiendo que José tiene preferencias por consumo en los dos períodos que lo llevan a elegir suavizar el consumo intertemporalmente, representar su elección óptima de consumo en el período laboral y de retiro. Especificar en el gráfico el monto de ahorro elegido en el período laboral.

(d) Suponer que a partir de la situación representada en (c) el gobierno decide gravar los ingresos por intereses derivados del ahorro a una tasa ad-valorem τ. Representar el efecto que tiene esta política sobre la decisión de consumo de José en los dos períodos, así como el efecto sobre su ahorro. ¿Se reducirá necesariamente el ahorro de José ante la introducción impuesto? Justificar con el uso de gráficos.

Respuesta

(a) En el primer período la restricción presupuestaria está dada por:

$$C^L = Y - S \tag{8.34}$$

El consumo de José en el período laboral será igual a sus ingresos laborales menos el monto ahorrado. En el segundo período, la restricción presupuestaria será:

$$C^R = S(1+r) \tag{8.35}$$

Es decir, su consumo durante el período de retiro será igual al ahorro capitalizado a la tasa de interés r.

(b) De la restricción para el primer período (expresión (8.34)) se tiene que $S = Y - C^L$. Reemplazando S en (8.35):

$$\begin{aligned} C^R &= \left(Y - C^L\right)(1+r) \\ C^R &= (1+r)Y - (1+r)C^L \end{aligned} \tag{8.36}$$

Reordenando (8.36) se llega a la restricción intertemporal para José:

$$C^L + \frac{C^R}{(1+r)} = Y \tag{8.37}$$

La restricción (8.37) indica que el valor presente del consumo a lo largo de la vida (lado izquierdo) debe igualarse al valor presente del ingreso a lo largo de la vida (lado derecho). La Figura 8.6 representa gráficamente la restricción. Notar que si José decide no consumir nada en el período laboral, todo su ingreso será ahorrado, con lo cual su consumo en el período de retiro será $(1+r)Y$. Por otro lado, si no ahorra nada para el período futuro, su consumo presente será Y. La pendiente de la restricción será igual a $-(1+r)$, dado que el costo de oportunidad de consumir una unidad de ingreso en el presente será igual a una unidad menos en el futuro, más el retorno que dicha unidad de ingreso hubiera generado si se ahorra.

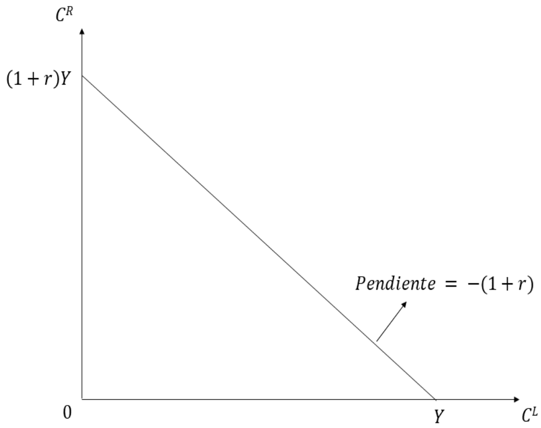

Figura 8.6: Restricción intertemporal de José.

(c) En el caso representado en la Figura 8.7 José maximiza su utilidad en el punto A, eligiendo consumir C_0^1 en el período laboral y C_0^2 en el período de retiro. Este último nivel de consumo será posible ya que es igual al monto del ahorro del primer período, capitalizado por la tasa de interés, es decir:

$$C_0^2 = (Y - C_0^1)(1+r) = S_0\,(1+r) \tag{8.38}$$

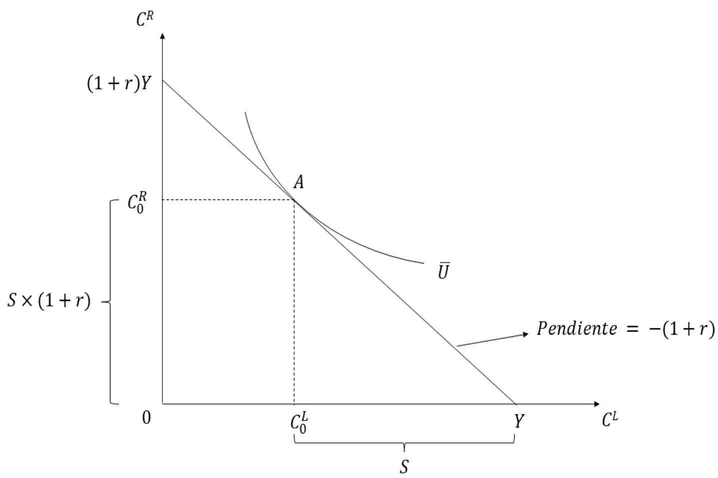

Figura 8.7: Elección óptima de consumo en los dos períodos.

(d) El impuesto a los intereses del ahorro generará una reducción en el costo de oportunidad consumir en el primer período, ya que el gobierno recauda $\tau \times r$ por cada peso obtenido por José en ingresos por intereses. La pendiente de la restricción presupuestaria se hace más plana e igual a $-(1 + r(1 - \tau))$. La respuesta de José en cuanto al consumo en ambos períodos dependerá de la interacción del efecto sustitución y el efecto ingreso provocado por la caída del precio relativo del consumo en el período laboral. La Figura 8.8 representa un caso posible. Notar que José pasa del punto óptimo A al B, aumentando su consumo en el período laboral, y por tanto reduciendo su ahorro. Eso ocasiona una caída fuerte en el consumo del período de retiro, ya que no solamente cae el retorno neto por peso ahorrado sino que cae el monto global ahorrado. En este caso el efecto sustitución de la caída en el precio, que hace que José sustituya hacia mayor consumo presente, supera al efecto ingreso, que provoca que, al ser relativamente más pobre, consuma menos de todo (asumiendo el consumo como bien normal). La Figura 8.9 muestra el caso en el que el efecto ingreso de la caída en el precio relativo producido por el impuesto supera al efecto sustitución. Esto se ve reflejado en una caída del consumo en el período laboral respecto del óptimo inicial, y por tanto un aumento en el monto ahorrado. Notar que en este caso, a pesar de que el monto ahorrado cae, el consumo en el período de retiro se hace menor. Esto se debe al menor retorno neto por peso recaudado luego del impuesto. Es decir, en este caso:

$$S_1[1 + r(1 - \tau)] < S_0(1 + r) \tag{8.39}$$

a pesar de que $S_1 > S_0$.

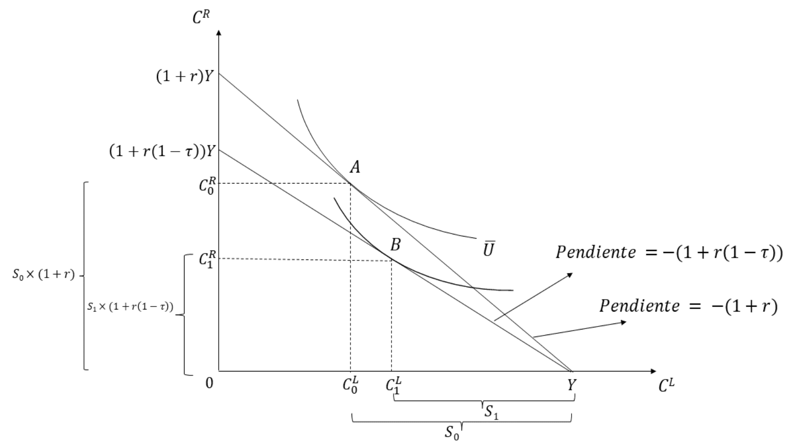

Figura 8.8: Efecto del impuesto a los intereses. Caso con reducción del ahorro.

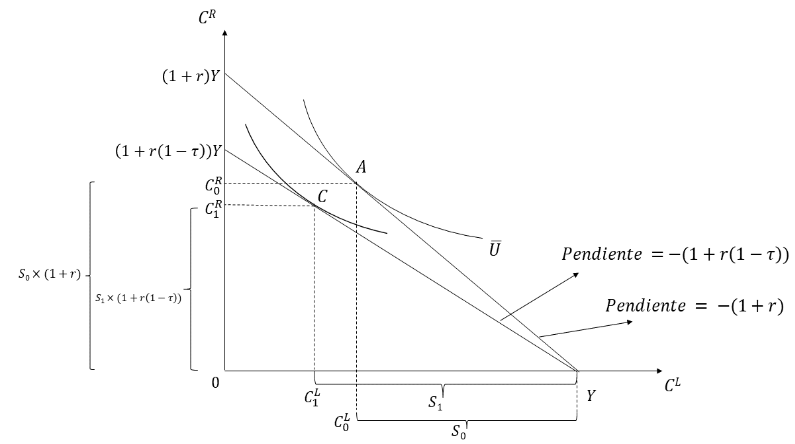

Figura 8.9: Efecto del impuesto a los intereses. Caso con incremento del ahorro.

Ejercicio 8.9. Impuestos intertemporales

Ana y Juan viven durante dos períodos (0 y 1). El gobierno decide gravar sus consumos en ambos períodos a una tasa del 9 %. Se conoce que Ana tiene un patrón de consumo constante a lo largo de su vida y que consume \$50 en ambos períodos. Por su parte, Juan consume \$40 en el período 0. Si el gobierno tiene como objetivo la igualación entre individuos de las obligaciones tributarias sobre el consumo a lo largo de la vida, y si se conoce que la tasa de interés de mercado es del 4 %, ¿cuánto debería consumir Juan en el período 1?

Respuesta El valor presente del consumo para Ana será:

$$VPC^A = C_0^A + \frac{C_1^A}{(1+r)} = 50 + \frac{50}{(1+0,04)} \tag{8.40}$$

donde C_t^A representa el valor del consumo para Ana en el período t ($t = 0, 1$) y r es la tasa de interés del mercado. Notar que en el último término de (8.40) se reemplaza por los valores de consumo conocidos para Ana. Similarmente, el valor presente del consumo para Juan será:

$$VPC^J = C_0^J + \frac{C_1^J}{(1+r)} = 40 + \frac{C_1^J}{(1+0,04)} \tag{8.41}$$

El valor de C_1^J no es conocido, pero podrá determinarse a partir de la política impositiva del gobierno sobre los consumos de Ana y de Juan. Es posible expresar el valor presente de las obligaciones tributarias a lo largo de la vida de Ana y Juan (R_A y R_J, respectivamente) como:

$$\begin{aligned} R_A &= t\, C_0^A + t\, \frac{C_1^A}{(1+r)} = t\, VPC^A \\ R_J &= t\, C_0^J + t\, \frac{C_1^J}{(1+r)} = t\, VPC^J \end{aligned} \tag{8.42}$$

donde se supone que la tasa impositiva sobre el consumo se mantiene constante en el tiempo. Notar de la expresión (8.42) que si el objetivo del gobierno consiste en igualar las obligaciones tributarias de Ana y Juan (es decir, $R_A = R_J$) esto equivaldrá a igualar el valor presente del consumo para ambos. Por lo tanto, el consumo de Juan en el período 1 (C_1^J) deberá ser el que satisfaga la igualación de (8.40) y (8.41):

$$50 + \frac{50}{(1+0,04)} = 40 + \frac{C_1^J}{(1+0,04)} \tag{8.43}$$

De aquí surge que el consumo de Juan en el período 1 deberá ser $C_1^J = 60,4$.

Ejercicio 8.10. Estructura impositiva por etapas

El Cuadro 8.1 muestra el valor agregado correspondiente a dos bienes (X e Y) con tres etapas de producción: Etapa I (Manufacturera), Etapa II (Mayorista) y Etapa III (Minorista). Ambos bienes se producen en condiciones de competencia perfecta y con costos marginales de producción constantes para cada etapa. La Etapa I no utiliza ningún insumo para producir los bienes.

Cuadro 8.1: Producción y comercialización de X e Y.

Bien X			
Etapa	*Valor insumos* (VI)	*Valor agregado* (VA)	*Valor producción* (VP)
I		84	
II		35	
III		21	
Total			

Bien Y			
Etapa	*Valor insumos* (VI)	*Valor agregado* (VA)	*Valor producción* (VP)
I		21	
II		35	
III		84	
Total			

(a) Completar el Cuadro 8.1 para ambos bienes. ¿Cuál sería el precio final para cada producto?

(b) Suponer que el gobierno introduce un impuesto ad-valorem general (esto es, sobre ambos bienes a igual tasa) del 20 % en la etapa minorista, aplicado sobre los vendedores en dicha etapa. Calcular el precio final de cada bien y la recaudación impositiva. Comparar la situación de ambos bienes y determinar si este impuesto es distorsivo en términos de la relación entre el consumo y la producción de X e Y.

(c) Suponer ahora que el gobierno introduce un impuesto ad-valorem general (esto es, sobre ambos bienes a tasa uniforme) en la etapa mayorista, aplicado sobre los vendedores en dicha etapa. La tasa impositiva elegida por el gobierno deberá ser tal que el impuesto recaude lo mismo que el impuesto del inciso (b). Calcular dicha tasa, el precio final para cada bien y comparar con los casos anteriores.

(d) Suponer ahora que el gobierno introduce un impuesto ad-valorem general (esto es, sobre ambos bienes a tasa uniforme) en la etapa manufacturera, aplicado sobre los vendedores en dicha etapa. La tasa impositiva deberá ser tal que este impuesto recaude lo mismo que el impuesto de los incisos anteriores. Calcular dicha tasa, el precio final para cada bien y comparar con los casos anteriores.

(e) Suponer ahora que el gobierno introduce un impuesto al valor agregado (IVA) en cada etapa de la cadena de producción de ambos bienes. Nuevamente, el gobierno desea recaudar lo mismo que en las otras alternativas ya estudiadas. Calcular dicha tasa, el precio final para cada bien y comparar con los casos anteriores.

(f) Por último, suponer que el gobierno introduce un impuesto sobre los ingresos brutos ($IIBB$) obtenidos en cada etapa de la cadena de producción de ambos bienes. Nuevamente, el gobierno desea recaudar lo mismo que en las otras alternativas ya estudiadas. Calcular dicha tasa, el precio final para cada bien y comparar con los casos anteriores.

Respuesta

(a) El Valor de Producción de la etapa i (VP_i, $i =$ I,II,III) se calcula como la suma del valor de los insumos en la etapa i (VI_i) y el valor agregado en dicha etapa (VA_i):

$$VP_i = VI_i + VA_i \tag{8.44}$$

En el Cuadro 8.2 el valor de producción en la etapa III (minorista) será el precio de venta al consumidor final del bien. En este caso el precio será igual a \$140 para ambos bienes. Notar la diferencia en la distribución de los valores agregados entre bienes, a pesar de que el valor agregado total es el mismo para ambos. El bien Y agrega un mayor valor en las etapas finales relativo al bien X. El cociente de precios finales es $\frac{P^X}{P^Y} = 1$. Notar que en este escenario de competencia perfecta, el precio final de cada bien será igual al costo marginal de producción, correspondiente a la suma de los valores agregados de las tres etapas del proceso de producción [2]. Por lo tanto, se satisface la relación o condición de eficiencia entre el consumo y la producción, que exige la igualación entre la tasa marginal de sustitución en el consumo (TMS_{XY}) y la correspondiente tasa marginal de transformación en la producción (TMT_{XY}). Es decir, por competencia perfecta en cada mercado se sabe que el precio de cada bien será igual al costo marginal, por lo que:

$$\frac{P^X}{P^Y} = \frac{CMg^X}{CMg^Y} = TMT_{XY} = 1 \tag{8.45}$$

Por otro lado, los consumidores decidirán sus canastas de consumo óptimas de modo de satisfacer la condición:

$$\frac{P^X}{P^Y} = TMS_{XY} = 1 \tag{8.46}$$

[2]Dado el supuesto de costos marginales constantes en cada etapa para la producción de ambos bienes, el costo marginal de producción del bien j ($j = X, Y$) al final del proceso de producción y comercialización será:

$$CMg^j = VA_j^I + VA_j^{II} + VA_j^{III}$$

Para el caso en cuestión, el costo marginal para ambos bienes será $CMg^j = 140$.

Por lo tanto:

$$TMS_{XY} = TMT_{XY} \tag{8.47}$$

Cuadro 8.2: Producción y comercialización de X e Y antes de impuestos.

Bien X			
Etapa	*Valor insumos* (VI)	*Valor agregado* (VA)	*Valor producción* (VP)
I	-	84	84
II	84	35	119
III	119	21	140
Total	203	140	343

Bien Y			
Etapa	*Valor insumos* (VI)	*Valor agregado* (VA)	*Valor producción* (VP)
I	-	21	21
II	21	35	56
III	56	84	140
Total	77	140	217

(b) El impuesto ad-valorem en la etapa minorista (Etapa III) se aplica sobre el precio del vendedor en dicha etapa. En términos generales, si la tasa ad-valorem aplicada sobre un bien es igual a θ, la relación entre precios bruto y neto en la Etapa III será:

$$P_b^{III} = P_n^{III}(1+\theta) \tag{8.48}$$

donde P_b^{III} es el precio pagado por los consumidores (compradores del bien en la etapa III) y P_n^{III} el precio recibido por los vendedores en dicha etapa. El Cuadro 8.3 representa la situación antes y después de la aplicación del impuesto. En la etapa III se aplica el impuesto del 20 % ($\theta = 0,2$) sobre el precio neto. Notar que el precio neto es igual a la suma del valor de los insumos más el valor agregado de la etapa III ($VI + VA$), por lo que el precio bruto (igual al valor de producción de la etapa) será \$168 ($= 1,2 \times 140$) para ambos bienes. El cociente de precios entre ambos bienes es igual a 1, como en el caso sin impuestos. La recaudación del impuesto será igual a \$56 ($= 28 \times 2$).

Para determinar si el impuesto es distorsivo en términos de la relación entre el consumo y la producción, es necesario verificar si el impuesto en cuestión altera la condición (8.47) (igualación de la tasa marginal de sustitución entre los bienes con la tasa marginal de transformación). Como se señalara en el inciso anterior, la tasa marginal de transformación entre los bienes es igual al cocientes de costos marginales y será igual a 1 en este caso (ver nota al pie 2). Por su parte, los consumidores igualarán sus tasas marginales de sustitución al cociente de precios de los bienes, que también es igual a 1 (el precio bruto final para ambos bienes es \$168). Por lo tanto, el impuesto a tasa uniforme en etapa minorista no altera la relación de eficiencia entre el consumo y la producción.

(c) Un impuesto ad-valorem en la etapa mayorista (Etapa II) se aplica sobre el precio del vendedor en dicha etapa. En términos generales, si la tasa ad-valorem aplicada sobre un bien es igual a τ, la relación entre precios bruto y neto en la Etapa II será:

$$P_b^{II} = P_n^{II}(1+\tau) \tag{8.49}$$

Cuadro 8.3: Producción y comercialización de X e Y antes y después de un impuesto en etapa minorista.

Bien X							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\theta = 0,2$)	VP ($= P_b$)
I	-	84	84	-	84	-	84
II	84	35	119	84	119	-	119
III	119	21	140	119	140	28	168
Total	203	140	343	203	343	28	

Bien Y							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\theta = 0,2$)	VP ($= P_b$)
I	-	21	21	-	21	-	21
II	21	35	56	21	56	-	56
III	56	84	140	56	140	28	168
Total	77	140	217	77	217	28	

donde el supraíndice indica la etapa mayorista, P_b^{II} es el precio pagado por los compradores (es decir, los vendedores del bien final en la etapa III) y P_n^{II} el precio recibido por los vendedores de esta etapa. Observar el Cuadro 8.4. La base imponible para el bien X es 119, mientras que para el bien Y es 56, por lo que la tasa τ que debe fijar el gobierno para recaudar \$56 (recaudación obtenida a través del impuesto en etapa minorista del inciso anterior) debe satisfacer la expresión:

$$\tau \times (119 + 56) = 56 \tag{8.50}$$

Por lo tanto, la tasa ad valorem en la etapa minorista será $\tau = 0,32$. De este modo, los precios finales de ambos bienes serán $P^X = 178,08$ y $P^Y = 157,92$. Notar que el mayor valor de $(VA + VI)$ para el bien X en la etapa mayorista hace que su precio sea mayor en términos relativos al del bien Y. Para verificar si este impuesto cumple con la condición de eficiencia entre el consumo y la producción, nótese que:

$$TMS_{XY} = \frac{P^X}{P^Y} = 1,13 \neq TMT_{XY} = \frac{CMg^X}{CMg^Y} = 1 \tag{8.51}$$

Por lo tanto, el impuesto a tasa uniforme en etapa mayorista distorsiona la condición de eficiencia (8.47).

(d) El impuesto ad-valorem a tasa uniforme en la etapa manufacturera (Etapa I) se aplica sobre el precio del vendedor en dicha etapa. En términos generales, si la tasa ad-valorem aplicada sobre un bien es igual a δ, la relación entre precios bruto y neto en la Etapa I será:

$$P_b^I = P_n^I(1 + \delta) \tag{8.52}$$

donde el supraíndice indica la etapa manufacturera, P_b es el precio pagado por los compradores (es decir, los vendedores mayoristas del bien en la etapa siguiente) y P_n el precio recibido por los vendedores de esta etapa. En el Cuadro 8.5 se observa que la base imponible para el bien X es \$84 y para el bien Y es \$21, por lo que la tasa δ que debe fijar el gobierno para recaudar \$56 (recaudación obtenida a través del impuesto en etapa minorista del inciso (b)) debe satisfacer la expresión:

Cuadro 8.4: Producción y comercialización de X e Y antes y después de un impuesto en etapa mayorista.

Bien X							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP $(P_n = P_b)$	VI	$VI + VA$ $(= P_n)$	*Impuesto* $(\tau = 0,32)$	VP $(= P_b)$
I	-	84	84	-	84	-	84
II	84	35	119	84	119	38,08	157,08
III	119	21	140	157,08	178,08	-	178,08
Total	203	140	343	241,08	381,08	38.08	

Bien Y							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP $(P_n = P_b)$	VI	$VI + VA$ $(= P_n)$	*Impuesto* $(\tau = 0,32)$	VP $(= P_b)$
I	-	21	21	-	21	-	21
II	21	35	56	21	56	17,92	73,92
III	56	84	140	73,92	157,92	-	157,92
Total	77	140	217	94,92	234,92	17,92	

$$\delta \times (84 + 21) = 56 \tag{8.53}$$

Por lo tanto, la tasa ad valorem en la etapa manufacturera será $\delta = 0,53$. De este modo, los precios finales de ambos bienes serán $P^X = 184,8$ y $P^Y = 151,2$. Notar que el impuesto en etapa manufacturera tampoco satisface la condición (8.47) de eficiencia entre el consumo y la producción:

$$TMS_{XY} = \frac{P^X}{P^Y} = 1,22 \neq TMT_{XY} = \frac{CMg^X}{CMg^Y} = 1 \tag{8.54}$$

Cuadro 8.5: Producción y comercialización de X e Y antes y después de un impuesto en etapa manufacturera.

Bien X							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP $(P_n = P_b)$	VI	$VI + VA$ $(= P_n)$	*Impuesto* $(\delta = 0,53)$	VP $(= P_b)$
I	-	84	84	-	84	44,8	128,8
II	84	35	119	128,8	163,8	-	163,8
III	119	21	140	163,8	184,8	-	184,8
Total	203	140	343	292,6	432,6	44,8	

Bien Y							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP $(P_n = P_b)$	VI	$VI + VA$ $(= P_n)$	*Impuesto* $(\delta = 0,53)$	VP $(= P_b)$
I	-	21	21	-	21	11,2	32,2
II	21	35	56	32,2	67,2	-	67,2
III	56	84	140	67,2	151,2	-	151,2
Total	77	140	217	99,4	239,4	11,2	

(e) El impuesto al valor agregado (IVA) resulta equivalente al impuesto a tasa uniforme en la etapa minorista (Etapa III) discutido en el inciso (b), siempre que se aplique a tasa uniforme en cada una de las etapas para todos los bienes. Para verificar esto, notar que la expresión (8.48), que relaciona el precio bruto con el precio neto de un bien gravado con un impuesto en la etapa minorista, puede escribirse como:

$$\begin{aligned} P_b^{III} &= P_n^{III}(1+\theta) = (VA^{III} + VI^{III})(1+\theta) \\ P_b^{III} &= (VA^{III} + VA^{II} + VI^{II})(1+\theta) = (VA^{III} + VA^{II} + VA^{I})(1+\theta) \end{aligned} \tag{8.55}$$

Por lo tanto, la recaudación obtenida a través del impuesto en etapa minorista a dicho bien será igual a $\theta \times (VA^{III} + VA^{II} + VA^{I})$. Esto implica que un impuesto sobre el valor agregado a tasa α en cada etapa y aplicado sobre ambos bienes obtendrá la misma recaudación que el impuesto en etapa minorista, siempre que $\alpha = \theta$. Para el caso en cuestión, esto implica que $\alpha = \theta = 0,2$. El Cuadro 8.6 muestra la recaudación en cada etapa. Observar que los precios finales de ambos bienes coinciden y son iguales a los correspondientes al impuesto en etapa minorista. En consecuencia, el IVA cobrado a tasa uniforme en todas las etapas equivale al impuesto sobre la etapa minorista a la misma tasa. Por lo tanto, este impuesto tampoco altera la condición (8.47) de eficiencia consumo-producción.

Cuadro 8.6: Producción y comercialización de X e Y antes y después de un impuesto al Valor Agregado (IVA).

Bien X							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\alpha = 0,2$)	VP ($= P_b$)
I	-	84	84	-	84	16,8	100,8
II	84	35	119	100,8	135,8	7	142,8
III	119	21	140	142,8	163,8	4,2	168
Total	203	140	343	243,6	383,6	28	

Bien Y							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\alpha = 0,2$)	VP ($= P_b$)
I	-	21	21	-	21	4,2	25,2
II	21	35	56	25,2	60,2	7	67,2
III	56	84	140	67,2	151,2	16,8	168
Total	77	140	217	92,4	232,4	28	

(f) En el caso del impuesto sobre los ingresos brutos (IIBB) la base imponible será la suma de los valores agregados y los valores de los insumos obtenidos en cada etapa ($VA + VI$); es decir, la suma de los precios netos para todas las etapas. De este modo, en cada etapa i ($i =$ I, II, III), la relación entre precios de vendedores y compradores será:

$$P_b^i = P_n^i(1+\beta) \tag{8.56}$$

donde β es la tasa impositiva (uniforme entre etapas) sobre los ingresos brutos de la etapa i. Dicha tasa deberá ser tal que la recaudación total del impuesto sea equivalente a las de las anteriores alternativas (es decir, igual a \$56). De este modo, la tasa impositiva β será la que resuelva la expresión:

$$56 = \beta \times [(VA + VI)_I + (VA + VI)_{II} + (VA + VI)_{III}] \tag{8.57}$$

donde $(VA + VA)_i$ representa el valor agregado más el de los insumos en la etapa i (i=I, II, III), agregando los dos sectores. Teniendo en cuenta que en el caso presentado:

$$(VA + VI)_I = VA_I \tag{8.58}$$

se tiene que:

$$(VA + VI)_{II} = VA_{II} + (1+\beta)VA_I \tag{8.59}$$

Similarmente:

$$(VA + VI)_{III} = VA_{III} + (1+\beta)\left[VA_{II} + (1+\beta)VA_I\right] \tag{8.60}$$

Reemplazando (8.58), (8.59) y (8.60) en (8.57) y reordenando, se obtiene:

$$56 = \beta \times \left[(1+\beta)^2 VA_I + (1+\beta)(VA_I + VA_{II}) + (VA_I + VA_{II} + VA_{III})\right] \tag{8.61}$$

Reemplazando en (8.61) por los valores agregados para ambos sectores:

$$56 = \beta \times \left[(1+\beta)^2\, 105 + (1+\beta)\, 175 + 280\right] \tag{8.62}$$

La expresión (8.62) tiene tres raíces, siendo la unica raíz real igual a $0,0938$. Por lo tanto, la tasa a aplicar sobre los ingresos brutos de cada etapa será $\beta = 0,0938$. El Cuadro 8.7 muestra los cálculos en base a la tasa impositiva calculada. Los precios finales de ambos bienes serán $P^X = 174,76$ y $P^Y = 161,2$. El impuesto sobre los ingresos brutos tampoco satisface la condición (8.47) de eficiencia entre el consumo y la producción:

$$TMS_{XY} = \frac{P^X}{P^Y} = 1,08 \neq TMT_{XY} = \frac{CMg^X}{CMg^Y} = 1 \tag{8.63}$$

Cuadro 8.7: Producción y comercialización de X e Y antes y después del impuesto a los Ingresos Brutos (IIBB).

Bien X							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\beta = 0,0938$)	VP ($= P_b$)
I	-	84	84	-	84	7,88	91,88
II	84	35	119	91,88	126,88	11,9	138,78
III	119	21	140	138,78	159,78	14,99	177,77
Total	203	140	343	230,66	370,66	34,77	

Bien Y							
	Sin impuesto			*Con impuesto*			
Etapa	VI	VA	VP ($P_n = P_b$)	VI	$VI + VA$ ($= P_n$)	*Impuesto* ($\beta = 0,0938$)	VP ($= P_b$)
I	-	21	21	-	21	1,97	22,97
II	21	35	56	22,97	57,97	5,44	63,38
III	56	84	140	63,38	147,38	13,82	161,2
Total	77	140	217	86,35	226,35	21,23	

Capítulo 9

Federalismo fiscal

Ejercicio 9.1. Provisión de bienes públicos: teoría de clubes

Suponer una población de individuos con preferencias idénticas. Cada individuo puede ser socio de un club que provee un bien en un nivel g (por ejemplo, tamaño de una pileta) y posee n socios. Su función de utilidad viene dada por:

$$U(n,g) = m - \frac{g}{n} + ln(g) - \frac{n}{k} \tag{9.1}$$

donde m es su ingreso monetario y k es una constante. Notar que $\frac{g}{n}$ representa el cargo por pertenencia al club, de modo que $m - \frac{g}{n}$ es el gasto del individuo en un bien privado[1], cuyo precio es igual a 1.

(a) Suponiendo que el club desea maximizar la utilidad de cada miembro, hallar el nivel de provisión óptimo del bien de club (g) y el tamaño óptimo del club (n), suponiendo que $m = 100$ y $k = 20$. Hallar el nivel de utilidad obtenido por el individuo bajo estos niveles óptimos. ¿Qué representa k en este problema?

(b) Suponer que el tamaño del club está dado en N miembros y que el club elige el nivel de provisión (g) que maximiza la utilidad, dado ese número de socios. Resolver este problema para los mismos niveles de m y k especificados en el inciso anterior y un tamaño del club dado por $N = 30$. Hallar la pérdida de utilidad respecto de la obtenida en (a). Interpretar.

(c) Suponer ahora que el nivel de provisión del bien de club está dado en un nivel G y que el club elige el número de socios que maximiza la utilidad, dado ese nivel de provisión. Para los mismos niveles de m y k especificados en el inciso (a), hallar la pérdida de utilidad respecto de la obtenida en (a) si $G = 30$. Interpretar.

Respuesta

(a) Dado que el club maximiza la utilidad del socio representativo eligiendo el nivel de provisión del bien de club y el tamaño (número de socios) del mismo, las condiciones de primer orden para un máximo de (9.1) serán:

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial U}{\partial g} &= -\tfrac{1}{n} + \tfrac{1}{g} = 0 \\ \tfrac{\partial U}{\partial n} &= \tfrac{g}{n^2} - \tfrac{1}{k} = 0 \end{aligned} \tag{9.2}$$

[1] Notar que la restricción presupuestaria del individuo ya se encuentra internalizada en la función de utilidad.

Resolviendo (9.2) para los valores óptimos de g y n se tiene que $g^\star = n^\star = k = 20$. Reemplazando estos valores óptimos en la función de utilidad (9.1) se obtiene:

$$U^\star = m - \frac{g^\star}{n^\star} + ln(g^\star) - \frac{n^\star}{k} = 100 - 1 + ln(20) - 1 = 98 + ln(20) = 100,99 \qquad (9.3)$$

La Figura 9.1 muestra la utilidad del individuo representativo del club en función de sus dos variables de decisión (g y n), para $m = 100$ y $k = 20$.

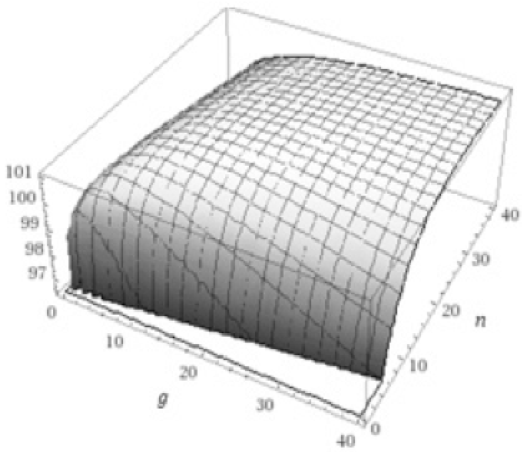

Figura 9.1: $U(g, n) = m - \frac{g}{n} + ln(g) - \frac{n}{k}$ $\quad (m = 100,\ k = 20)$.

Fuente: Wolfram Research, Inc. (www.wolfram.com), Mathematica Online, Champaign, IL (2021)

El parámetro k está ligado al grado de congestión que experimenta el miembro del club respecto del número de socios del mismo. A mayor valor de k, menor será la congestión sufrida por el individuo para un valor de n dado[2].

(b) En el problema del club discutido en el inciso anterior los valores de g y n se eligen óptimamente de manera conjunta. Esto implica que si el número de socios se mantiene fijo en un cierto nivel de N miembros, el nivel de provisión $g = 20$ será óptimo solamente en el caso en que $N = 20$. Observar la siguiente función:

$$U(g \mid n = N) = 100 - \frac{g}{N} + ln(g) - \frac{N}{20} \qquad (9.4)$$

Esta expresión representa la utilidad del socio del club en función del nivel de provisión del bien (g) para un número fijo N de socios y para los valores $m = 20$ y $k = 20$ especificados en el enunciado. De este modo, el nivel óptimo de provisión del bien de club, condicional a que el número de socios sea N, será el que satisfaga la condición de primer orden para un máximo de (9.4):

$$\frac{dU(g \mid n = N)}{dg} = -\frac{1}{N} + \frac{1}{g} = 0 \qquad (9.5)$$

Por lo tanto, $g^{\star\star} = N$. De este modo, si $N = 30$, $g^{\star\star} = 30$. El nivel de utilidad obtenido por el socio puede calcularse al reemplazar en (9.4):

[2]La derivada parcial de la función de utilidad con respecto a k es $\frac{\partial U}{\partial k} = \frac{n}{k^2} > 0$.

$$U(g^{\star\star} \mid n = 30) = 100 - \frac{30}{30} + ln(30) - \frac{30}{20} = 100,9 \tag{9.6}$$

La pérdida de utilidad respecto del inciso (a) (caso en el que ambas variables pueden variar libremente) será entonces:

$$U^{\star} - U(g^{\star\star} \mid n = 30) = 100,99 - 100,9 = 0,09 \tag{9.7}$$

Observar la Figura 9.2, que representa niveles de utilidad en el eje vertical y niveles de provisión del bien de club en el eje horizontal. La curva denominada $U(N = 20)$ representa la utilidad del club cuando $N = 20$, mientra que la curva $U(N = 30)$ muestra la utilidad del club cuando $N = 30$ (ambas correspondientes a valores de los parámetros $k = 20$ y $m = 100$). Por lo calculado a partir de (9.5) se tiene que $g^{\star\star} = N$, por lo que los valores óptimos de g coincidirán con los valores paramétricos de N en cada caso (20 y 30). Notar además que si $N = 20$, el nivel de g óptimo ($g^{\star\star} = g^{\star} = 20$) también será el que resuelve el problema global del inciso (a).

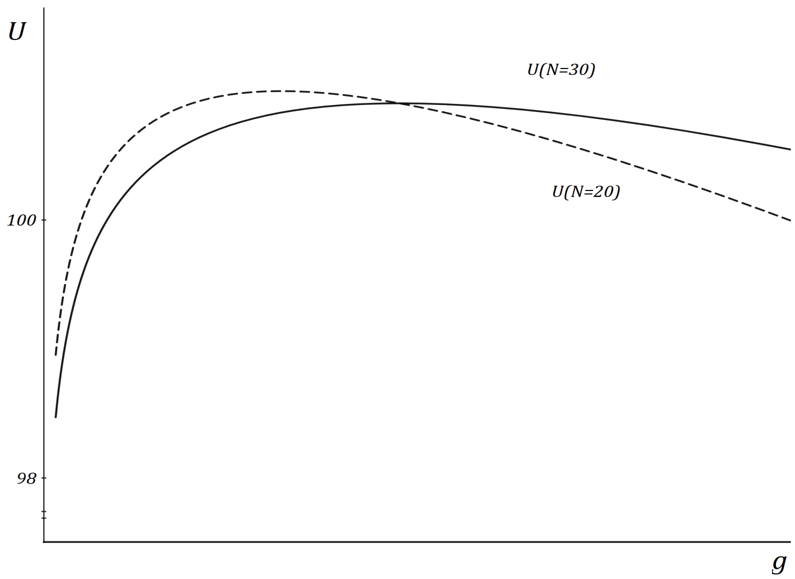

Figura 9.2: Utilidad en función de g, para $N = 20$ y $N = 30$ ($m = 100$, $k = 20$).

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

(c) En este caso se puede definir la utilidad del socio representativo en función del número de socios, para un cierto nivel dado de provisión del bien de club (G), $m = 100$ y $k = 20$:

$$U(n \mid g = G) = 100 - \frac{G}{n} + ln(G) - \frac{n}{20} \tag{9.8}$$

El club debe elegir el número de socios que maximiza (9.8), para G dado. La condición de primer orden será:

$$\frac{dU(n \mid g = G)}{dn} = \frac{G}{n^2} - \frac{1}{20} = 0 \tag{9.9}$$

Por lo tanto, $n^{\star\star} = (20 \times G)^{0,5}$. Si $G = 30$, el número óptimo de socios será $n^{\star\star} = 24,49$ [3]. El nivel de utilidad obtenido por el socio del club puede calcularse al reemplazar en (9.8):

$$U(n \mid g = 30) = 100 - \frac{30}{24,49} + ln(30) - \frac{24,49}{20} = 100.95 \tag{9.10}$$

La pérdida de utilidad respecto del inciso (a) (caso en el que ambas variables pueden variar libremente), será entonces:

$$U^{\star} - U(n^{\star\star} \mid g = 30) = 100,99 - 100,95 = 0,04 \tag{9.11}$$

Observar la Figura 9.3. La curva denominada $U(G = 20)$ representa la utilidad del club cuando $G = 20$, mientras que la curva $U(G = 30)$ muestra la utilidad del club cuando $G = 30$, con el número de socios del club representado en el eje horizontal (ambas curvas evaluadas en $k = 20$, $m = 100$). Los valores de $n^{\star\star}$ que maximizan ambas funciones son, como se obtuvo arriba, iguales a $24,49$ (con $G = 30$) y 20 (caso $G = 20$). Notar que si $G = 20$, el nivel de $n^{\star\star}$ óptimo ($n^{\star\star} = n^{\star} = 20$) también será el que resuelve el problema global del inciso (a).

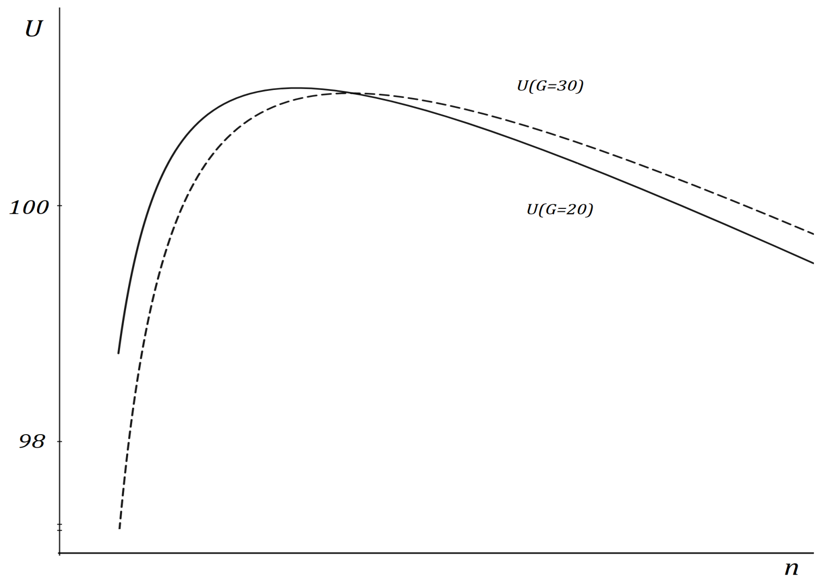

Figura 9.3: Utilidad en función de n, para $G = 20$ y $G = 30$ ($m = 100$, $k = 20$).

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

[3]Sin considerar la restricción de que el número de socios deber ser un número entero.

Ejercicio 9.2. Tamaño óptimo de clubes

Suponer un país con N habitantes idénticos. Considerar la división de esta población en un conjunto de clubes o jurisdicciones, con n miembros en cada uno, para lo cual se conoce que la utilidad de pertenecer a un club es:

$$U = \begin{cases} n \text{ si } n \leq 5, \\ 5 \text{ si } 5 < n < 6, \\ (11 - n) \text{ si } n \geq 6. \end{cases}$$

(a) Graficar la utilidad de un habitante de una jurisdicción/club en función de n y comentar acerca del tamaño óptimo de cada una.

(b) Mostrar que si $N = 14$ no hay posibilidad de asignar la población total en clubes de tamaño óptimo. Analizar dicha posibilidad para tamaños inferiores y superiores. ¿A partir de qué tamaño de población es posible asegurar un reparto óptimo de individuos en clubes?

Respuesta

(a) La Figura 9.4 representa la utilidad de cada uno de los miembros de un club o comunidad, en términos del número de participantes (n). De este modo, el tamaño óptimo de cada club (máxima utilidad) estará entre 5 y 6 miembros.

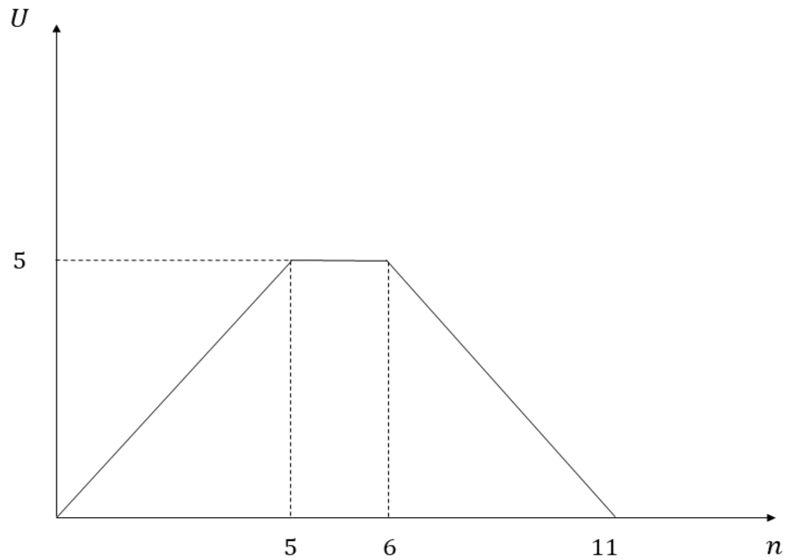

Figura 9.4: Utilidad y tamaño óptimo del club.

(b) Considerando solamente números enteros para el tamaño de cada club, el tamaño óptimo de cada uno deberá ser de 5 o 6 integrantes. Si la población total del país es $N = 14$, no existe combinación posible de clubes de 5 y 6 integrantes que abarque a la población de 14 personas. El Cuadro 9.1 muestra la posibilidad de distribuir la población total de N individuos en clubes de tamaño óptimo, para distintos tamaños de N. Por ejemplo, si $N = 17$, será posible formar

Cuadro 9.1: Posibilidad de partición de una población de tamaño N en clubes de tamaño óptimo.

Tamaño de la población (N)	**Partición en clubes óptimos ($n = 5, 6$)**
1,2,3,4	No
5,6	Sí
7,8,9	No
10,11,12	Sí
13,14	No
15,16,17,18	Sí
19	No
20 o más	Sí

un club de $n = 5$ y dos clubes de $n = 6$. Para $N = 29$, se pueden formar 4 clubes de $n = 6$ y uno de $n = 5$. Nótese que a partir de $N = 20$ siempre se podrá distribuir la población en clubes de tamaño óptimo (5 o 6 integrantes).

Ejercicio 9.3. Cantidad óptima de socios de un club

Suponer que la utilidad individual de pertenecer a un club es $U = 40n - 2n^2$, donde n es la población del club.

(a) Encontrar el número óptimo de miembros de un club.

(b) Representar la utilidad del individuo cuando la población total N se divide en un número c de clubes, con $c = 2, 3, 4$.

Respuesta

(a) Observar que la función de utilidad representada, solamente en función del número de miembros del club (n), ya incorpora un cierto nivel de provisión del bien de club y el correspondiente costo para el socio (ver Ejercicio 9.1), por lo que solamente interesa aquí el número óptimo de miembros del club. Esto puede hallarse maximizando la función U. La condición de primer orden es:

$$40 - 4n = 0 \tag{9.12}$$

Por lo tanto, $n^* = 10$. El club de tamaño óptimo deberá tener 10 miembros.

(b) Si N es el tamaño de la población y existen c clubes en la región, cada club tendrá $\frac{N}{c}$ socios, por lo que la utilidad del individuo en un club de ese tipo será:

$$U = 40\left(\frac{N}{c}\right) - 2\left(\frac{N}{c}\right)^2 \tag{9.13}$$

La Figura 9.5 representa la utilidad del socio de un club en función del tamaño de la población (N) para los casos con dos, tres y cuatro clubes ($c = 2, 3, 4$) . Notar que la utilidad máxima será 200 para los tres casos. Dado el número de clubes, la población N debe ser tal que $\frac{N}{c} = n^* = 10$ para que el individuo alcance su máxima utilidad. Por ejemplo, si $c = 3$, el total de la población deberá ser 30 para poder formar 3 clubes de tamaño óptimo igual a 10.

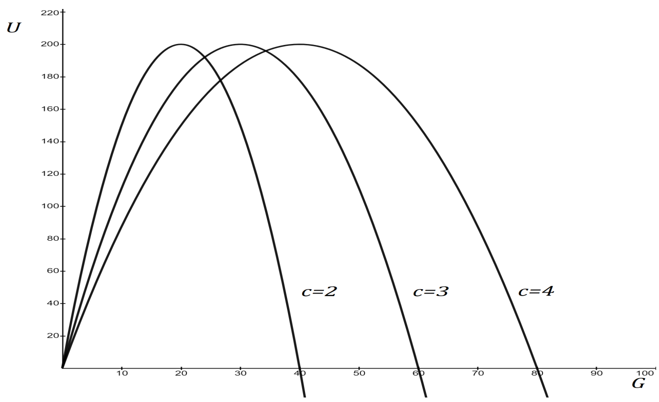

Figura 9.5: $U = 40\left(\frac{N}{c}\right) - 2\left(\frac{N}{c}\right)^2$, $c = 2, 3, 4$.

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

Ejercicio 9.4. Votación con los pies

Las provincias A y B están pobladas con individuos ricos (R) y pobres (P), con ingresos de $Y_R = 2000$ y $Y_P = 1000$, respectivamente. Ambas provincias proveen un bien público local (G) a sus residentes. Los residentes ricos valúan el bien público local en mayor medida que los residentes pobres. Esto es, el valor del bien público local para el residente i ($i = P, R$) viene dado por $V_i = \frac{Y_i G}{10} - \frac{G^2}{2}$. El costo del bien público local por residente es $C = 5G$, mientras que el costo para la provincia j viene dado por $N_j C$, donde N_j es el tamaño de la población en la provincia j ($j = A, B$).

(a) Obtener la cantidad deseada del bien público local para residentes ricos y pobres.

(b) Se conoce que la provincia A se compone de 400 individuos ricos y 200 individuos pobres, mientras que la provincia B se compone de 200 individuos ricos y 400 individuos pobres. Si los residentes no pueden moverse entre provincias ¿Cuál será el nivel de provisión del bien público local en cada provincia si la decisión surgiera de un mecanismo de votación por mayoría? ¿Qué residentes estarán disconformes en cada provincia?

(c) ¿Cuál sería el nivel eficiente del bien público local en cada provincia si los residentes no pueden moverse entre provincias? ¿Coinciden estos niveles con los obtenidos en el inciso (b)?

(d) Suponer ahora que ambos tipos de residentes pueden migrar entre provincias ¿Cuál será la distribución de equilibrio de ricos y pobres entre provincias? ¿Cuál sería el resultado surgido bajo votación por mayoría? ¿Cambiarían las cantidades eficientes del bien público en cada región respecto de las obtenidas sin movilidad? Justificar.

Respuesta

(a) La cantidad deseada por cada tipo de individuo (pobre o rico) surgirá de la igualación de la valuación marginal con el costo marginal del bien público local. El costo marginal por residente es igual a 5 para ambos tipos de individuos. Por otro lado, la valuación total del bien dependerá del tipo de individuo. Reemplazando en la expresión V_i por el nivel de ingreso de cada tipo de residente se tiene:

$$V_P = 100G - \frac{G^2}{2}$$
$$V_R = 200G - \frac{G^2}{2} \tag{9.14}$$

Por lo tanto, el nivel deseado por los residentes pobres surgirá de la expresión:

$$100 - G = 5 \tag{9.15}$$

por lo que $G^P = 95$. Similarmente, el nivel deseado por los residentes ricos surgirá de la expresión:

$$200 - G = 5 \tag{9.16}$$

por lo que $G^R = 195$.

(b) De acuerdo a lo especificado, la provincia A cuenta con una mayoría de individuos ricos, por lo que el nivel de provisión del bien público local será $G^A = 195$, la cantidad elegida por dichos individuos en un esquema de votación por mayoría. Similarmente, la votación por mayoría en la provincia B hará que el nivel provisto sea el deseado por los individuos pobres; es decir, $G^B = 95$. De este modo habrá 200 residentes descontentos en A (individuos pobres) y 200 residentes descontentos en B (individuos ricos).

(c) Para hallar la cantidad eficiente del bien público local en cada provincia se debe igualar la suma de las valuaciones marginales para toda la población de la provincia con el costo marginal del bien público local. Esto es, para la provincia A dicha cantidad será la que resuelva:

$$400 \times (200 - G) + 200 \times (100 - G) = 600 \times 5 \tag{9.17}$$

Por lo tanto, la cantidad Pareto óptima en A será $G^A_{PO} = 161,66$. Esta cantidad es menor que la cantidad surgida de la votación por mayoría ($G^A = 195$, obtenida en el inciso (b)). La razón de esta diferencia obedece a que la decisión eficiente considera las preferencias de toda la población, no solamente las de la mayoría (individuos ricos en este caso). Similarmente, para la provincia B:

$$200 \times (200 - G) + 400 \times (100 - G) = 600 \times 5 \tag{9.18}$$

Por lo tanto, $G^B_{PO} = 128,22$. Esta cantidad resulta mayor que $G^B = 95$, obtenida mediante la votación por mayoría, donde la mayoría son individuos pobres.

(d) Con libre movilidad de la población entre provincias existirá una segmentación de los residentes de acuerdo a sus preferencias por el bien público. Los ricos de la provincia B se moverán hacia A y los pobres de la provincia A se moverán hacia B. Teniendo en cuenta que las preferencias por el bien público están ligadas al nivel de ingreso individual, en el equilibrio todos los ricos se situarán en una provincia y todos los pobres en otra. El esquema de votación por mayoría determinará un nivel deseado por unanimidad en cada provincia:

195 en la provincia A (habitada por individuos ricos) y 95 en la provincia B (habitada por individuos pobres). En este caso el resultado de la votación por mayoría resulta eficiente. Este resultado va en línea con la hipótesis de Tiebout [4].

Ejercicio 9.5. Provisión centralizada y descentralizada

Suponer un país con dos niveles de gobierno: un nivel central y un nivel sub-nacional, compuesto por dos jurisdicciones locales (A y B). Los residentes dentro de cada jurisdicción local son idénticos y ambas jurisdicciones tienen igual número de habitantes. Las preferencias para los individuos de cada jurisdicción local están representadas por las siguientes funciones de utilidad (netas de costos):

$$\begin{aligned} U^A &= -\left(20 - G^A\right)^2 \\ U^B &= -\left(10 - G^B\right)^2 \end{aligned} \tag{9.19}$$

donde $G^i (i = A, B)$ representa el nivel de provisión de un bien público local provisto en la jurisdicción i.

(a) Hallar el nivel de provisión óptimo del bien público local para cada jurisdicción. Representar gráficamente.

(b) Suponer que el bien público tuviera que ser provisto por el gobierno central, y que este gobierno debe hacerlo a un nivel uniforme para todos los individuos, de modo de maximizar una función de bienestar social utilitarista. Hallar el nivel óptimo para el bien público. Comparar con lo obtenido en el inciso anterior e interpretar.

(c) Comentar la diferencia entre los dos esquemas (centralizado versus descentralizado) si las utilidades de A y B fueran:

$$\begin{aligned} U^A &= -\left(25 - G^A\right)^2 \\ U^B &= -\left(5 - G^B\right)^2 \end{aligned} \tag{9.20}$$

Respuesta

(a) La cantidad óptima de G para la jurisdicción A surgirá de la maximización de su función de utilidad. La condición de primer orden para un máximo de U^A es:

$$2 \times \left(20 - G^A\right) = 0 \tag{9.21}$$

Por lo tanto, el nivel óptimo del bien público local en A será $G^{A^*} = 20$. Similarmente, el nivel óptimo para la jurisdicción B será $G^{B^*} = 10$. La Figura 9.6 representa las utilidades para ambas jurisdicciones. El nivel óptimo del bien público local será mayor en la jurisdicción A, que prefiere niveles más altos del bien. Notar que ambas utilidades máximas son iguales a 0.

[4] Tiebout, Charles M. "A Pure Theory of Local Expenditures." Journal of Political Economy 64, no. 5 (1956): 416–24.

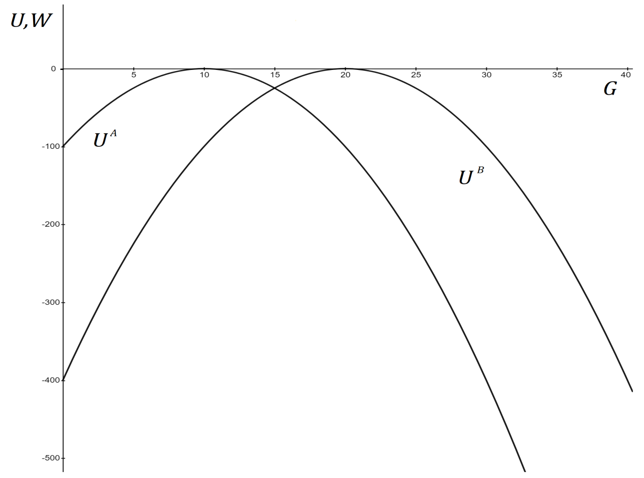

Figura 9.6: $U^A = -\left(20 - G^A\right)^2$, $U^B = -\left(10 - G^B\right)^2$.

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

(b) En este caso el gobierno central deberá resolver el siguiente problema:

$$\text{Max}_{(G)}\, W = -(20 - G)^2 - (10 - G)^2 \tag{9.22}$$

Es decir, el gobierno central deberá elegir el nivel de G (uniforme) que maximice el bienestar social utilitarista (notar que el supuesto de igual tamaño para ambas jurisdicciones permite formular el bienestar social como la suma de utilidades de un individuo representativo por jurisdicción). La condición de primer orden es:

$$2 \times (20 - G) + 2 \times (10 - G) = 0 \tag{9.23}$$

De aquí surge que la cantidad centralizada óptima del bien público será $G^C = 15$. Notar que esta cantidad es el promedio de las cantidades obtenidas bajo descentralización (inciso (a)). La Figura 9.7 representa, junto con las utilidades de las jurisdicciones locales representadas en la Figura 9.6, la función de bienestar social del gobierno central. El bienestar social en este caso será:

$$-(20 - 15)^2 - (10 - 15)^2 = -50 \tag{9.24}$$

De este modo, habrá una pérdida de bienestar por la provisión centralizada uniforme igual a 50 (recordar que el nivel de bienestar para ambas jurisdicciones era igual a 0 bajo la provisión descentralizada analizada en (a)). Este resultado es conocido como el *teorema de la descentralización de Oates*[5]. Si el gobierno central enfrenta alguna restricción que implica no poder proveer el nivel óptimo del bien público local a cada tipo de individuo, habrá una pérdida de bienestar por la provisión centralizada uniforme respecto de la provisión descentralizada.

[5] Oates, Wallace E. 1972. Fiscal Federalism. NY: Harcourt Brace Jovanovich.

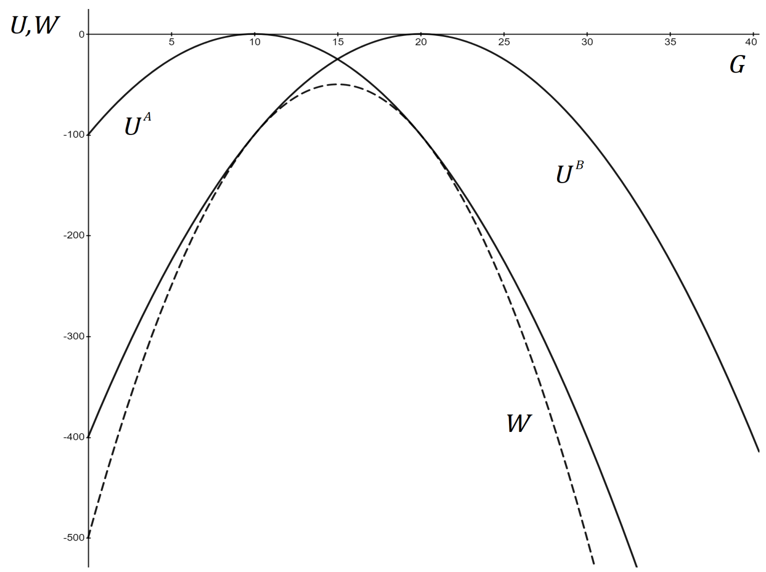

Figura 9.7: $U^A = -\left(20 - G^A\right)^2$, $U^B = -\left(10 - G^B\right)^2$, $W = U^A + U^B$.

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

(c) En este caso las preferencias en A y B difieren en mayor medida que lo especificado inicialmente. Es fácil determinar que el individuo A deseará una cantidad de bien público igual a 25 y el individuo B una cantidad igual a 5. La provisión centralizada uniforme implica una cantidad igual a 15 (mismo nivel promedio que en el escenario planteado en (b)). Pero ahora la pérdida de bienestar por la provisión centralizada uniforme será mayor. El bienestar en este caso será:

$$-(25-15)^2 - (5-15)^2 = -200 \tag{9.25}$$

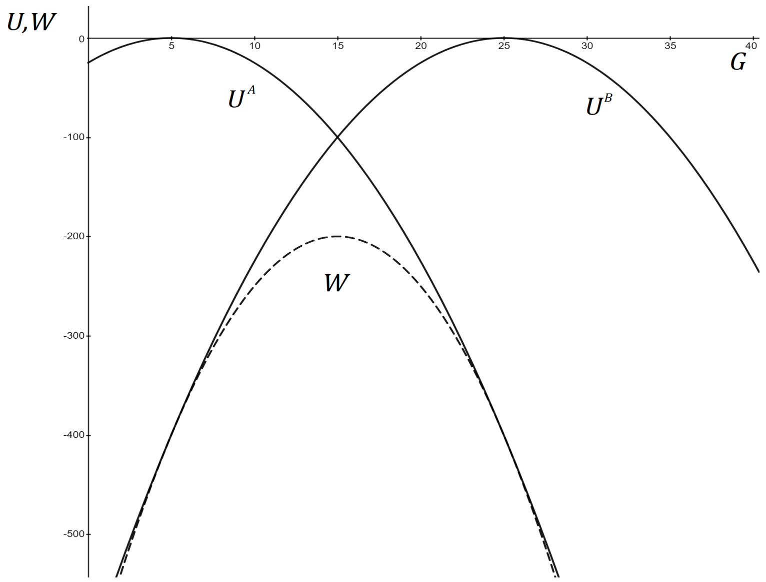

Figura 9.8: $U^A = -\left(25 - G^A\right)^2$, $U^B = -\left(5 - G^B\right)^2$, $W = U^A + U^B$.

Fuente: Desmos (www.desmos.com)

La utilidad agregada bajo descentralización sigue siendo igual a 0, por lo que habrá una pérdida igual a 200 asociada a la provisión centralizada uniforme. Esta pérdida es mayor que la calculada en (b). La pérdida de bienestar por provisión centralizada uniforme será mayor cuanto más difieran las utilidades entre jurisdicciones (ver la Figura 9.8 y comparar con lo hallado en la Figura 9.7).

Ejercicio 9.6. Competencia tributaria vertical

El gobierno nacional y un gobierno provincial obtienen parte de su recaudación impositiva a través de un impuesto específico sobre el bien X, cuya demanda de mercado viene dada por $X = 10 - p$. Suponer que la oferta del bien es horizontal al nivel $p = 4$ y que inicialmente cada gobierno decide fijar su impuesto en \$1 por unidad producida del bien.

(a) Calcular el equilibrio luego de impuestos, así como la recaudación tributaria nacional y provincial. Representar gráficamente.

(b) Suponer que a partir de la situación planteada en (a) el gobierno nacional decide aumentar en un peso su impuesto, mientras el gobierno provincial no modifica el suyo. Calcular el nuevo equilibrio y representar gráficamente.

(c) ¿Cómo se modifica la recaudación para el gobierno nacional? ¿Se modifica la recaudación para el gobierno provincial? Justificar.

(d) ¿Es eficiente en estas circunstancias que ambos niveles de gobierno compartan la misma base imponible?

Respuesta

(a) El equilibrio pre-impuestos implica un precio igual a \$4 y una cantidad igual a 6. El impuesto total que pagan los oferentes por unidad producida será igual a \$2, \$1 correspondiente al impuesto provincial y \$1 por el impuesto nacional. La relación entre el precio que pagan los consumidores y el de los productores será entonces $q^0 = p^0 + t^0 + T^0$, donde t^0 es el impuesto provincial y T^0 el impuesto nacional. En el equilibrio con impuestos el precio de los consumidores aumentará en el total del impuesto, debido a la elasticidad infinita de la oferta; esto es $q^0 = 6$. La cantidad de equilibrio será $X^0 = 10 - 6 = 4$ (ver Figura 9.9). La recaudación total (nacional y provincial) será igual a $R = R^{Nac} + R^{Prov} = 1 \times 4 + 1 \times 4 = 8$ (área del rectángulo $(A + B)$ en la Figura 9.9).

(b) El nuevo impuesto nacional será $T^1 = 2$, mientras que el impuesto provincial continúa en su anterior nivel, siendo $t^0 = 1$. El nuevo precio de los consumidores será igual a $q^1 = p^0 + t^0 + T^1 = 7$. La nueva cantidad de equilibrio será $X^1 = 3$. La Figura 9.10 representa esta nueva situación.

(c) En la Figura 9.10 es posible observar que la recaudación nacional se modificará en el área $(C - D)$, que será positiva si C (igual al aumento en la recaudación por el mayor impuesto por unidad vendida) supera a D (que representa la caída en la recaudación por la disminución de la base imponible). En este caso la recaudación aumenta (tramo con pendiente positiva de la curva de Laffer), ya que $C = 1 \times 3 = 3$ y $D = 1 \times 1 = 1$. La recaudación aumenta en \$2 para el gobierno nacional. Por otro lado, la recaudación provincial cae en \$1 (área E) ante la decisión unilateral del gobierno nacional de aumentar su impuesto.

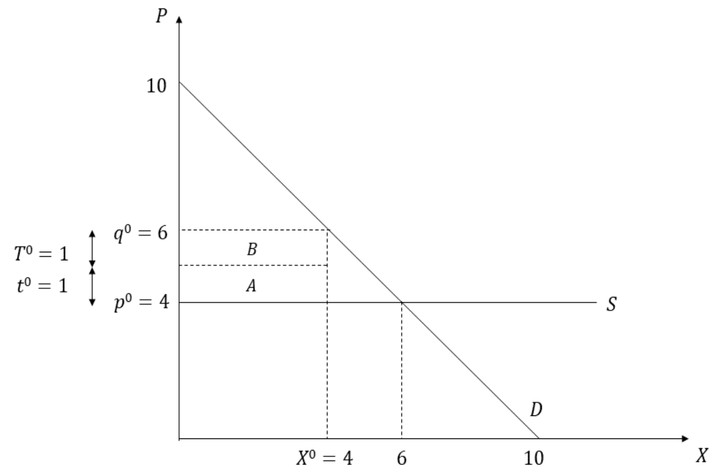

Figura 9.9: Equilibrio inicial con impuesto nacional ($T^0 = 1$) e impuesto provincial ($t^0 = 1$).

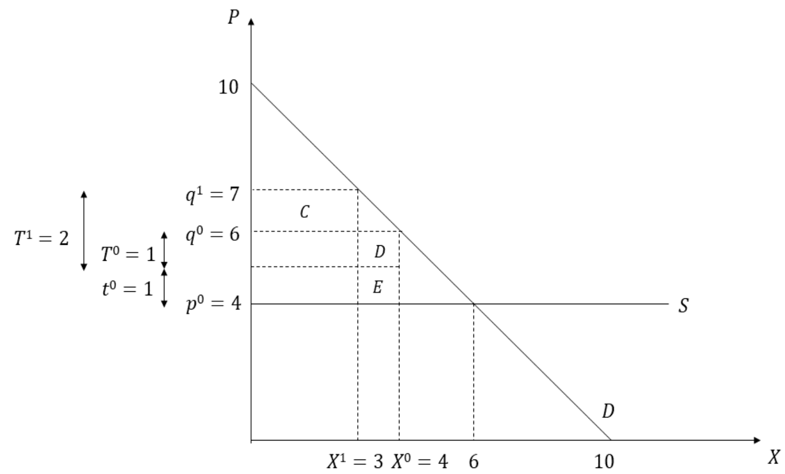

Figura 9.10: Equilibrio con aumento del impuesto nacional ($T^1 = 2$) e impuesto provincial ($t^0 = 1$).

(d) La decisión del gobierno nacional de aumentar unilateralmente su tasa impositiva genera una reducción de la base imponible sobre la provincia, provocándole una externalidad negativa. Este es un caso de competencia tributaria vertical. Es probable que la reacción de la provincia en el caso planteado sea también aumentar su tasa, llevando a un equilibrio con tasas impositivas ineficientemente altas. Existen ganancias de eficiencia de que ambos niveles de gobierno coordinen sus decisiones, o bien que solo uno de los niveles de gobierno grave el bien, de modo de internalizar las externalidades entre niveles de gobierno surgidas por la elección unilateral de tasas.

Ejercicio 9.7. Transferencias verticales

Utilizando gráficos de curvas de indiferencia y restricciones presupuestarias, representar las siguientes situaciones correspondientes a respuestas de una jurisdicción local ante transferencias verticales del nivel superior de gobierno:

(a) Una transferencia condicionada con fondos de contrapartida y abierta deja inalterado el nivel de gasto del bien público local.

(b) Una transferencia no condicionada incrementa tanto el gasto en el bien público local como los impuestos locales.

(c) Una transferencia condicionada con fondos de contrapartida y cerrada tiene el mismo impacto que otra condicionada sin fondos de contrapartida.

(d) Una transferencia condicionada con fondos de contrapartida y cerrada deja inalterado el nivel de los impuestos locales.

Respuesta

(a) Suponer que el gobierno local decide cuanto gastar en el bien público local de acuerdo a las preferencias del individuo representativo (o individuo mediano) de la localidad. En todos los casos se parte de una situación con una restricción presupuestaria AB (ver Figura 9.11). Si los precios de ambos bienes son iguales a 1, la restricción AB tendrá pendiente igual a -1. El individuo se ubica en el punto óptimo E^0, con un gasto en el bien público local igual a X^0. El resto de su ingreso se destina a gastar en el resto de los bienes (bien agregado Y). La figura muestra el efecto de una transferencia condicionada, con fondo de contrapartida y abierta sobre la restricción presupuestaria. La nueva restricción AC es más plana que la original, ya que el precio efectivo del bien público local es menor. El nuevo óptimo (punto E^1) implica que el gasto en el bien público local no se altera respecto del original ($X^1 = X^0$), tal cual lo planteado en el enunciado. Este resultado es posible bajo un caso especial en el que el efecto ingreso generado por la baja en el precio de X tiene signo contrario al efecto sustitución (bien inferior) y lo compensa exactamente.

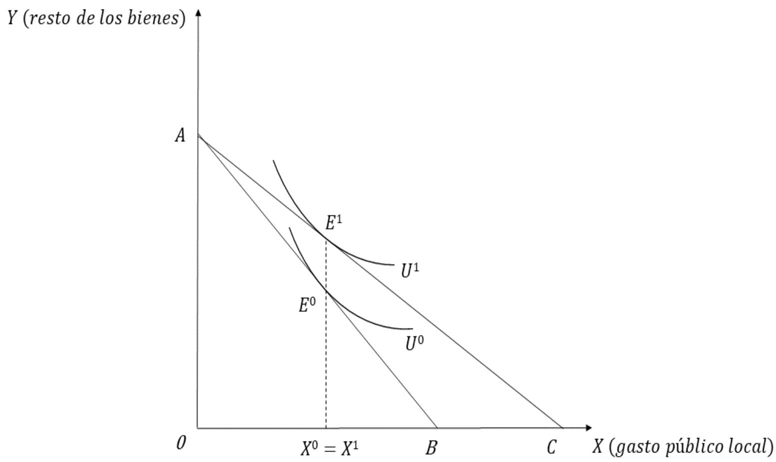

Figura 9.11: Transferencia condicionada con fondos de contrapartida y abierta que deja inalterado el nivel de gasto del bien público local.

(b) Observar la Figura 9.12. La transferencia no condicionada CD es paralela a la original. El individuo pasa del óptimo inicial E^0 al punto E^1, gastando más en el bien público local que al inicio, pero menos del resto de los bienes. El aumento del gasto en el bien público supera el monto de la transferencia (el segmento X^0X^1 es mayor que el segmento BD). Por lo tanto, la jurisdicción local aumenta sus impuestos respecto de la situación inicial; esto es $T^1 > T^0$.

(c) Observar la Figura 9.13. La transferencia condicionada, con fondos de contrapartida y cerrada genera la restricción presupuestaria AFD, mientras que la condicionada sin fondos de

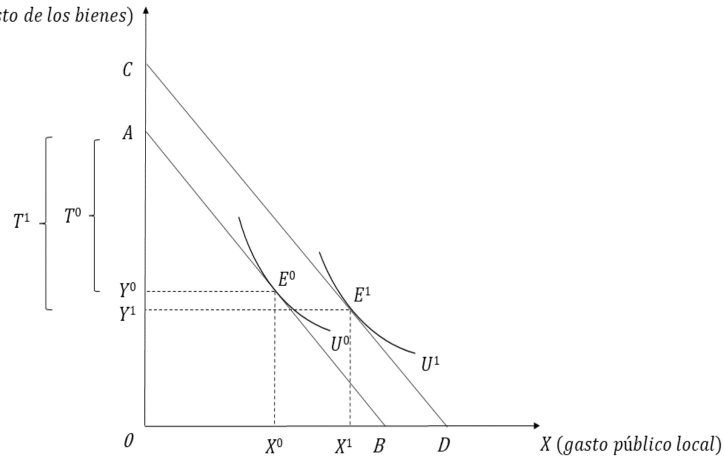

Figura 9.12: Transferencia no condicionada que incrementa tanto el gasto en el bien público local como los impuestos locales.

contrapartida genera la restricción ACD. En ambos casos el óptimo inicial (E^0) está a la derecha del quiebre de la restricción, por lo que cualquiera de las transferencias genera solo un efecto ingreso como el correspondiente a una transferencia no condicionada (de E^0 a E^1). Notar que el efecto de las dos transferencias mencionadas puede no ser el mismo si el óptimo inicial se ubicara a la izquierda de los quiebres.

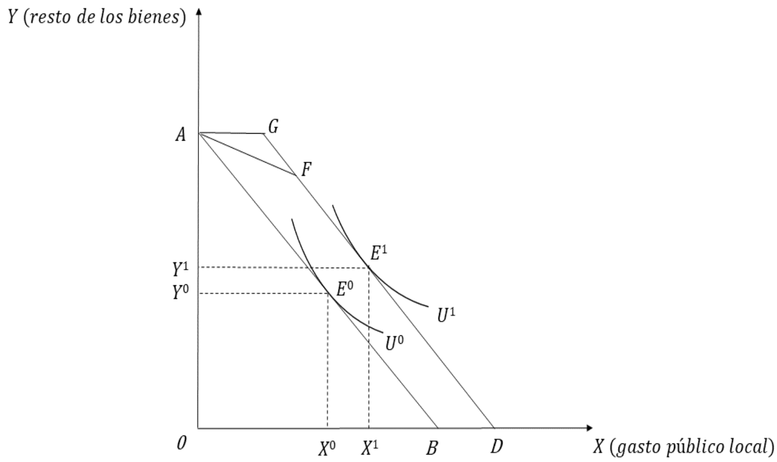

Figura 9.13: Transferencia condicionada con fondos de contrapartida y cerrada que genera el mismo impacto que otra condicionada sin fondos de contrapartida.

(d) Observar la Figura 9.14. La transferencia condicionada con fondo de contrapartida y cerrada genera la restricción ACD. En este caso el individuo se ubica inicialmente en E_0, a la derecha del quiebre (punto C). Solamente existe un efecto ingreso por la transferencia. Adicionalmente, el gasto en el bien público local aumenta exactamente en el monto máximo de la transferencia (esto es, el segmento X^0X^1 es igual que el segmento BD; correspondiente a un caso con elasticidad ingreso unitaria de la demanda del bien X). Los impuestos locales luego de la transferencia se mantienen inalterados ($T^1 = T^0$).

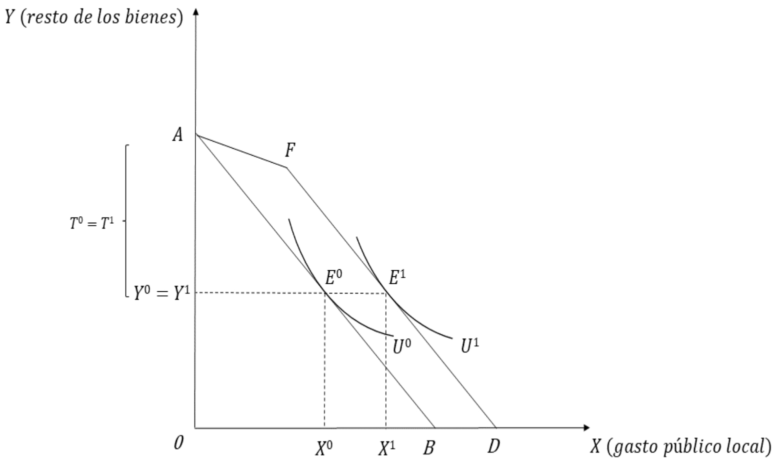

Figura 9.14: Transferencia condicionada con fondos de contrapartida y cerrada que deja inalterado el nivel de los impuestos locales.

Ejercicio 9.8. Comparación de transferencias

El estado de Uenelepé está considerando dos métodos alternativos de transferir fondos a uno de sus municipios con el objetivo de financiar la pavimentación de sus calles: una transferencia no condicionada y otra de tipo condicionada y compensatoria (también llamada condicionada con fondos de contrapartida) ¿Cuál de los dos métodos llevará, en general, a un mayor gasto en pavimentación por parte del municipio? Justificar la respuesta con ayuda de gráficos.

Respuesta Típicamente una transferencia de tipo condicionada con fondo de contrapartida será más efectiva en estimular el gasto en pavimentación por parte del gobierno local, debido a la existencia de un efecto sustitución asociado a esta clase de transferencias, a igual efecto ingreso. La Figura 9.15 muestra la situación, donde X representa el gasto local en pavimentación e Y el gasto en el resto de los bienes. La situación inicial (pre-transferencia) ubica a la jurisdicción local con la recta presupuestaria AB y un gasto inicial en pavimentación igual a X^0, con nivel de utilidad U^0. La transferencia condicionada con fondos de contrapartida genera la restricción AC, haciendo que la jurisdicción pase a gastar X^1 en pavimentación. Para comparar este efecto con el que genera una transferencia no condicionada, se supone que ésta debe ser suficiente para que el gobierno local alcance el nivel X^1 de gasto en pavimentación (recta $A'B'$, con precios relativos originales y que pasa por el óptimo E^1). Notar que en este caso la jurisdicción local elegiría posicionarse en E^2, con mayor gasto en pavimentación que al inicio, pero menor que con la transferencia condicionada. La transferencia no condicionada genera un efecto ingreso que implica un mayor gasto en X, si el bien X es normal. Pero la transferencia con fondos de contrapartida genera, a igual efecto ingreso, un efecto sustitución que hace que la jurisdicción local gaste más en X por el abaratamiento del precio relativo (respecto del bien Y). La Figura 9.15 señala la descomposición en efecto ingreso y sustitución de la transferencia con fondos de contrapartida.

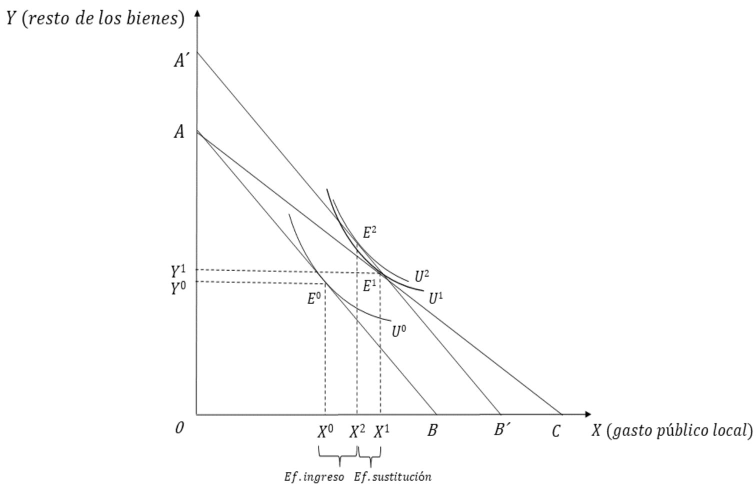

Figura 9.15: Comparación de una transferencia no condicionada con otra condicionada con fondos de contrapartida.

Ejercicio 9.9. Impuestos a la propiedad

El gobierno local de Econos está estudiando introducir un impuesto sobre las propiedades ubicadas en la localidad. Se conoce que la demanda por edificaciones (antes del impuesto) en Econos está dada por $E = 20 - \frac{P^E}{2}$, donde E es la cantidad de edificaciones y P^E es el precio, mientras que la curva de oferta por edificaciones es constante al precio \$10, suponiendo que en el largo plazo la industria de la construcción puede obtener todo el capital necesario al precio de mercado. Por otro lado, la localidad cuenta con una cantidad de tierra fija igual a T^0 hectáreas, estimándose el precio por hectárea en \$400. La demanda de mercado de tierra (antes del impuesto) está dada por $T = 250 - \frac{P^T}{2}$, donde P^T es el precio por hectárea.

(a) Hallar la cantidad de edificaciones correspondiente al equilibrio competitivo del mercado de edificaciones antes del impuesto a la propiedad. Graficar.

(b) Hallar la cantidad de hectáreas disponibles en Econos y representar el equilibrio competitivo en el mercado de tierra antes del impuesto a la propiedad.

(c) Se estima que la demanda de edificaciones luego del impuesto a la propiedad está dada $E' = 20 - \frac{2}{3}P^E$. Hallar el nuevo equilibrio competitivo y determinar cuál sería la incidencia económica del impuesto a la propiedad sobre este mercado, adoptando una visión de equilibrio parcial. Graficar.

(d) Se estima que la demanda de tierra luego del impuesto a la propiedad está dada por $T' = 250 - \frac{2}{3}P^T$. Hallar el nuevo equilibrio competitivo y determinar cuál sería la incidencia económica del impuesto a la propiedad sobre este mercado, adoptando una visión de equilibrio parcial. Graficar.

Respuesta

(a) La Figura 9.16 ilustra el mercado de viviendas o edificaciones. En la situación inicial, la demanda es D^E y la oferta es O^E. El precio de equilibrio estará determinado por la oferta, que se supone horizontal. Al precio dado $P^0 = 10$, la cantidad de equilibrio de mercado será $E^0 = 20 - \frac{P^0}{2} = 15$.

(b) La Figura 9.17 ilustra el mercado de tierra. En la situación inicial, la demanda es D^T y la oferta es O^T. La cantidad está en oferta fija en $T = T^0$, y se conoce el precio por hectárea de \$400. Reemplazando en la demanda de tierra se tiene que $T^0 = 250 - \frac{400}{2} = 50$.

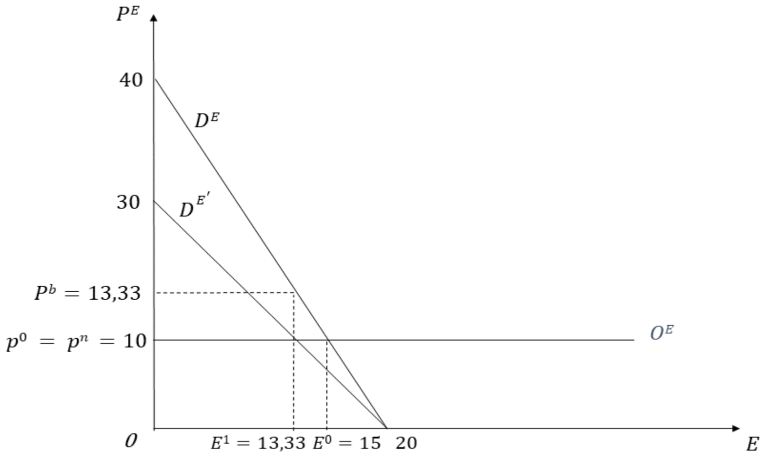

Figura 9.16: Equilibrio antes y luego del impuesto sobre las edificaciones.

(c) La nueva cantidad de equilibrio surgirá de la intersección de la oferta horizontal al precio $P = 10$ y E', la demanda neta del impuesto. De este modo, la cantidad de edificaciones de equilibrio será $E^1 = 20 - \frac{2}{3} \times 10 = 13,33$. El precio recibido por los oferentes será el mismo que en la situación pre-impuestos, e igual a 10. El precio bruto pagado por los demandantes de viviendas se obtiene reemplazando E^1 en la demanda antes del impuesto. Es decir, $E^1 = 13,33 = 20 - \frac{P^b}{2}$, donde P^b es el precio bruto. Por lo tanto, $P^b = 13,33$ (ver Figura 9.16). La incidencia económica del impuesto a la propiedad en el mercado de viviendas recaerá en su totalidad sobre los demandantes.

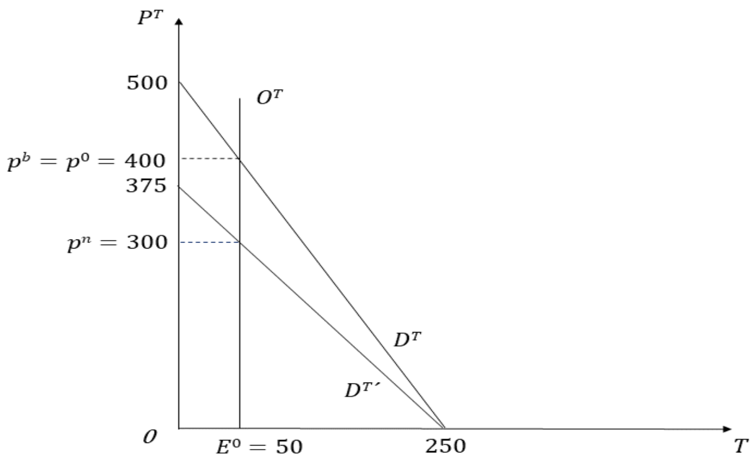

Figura 9.17: Equilibrio antes y luego del impuesto sobre la tierra.

(d) La cantidad de tierra está fija en 50, por lo que reemplazando en la demanda neta T' se tiene $50 = 250 - \frac{2}{3}P^n$, donde P^n es el precio neto de impuesto. De este modo, $P^n = 300$. En este caso (oferta de mercado vertical) serán los oferentes de tierra los que soporten la totalidad de la carga del impuesto. Los demandantes pagarán un precio bruto igual al original; es decir $P^b = P^0 = 400$. La tasa impositiva θ será tal que $300 = 400 \times (1 - \theta)$, por lo que $\theta = 0,25$ (ver Figura 9.17).

Capítulo 10

El financiamiento a través del déficit, la política fiscal y la estabilización económica

Ejercicio 10.1. Restricción presupuestaria intertemporal del gobierno

Considerar el gobierno de una economía cerrada que se desarrolla en dos períodos, el período presente y el período futuro. En el período presente el gobierno desea gastar G en bienes de consumo, mientras que en el período futuro decide hacerlo en G', siendo ambas decisiones variables exógenas. Parte del financiamiento del gobierno proviene de impuestos de suma fija, cobrados de manera uniforme a toda la población en cada período. Así, recaudará T en impuestos en el período presente y T' en el período futuro (nota: si el tamaño de la población es constante e igual a N, se tiene que $T = tN$, donde t es el impuesto pagado por cada individuo en la economía. En el período futuro se tendrá que $T' = t'N$). Por otro lado, el gobierno puede pedir prestado en el período presente a la tasa de interés real r, a través de la emisión de bonos. Sea B la cantidad de bonos emitidos por el gobierno en el período presente.

(a) Escribir la restricción presupuestaria del gobierno para el período presente y para el período futuro. Interpretar.

(b) Utilizando lo obtenido en (a), escribir la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno en valores presentes. Interpretar.

Respuesta

(a) El gasto del gobierno en el período presente debe ser igual a la recaudación presente más la emisión de bonos (deuda):

$$G = T + B \tag{10.1}$$

La restricción presupuestaria en el período futuro será:

$$G' + (1 + r)B = T' \tag{10.2}$$

El lado izquierdo de (10.2) representa el desembolso total del gobierno en el futuro, proveniente de las compras de bienes de consumo (G) y el pago de la deuda (principal más intereses) emitida en el período anterior. El lado derecho corresponde a la recaudación impositiva en el período futuro.

(b) La restricción presupuestaria intertemporal del gobierno se obtiene combinando las expresiones (10.1) y (10.2). A partir de (10.2), la emisión de bonos del gobierno en el presente será:

$$B = \frac{T' - G'}{1 + r} \tag{10.3}$$

Reemplazando (10.3) en (10.1) se tiene:

$$G = T + \frac{T' - G'}{1 + r} \tag{10.4}$$

Reagrupando términos se obtiene la restricción presupuestaria intertemporal en valores presentes:

$$T + \frac{T'}{1 + r} = G + \frac{G'}{1 + r} \tag{10.5}$$

El valor presente del gasto del gobierno debe igualarse al valor presente de la recaudación impositiva. Puede reinterpretarse esta restricción observando que el gobierno deberá eventualmente repagar toda su deuda gravando a sus ciudadanos. Notar que si el gobierno quisiese aumentar su gasto en el período presente (G) deberá o bien disminuir el gasto en el período futuro (G') , o aumentar impuestos presentes o futuros (T o T') para cumplir con la restricción intertemporal.

Ejercicio 10.2. Economía con gobierno en dos períodos

Suponer una economía de dos períodos compuesta por 1000 consumidores. Cada consumidor posee un ingreso igual a \$50 en el período presente y un ingreso de \$60 en el período futuro. El gobierno cobra un impuesto uniforme de suma fija igual a \$10 en el período presente y otro igual a \$20 en el período futuro. La tasa de interés real de mercado es del 8 %. Se conoce que 500 individuos consumirán 60 unidades en el futuro, mientras que los otros 500 individuos consumirán 20 unidades en dicho período.

(a) Determinar el consumo presente y el nivel de ahorro para cada tipo de consumidor.

(b) Determinar el monto de ahorro agregado privado para la economía, el consumo agregado en cada período, el gasto del gobierno en cada período, el déficit del gobierno en el período presente y la cantidad de deuda de deuda pública emitida en el primer período.

(c) Suponer que los impuestos del período corriente aumentan a \$15 para cada consumidor y que los consumidores no modifican sus planes de consumo. Repetir lo obtenido en (a) y (b) e interpretar.

Respuesta

(a) La forma general para la restricción presupuestaria intertemporal de un consumidor bajo un horizonte temporal de dos períodos es:

$$c + \frac{c'}{1+r} = y + \frac{y'}{1+r} - t - \frac{t'}{1+r} \tag{10.6}$$

El lado izquierdo de (10.6) representa el valor presente del consumo del individuo a lo largo de su vida, siendo c el valor del consumo en el período presente y c' el valor del consumo en el período futuro. El lado derecho representa el valor presente del ingreso disponible a lo largo de su vida, siendo y (y') y t (t') el ingreso e impuestos pagados en el período presente (futuro).

La información del ejercicio permite calcular el lado derecho de (10.6) para todos los individuos, ya que todos poseen los mismos ingresos y pagan iguales montos en impuestos. Así:

$$c + \frac{c'}{1+r} = 50 + \frac{60}{1,08} - 10 - \frac{20}{1,08} = 77,04 \tag{10.7}$$

Notar que para los 500 individuos que consumen 60 unidades en el futuro se tiene que:

$$c = 77,04 - \frac{60}{1,08} = 21,48 \tag{10.8}$$

por lo que su ahorro (s) en el primer período será $s = y - c - t = 50 - 21,48 - 10 = 18,52$. Estos 500 individuos serán prestamistas.

Por otro lado, para los 500 individuos que consumen 20 unidades en el futuro se tiene que:

$$c = 77,04 - \frac{20}{1,08} = 58,52 \tag{10.9}$$

por lo que su ahorro en el primer período será $s = y - c - t = 50 - 58,52 - 10 = -18,52$. Es decir que estos individuos pedirán prestado.

(b) El ingreso nacional (Y) en el primer período es igual a \$50.000. Del inciso anterior se sabe que el consumo agregado del primer período (C) será:

$$C = 500 \times 21,48 + 500 \times 58,52 = 40.000 \tag{10.10}$$

Utilizando la identidad contable básica (sin inversión), se tiene que el gasto del gobierno en el período presente será igual a $G = Y - C = 10.000$.

Dado que el consumo agregado (40.000) es igual al ingreso total disponible de la economía ($50.000 - 10.000$), el ahorro privado agregado es igual a 0. El gasto público del primer período (10.000) coincide con la recaudación del primer período, por lo que el déficit público en el período presente es nulo. De este modo, el monto de deuda emitida (B) por el gobierno en el primer período será 0. En términos de la restricción presupuestaria del gobierno en el primer período (ver (10.1) en el Ejercicio 10.1), al ser la recaudación tributaria del primer período ($T = 1.000\,t$) igual a 10.000, se tiene que $G = T$.

Dado que el gobierno no tiene que cancelar deuda en el segundo período, la restricción presupuestaria del gobierno en dicho período (ver expresión (10.2) en el Ejercicio 10.1) implica que el gasto del gobierno (G') y la recaudación (T') serán iguales a \$20.000.

(c) A partir de (10.6) y modificando la información respecto del inciso (a) se tiene:

$$c = y - t + \frac{y' - t' - c'}{1 + r} = 35 + \frac{40 - c'}{1,08} \tag{10.11}$$

Para los 500 individuos que consumen 60 unidades en el futuro, su consumo presente será en este caso $c = 16,48$. Para los 500 individuos que consumen 20 unidades en el futuro, su consumo presente será $c = 53,52$.

Notar que el ingreso disponible y el consumo en el primer período caen en igual magnitud (en \$5) respecto de lo obtenido en (a), por lo que el monto ahorrado en el período presente (s) no se modifica. Dado que el ahorro privado no se modifica, el gobierno sigue sin emitir deuda, por lo que el gasto público en el período presente debe ser igual a la recaudación presente, e igual a \$15.000. El gasto público en el segundo período seguirá siendo igual a la recaudación del período, e igual a \$20.000.

Ejercicio 10.3. Equivalencia ricardiana

Considerar una economía cerrada y sin inversión (no hay acumulación de capital) en la cual existen N consumidores y el gobierno, los cuales interactúan en el mercado de crédito prestando y pidiendo prestado a la tasa de interés real r. Suponer que solo existen dos períodos en esta economía y que el tamaño de la población se mantiene constante entre ambos períodos.

(a) En una situación de equilibrio competitivo de esta economía, cada uno de sus consumidores se encuentra en una situación de óptimo, maximizando la utilidad $u = u(c, c')$ de consumir en el período presente (c) y futuro (c'), sujeto a su restricción presupuestaria intertemporal. Representar gráficamente dicha situación para un cierto individuo con riqueza intertemporal (R) tal que:

$$R = y + \frac{y'}{1 + r} - t - \frac{t'}{1 + r} \tag{10.12}$$

donde y e y' representan los niveles de ingreso del individuo en el período presente y futuro, respectivamente, mientras que t y t' representan los impuestos cobrados por el gobierno en ambos períodos. Suponer que dicho individuo decide pedir prestado en dicha situación de óptimo.

(b) En la situación de equilibrio de esta economía se cumplirá que el ahorro agregado por parte de todos los individuos (denominado S^P) deberá igualarse a la deuda pública emitida por el gobierno en el período presente, denominada B). Esto es:

$$S^P = B \tag{10.13}$$

Explicar esta igualdad y mostrar que su cumplimiento, junto con el cumplimiento de la restricción presupuestaria del gobierno, implica el cumplimiento de la condición de equilibrio macroeconómico básica entre ingreso y gasto; esto es, que $Y = C + G$, donde Y es el ingreso agregado de la economía en el período presente (suma de los ingresos para los N consumidores de la economía), C es el consumo agregado en el período presente (suma de los consumos de los N consumidores) y G es el gasto del gobierno en el período presente.

(c) Suponer que el esquema impositivo de esta economía es tal que $T = Nt$ y $T' = Nt'$; es decir, cada uno de los N individuos en la economía soporta una parte equiproporcional de los impuestos totales cobrados en cada período. Verificar que el resultado conocido como la equivalencia ricardiana se satisface en este modelo.

(d) Representar gráficamente el resultado de la equivalencia ricardiana para el individuo analizado en (a).

Respuesta

(a) La restricción presupuestaria de este individuo será idéntica a la explicada en el Ejercicio 10.2:

$$c + \frac{c'}{1+r} = y + \frac{y'}{1+r} - t - \frac{t'}{1+r} \tag{10.14}$$

donde el lado derecho es la riqueza intertemporal, R (ver expresión 10.12). La Figura 10.1 representa la situación de un individuo optimizando su consumo en ambos períodos, sujeto a la restricción presupuestaria intertemporal. Observar que su punto de dotación (E_1) siempre se sitúa sobre la recta presupuestaria, dado que el individuo podría consumir su ingreso disponible en el presente y en el futuro sin importar el valor de la tasa de interés (cambios en r harían pivotear la restricción sobre dicho punto de dotación). Observar también los cortes en los ejes, que representan lo máximo que puede consumir el individuo en el presente y en el futuro a la tasa de interés r. Dadas las preferencias para el individuo representado en la figura, su óptimo se encuentra en el punto A, consumiendo c^* y c'^* en el período presente y en el futuro, respectivamente. Notar que este individuo decide pedir prestado el monto $c^* - (y - t)$ en el período presente (ahorro negativo).

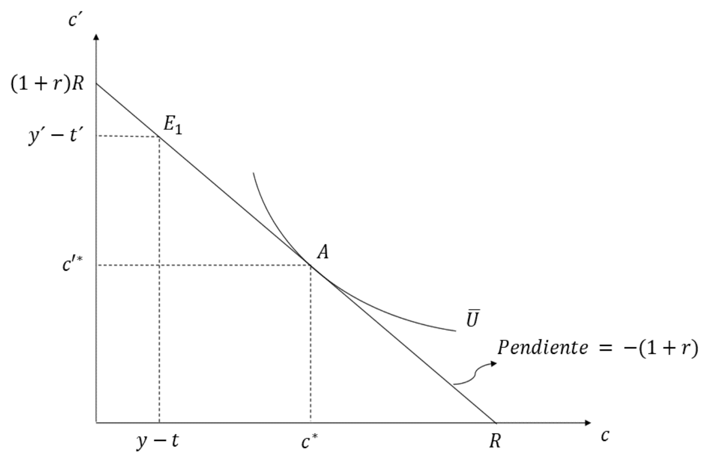

Figura 10.1: Restricción presupuestaria intertemporal del individuo.

(b) Recordar que una identidad de las cuentas nacionales establece que:

$$S^P + S^G = I + (X - M) \tag{10.15}$$

donde el lado izquierdo representa el ahorro nacional (ahorro privado más el ahorro del gobierno, S^G) y el lado derecho es la suma de la inversión y el saldo de la cuenta comercial (exportaciones menos importaciones). Para el caso del presente modelo el lado derecho es igual a cero, ya que no existe inversión y la economía es cerrada. Por lo tanto:

$$S^P = -S^G \tag{10.16}$$

Notar que B, la cantidad de deuda emitida por el gobierno en el período presente, será igual por definición a $-S^G$ (es decir, si el gobierno emite deuda, ahorrará un monto negativo en el presente). Esta es entonces la igualdad planteada en el enunciado ($S^P = B$), representativa de una situación de equilibrio en el mercado de crédito interno. Para mostrar que esta condición implica el cumplimiento de la condición $Y = C + G$, notar que:

$$S^P = Y - C - T \tag{10.17}$$

Esto es, el ahorro agregado privado es igual al ingreso del período presente menos el consumo agregado, menos los impuestos totales (T). El cumplimiento de la restricción presupuestaria del gobierno implica que, en el período presente:

$$B = G - T \tag{10.18}$$

Esto es, la deuda pública emitida por el gobierno en el período presente debe ser igual al exceso de gasto respecto de los impuestos en dicho período. De este modo, utilizando la condición de equilibrio en el mercado de crédito planteada en el enunciado, se tiene que (10.17) y (10.18) se deben igualar:

$$Y - C - T = G - T \tag{10.19}$$

Reacomodando (10.19), se llega a la condición $Y = C + G$.

(c) Este resultado puede verificarse de manera sencilla para el presente modelo. Supongamos que la economía está en una situación de equilibrio, lo cual implica que:

- Cada consumidor se halla en un óptimo, tal cual se detalló en el inciso (a),
- El mercado de crédito está en equilibrio. Esto implica, según se analizó en el inciso (b), que $Y = C + G$,
- Se satisface la restricción intertemporal del gobierno. Esto es:

$$G + \frac{G'}{1+r} = Nt + \frac{Nt'}{1+r} \tag{10.20}$$

La expresión (10.20) puede escribirse como:

$$t + \frac{t'}{1+r} = \frac{1}{N}\left[G + \frac{G'}{1+r}\right] \tag{10.21}$$

Lo cual indica que el valor presente de los impuestos para cualquiera de los consumidores es igual a la participación de dicho consumidor en el valor presente del gasto del gobierno. Recordar que la restricción presupuestaria intertemporal del consumidor es:

$$c + \frac{c'}{1+r} = y + \frac{y'}{1+r} - t - \frac{t'}{1+r} \tag{10.22}$$

Reemplazando el valor presente de los impuestos pagados (lado izquierdo de (10.21)) en (10.22), se obtiene:

$$c + \frac{c'}{1+r} = y + \frac{y'}{1+r} - \frac{1}{N}\left[G + \frac{G'}{1+r}\right] \tag{10.23}$$

Imaginar ahora un experimento en el cual el "timing"de los impuestos cobrados por el gobierno cambia respecto del original, pero de modo tal que la restricción presupuestaria del gobierno se sigue satisfaciendo a la tasa de interés r. Por ejemplo, los impuestos en el período presente varían en una magnitud Δt para cada individuo, con una variación de los impuestos futuros en $-\Delta t(1+r)$. Este cambio hará que la expresión (10.21) para el gobierno será ahora:

$$t + \Delta t + \frac{t'}{1+r} + \frac{-\Delta t(1+r)}{1+r} = \frac{1}{N}\left[G + \frac{G'}{1+r}\right] \tag{10.24}$$

Notar que este cambio en el 'timing' impositivo no afecta el valor presente de los impuestos pagados por el individuo, por lo que tampoco afectará la restricción presupuestaria del gobierno. El lado derecho de la restricción presupuestaria del individuo no varía, por lo que su riqueza intertemporal no cambia (r, y, y', G y G' se mantienen inalterados). Dado que su riqueza no varía, y sus preferencias tampoco, el individuo continuará eligiendo las mismas cantidades de consumo en cada período que antes del cambio impositivo. Como sucede para todos los consumidores, el consumo el consumo agregado (C) se mantiene. La condición básica de equilibrio macroeconómico ($Y = C+G$) se sigue satisfaciendo, por lo que el mercado de crédito sigue en equilibrio a la tasa de interés r. Ya que cada consumidor enfrenta la misma restricción antes y después del cambio, el bienestar de cada uno se mantiene inalterado.

Este es el resultado denominado *equivalencia ricardiana*: Un cambio en el "timing"de los impuestos cobrados por el gobierno resulta neutral. Esto es, un cambio en los impuestos corrientes, combinado con un cambio igual (en valores presentes) pero del signo contrario en los impuestos futuros, no genera cambios en la tasa de interés ni en el consumo de los individuos.

Observar que si bien no hay efectos en el consumo, el bienestar ni en la tasa de interés, sí habrá modificación en la composición del ahorro agregado (ahorro privado versus ahorro público). Dado que el ahorro privado es:

$$S^P = Y - C - T \tag{10.25}$$

y el ahorro del gobierno es $S^G = T - G$, cualquier cambio en el "timing"de impuestos que reduzca T generará un aumento igual en el ahorro privado y una reducción en igual monto del ahorro público. Los individuos anticiparán perfectamente que la rebaja de los impuestos en el presente implicará un mayor costo a través de mayores impuestos en el futuro, necesarios para que el gobierno pague su mayor endeudamiento. De este modo, aumentará el ahorro privado en la magnitud total de la caída de los impuestos presentes.

(d) La Figura 10.2 representa la situación para el individuo analizado en el inciso (a). Recordar que su óptimo inicial se halla en el punto A, con impuestos t y t' en el período presente y futuro, respectivamente. El punto de dotación inicial se halla en E_1. Si el gobierno realiza una baja en los impuestos presentes, de modo que $\Delta t < 0$, deberá pedir prestado $N\Delta t$ en el período presente de modo de financiar el déficit presupuestario. Los impuestos para cada consumidor deberán aumentar en $-\Delta t(1+r)$ en el futuro para pagar la mayor deuda pública. Esto no generará variación alguna en la riqueza intertemporal del individuo, ya que el valor presente de sus impuestos no varía. La restricción presupuestaria no varía, y el consumidor sigue estando en A como su punto óptimo. Sin embargo, habrá una modificación en el punto de dotación, el cual ahora se halla en E_2; esto es, el consumidor posee mayor ingreso disponible en el presente y menor ingreso disponible en el futuro. Dado que su combinación de consumos no varía, el consumidor ahorrará el total de la caída en impuestos presentes para hacer frente a los mayores impuestos que enfrentará en el período futuro.

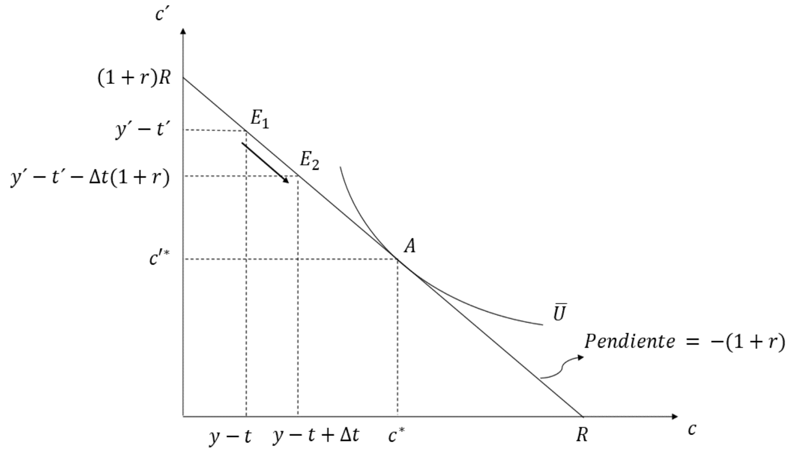

Figura 10.2: Equivalencia ricardiana.

Ejercicio 10.4. Ingreso nacional de equilibrio y multiplicadores

Suponer una economía cerrada en la cual el gasto planeado total de las familias en bienes de consumo viene dado por la función:

$$C = 200 + 0,75\, Y_d \tag{10.26}$$

donde Y_d representa el ingreso disponible de las familias. El ingreso disponible es la diferencia entre el ingreso nacional (Y) y los impuestos pagados al gobierno. Suponer que la inversión planeada (I), el gasto público (G) y los impuestos (T) son todos iguales a \$100.

(a) Representar gráficamente el gasto agregado planeado (demanda agregada) para la economía en función del ingreso nacional.

(b) Obtener el nivel de ingreso nacional de equilibrio. Mostrar en el gráfico.

(c) Hallar el valor para los multiplicadores fiscales y para la inversión privada. Interpretar.

(d) Calcular el ingreso nacional si el gasto del gobierno se incrementa en un 20 %.

(e) Calcular el efecto sobre el ingreso nacional de un aumento del gasto público acompañado por un aumento en los impuestos de igual magnitud.

(f) ¿Cuál es el nivel de gasto público necesario para un nivel del ingreso nacional igual a 1.600?

(g) Suponer ahora que el sistema tributario de la economía viene dado por la función:

$$T = \bar{T} + \theta Y \tag{10.27}$$

donde T representa los ingresos tributarios y $\bar{T}$ (componente autónomo del sistema tributario) y θ son parámetros. A partir de la expresión (10.26), hallar la nueva función de consumo para esta economía y graficar, suponiendo que $\bar{T} = 80$ y $\theta = 0,15$. Comparar con la función de consumo obtenida en el inciso (a). Obtener las expresiones y valores para los multiplicadores del gasto público, impuestos autónomos e inversión privada.

Respuesta

(a) Del enunciado se tiene que $I = G = T = 100$. El ingreso disponible será, entonces, $Y_d = Y - T = Y - 100$. Reemplazando en la función de consumo (expresión (10.26)) se tiene:

$$C = 200 + 0,75\,(Y - 100) = 125 + 0,75Y \tag{10.28}$$

El gasto agregado de la economía será entonces:

$$C + G + I = 325 + 0,75Y \tag{10.29}$$

La Figura 10.3 representa la función de consumo (C) y el gasto agregado ($C + G + I$).

(b) El ingreso de equilibrio surge de la igualdad entre la oferta agregada (o global) de la economía y la demanda agregada:

$$Y = C + G + I \tag{10.30}$$

donde el lado izquierdo representa la oferta global de la economía y el lado derecho la demanda global. Reemplazando (10.29) (demanda agregada) en (10.30), se tiene:

$$Y = 325 + 0,75Y \tag{10.31}$$

Resolviendo esta expresión para Y se obtiene que el nivel de ingreso nacional de equilibrio es $Y^* = 1.300$ (ver la Figura 10.4). La recta de 45 grados que parte del origen representa todos los puntos en los que el gasto agregado planeado coincide con el efectivo, mientras que la recta $C + I + G$ representa el gasto planeado obtenido en el inciso anterior. El nivel de ingreso de equilibrio se da en el cruce entre ambas rectas.

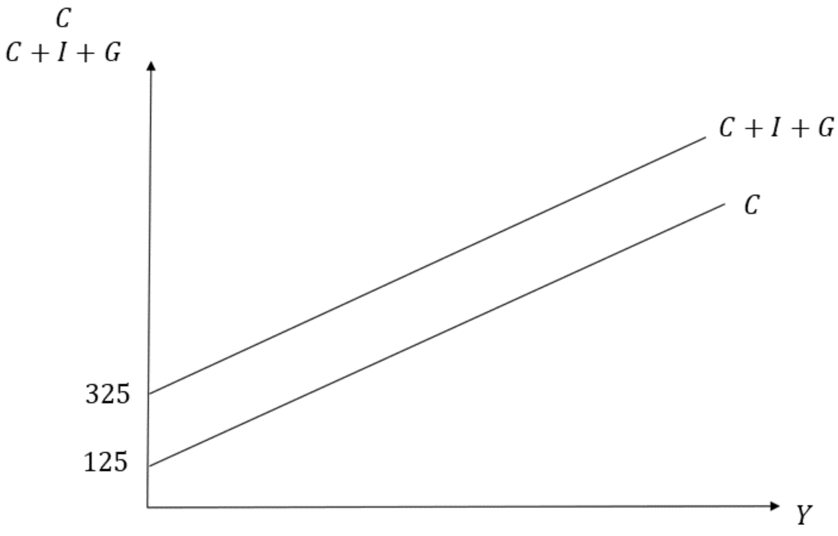

Figura 10.3: Consumo y gasto agregado planeado.

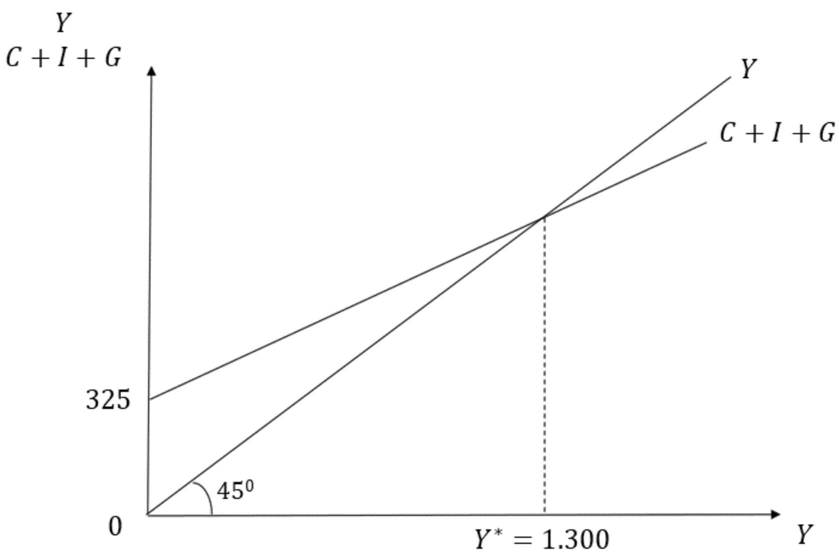

Figura 10.4: Ingreso nacional de equilibrio.

(c) Los distintos multiplicadores surgen de evaluar el cambio en el ingreso de equilibrio inducido por cambios en las distintas variables exógenas. Considerar la siguiente expresión general para la función de consumo:

$$C = a + b\,Y_d = a + b\,(Y - T) \tag{10.32}$$

Reemplazando (10.32) en la identidad básica (expresión (10.30)) se obtiene:

$$Y = a + b\,(Y - T) + G + I \tag{10.33}$$

Resolviendo para Y:

$$Y = \frac{1}{1-b}\,[a - bT + G + I] \tag{10.34}$$

A partir de la expresión (10.34) se pueden hallar las expresiones para los distintos multiplicadores. El multiplicador del gasto público es:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1-b} = \frac{1}{1-0,75} = 4 \tag{10.35}$$

El multiplicador de los impuestos es:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T} = \frac{-b}{1-b} = \frac{-0,75}{1-0,75} = -3 \tag{10.36}$$

El multiplicador de la inversión es:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta I} = \frac{1}{1-b} = \frac{1}{1-0,75} = 4 \tag{10.37}$$

donde se reemplazó en cada caso por el valor conocido de b. Un aumento en un peso del gasto público (G), por ejemplo, generará un aumento del ingreso nacional igual a 4 pesos (ver expresión (10.35)).

(d) Con el incremento del 20 % en G, el gasto público planeado es $G' = 120$. El nuevo gasto agregado planeado será:

$$C + G' + I = 125 + 0,75\,Y + 120 + 100 = 345 + 0,75\,Y \tag{10.38}$$

El nuevo nivel de ingreso nacional de equilibrio surge entonces de la expresión:

$$Y = 345 + 0,75\,Y \tag{10.39}$$

Por lo tanto, el nuevo nivel de ingreso de equilibrio será $Y^{**} = 1.380$. Notar que este resultado también puede obtenerse a partir de la expresión (10.35) para el multiplicador del gasto público. La variación en Y ante el aumento en \$20 del gasto público será de \$80 ($= 4 \times 20$). Por lo tanto, $Y^{**} = Y^{*} + 80 = 1.380$.

(e) Se puede calcular el efecto del aumento del gasto público y de los impuestos sobre el ingreso nacional combinando los efectos de los multiplicadores obtenidos anteriormente (expresiones (10.35) y (10.36)):

$$\Delta Y = \left(\frac{1}{1-b}\right)\Delta G + \left(\frac{-b}{1-b}\right)\Delta T \tag{10.40}$$

Teniendo en cuenta que los incrementos en el gasto público y en los impuestos son de igual magnitud, es decir $\Delta G = \Delta T$, se tiene que:

$$\Delta Y = \left(\frac{1}{1-b} + \frac{-b}{1-b}\right)\Delta G = \Delta G \tag{10.41}$$

Esta expresión indica que un incremento de igual magnitud en el gasto público y en los impuestos produce un incremento en el ingreso nacional igual al del incremento en el gasto público. Esto es, el multiplicador del presupuesto equilibrado es igual a la 1.

(f) Un nivel de ingreso nacional de \$1.600 representa un incremento de \$300 respecto del nivel de equilibrio original ($Y = 1.300$). Sabiendo que el multiplicador del gasto público es igual a 4 (ver inciso (c)) un incremento del gasto público de \$75 generará un incremento en el ingreso nacional de \$300. Por lo tanto, el nivel requerido de gasto público será $G' = 175$.

(g) El nuevo ingreso disponible ($Y_d^{'}$) será, reemplazando la expresión para el sistema tributario del enunciado:

$$Y_d^{'} = Y - \bar{T} - \theta Y = -\bar{T} + (1-\theta)Y \tag{10.42}$$

La nueva función de consumo (C') será entonces:

$$C' = a + b\,Y_d^{'} = a + b\,[-\bar{T} + (1-\theta)Y] = a - b\bar{T} + b(1-\theta)Y \tag{10.43}$$

Utilizando los valores proporcionados para a, b, $\bar{T}$ y θ se obtiene:

$$C' = 200 - 0,75 \times 80 + 0,75 \times (1 - 0,15)\,Y = 140 + 0,64\,Y \tag{10.44}$$

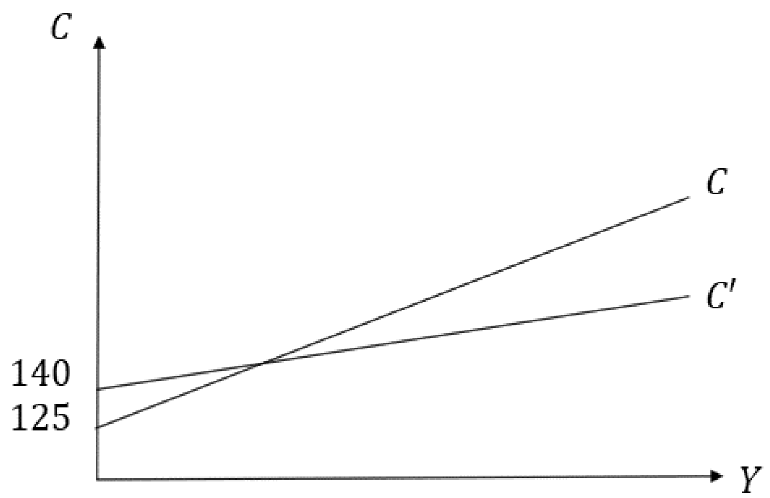

Figura 10.5: Comparación de las funciones de consumo.

Respecto de la función de consumo original (C), la función de consumo correspondiente al nuevo esquema tributario tendrá una mayor ordenada al origen y una menor pendiente (ver Figura 10.5). De manera similar a lo realizado en el inciso (c), a partir de la identidad básica, reemplazando la expresión (10.43) y reordenando, se obtiene la expresión para el nuevo nivel de ingreso nacional del equilibrio, Y':

$$Y' = \frac{1}{1 - b(1-\theta)}\,(a - b\bar{T} + G + I) \tag{10.45}$$

Los distintos multiplicadores surgen de evaluar el cambio en el ingreso de equilibrio Y' inducido por cambios en las distintas variables exógenas. Utilizando los valores conocidos para los parámetros se obtiene:

- Multiplicador del gasto público: $\frac{\Delta Y'}{\Delta G} = \frac{1}{1-b(1-\theta)} = \frac{1}{1-0{,}75(1-0{,}15)} = 2,76$
- Multiplicador de los impuestos: $\frac{\Delta Y'}{\Delta T} = \frac{-b}{1-b(1-\theta)} = \frac{-0{,}75}{0{,}3625} = -2,07$
- Multiplicador de la inversión: $\frac{\Delta Y'}{\Delta I} = \frac{1}{1-b(1-\theta)} = \frac{1}{0{,}3625} = 2,76$

Ejercicio 10.5. Modelo IS-LM

Considerar la economía de un país descripta por las siguientes ecuaciones:

$$Y = C + I + G \tag{10.46}$$

$$C = 120 + 0,5(Y - T) \tag{10.47}$$

$$I = 100 - 10r \tag{10.48}$$

$$G = 50 \tag{10.49}$$

$$T = 40 \tag{10.50}$$

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = Y - 20r \tag{10.51}$$

$$M = 600 \tag{10.52}$$

$$P = 2 \tag{10.53}$$

(a) Identificar cada una de las variables e interpretar cada una de las ecuaciones.

(b) Utilizar las ecuaciones necesarias para derivar una expresión de la curva IS. Representar gráficamente.

(c) Utilizar las ecuaciones necesarias para derivar una expresión de la curva LM. Representar gráficamente.

(d) A partir de lo obtenido en (b) y (c), encontrar los niveles de ingreso nacional y tasa de interés de equilibrio para la economía. Graficar.

(e) Suponer que el gobierno decide modificar su gasto de manera de equilibrar el presupuesto público. Calcular el nuevo equilibrio de la economía y graficar. Comparar el efecto sobre el ingreso de esta política con el obtenido en el modelo keynesiano básico, en el que la inversión es exógena.

Respuesta

(a) La expresión (10.46) es la condición básica de equilibrio macroeconómico entre el ingreso y el gasto. Las expresiones (10.47) y (10.48) corresponden a las demandas de consumo (en función del ingreso disponible $(Y - T)$, donde T es el total de impuestos pagados al gobierno) e inversión (en función de la tasa de interés r), respectivamente. Las expresiones (10.49) y

(10.50) corresponden al gasto público e impuestos cobrados por el gobierno, respectivamente. La demanda de saldos monetarios en términos reales se describe en la expresión (10.51), donde P es el nivel general de precios (especificado en la expresión (10.53)). La oferta monetaria es fija, y su valor se especifica en (10.52).

(b) Se deben utilizar las expresiones (10.46) a (10.50) para derivar la expresión de la curva IS, que muestra todas las combinaciones entre tasas de interés (r) e ingreso nacional (Y) en las que el mercado de bienes se encuentra en equilibrio. Reemplazando (10.47)−(10.50) en (10.46) y reordenando se obtiene:

$$Y = 500 - 20r \tag{10.54}$$

Esta es la expresión para la IS. A efectos de la representación gráfica, se invierte esta relación de modo de representar r en el eje vertical:

$$r = 25 - 0,05Y \quad (IS) \tag{10.55}$$

(c) Para derivar la expresión correspondiente a la LM (combinaciones de tasas de interés y renta nacional en las que hay equilibrio en el mercado de dinero) se utilizan las expresiones (10.51) a (10.53). Para esto, se iguala la expresión (10.51) (demanda de saldos monetarios reales) con la oferta de dinero en términos reales (M/P):

$$\begin{cases} (\frac{M}{P})^d = \frac{M}{P} \\ Y - 20r = \frac{600}{2} \\ Y = 300 + 20r \end{cases} \tag{10.56}$$

Esta es la expresión de la LM. Expresando r en términos de Y a los efectos de la representación gráfica:

$$r = -15 + 0,05Y \quad (LM) \tag{10.57}$$

(d) El par (r, Y) de equilibrio se obtiene a partir de la solución del sistema:

$$\begin{cases} r = 25 - 0,05\,Y \quad (IS) \\ r = -15 + 0,05\,Y \quad (LM) \end{cases} \tag{10.58}$$

Igualando ambas expresiones y resolviendo para Y se obtiene $Y^* = 400$. Reemplazando Y^* en cualquiera de las expresiones de (10.58) se obtiene $r^* = 5$. El punto a en la Figura 10.6 ilustra el equilibrio de esta economía en el contexto del modelo $IS - LM$.

(e) Para equilibrar el presupuesto público a través de un cambio en el gasto público, éste se debe reducir en 10 respecto de la situación inicial. El nuevo nivel del gasto será entonces $G' = 40$. Reemplazando este nivel en la primera ecuación del sistema ($Y = C + I + G'$) y repitiendo el procedimiento del ítem anterior para la obtención de la curva IS, se obtiene:

$$Y = 480 - 20r \tag{10.59}$$

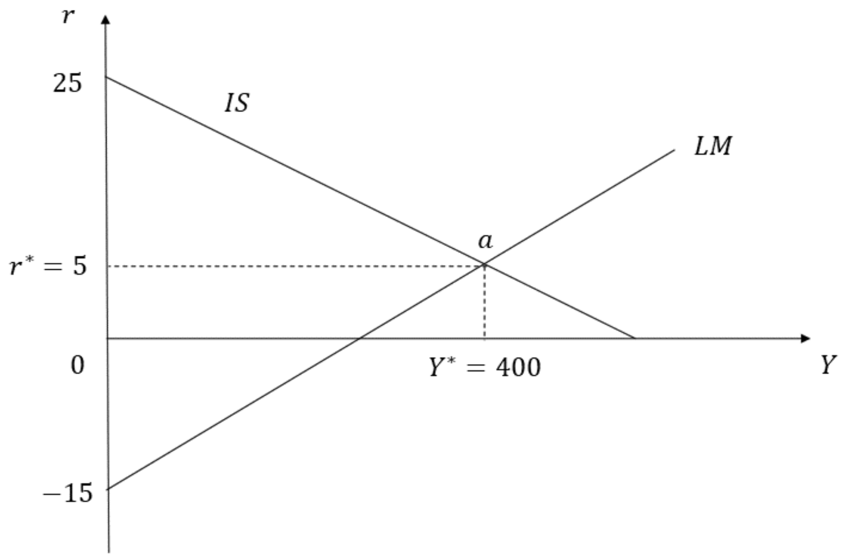

Figura 10.6: Equilibrio en el modelo $IS - LM$.

Resolviendo para la tasa de interés se obtiene la nueva curva IS' (desplazamiento a la izquierda curva IS original):

$$r = 24 - 0,05Y \quad (IS') \tag{10.60}$$

El nuevo equilibrio de la economía surge de la solución para r e Y del sistema:

$$\begin{cases} r = 24 - 0,05Y \quad (IS') \\ r = -15 + 0,05Y \quad (LM) \end{cases} \tag{10.61}$$

Resolviendo para (10.61) para Y se tiene que el nuevo nivel de ingreso nacional de equilibrio es $Y^{*'} = 390$. La nueva tasa de interés de equilibrio será $r^{*'} = 4,5$. La política fiscal contractiva implementada por el gobierno reducirá tanto el nivel de producto como la tasa de interés de equilibrio de la economía. La Figura 10.7 representa el equilibrio inicial (punto a) y el nuevo equilibrio (punto b), dado por la intersección entre la curva IS' y la curva LM.

A los efectos de comparar el efecto sobre el ingreso nacional de esta política bajo el modelo $IS - LM$ con el modelo keynesiano básico, se puede tener en cuenta que en este último la inversión no depende de la tasa de interés, por lo que la caída del gasto público en 10 reducirá el ingreso nacional en el monto del multiplicador del gasto público; es decir:

$$\Delta Y = \frac{1}{1-b}\,\Delta G = \frac{1}{1-0,5} \times (-10) = -20 \tag{10.62}$$

La caída en el ingreso provocada por la contracción del gasto público de 10 es igual a 20, por lo cual el ingreso nacional caerá a 380. Esta caída resulta mayor que la calculada para el modelo $IS - LM$ (el nuevo ingreso es igual a 390 de acuerdo a este modelo), ya que la caída en la tasa de interés que se produce en el modelo $IS - LM$ genera un aumento en la demanda agregada de la economía a través de un aumento en la inversión, lo cual amortigua en parte la reducción del ingreso por la política fiscal.

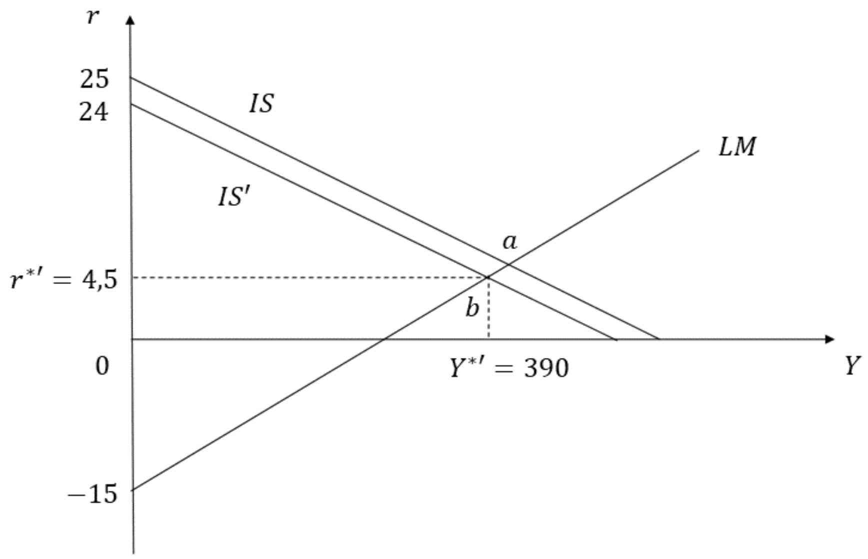

Figura 10.7: Nuevo equilibrio con presupuesto equilibrado en el modelo $IS - LM$.

Ejercicio 10.6. Modelo IS-LM: verdadero o falso

Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones sobre el modelo $IS - LM$ son verdaderas o falsas. Justificar la Respuesta

(a) Si la inversión es independiente de la tasa de interés, la curva LM será vertical.

(b) Si la inversión es independiente de la tasa de interés, la curva IS será vertical.

(c) Si la demanda de dinero no depende del ingreso, la curva IS será horizontal.

(d) Si la demanda de dinero no depende del ingreso, la curva LM será horizontal.

Respuesta

(a) Falso. La inversión es parte del gasto planeado, de modo que cambios en la inversión afectarán a la curva IS, no a la curva LM.

(b) Verdadero. La curva IS representa todas las combinaciones de tasa de interés e ingreso nacional correspondientes a situaciones en las que el mercado de bienes y servicios se encuentra en equilibrio. Es decir, describe las combinaciones (Y, r) que satisfacen la ecuación:

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G \tag{10.63}$$

De este modo, si la inversión es independiente de la tasa de interés, no hay nada que vincule a la curva IS con la tasa de interés. El ingreso debe ajustar para asegurar que la cantidad de bienes producidos (Y) iguale a la cantidad de bienes demandados, $C + I + G$. Así, la curva IS es vertical a este nivel (ver Figura 10.8). Notar que en este caso la política monetaria no resulta efectiva en absoluto para afectar el nivel de producto de la economía. Solo afectará la tasa de interés de equilibrio. La política fiscal sí resultará efectiva, modificando el nivel de producto de equilibrio en la totalidad del cambio (desplazamiento de la IS).

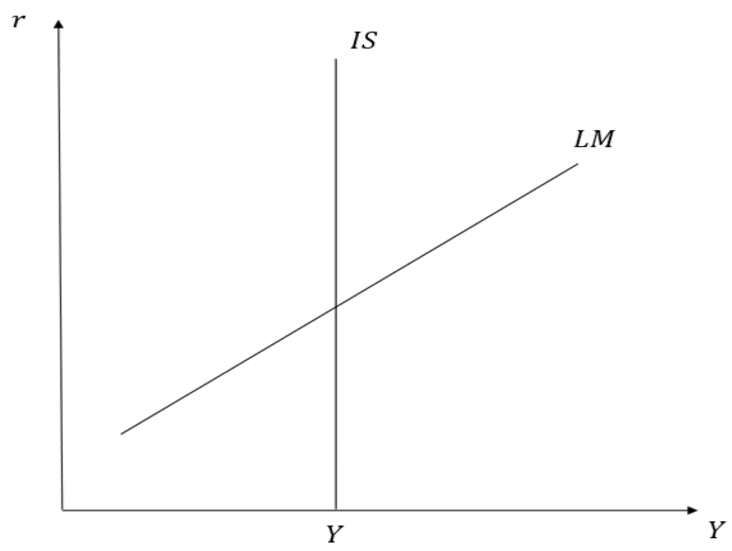

Figura 10.8: Caso con curva IS vertical.

(c) Falso. La demanda de dinero ayuda a determinar el equilibrio en el mercado de dinero, por lo que su independencia del ingreso tendrá efectos sobre la curva LM, no sobre la IS.

(d) Verdadero. Si la demanda de dinero no depende de la tasa de interés, es posible escribir la ecuación de la LM como:

$$\frac{M}{P} = L(r) \tag{10.64}$$

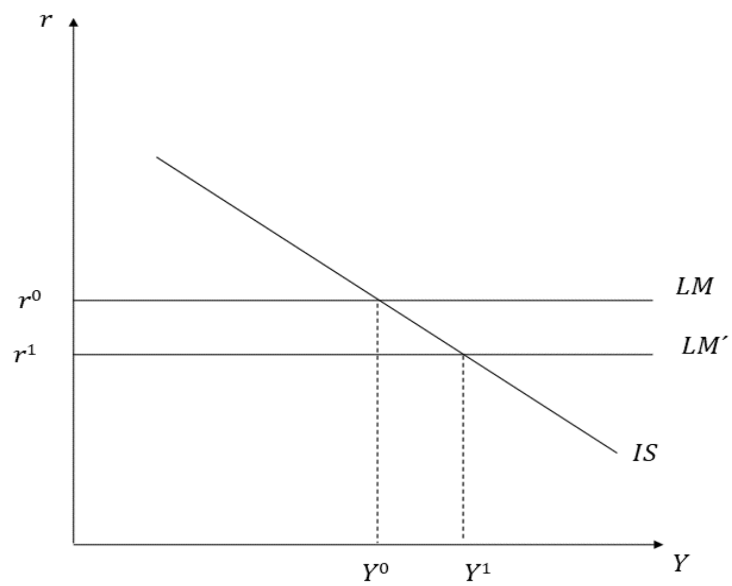

Figura 10.9: Caso con curva LM horizontal.

Así, para cada nivel dado de saldos monetarios reales (M/P), habrá solo una tasa de interés r que equilibre el mercado de dinero. De este modo, la curva LM será horizontal en ese nivel r (ver Figura 10.9, equilibrio inicial (r^0, Y^0)). En este caso la política fiscal es efectiva en afectar el nivel de producto; el nuevo nivel aumentará o disminuirá en la totalidad del desplazamiento de la IS. La política monetaria también será efectiva. Una política monetaria expansiva reducirá la tasa de interés y desplazará la curva LM hacia abajo, aumentando el nivel de ingreso de equilibrio (ver en Figura 10.9, donde la nueva LM será LM', y el nuevo equilibrio será (r^1, Y^1)).

AUTORES

Diego Fernández Felices

Licenciado en Economía por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de la Plata (FCE-UNLP). Phd in Economics por la University of Illinois at Urbana-Champaign. Se desempeña como profesor titular en la cátedra de Finanzas Públicas de la FCE-UNLP y como investigador en el Instituto de Investigaciones Económicas de la FCE-UNLP.

Mariela Pistorio

Licenciada en Economía por la FCE-UNLP. Magister en Economía por la Universidad Torcuato di Tella. Se desempeña como ayudante graduado en las cátedras de Finanzas Públicas, Microeconomía I y Política Económica I de la FCE-UNLP.

Francisco Manuel Pizzi

Licenciado en Economía por la FCE-UNLP. Magister en Economía por FCE-UNLP. Se desempeña como ayudante graduado en la cátedra de Finanzas Públicas de la FCE-UNLP.

Fernández Felices, Diego
Ejercicios de finanzas públicas / Diego Fernández Felices ; Mariela Pistorio ; Francisco Pizzi. - 1a ed. - La Plata : Universidad Nacional de La Plata ; EDULP, 2023.
Libro digital, PDF - (Libros de cátedra)

Archivo Digital: descarga
ISBN 978-950-34-2337-0

1. Finanzas Públicas. 2. Impuestos. 3. Gasto Público. I. Pistorio, Mariela. II. Pizzi, Francisco. III. Título.
CDD 336

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP

Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata
48 N.º 551-599 / La Plata B1900AMX / Buenos Aires, Argentina
+54 221 644 7150
edulp.editorial@gmail.com
www.editorial.unlp.edu.ar

Edulp integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2023
ISBN 978-950-34-2337-0

S
sociales

Editorial
de la Universidad
de La Plata

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA